

〈 논문 〉

한계사이클을 이용한 마찰력의 규명 및 보상

김민석* · 김명주* · 정성증†

(2004년 12월 6일 접수, 2005년 5월 25일 심사완료)

Limit Cycle Application to Friction Identification and Compensation

Min-Seok Kim, Myoung-Zoo Kim and Sung-Chong Chung

Key Words : Describing Function(기술함수), Friction(마찰), Harmonics Balance Method(조화균형법), Limit Cycle(한계사이클), Stribeck Effect(Stribeck 효과), System Identification(시스템규명)

Abstract

Friction is a dominant nonlinear factor in servomechanisms, which seriously deteriorates system accuracy. A friction compensator is indispensable to fabricate high-performance servomechanisms. In order to compensate for the friction in the servomechanism, identification of the friction elements is required. To estimate the friction of the servomechanism, an accurate linear element model of the system is required first. In this paper, a nonlinear friction model, in which static, coulomb and viscous frictions as well as Stribeck effect are included, is identified through the describing function approximation of the nonlinear element. A nonlinear element composed of two relays is intentionally devised to induce various limit cycle conditions in the velocity control loop of the servomechanism. The friction coefficients are estimated from the intersection points of the linear and nonlinear elements in the complex plane. A Butterworth filter is added to the velocity control loop not only to meet the assumption of the harmonic balance method but also to improve the accuracy of the friction identification process. Validity of the proposed method is confirmed through numerical simulations and experiments. In addition, a model-based friction compensator is applied as a feedforward controller to compensate for the nonlinear characteristics of the servomechanism and to verify the effectiveness of the proposed identification method.

기호설명

A : 비선형 요소의 입력크기
 A_L, A_{Li} : 한계사이클의 크기
 a_{1-3} : 선형요소 전달함수의 분모항
 b_{1-2} : 선형요소 전달함수의 분자항
 $C_p(z)$: 되먹임 위치 제어기
 $C_v(z)$: 되먹임 속도 제어기
 d_1, d_2 : 릴레이 크기
 e : 위치오차 (m)
 e_v : 속도오차 (mm/min)
 f : 서보계 마찰토크 (N·m)

f_c : 쿨롱마찰요소 (N·m)
 f_s : 정지마찰요소 (N·m)
 f_v : 점성마찰요소 (N·min)
 $G_{eq}(z)$: 등가 선형요소 전달함수
 $G_{lp}(z)$: 저역통과 필터 전달함수
 $G_m(z)$: 서보계의 기계요소 전달함수
 $N_i(A)$: 마찰요소 i 의 기술함수, $i=A, B$ and C
 $N_{eq}(A)$: 등가 비선형 요소의 기술함수
 $N(A)$: 마찰모델의 기술함수
 $N(A)$: 한계사이클 유도용 비선형요소 기술함수
 T_s : 샘플링 시간 (sec)
 u : 선형요소의 입력(토크지령) (N·m)
 v_c : 서보계 테이블의 속도지령 (mm/min)
 v_r : 서보계 테이블의 실제속도 (mm/min)
 x_c : 서보계 테이블의 위치지령 (m)
 x_r : 서보계 테이블의 실제위치 (m)
 α_{1-2} : 저역통과 필터 전달함수의 분모항

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : schung@hanyang.ac.kr

TEL : (02)2290-0444 FAX : (02)2298-4634

* 한양대학교 기계설계학과 대학원

β_{1-2} : 저역통과 필터 전달함수의 분자항

δ : 경계윤활 속도 (mm/min)

ω_L, ω_{Li} : 한계사이클 주파수 (rad/sec)

1. 서론

마찰력은 반도체 조립장비, 하드디스크 등의 정보 저장기기, 공작기계의 이송계 등과 같은 고정도 위치결정 시스템의 정밀도를 저하시키는 가장 지배적인 비선형 요소이다. 마찰력으로 인하여 하드디스크 암(arm)의 경우 위치결정 정도가 저하되며, 공작기계에서의 원호가공시 각 사분면의 경계에서 위치오차(quadrant glitches)가 발생한다. 그리고, 마찰력의 비선형적인 특징 때문에 위치결정 시스템에 일반적인 제어를 적용할 경우 우수한 추종성능을 얻을 수 없다.⁽¹⁻³⁾ 그러므로 마찰력이 내재된 위치결정 시스템에서 고정도의 추종성능을 만족시키기 위해서는 퍼지제어, 외란 관측기 등을 사용하거나 내재된 마찰력을 보상할 수 있는 마찰보상 제어가 필요하다.

속도에 의존하는 마찰특성을 모델링하기 위해 많은 연구가 수행되었다.⁽³⁾ 마찰력의 비선형적인 특징을 묘사하기 위해 운동방향과 반대방향으로 작용하며 크기가 운동의 방향에 따라 일정한 쿨롱(Coulomb) 마찰과 표면윤활 효과를 표현하는 점성(viscous) 마찰 등의 동적 마찰요소가 제안되었다. 또한 속도가 0 인 부근에 존재하는 마찰력의 비선형 특징을 묘사하기 위하여 동적 마찰에 비해 그 크기가 비교적 크며 운동직전에 발생하는 정지마찰의 특징을 갖는 정적 마찰요소와, 지수함수 형태로 마찰력이 감소하는 Stribeck 효과를 포함한 마찰요소가 제안되었다.

이러한 마찰요소들을 규명하기 위해 연구 목적에 적합하게 조합하여 마찰모델을 수립하고 수립된 마찰모델을 규명하기 위해 다양한 방법이 제안되었다.^(3,4) AC 서보모터로 이루어진 서보계(servo-mechanism)에서는 서보모터에 지령되는 교류전류의 각 상을 전류센서로 측정하여 마찰모델의 마찰계수들을 규명하는 것이 일반적인 마찰력 규명법이다. 이러한 방법은 특정한 속도에서의 마찰특성을 정확히 파악할 수 있는 장점이 있다. 그러나 홀 센서(hall sensor) 등과 같은 전류측정을 위한 추가적인 장비가 필요하며, 이송속도에 따른 마찰력의 전반적인 거동을 규명하기 위해서는 상당한 실험시간이 요구된다.

이와 같은 단점을 보완하기 위하여 기술함수(describing function)를 이용한 주파수 영역에서의 마찰력 규명방법이 제안되었다.^(3,5,6) 이러한 방법은

이미 구성된 서보계의 제어기만을 이용하기 때문에 추가적인 장비가 필요 없으며, 간단한 실험을 통해 기술함수로 근사화된 마찰모델을 규명할 수 있다. 그러나 기존연구에서는 위상지연이 있는 릴레이를 사용하여 동일한 주파수를 가지며 크기가 서로 다른 한계사이클(limit cycle)로부터 하나의 마찰요소(쿨롱마찰)만을 규명하였다.⁽⁵⁾ 또한 고속 시스템에서의 마찰력을 규명하기 위해 쿨롱마찰 및 점성마찰요소가 포함된 마찰모델을 사용하여 마찰력을 규명한 후, 적응제어 기법을 통해 규명된 마찰력을 보상하는 방법이 연구되었다.⁽⁶⁾ 그러나 이러한 연구들에서는 운동방향이 반전되는 영역에 존재하는 정지마찰과 Stribeck 효과를 고려할 수 없었다.

본 논문의 목적은 서보계에 존재하는 다양한 마찰요소들을 주파수 영역에서 간단하고 신속하게 규명하는 방법을 제안하는 것이다. 이를 위해 기술함수를 이용한 근사화와 조화균형법(harmonic balance method)^(7,8)을 응용한 마찰력 규명법을 제안한다. 본 논문에서 사용하는 마찰모델은 서보계에 존재하는 쿨롱마찰과 점성마찰뿐 만 아니라 정지마찰과 Stribeck 효과를 포함한다. 서보계의 비선형 요소들이 선형요소의 규명작업에 미치는 영향을 최소화 하기 위해 새롭게 고안된 입력신호와 가중 최소자승법(weighted least square method)을 사용하여 선형요소의 정확한 전달함수를 규명한다. 또한 조화균형조건을 마찰력 규명작업에 응용하기 위해 원하는 특성의 한계사이클을 서보계에 발생시킬 수 있는 새로운 비선형 요소를 제안한다. 기존연구와 달리 속도루프에서 등가 비선형 요소의 기술함수를 정의한 후, 속도 한계사이클을 이용하여 마찰력을 규명한다. 또한 잡음에 의한 마찰력 규명작업의 정밀도 저하를 방지하기 위해 속도루프에 1 차 Butterworth 필터를 첨가한다. 마지막으로 규명된 마찰력을 검증하기 위해 모델 기반의 앞먹임 마찰보상 제어를 이용하여 규명 대상 서보계의 마찰력을 보상·제어하여 개발된 방법론의 타당성을 검증한다.

2. 조화균형법

서보계는 선형요소들 외에 마찰력, 백래쉬(backlash) 그리고 제어기 포화 등과 같은 비선형 요소들을 포함하고 있는 비선형 시스템이다. 등가 비선형 요소와 등가 선형요소가 포함된 비선형 시스템의 기본적인 블록선도를 Fig. 1에 보인다. 여

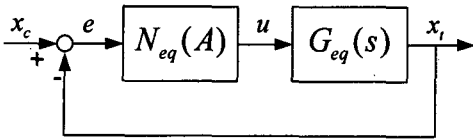


Fig. 1 Block diagram of a nonlinear system

기서 $N_{eq}(A)$ 는 등가 비선형 요소의 기술함수를, $G_{eq}(s)$ 는 등가 선형요소와 전달함수를 의미한다.

조화균형법의 첫번째 단계는 비선형 요소의 기술함수를 정의하는 것이다. 기술함수는 비선형 요소의 응답 중 기본 주파수(first harmonic)의 성분에 중점을 두고 비선형 요소를 준선형(quasi-linear)요소로 근사한 것이다. 이러한 기술함수를 이용함으로써 선형 시스템의 해석방법을 비선형 시스템 해석에 적용할 수 있다. 기술함수를 이용한 비선형 요소의 선형 근사화를 위해 다음과 같은 가정을 고려한다.^(8,9)

- 가정 1) 전체 시스템에 대한 입력은 0 이다. ($x_c=0$)
- 가정 2) 비선형 요소에 대한 입력은 정현파이다.
- 가정 3) 선형요소는 비선형 요소의 출력에 포함된 고조파를 충분히 감쇠시킬 수 있는 저역통과 특성을 가진다.

조화균형법의 두 번째 단계는 한계사이클의 존재 여부를 판별하는 것이다. 한계사이클이란 비선형 시스템에서 나타나는 주기적인 진동을 의미한다. 한계사이클의 존재여부는 식 (1)과 같은 조화균형조건^(8,9)으로부터 판별할 수 있다.

$$1 + G_{eq}(j\omega) \cdot N_{eq}(A) = 0 \tag{1}$$

식 (1)을 만족하는 A 와 ω 는 한계사이클의 크기와 주파수를 의미한다. 또한 식 (1)의 조화균형조건은 극좌표상에서 Fig. 2 와 같이 선형요소와 비선형 요소의 음의 역수와의 교점으로 표현할 수 있다.

이와 같은 조화균형조건은 다양한 목적으로 사용된다.^(10,11) 만약 비선형 요소의 기술함수와 선형 요소의 전달함수를 모두 알고 있다면, 조화균형조건으로부터 한계사이클의 주파수와 크기를 근사적으로 계산할 수 있다. 또한 비선형 요소의 기술함수와 한계사이클의 주파수 및 크기를 알고 있다면 선형요소의 전달함수를 예측할 수 있다. 이러한 방법은 PID 제어기의 자동조정(auto tuning)에 응용된다.⁽¹¹⁾ 본 논문에서는 선형요소의 전달함수와 한계사이클의 주파수 및 크기로부터 비선형 요소를 규명한다. 즉, 선형요소를 정확히 규명한 후, 비선형 요소에 포함된 릴레이(relay)의 크기를 적절하게

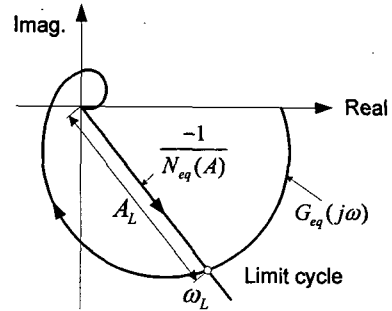


Fig. 2 Harmonic balance condition in polar coordinates

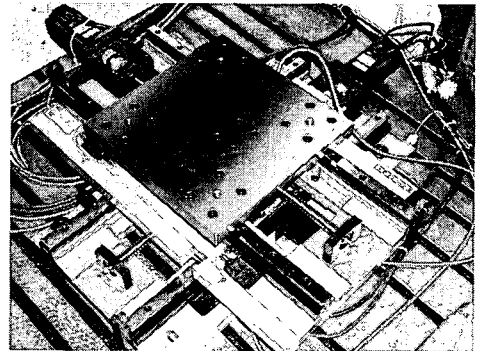


Fig. 3 Feed drive system for identification

조절하여 원하는 한계사이클을 발생시킨 후, 발생된 한계사이클의 특성과 조화균형조건을 이용하여 등가 비선형 요소의 기술함수에 포함되어 있는 마찰요소들을 규명한다.

3. 선형요소의 규명

본 논문에서 제안하는 마찰력 규명법은 서보계의 선형요소에 대한 정확한 정보를 필요로 한다. 고속 서보계의 경우 제어주기가 일반적인 기계 시스템에 비해 짧기 때문에 동특성의 정확한 규명이 어렵다. 또한 서보계에 존재하는 비선형 특성에 의해 규명작업에 사용되는 입력신호에 왜곡이 발생하기 때문에 시스템 규명작업의 정밀도를 저하시킨다. 따라서 본 논문에서는 서보계의 기계부에 존재하는 여러 비선형 요소들이 시스템 규명작업에 미치는 영향을 최소화하기 위해 새롭게 고안된 입력신호와,⁽¹²⁾ 특정한 주파수 영역(저주파 영역)에 가중치를 부여할 수 있는 가중 최소자승법을 사용하여 선형요소를 규명한다.⁽¹³⁾ 규명 대상의 서보계를 Fig. 3 에 보인다. 서보계 선형요소의 모델 $G_m(z)$ 은 이산영역에서 식 (2)와 같이 3 차로 정의하였으며 MATLAB 을 사용하여 시스템 규명작업을 수행한다.

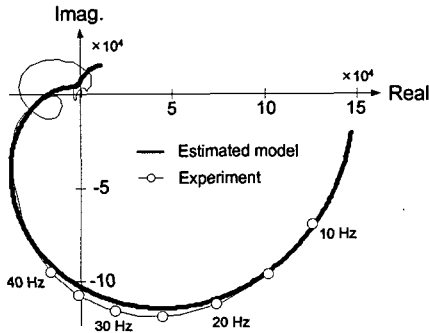


Fig. 4 Nyquist plot of the identified linear element

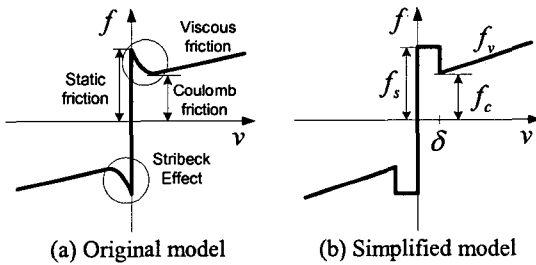


Fig. 5 Proposed friction model

$$G_m(z^{-1}) = \frac{b_1 z^{-2}(1 + b_2/b_1 z^{-1})}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}} \quad (2)$$

규명된 선형요소의 극좌표선도를 Fig. 4 에 나타내었다. Fig. 4 에서 알 수 있듯이 고주파 영역에서 다소의 근사오차(misfit)가 존재하지만 본 논문에서 관심을 가지고 있는 저주파 영역에서는 실제 모델과 잘 일치한다.

4. 등가 비선형 요소의 모델링

4.1 마찰모델

본 논문에서는 식 (3)과 같이 쿨롬 및 점성마찰 뿐 만 아니라 정지마찰과 Stribeck 효과를 포함하는 마찰모델을 제안한다

$$f(v_i) = \begin{cases} (f_c + f_s e^{-0.1v_i/\delta}) \cdot \text{sgn}(v_i), & |v_i| \leq \delta \\ (f_c + f_v v_i) \cdot \text{sgn}(v_i), & |v_i| > \delta \end{cases} \quad (3)$$

식 (3)의 마찰모델은 Fig. 5(a)와 같은 이송속도-마찰토크의 관계로 표현할 수 있으며 본 논문에서는 Fig. 5(b)와 같이 간략화 한다. Fig. 5(b)의 마찰모델은 Fig. 6 과 같은 이상적인 릴레이(realy), 사역대(dead zone), 사역대가 존재하는 릴레이 등과 같은 비선형 요소들의 조합으로 표현할 수 있다.

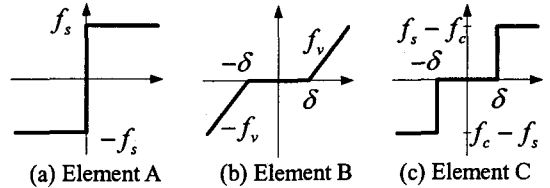


Fig. 6 Basic nonlinear elements of the friction model

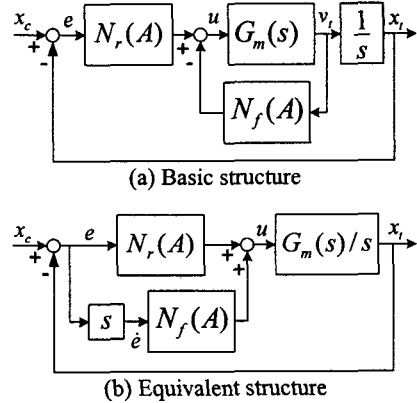


Fig. 7 Friction identification based on a position loop

이러한 각각의 비선형 요소들을 기술향수를 이용하여 준선형 요소의 전달함수 형태로 표현하면 식 (4)와 같다.

$$\begin{cases} N_A(A) = \frac{4f_s}{\pi A}, & \forall A \\ N_B(A) = f_v \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \left(\sin^{-1} \frac{\delta}{A} + \frac{\delta}{A} \sqrt{1 - \left(\frac{\delta}{A} \right)^2} \right) \right\}, & A > \delta \quad (4) \\ N_C(A) = \frac{4(f_s - f_c)}{\pi A} \sqrt{1 - \left(\frac{\delta}{A} \right)^2}, & A > \delta \end{cases}$$

여기서, f_s 는 정지마찰요소, f_c 는 쿨롬마찰요소, f_v 는 점성마찰요소, δ 는 경계윤활속도, A 는 비선형 요소 입력신호의 크기이다. 따라서 제안한 마찰모델의 기술향수 $N_f(A)$ 는 식 (5)와 같다.

$$N_f(A) = \begin{cases} N_A(A), & A \leq \delta \\ N_A(A) + N_B(A) - N_C(A), & A > \delta \end{cases} \quad (5)$$

4.2 한계사이클 유도를 위한 비선형 요소

조화균형조건을 이용하여 마찰력을 규명하기 위한 기본적인 시스템의 블록선도를 Fig. 7 에 보인다.^(5,6) 즉, 마찰력 규명작업을 위해서는 원하는 특성의 한계사이클을 의도적으로 발생시킬 수 있는

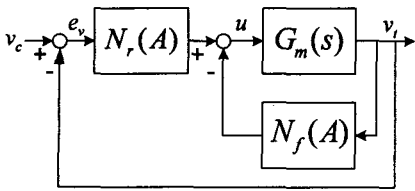


Fig. 8 Friction identification based on a velocity loop

또 다른 비선형 요소 $N_r(A)$ 가 필요하다. 이러한 비선형 요소는 마찰모델과 함께 하나의 등가 비선형 요소로 표현되어야 한다. 이를 위해 기존연구에서는 Fig. 7(b)와 같이 속도입력-토크출력 형태를 갖는 마찰모델에 미분요소를 첨가하여 위치입력-토크출력 형태의 비선형 요소로 변환시킨 후, 두 비선형 요소의 병렬결합을 통해 등가 비선형 요소를 유도하였다.^(5,6)

쿨롬마찰요소만을 고려한 마찰모델의 출력은 속도입력의 부호에만 의존한다. 이러한 마찰모델에 미분요소를 첨가하는 경우 마찰모델의 출력은 입력의 크기에 관계없이 미분으로 인한 위상지연효과($\pi/2$)만을 얻을 수 있다. 그러나 본 논문에서 제안한 마찰모델의 출력은 속도입력의 부호뿐만 아니라 크기에 대해서도 의존한다. 따라서 본 논문에서는 미분으로 인한 속도입력의 크기 변화를 보상하기 위해 Fig. 8 과 같이 속도루프에서 조화균형법을 적용한다.

규명된 선형요소는 Fig. 4 와 같이 제 0 형 시스템(zero type system)의 특징을 가진다. 즉 선형요소의 주파수 특성은 주파수가 증가함에 따라 극좌표에서 양의 실수 축에서 음의 허수 축으로 이동한다. Nyquist 선도에서 선형요소의 전달함수와 음의 허수 축과의 교점이 대상 시스템의 고유 진동수이다. 따라서, 마찰력 규명을 위해 의도적으로 발생시키는 한계사이클은 극좌표의 4 사분면에서 존재해야 한다. Fig. 8 의 속도루프에서 등가 비선형 요소의 기술함수는 다음과 같이 표현 된다.

$$N_{eq}(A) = N_f(A) + \text{Re}\{N_r(A)\} + j\text{Im}\{N_r(A)\} \quad (6)$$

식 (1)과 식 (6)으로부터 한계사이클이 극좌표의 4 사분면에 존재하기 위한 조건은 식 (7)과 같다.

$$N_{eq}(A) = \begin{cases} \frac{4f_s}{\pi A} - \frac{4d_1}{\pi A} - j\frac{4d_2}{\pi A} & , A \leq \delta \\ \frac{4f_s}{\pi A} - \frac{4d_1}{\pi A} - \frac{4(f_s - f_c)}{\pi A} \sqrt{1 - \left(\frac{\delta}{A}\right)^2} + f_v \left\{ 1 - N_d\left(\frac{\delta}{A}\right) \right\} - j\frac{4d_2}{\pi A} & , A > \delta \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \text{Re}\left[\frac{-1}{N_{eq}(A)}\right] = \frac{-N_f(A) - \text{Re}\{N_r(A)\}}{R} > 0 \\ \text{Im}\left[\frac{-1}{N_{eq}(A)}\right] = \frac{\text{Im}\{N_r(A)\}}{R} < 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{여기서, } R = [N_f(A) + \text{Re}\{N_r(A)\}]^2 + [\text{Im}\{N_r(A)\}]^2$$

그러므로, 속도루프에서 한계사이클을 발생시키기 위한 비선형 요소의 기술함수는 식 (8)을 만족해야 한다.

$$\begin{cases} \text{Re}\{N_r(A)\} < -N_f(A) \\ \text{Im}\{N_r(A)\} < 0 \end{cases} \quad (8)$$

따라서, 마찰모델의 기술함수와 식 (8)로부터 한계사이클을 발생시키기 위한 비선형 요소의 기술함수는 다음과 같이 이상적인 릴레이와 위상지연을 갖는 릴레이의 병렬결합 형태로 표현된다.

$$N_r(A) = -\frac{4d_1}{\pi A} - j\frac{4d_2}{\pi A} \quad (9)$$

여기서 d_1 은 이상적인 릴레이의 크기, d_2 는 위상지연을 가지는 릴레이의 크기를 나타낸다. 따라서 마찰모델을 고려한 등가 비선형 요소의 기술함수는 식 (10)과 같다.

4.3 저역통과 필터

일반적으로 Fig. 7 과 같이 위치루프에서 조화균형법을 적용하는 경우, 등가 선형요소에 적분요소가 포함되어 있으므로 등가 선형요소는 충분한 저역통과 필터의 특성을 갖는다. 그러나 본 연구에서는 Fig. 8 과 같은 속도루프에서 조화균형법을 적용하기 때문에 위치루프에 비해 속도루프 내에서 선형요소가 고주파를 충분히 감쇠시키지 못한다. 따라서 식 (11)과 같은 이산 저역통과 필터를 Fig. 8 의 속도루프에 첨가한다.

$$G_p(z) = \frac{\beta_1 + \beta_2 z^{-1}}{1 + \alpha_1 z^{-1}} \quad (11)$$

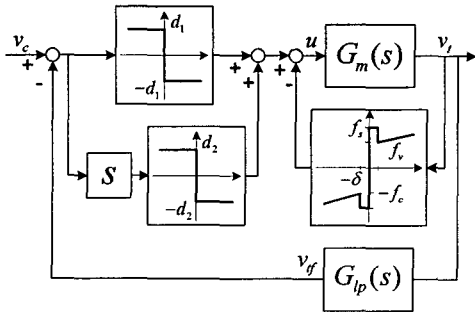


Fig. 9 Block proposed identification method

따라서, 필터로 인한 속도출력의 크기변화와 위상 지연을 고려하면 최종적인 등가 선형요소의 전달 함수와 등가 비선형 요소의 기술함수는 식 (12)와 같이 나타낼 수 있다.

5. 마찰력 규명 모의실험

제안된 마찰력 규명법에 대한 모의실험을 수행한다. 모의실험을 위한 시스템의 블록선도는 Fig. 9 와 같다. 비선형 요소의 기술함수와 이산 필터 등은 C 언어를 이용하여 구현하며, 모의실험은 MATLAB 의 Simulink 와 S-function 환경에서 수행한다. 마찰모델의 마찰계수들을 임의로 선정한 후, 제안한 마찰력 규명법을 사용하여 등가 비선형 요소의 기술함수에 포함된 마찰계수들을 규명한다. Table 1 은 모의실험을 위한 실험조건이다.

5.1 한계사이클 예측

서보계 속도루프에 발생하는 한계 사이클을 예측하기 위해 조화균형조건을 사용한다. 식 (1)을 식 (12)에 적용하면 조화균형조건은 다음과 같이 표현 된다.

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\left[-\frac{1}{N_{eq}(A_L)}\right] &= \operatorname{Re}\left[G_{eq}(e^{j\omega_L T_s})\right] \\ \operatorname{Im}\left[-\frac{1}{N_{eq}(A_L)}\right] &= \operatorname{Im}\left[G_{eq}(e^{j\omega_L T_s})\right] \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 A_L 는 한계사이클의 크기, ω_L 는 한계사이클의 주파수 그리고 T_s 는 서보계의 샘플링 시간을 의미한다.

$$G_{eq}(e^{j\omega_L T_s}) = G_m(e^{j\omega_L T_s}) \cdot G_{lp}(e^{j\omega_L T_s})$$

$$N_{eq}(A) = \left[\frac{N_f(A)}{G_{lp}(e^{j\omega_L T_s})} \cos\left\{-\angle G_{lp}(e^{j\omega_L T_s})\right\} - \frac{4d_1}{\pi A} \right] + j \left[\frac{N_f(A)}{G_{lp}(e^{j\omega_L T_s})} \sin\left\{-\angle G_{lp}(e^{j\omega_L T_s})\right\} - \frac{4d_2}{\pi A} \right] = N_{re}(A) + jN_{im}(A) \quad (12)$$

Table 1 Simulation conditions

Parameters	Value	Unit
Static friction element	f_s	(N·m)
Coulomb friction element	f_c	(N·m)
Viscous friction element	f_v	(N·min)
Stribeck effect element	δ	(mm/min)
Control period	T_s	(sec)

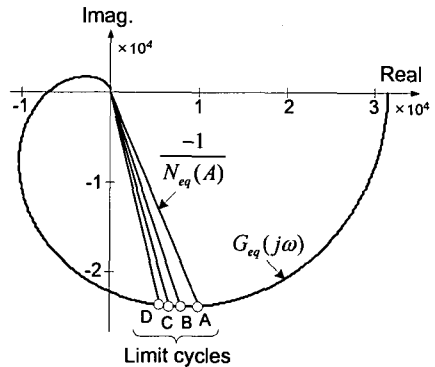
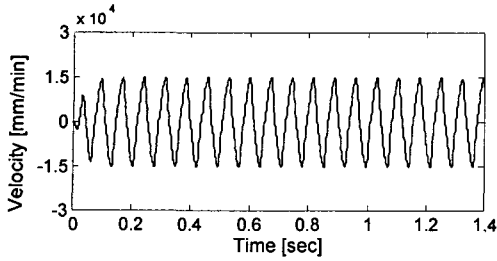


Fig. 10 Nyquist plot of harmonic balance conditions

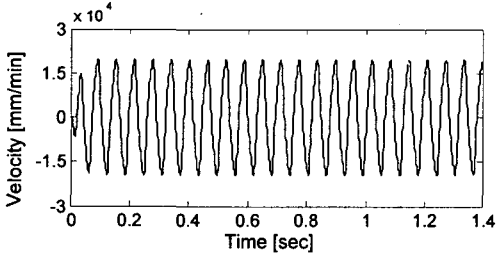
Table 1 과 같이 모의실험을 위해 임의로 선정한 마찰요소 (f_s, f_c, f_v, δ) 와 한계사이클의 발생조건을 만족시키는 릴레이의 크기(d_1, d_2) 그리고 조화균형 조건 식 (13)으로부터 한계사이클(A_L, ω_L)을 예측할 수 있다. 예측된 한계사이클을 Nyquist 선도에서 표현하면 Fig. 10 과 같다.

5.2 한계사이클 발생

한계사이클의 예측에 사용된 비선형 요소의 릴레이의 크기를 사용하여 여러 조건의 한계사이클을 모의실험을 통해 발생시켰다. 모의실험을 통해 발생된 한계사이클의 시응답 특성을 Fig. 11 에 나타낸다. 모의실험에서 발생된 한계사이클과 조화균형조건으로부터 예측된 한계사이클을 Table 2 에 비교한다. Table 2 로부터 모의실험에서 발생된 한계사이클은 조화균형조건 식 (13)로부터 예측된 한계사이클과 5% 오차범위 내에서 서로 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 따라서 마찰모델의 기술함수 근사화 및 속도루프에서의 한계사이클 해석이 신뢰성 있게 수행되었음을 확인할 수 있다.



(a) Case A : $d_1=2, d_2=4$



(b) Case C : $d_1=2, d_2=6$

Fig. 11 Limit cycles obtained from simulations

Table 2 Comparisons of limit cycles

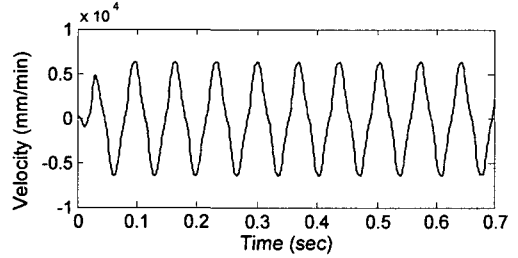
Case	(d_1, d_2)	Prediction		Simulation	
		A_L	ω_L	A_L	ω_L
A	(2, 4)	13558	90.8	14247	87.4
B	(2, 5)	16200	97.3	16733	92.4
C	(2, 6)	18896	101.8	19430	95.1
D	(2, 7)	21623	105.1	21514	101.3

5.3 조화균형법을 이용한 마찰력 규명

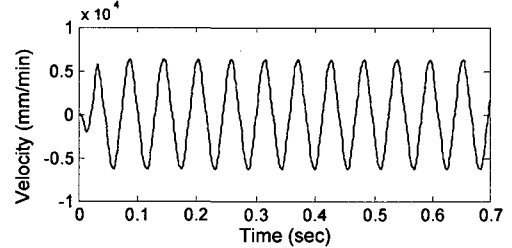
Fig. 10 에 나타난 한계사이클의 특성과 조화균형조건 식 (13)으로부터 기술함수로 표현된 마찰모델을 규명한다. 기존연구에서는 마찰모델에 포함된 마찰요소들이 조화균형조건으로부터 양함수 형태(explicit form)로 표현되었다. 따라서 규명하고자 하는 마찰요소와 동일한 개수의 한계사이클을 획득한 후, 조화균형조건으로부터 연립방정식을 수립하여 마찰요소들을 규명하였다.^(5,6) 그러나 본 연구에서 수립된 조화균형조건 식 (13)은 규명하고자 하는 마찰요소들이 양함수 형태로 표현되지 않는다. 따라서 본 연구에서는 여러 조건의 한계사이클을 유도한 후, 그에 상응하는 조화균형조건에 대해 식 (14)와 같은 비유함수의 최소자승법을 이용하여 식 (5)에 포함된 마찰요소들을 규명한다. 이러한 과정을 통해 규명된 마찰요소와 모의실험에 사용된 마찰요소들을 Table 3 에 보인다. Table 3 에서 알 수 있듯이 본 연구에서 제안한 마찰력 규명법 통해 규명된 마찰계수는 모의실험에 사용된 마찰계수와 최대 23%의 범위 내에서 규명된다.

Table 3 Comparisons of friction elements

Friction elements	Reference	Estimation	Error
Static	0.4	0.4937	23%
Coulomb	0.1	0.1019	1.9%
Viscous	1×10^{-7}	8.81×10^{-8}	11.9%
Stribeck	300	258	14%



(a) Case of $d_1=3.0$ and $d_2=4.5$



(b) Case of $d_1=2.3$ and $d_2=5.1$

Fig. 12 Limit cycles obtained from experiments

$$J = \sum_{i=1}^N \left[\text{Re} \left\{ \frac{-1}{N_{eq}(A_i)} \right\} - \text{Re} \left\{ G_{eq} \left(e^{j\omega_i T_i} \right) \right\} \right]^2 + \left[\text{Im} \left\{ \frac{-1}{N_{eq}(A_i)} \right\} - \text{Im} \left\{ G_{eq} \left(e^{j\omega_i T_i} \right) \right\} \right]^2 \quad (14)$$

6. 마찰력 규명 및 보상실험

6.1 마찰력 규명실험

마찰력 규명에 대한 모의실험 결과를 바탕으로 실제 위치결정 시스템을 대상으로 마찰력 규명작업을 수행하였다. 실험은 선형요소 규명에 사용된 Fig. 3 을 대상으로 한다. 마찰력 규명실험에 사용된 실험조건은 마찰계수만을 제외하고 Table 1 과 동일하다. 비선형 요소의 릴레이의 크기를 적절하게 조정하여 여러 조건의 한계사이클을 발생시켰다. 속도루프에 발생된 한계사이클의 시용답 특성을 Fig. 12 에 나타내었다. Fig. 12 에 나타난 한계사이클의 특성을 바탕으로 모의실험과 동일한 과정을 통해 서보계에 내제된 마찰력을 규명하였다.

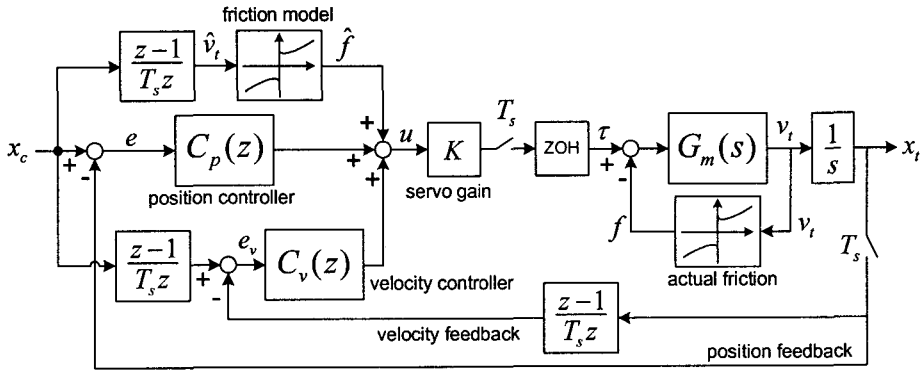


Fig. 13 Block diagram for friction compensation

Table 4 Identified friction elements

Friction elements	Value	Unit
Static	0.28	(N·m)
Coulomb	0.17	(N·m)
Viscous	2.56×10^{-2}	(N·min)
Stribeck	122	(mm/min)

Table 4 는 규명된 마찰계수 이다.

6.2 마찰력 보상실험

본 논문에서 제안된 마찰력 규명법의 신뢰성을 평가하기 위해 간단한 모델기반 마찰보상 제어기를 사용하여 마찰력 보상실험을 수행하였다. 모델기반 앞먹임 마찰보상 제어기는 위치지령으로부터 모터축의 실제속도를 추정하고, 추정된 속도를 기반으로 마찰토크에 상응하는 전압신호를 출력함으로써 서보계에 내재된 마찰력을 보상한다. Table 4 와 같이 규명된 마찰계수를 식 (3)에 대입하면 다음과 같다.

$$f(v_t) = \begin{cases} (0.17 + 0.28e^{-122v_t}) \cdot \text{sgn}(v_t), & |v_t| \leq 122 \\ (0.28 + 2.56 \times 10^{-2} v_t) \cdot \text{sgn}(v_t), & |v_t| > 122 \end{cases} \quad (15)$$

식 (15)와 같은 마찰모델에 기반한 마찰보상 제어기와 기존의 PID 제어기를 결합한 형태의 제어기를 Fig. 13 에 나타내었다.

마찰력 보상실험을 검증하기 위해 원호보간 실험을 수행하였다. 원호보간 실험은 서보계에 포함된 여러 비선형 요소의 영향을 손쉽게 확인할 수 있는 실험이다.⁽²⁾ 서보계의 원호보간시 발생하는 상한절환 오차(quadrant glitches)는 마찰력에 의해서 발생하는 가장 대표적인 오차이다. 기존의 PID 제어기만으로 구성된 제어기와 마찰보상 제어기가 결합된 제어기에서의 원호보간 결과를

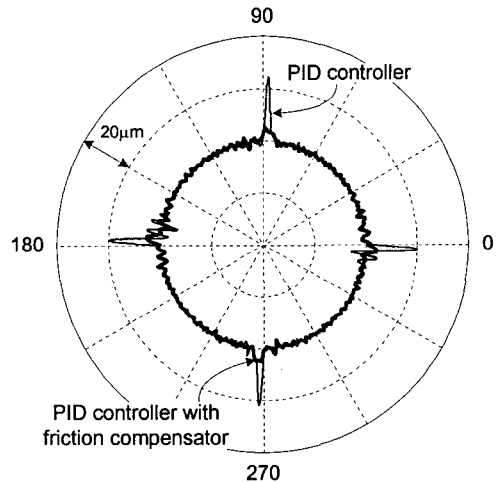


Fig. 14 Circular motion profiles

Fig. 14 에 나타내었다. 원호보간 실험결과에서 확인할 수 있듯이 본 논문에서 제안된 방법을 통해 규명된 마찰계수들을 이용하여 서보계의 마찰력을 보상한 결과, 원호보간시 발생하는 상한절 환 오차가 약 $20 \mu\text{m}$ 에서 $5 \mu\text{m}$ 이내로 감소한 것을 확인할 수 있다.

7. 결론

본 논문에서는 기술함수를 이용한 비선형 요소의 근사화와 조화균형법을 응용하여 서보계에 존재하는 마찰력을 주파수 영역에서 규명하는 방법을 제안하였다. 규명된 마찰력을 이용하여 모델기반 마찰보상 제어기를 구성하였으며, 원호보간 실험을 통해 제안된 마찰력 규명법의 신뢰도를 검증하였다. 본 논문의 주요 연구내용 및 결과는 다음과 같다.

- (1) 쿨롬마찰, 점성마찰, 정지마찰 그리고 Stribeck 효

과를 포함하는 마찰모델 수립하였으며, 수립된 마찰 모델을 기술함수를 이용하여 준선형 요소로 근사화하였다.

(2) 여러 조건의 한계사이클을 속도루프에서 의도적으로 발생시키기 위해 이상적인 릴레이와 위상지연을 갖는 릴레이로 구성된 새로운 비선형 요소를 제안하였다.

(3) 이산 저역통과 필터를 속도루프에 첨가한 결과 한계사이클의 예측 정밀도를 높일 수 있었다.

(4) 모의실험을 통해 유도된 한계사이클은 조화균형 조건으로부터 예측된 한계사이클과 서로 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 따라서 기술함수를 이용한 비선형 마찰모델의 근사화와 속도루프에서 의 한계사이클 해석이 신뢰성 있게 수행된 것을 확인하였다.

(5) 임의의 마찰계수를 선정한 후, 제안된 마찰력 규명법을 이용하여 모의실험을 통해 규명된 마찰계수를 비교해 본 결과 약 23%의 범위 내에서 일치하는 것을 확인하였다.

(6) 규명된 마찰계수들을 이용한 마찰력 보상실험 결과, 원호보간시 발생하는 상한절환 오차가 약 $20\mu\text{m}$ 에서 $5\mu\text{m}$ 이내로 감소한 것을 확인 할 수 있다.

(7) 본 논문에서 제안된 마찰력 규명법을 사용하는 경우 추가의 측정장비 없이 속도 되먹임 신호만으로 서보계에 내재된 마찰력을 정확하게 규명할 수 있다.

참고문헌

- (1) Tianhong Yan and Rongming Lin, 2003, "Experimental Modeling and Compensation of Pivot Nonlinearity in Hard Disk Drives," *IEEE Trans. On Magnetics*, Vol. 39, No. 2, pp. 1064~1069.
- (2) Kakino, Y., Ihara, Y. and Shinohara, A., 1993, *Accuracy Inspection of NC Machine Tools by Double Ball Bar Method*, Hanser Publishers, New York.
- (3) Armstrong-Hélouvry, B., Dupont, P. and Canudas de wit, C., 1994, "A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction," *Automatica*, Vol. 30, No. 7, pp. 1083~1138.
- (4) Chu, C.N., Kim, G.D., Oh, Y.T. and Choi, Y.J., 1997, "Frictional Behavior and Indirect Cutting Force Measurement in a Machining Center Using Feed Motor Current," *KSPE*, Vol. 14, No. 4, pp. 78~87.
- (5) Besançon-Vode, A. and Besançon, G., 1999, "Analysis of a two-relay system configuration with application to Coulomb friction identification," *Automatica*, Vol. 35, pp. 1391~1399.
- (6) Tan, K. K., Lee, T. H., Huang, S. N. and Jiang, X., 2001, "Friction Modeling and Adaptive Compensation Using a Relay Feedback Approach," *IEEE Trans. On Industrial Electronics*, Vol. 48, No. 1, pp. 169~175.
- (7) Slotine, J., J., E., and Li, W., 1991, *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, Inc., New Jersey.
- (8) Atherton, D., 1975, *Nonlinear Control Engineering*, Van Nostrand Reinhold Co., London.
- (9) Min-Seok Kim, Sung-Chong Chung, 2003, "Identification of nonlinear characteristics for precision servomechanisms," *Proc. of the 18th Annual Meeting, American Society for Precision Engineering, Portland*, pp. 167~170.
- (10) Ljung, L., 1999, *System Identification-Theory for the User*, Prentice Hall PTR, New Jersey, pp. 79~246.

(1) Tianhong Yan and Rongming Lin, 2003, "Experimental