

2단계 EM 알고리즘을 이용한 공통원인 고장 분석*

백장현** · 서재영** · 나만균***

Analysis of Common Cause Failure Using Two-Step Expectation and Maximization Algorithm*

Jang Hyun Baek** · Jae Young Seo** · Man Gyun Na***

■ Abstract ■

In the field of nuclear reactor safety study, common cause failures (CCFs) became significant contributors to system failure probability and core damage frequency in most probabilistic risk assessments. However, it is hard to estimate the reliability of such a system, because of the dependency of components caused by CCFs. In order to analyze the system, we propose an analytic method that can find the parameters with lack of raw data.

This study adopts the shock model in which the failure probability increases as the shock is cumulated. We use two-step Expectation and Maximization (EM) algorithm to find the unknown parameters. In order to verify the analysis result, we perform the simulation under same environment. This approach might be helpful to build the defensive strategy for the CCFs.

Keyword : Common Cause Failure, Binomial Failure Rate, Expectation and Maximization Algorithm

논문접수일 : 2004년 10월 1일 논문게재확정일 : 2005년 3월 2일

* 본 연구는 산업자원부의 지원에 의하여 기초전력공학공동연구소(01-지역-01) 주관으로 수행된 과제임.

** 전북대학교 산업정보시스템공학과

*** 조선대학교 원자력공학과

1. 서론

공통원인 고장(common cause failure, CCF)에 대한 개념은 원자력 안전성 연구로부터 구체화되기 시작하였다. 확률론적 안전성 평가(probabilistic safety assessment, PSA)의 여러 보고서들로부터 노심 손상빈도(core damage frequency)의 대부분을 공통원인 고장이 차지하고 있는 것으로 알려짐에 따라 원자력 안전성 평가의 큰 부분을 공통원인 고장이 담당하게 된 것이다. 공통원인 고장 개념이 소개되기 전까지 시스템의 신뢰성을 알고자할 때는 대부분의 경우 개별 부품간의 독립 고장을 가정하였다. 그러나 실제로 부품들 상호간에 영향을 미칠 수가 있고 이에 따라 부품간의 고장에는 종속성이 존재할 수 있다[1]. 더 나아가 부품간의 종속성은 당연한 경우이고 독립성은 종속성의 특별한 경우라는 연구결과까지 발표되었다[2]. 최근에는 공통원인 고장을 고려한 고장잠내 시스템(fault-tolerant system)에 관한 연구도 발표되었다[3].

부품/기기간의 종속성은 크게 두 가지 유형으로 나누어 생각할 수 있다[4]. 이차적 고장(secondary failure)과 공통원인 고장(CCF)이다. 이차적 고장은 한 부품의 고장 확률이 다른 부품의 고장에 의해 영향을 받는 고장 유형을 말하며, 공통원인 고장은 어떤 알 수 없는 원인에 의해 두 개 이상의 부품이 동시에 또는 아주 짧은 시간간격 동안에 고장을 일으키는 유형을 말한다. 특히 원자력과 같은 중복 시스템에서 이러한 종속 고장을 간과할 경우, 시스템의 신뢰성을 실제보다 높게 판단하게 되어 안전성에 심각한 문제를 초래할 수가 있다. 그러므로 본 연구에서는 노심 손상빈도의 대부분을 차지하는 것으로 알려진 공통원인 고장에 대한 정확한 모형을 구축하고 이를 바탕으로 시스템을 분석하여 시스템의 정확한 신뢰도를 평가하고자 한다.

공통원인 고장에 대한 모형으로 basic parameter, β -factor, MGL, binomial failure rate(BFR), random probability shock, environment model 등이 발표되었다. 특히 BFR[5]은 충격(shock)의 개념을

도입하여 공통원인 고장에 대한 원인을 설명하고 있다. BFR에서는, 충격의 발생간격은 지수 분포를 따르며 이러한 충격이 공통원인 부품군내 일련의 부품들에게 공통적으로 영향을 끼친다고 가정한다. 또한 충격이 발생하였을 때 공통원인 부품군내의 부품들이 고장나는 사건은 개별 부품의 고장율이 동일하게 p 라는 것을 제외하고는 서로 독립이라고 가정한다.

공통원인 고장에 대한 연구들은 BFR과 같이 비교적 간단한 수식들로 공통원인의 영향을 정량화하는 시도로부터 공통원인 고장에 대한 개념의 구체적이고 명확한 설명을 시도하는 방향으로 전개되어 왔다[6]. 최근에는 불완전한 기록 또는 관찰과 해석의 모호함(ambiguity)에 의한 불확실성하에서 공통원인 고장의 고장률을 추정하는 방법에 대한 연구 결과도 발표되었다[7]. 그러나 아직까지 공통원인 고장의 연구에서 시간에 따른 부품의 열화 개념을 반영한 연구는 없었다.

본 연구에서는 시간에 따른 열화개념을 반영하여 공통원인 고장을 분석하고자 한다. 이를 위하여 충격누적 모형을 수립하고, 이 모형에서 설정된 모수를 추정하는 절차를 제시하고자 한다. 제안하는 방법을 이용하면 시간의 변화에 따른 CCF의 영향을 반영하여 정확한 시스템의 신뢰성을 평가할 수가 있을 것으로 기대된다. 특히 모수를 추정하는 방법으로는 2단계 EM 알고리즘을 제안하고자 한다. 2단계 EM 알고리즘은 추정하는 모수인 총 충격횟수 n 과 고장확률 p 를 모두 변화시키면서 우도함수의 기대값을 최대로 하는 모수를 찾아내는 방법이다. 2단계 EM 알고리즘을 이용한 모수 추정치와 신뢰도 추정치는 시뮬레이션 결과와 비교하여 정확성을 검증하고자 한다.

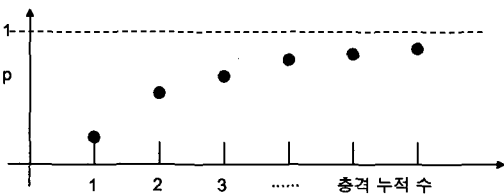
우선 2장에서는 충격누적 현상의 모형화에 대해 기술하고, 3장에서는 모수추정 방법을 기술한다. 또한 4장에서는 시뮬레이션과 수리적 분석방법을 비교한 실험결과를 기술하고 마지막으로 5장에서 결론 및 향후 연구 방향을 제시하고자 한다.

2. 충격누적 현상의 모형화

충격 누적 현상은 부품에 충격이 가해질 때마다 그 영향력이 누적되어 다음 번 충격시에 부품의 고장 확률이 증가하는 현상을 말한다. 아직까지 공통원인 고장의 연구에서 충격누적 현상을 반영하여 시간에 따른 부품의 열화 개념을 다룬 연구는 없었다.

본 연구에서는 충격의 누적에 따른 부품의 열화 개념을 반영한 공통원인 고장에 대한 분석 모형을 수립하고 이러한 모형을 표현하기 위한 모수들을 추정하는 절차를 제시하고자 한다. 본 연구에서는 기존의 CCF 모형 중에서 공통원인 고장 분석에 충격의 개념을 처음 사용하였으며 또한 지금까지 널리 사용되고 있는 BFR 모형을 기초로 하여 충격누적 현상을 반영한 CCF 분석 모형을 설정하고자 한다. 일반적인 충격 누적 모형과 마찬가지로 충격은 포아송 과정에 따라 발생한다고 가정한다. 즉, 충격의 발생간격은 지수분포를 따른다고 가정한다.

일반적인 충격누적 모형하에서 충격이 누적되어 감에 따라, 기기의 고장확률이 점차 증가되어 가는 현상을 표현하면 다음 그림과 같다.



[그림 1] 충격누적 모형에서 충격의 누적에 따른 부품 고장확률 p 의 변화

본 연구에서 고려하는 충격 누적 모형은 그림에 표시된 바와 마찬가지로 다음과 같은 특성을 가진다. 먼저, 시간의 경과에 따라 충격의 횟수가 증가하면 그에 따라 부품의 고장 확률도 점차 증가한다. 반면에 충격 횟수가 증가함에 따른 고장확률의 증가분은 점차로 감소한다. 첫 번째 충격시 공통원인에 의한 고장확률을 p 라고 하고[5], k 번째 충격시 고장확률을 $g(k)$ 라하면, $g(k)$ 가 갖는 특성은 아래

와 같이 정리 된다.

- ① $g(k)$ 는 k 에 대한 증가함수이다.
- ② $g(k=1) = p$ 를 만족해야 한다.
- ③ k 가 증가할수록 $g(k)/g(k+1)$ 은 감소한다.

이러한 $g(k)$ 의 세 가지 특성을 만족하는 충격누적 모형은 유일한 것이 아니며 여러 가지 형태가 가능할 수 있다. 본 연구에서는 관련 연구와 시뮬레이션의 결과 등을 바탕으로 다음과 같은 충격누적 모형을 가정한다.

$$g(k) = p \frac{1}{\sqrt{k}}, \quad k=1, 2, \dots, n \quad n \text{은 충격의 총 수}$$

즉, k 번째 충격이 발생했을 때 부품의 고장확률은 $p \frac{1}{\sqrt{k}}$ 로 가정한다. p 는 첫 번째 충격시 공통원인에 의한 고장확률을 나타내며 $p \frac{1}{\sqrt{k}}$ 은 k 에 대한 증가함수가 된다. 따라서 위의 충격누적 모형에 따라 k 번째 충격시에 고장나는 부품의 총 수가 x_k 일 확률은 BFR과 비슷하게 다음과 같은 이항분포를 따른다. 아래 식에서 m 은 공통 원인 관련 부품 집단을 구성하는 부품의 수를 나타낸다.

$$f_k(x_k) = \binom{m}{x_k} p^{\frac{x_k}{\sqrt{k}}} (1-p \frac{1}{\sqrt{k}})^{m-x_k} \quad (1)$$

3. 모수 추정과 분석

여기에서는 앞의 충격누적 모형에 대하여 모수인 고장확률 p 와 충격의 총 수 n 을 추정하는 방법을 기술하고자 한다. 먼저 우도함수를 사용하여 모수를 추정할 경우 우도 함수를 구하면 아래와 같다. 이 경우 고장난 부품에 대한 수리 정책은 최소 수리(minimal repair) 정책을 가정한다[8, 9]. 즉, 고장이 일어나는 경우 수리를 하되 고장 확률은 고장 당시의 고장 확률을 그대로 유지한다고 가정한다.

$$L(p) = \prod_{k=1}^n f_k(x_k) \quad (2)$$

$$= \left[\prod_{k=1}^n \binom{m}{x_k} p^{\frac{x_k}{\sqrt{k}}} (1-p)^{\frac{1}{\sqrt{k}}} \right] \Pr(N=n)$$

위 식에서 주목해야 할 것은, 맨 뒤에 붙인 확률값에서 알 수 있듯이, 위 식은 충격의 총 수가 n 이라는 가정 아래 성립하는 식이라는 것이다. 그런데 식에 표시한 충격의 정확한 총 수 n 은 우리가 수집한 자료의 수와는 다른 것이다. 왜냐하면 충격이 발생해도 부품이나 기기가 고장이 나지 않을 수도 있기 때문이다. 물론 이 경우에도 충격의 영향에 의해 고장확률은 증가한다. 원자력 발전소의 경우 아주 높은 신뢰성을 목표로 하는 시스템이기 때문에 각 기기의 고장확률은 처음부터 아주 낮은 값을 갖도록 부품이 제조된다고 할 수 있다. 최초의 고장확률인 p 가 매우 작은 경우 설령 충격의 영향으로 고장확률이 증가하더라도 최초의 몇 번 충격에서는 고장확률이 여전히 작은 값을 가질 것이므로 고장이 나지 않는 경우가 발생 가능하다. 이와 같이 우리가 수집한 자료는 고장의 정확한 총 수 n 에 대한 완전한 자료가 아닌, 불완전한 자료임을 알 수 있다. 이러한 불완전한 자료를 최대한 이용하여 고장확률 p 와 충격의 총 수 n 추정해야 한다.

계산의 편의를 위해 충격의 총 수가 n 주어졌다는 가정 아래 식 (2)의 양변에 로그를 취하여 p 에 대해 편미분하면 아래의 식과 같다.

$$\frac{\partial \log L(p)}{\partial p} = \frac{1}{p} \left(\sum \frac{x_k}{\sqrt{k}} \right) - \sum \frac{m-x_k}{1-p} \times p^{\frac{1-\sqrt{k}}{\sqrt{k}}} \quad (3)$$

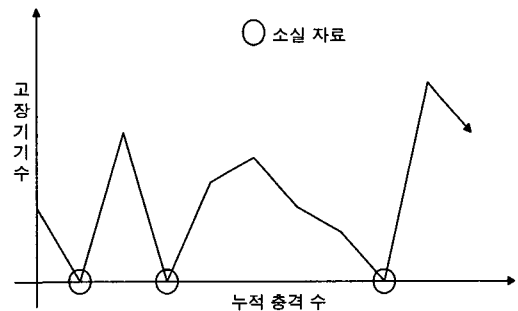
그런데 식 (2)를 최대해 주는 p 를 구하기 위해 식 (3)을 영으로 해주는 p 를 구하려면 아주 복잡한 방정식을 풀어야 한다.

본 연구에서는 불완전한 자료와 복잡한 방정식으로부터 고장확률 p 와 충격의 총 수 n 을 추정하기 위하여 EM 알고리즘의 변형인 2단계 EM 알고리즘을 사용하여 모수들을 추정하고자 한다.

3.1 모수 추정의 난점

앞에서 언급하였듯이 모수 추정의 어려움은 모든 충격에 관한 자료가 주어지지 않는다는 사실에서 기인한다. 예를 들면, 4중 병렬 시스템에서 실제로 충격이 6번 왔으며, 이때 고장난 부품의 수가 0, 1, 0, 1, 2, 2 라고 하자. 이 때 우리에게 주어지는 자료는 총 고장 횟수가 4이고 각각의 경우에 고장난 부품의 수는 1, 1, 2, 2 가 된다. 그러나 실제 충격의 수는 6번이라는 점을 주목할 필요가 있다.

실제 충격의 총 수를 n 이라고 하고 우리에게 관측된 충격의 수를 n^+ 라고 하자. 또한 0을 포함한 실제 고장 부품의 수를 x_k 라고 하고, 0을 제외한 고장 부품의 수를 순서대로 y_1, y_2, y_3, y_4 라고 하자. k 번째 충격 발생시 부품이나 기기가 하나도 고장나지 않는 경우 x_k 의 값은 0이 되는데 이 값은 관측되지 않으므로, 관측된 고장의 총 수는 실제 충격의 총 수보다 항상 작거나 같다. 따라서 충격누적 모형의 모수 추정을 위해서는 n^+ 과 하나 이상의 부품이 고장난 경우에 대한 자료인 y_k 로부터 n 과 x_k 의 값을 유추해야 하는 어려움이 있다. [그림 2]는 충격이 발생하였으나 실제 고장난 부품이 없어 관측되지 못하는 소실 자료의 예를 표시하고 있다.



[그림 2] 충격누적 모형에서의 소실 자료

3.2 2단계 EM 알고리즘

본 연구에서는 불완전 자료로부터 모수를 추정해

내는 방법으로 EM(expectation and maximization) 알고리즘을 사용하고자 한다. 먼저, 앞의 식 (2)에서 양변에 로그를 취하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \log L(p) &= \sum_{k=1}^n \log \binom{m}{x_k} + \sum_{k=1}^n \frac{x_k}{\sqrt{k}} \log p \\ &\quad + \sum_{k=1}^n (m-x_k) \log(1-p^{\frac{1}{\sqrt{k}}}) \end{aligned} \quad (4)$$

그러나 위 식에서 사실상 x_k 를 알 수 없으므로, 관측된 고장의 총 수 n^+ 와 관측 고장 부품수 y_i 를 토대로 그러한 관측치가 발생 가능한 모든 경우를 고려하여 x_k 의 기대값을 추정해야 한다. 관측된 고장의 총 수 n^+ 와 관측 고장 부품수 y_i 를 알고 있을 때 충격의 총 수가 n 이라는 조건하에서 이를 표현하면 아래의 식 (5)와 같다.

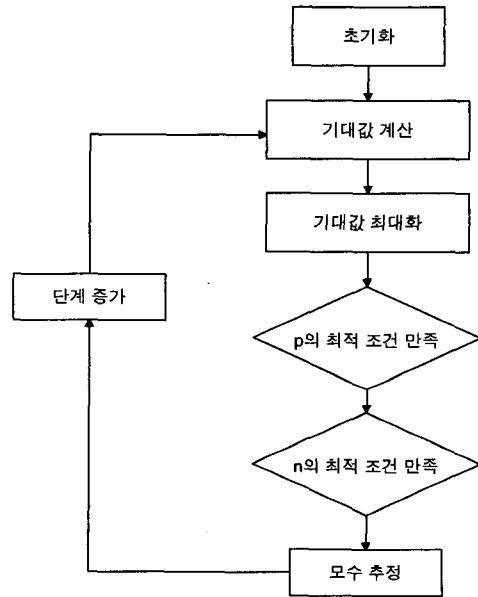
$$\begin{aligned} E[\log L(p) | \bar{y}, \bar{n}] &= \sum_{k=1}^n E[\log \binom{m}{x_k} | \bar{y}, \bar{n}] + \sum_{k=1}^n \frac{E[x_k | \bar{y}, \bar{n}]}{\sqrt{k}} \log p \\ &\quad + E[\sum_{k=1}^n (m-x_k) \log(1-p^{\frac{1}{\sqrt{k}}}) | \bar{y}, \bar{n}] \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $\bar{n}=(n, n^+)$ 는 n 번의 충격과 그 중 하나 이상의 부품이 고장난 n^+ 번의 충격을 나타내는 확률변수들의 집합을 나타내며 $\bar{y}=(y_1, y_2, \dots, y_{n^+})$ 는 n 번째 충격 발생시까지 하나 이상의 부품이 고장난 n^+ 번의 충격($n^+ \leq n$)에 대하여 발생 가능한 고장 부품의 수를 나타내는 확률변수들의 집합을 나타낸다. 식 (5)를 정리하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} E[\log L(p) | \bar{y}, \bar{n}] &= \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^k \log \binom{m}{y_i} \Pr[x_k = y_i | \bar{y}, \bar{n}] \\ &\quad + \sum_{k=1}^n \frac{E[x_k | \bar{y}, \bar{n}]}{\sqrt{k}} \log p \\ &\quad + E[\sum_{k=1}^n (m-x_k) \log(1-p^{\frac{1}{\sqrt{k}}}) | \bar{y}, \bar{n}] \end{aligned} \quad (6)$$

본 연구에서 제안하는 2단계 EM 추정 알고리즘

에서는, 우선 n 을 n 의 최소값인 n^+ 로 가정하고 식을 전개하여 하나의 국부 최대 기대값이 결정되면 다음으로 n 을 1씩 증가시켜가면서 최대값을 수정해 나간다. 즉 p 와 n 을 둘 다 변화시켜가면서 기대값을 최대화하는 p 와 n 을 구하는 것이다. 이러한 과정을 흐름도로 표현하면 [그림 3]과 같다.



[그림 3] 2단계 EM 알고리즘

식 (6)에서 모수를 추정할 경우 x 의 기대값 $E(x_k)$ 은 우리가 알고 있는 관측 고장 부품수인 y_i 와 관측된 고장의 총 수인 n^+ 를 가지고 실제 총 충격 횟수인 n 을 이용하여 구하게 된다. 예를 들면, $n^+=4$ 이고 n 도 4라면, $E(x_1 | \bar{y}, \bar{n}) = E(x_1 | \bar{y}, n=4, n^+=4) = y_1$ 이 될 것이다. 왜냐하면, 이 예제의 경우 x_1 이 취할 수 있는 값은 이미 주어진 자료로부터 y_1 외에는 불가능하기 때문이다.

그러나 $n > n^+$ 인 경우에는 다소 복잡한 과정을 거쳐야 한다. 실제 충격의 총 수 $n=6$ 이고 관측된 고장의 총 수 $n^+=4$ 인 경우를 가정하여 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ 의 기대값을 $E[x_k | \bar{y}, \bar{n}] = \sum_{i=1}^k y_i \Pr[x_k$

$= y_i | \bar{y}, \bar{n}$ 을 이용하여 차례대로 구해보자. 먼저 x_1 의 기대값은 다음과 같다.

$$E(x_1 | \bar{y}, n=6, n^+=4) = y_1 \times [1 - (1-p)^m] \quad (7)$$

즉, 첫 번째 x 의 조건부 기대값은 첫 번째 충격시 하나의 부품도 고장나지 않는 경우를 제외한 나머지 경우가 발생하면 y_1 과 같게 되는 것이다. 두 번째 조건부 기대값 역시 마찬가지로 계산될 수 있다.

$$\begin{aligned} E(x_2 | \bar{y}, n=6, n^+=4) \\ = y_1 \times (1-p)^m \times [1 - (1-p^{1/\sqrt{2}})^m] \\ + y_2 \times [1 - (1-p)^m] \times [1 - (1-p^{1/\sqrt{2}})^m] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} E(x_3 | \bar{y}, n=6, n^+=4) \\ = y_1 \times (1-p)^m \times (1-p^{1/\sqrt{2}})^m \\ + y_2 \{ (1-p)^m \times [1 - (1-p^{1/\sqrt{2}})^m] \times [1 - (1-p^{1/\sqrt{3}})^m] \\ + [1 - (1-p)^m] \times (1-p^{1/\sqrt{2}})^m \times [1 - (1-p^{1/\sqrt{3}})^m] \} \\ + y_3 [1 - (1-p)^m] \times [1 - (1-p^{1/\sqrt{2}})^m] \\ \times [1 - (1-p^{1/\sqrt{3}})^m] \end{aligned} \quad (9)$$

위 식 (9)의 우변 첫 번째 항은, 처음과 두 번째 충격시에 고장난 부품이 하나도 없는 경우 사용되지 않은 나머지 자료 네 가지가 모두 사용되려면 당연히 첫 번째 자료가 x 의 세 번째 기대값이 된다는 사실을 표현하고 있다.

$$\begin{aligned} E(x_4 | \bar{y}, n=6, n^+=4) \\ = y_2 \{ [1 - (1-p)^m] \times (1-p^{1/\sqrt{2}})^m \times (1-p^{1/\sqrt{3}})^m \\ + (1-p)^m \times [1 - (1-p^{1/\sqrt{2}})^m] \times (1-p^{1/\sqrt{3}})^m \\ + (1-p)^m \times (1-p^{1/\sqrt{2}})^m \times [1 - (1-p^{1/\sqrt{3}})^m] \} \\ + y_3 \{ [1 - (1-p)^m] \times [1 - (1-p^{1/\sqrt{2}})^m] \times (1-p^{1/\sqrt{3}})^m \\ + [1 - (1-p)^m] \times (1-p^{1/\sqrt{2}})^m \times [1 - (1-p^{1/\sqrt{3}})^m] \\ + (1-p)^m \times [1 - (1-p^{1/\sqrt{2}})^m] \times [1 - (1-p^{1/\sqrt{3}})^m] \\ \times [1 - (1-p^{1/\sqrt{4}})^m] \} \\ + y_4 \times [1 - (1-p)^m] \times [1 - (1-p^{1/\sqrt{2}})^m] \\ \times [1 - (1-p^{1/\sqrt{3}})^m] \times [1 - (1-p^{1/\sqrt{4}})^m] \end{aligned} \quad (10)$$

위 식의 우변의 첫 번째 항을 보면, y_2 에서부터 시작된다. 즉, 네 번째 x 의 조건부 기대값부터는 $2(=n-n^+)$ 만큼 차이 나는 경우부터 확률값을 계산하게 된다. 위와 동일한 방법으로 $E(x_5 | \bar{y}, n=6, n^+=4)$ 와 $E(x_6 | \bar{y}, n=6, n^+=4)$ 를 계산할 수 있다.

이렇게 구한 $E[x_k | \bar{y}, \bar{n}]$ 과 $E[\log \binom{m}{x_k} | \bar{y}, \bar{n}]$

을 식 (6)에 대입하면 실제 충격의 총 수가 n 인 경우의 기대값 $E[\log L(p) | \bar{y}, \bar{n}]$ 을 변수 p 에 대한 수식으로 얻을 수 있다. 다음으로는 p 를 변화시키면서 기대값을 나타내는 식 (6)의 최대값을 구한다. 만약 구해진 기대값이 이전의 기대값보다 크면 더 큰 기대값을 구하기 위해 n 값을 1만큼 증가시키고 p 를 변화시키면서 새롭게 최대가 되는 기대값을 구하고 비교하는 절차를 반복한다. 만약 기대값이 커지지 않는 경우에는 이러한 추정 절차가 끝나게 된다. 위와 같이 p 와 n 에 대해서 이중 구조를 가진 EM 알고리즘을 적용하므로 2단계 EM 알고리즘이라 명명한다.

4. 실험 결과

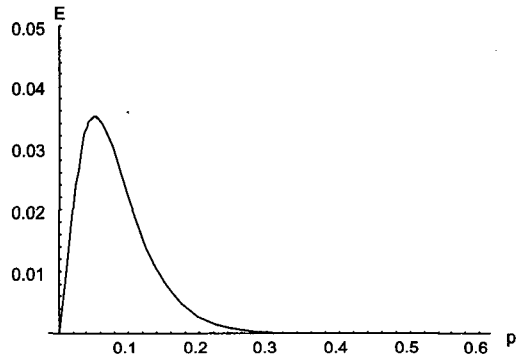
본 연구에서 제안하는 방법을 이용하여 모수를 추정할 경우 모수 추정의 정확성을 파악하기 위하여 동일한 환경에 대한 시뮬레이션을 수행하고 값을 비교하였다. 실험을 위하여 5중 중복 병렬구조로 이루어진 공통원인 고장 부품군에 대하여 초기 고장 확률을 0.0001로 하여 시뮬레이션을 수행하였다. 충격을 17회 발생시켰을 때, 중복 병렬구조 시스템에서 하나 이상의 기기가 고장난 횟수는 평균 4회였다. <표 1>은 시뮬레이션 수행 결과 중 일부(30회)를 나타낸 것이다. 각 괄호 안의 4개 수치는 하나 이상의 기기가 고장난 횟수가 4회가 나올 때까지 고장난 기기의 수를 나타낸 것이다. 30회 중에 17회의 고장상태가 (1, 1, 1, 1)로 나타난 것을 알 수 있다.

<표 1> 하나 이상의 기기고장이 4회 발생했을 때의 고장상태($p=0.0001$, $f(k)=p^{\frac{1}{k}}$)

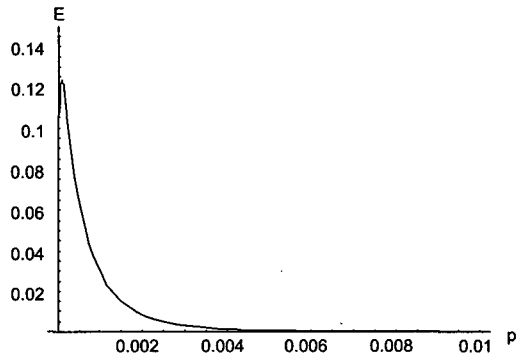
(1, 1, 1, 1),	(1, 1, 1, 1),	(1, 1, 1, 1),	(1, 2, 1, 1),	(1, 1, 2, 1),	(1, 2, 1, 2)
(1, 1, 1, 1),	(1, 1, 1, 1),	(1, 1, 1, 2),	(1, 1, 1, 1),	(1, 1, 1, 1),	(1, 1, 1, 1)
(1, 1, 1, 1),	(1, 1, 1, 1),	(1, 1, 1, 2),	(1, 1, 1, 1),	(2, 1, 1, 1),	(1, 1, 1, 2)
(1, 1, 1, 1),	(1, 1, 1, 2),	(1, 2, 1, 1),	(1, 1, 2, 1),	(1, 1, 1, 1),	(1, 1, 1, 1)
(1, 2, 1, 1),	(1, 1, 1, 1),	(1, 2, 2, 1),	(1, 1, 1, 1),	(1, 1, 1, 1),	(2, 2, 1, 1)

<표 1>에서 알 수 있듯이 $p=0.0001$, 5중 중복 병렬기계의 경우, 하나 이상의 기기가 4회 발생했을 때의 고장상태는 $y=(1,1,1,1)$ 이 대표적인 경우라 할 수 있으므로 이를 실험자료로 하여 추정하였다.

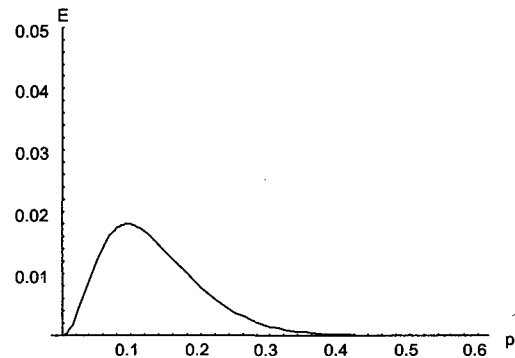
[그림 4], [그림 5], [그림 6]은 충격시 고장 확률과 y 값을 이용하여 초기 고장 확률 p 실제 충격 횟수 n 을 추정하는 과정을 나타낸 것이다. [그림 3]은 추정의 초기 과정으로 $n=4$, $p=0.095$ 로 추정되었을 때, 기대값의 최대값은 0.018임을 나타낸다. [그림 5]에서는 $n=5$, $p=0.051$ 로 추정되었을 때, 기대값의 최대값은 [그림 4]의 경우보다 증가한 0.035이었다. 중간 단계의 그림은 생략하고 마지막 단계의 그림만을 [그림 6]에 나타내었다. [그림 6]에서 보듯이 최종적으로 $n=18$, $p=0.00006$ 으로 추정되었으며, 이 때의 기대값의 최대값은 0.126으로 나타났다. $n=19$ 인 경우에는 기대값이 2.86×10^{-7} 으로 나타났다. 따라서 최종적으로 $n=18$, $p=0.00006$ 으로 추정한 것이다.



[그림 5] $n=5$, $m=5$, $y=(1,1,1,1)$, $p=0.051$, $\max E=0.035$



[그림 6] $n=18$, $m=5$, $y=(1,1,1,1)$, $p=0.00006$, $\max E=0.126$



[그림 4] $n=4$, $m=5$, $y=(1,1,1,1)$, $p=0.095$, $\max E=0.018$

결국, 실제 충격 횟수는 18로 추정되어 시뮬레이션 수행시의 조건인 17을 거의 유사하게 추정하였음을 알 수 있다. 초기 고장을 추정치 $p=0.00006$ 은 시뮬레이션 수행시의 조건인 0.0001과 다소 차이가 있으나 다른 y 값에 비해서는 가장 근사한 추정치를 제공한다.

<표 2>는 y 가 변화할 때, 추정되는 n 과 p 의

변화를 나타낸 것이다. 앞에서 기본 자료로 이용한 $y=(1, 1, 1, 1)$ 에서 $y=(1, 1, 1, 2)$ 로 마지막 고장 횟수가 1만 증가하여도 $n=9$, $p=0.008$ 로 추정되어 큰 차이가 남을 알 수 있다.

<표 2> y 변화에 따른 n , p , $f(k) = p^{\frac{1}{k}}$

$y=(1, 1, 1, 1)$	$n=18$	$p=0.00006$
$y=(1, 1, 1, 2)$	$n=9$	$p=0.008$
$y=(2, 2, 2, 3)$	$n=5$	$p=0.14$

마지막으로 본 연구에서 제안한 충격누적 모형과의 비교를 위하여 충격에 따른 고장 확률을 $f(k) = p^{\frac{1}{k}}$ 로 바꾸어 $p=0.0001$ 일 때 동일한 과정을 적용한 결과를 살펴보자.

<표 3> y 변화에 따른 n , p , $f(k) = p^{\frac{1}{k}}$

$y=(1, 1, 1, 1)$	$n=9$	$p=0.000002$
$y=(1, 1, 1, 2)$	$n=9$	$p=0.000008$
$y=(2, 2, 2, 3)$	$n=5$	$p=0.063$

<표 3>는 충격에 따른 고장 확률을 $f(k) = p^{\frac{1}{k}}$ 로 바꾸어서 동일한 조건의 환경인 $n^+=4$, $m=5$ 인 경우의 y 를 고려하여 n 과 p 를 추정한 것이며, <표 4>는 상기 환경에서의 시뮬레이션 수행 결과 중 일부를 나타낸 것으로 30회의 수행 결과 중 하나 이상의 기기가 고장난 횟수가 4회가 나올 때까지의 결과를 나타낸 것이다. 30회 중에 (1, 1, 1, 1)의 고장상태 1회, (1, 1, 1, 2)의 고장상태 3회, (1, 1, 2, 2)의 고장상태 3회 등 여러 가지 경우가 골고루

나타나며 고장 부품의 수도 상대적으로 크게 나타남을 알 수 있다. <표 3>의 y 를 이용한 n 과 p 의 추정결과를 보면, $y=(1, 1, 1, 1)$ 인 경우, $n=9$, $p=0.000002$ 로 추정되어 $f(k) = p^{\frac{1}{k}}$ 와 같이 고장 확률이 급격히 증가하는 경우, n, p 모두 실제 값보다 작게 추정됨을 알 수 있다.

실제의 자료가 아닌 시뮬레이션 결과와 수식을 비교한 것이므로 어떤 충격누적 모형이 실제 현상을 잘 반영한다고 말하기는 어렵지만 모수 추정의 정확성과 초기 충격이 고장확률에 미치는 영향을 비교해 보면 일반적으로 본 연구에서 제안한 충격누적 모형이 보다 타당하다고 판단된다.

5. 결론 및 향후 연구 방향

본 연구에서는 기존의 BFR모형을 바탕으로 공통원인 고장의 새로운 유형으로 충격의 영향력이 누적되어 가는 경우를 모형화하였다. 또한 관찰 가능한 자료가 불완전하므로 이러한 불완전 자료로부터 모수를 추정하기 위하여 EM 알고리즘을 2단계로 적용하였다.

시뮬레이션으로 얻어진 자료에 대해 추정해본 결과, 충격누적 모형에서 충격의 횟수가 늘어남에 따라 각 부품의 고장확률의 증가도가 상당히 높다는 결론이 내려졌다. 충격시에 부품이 전혀 고장나지 않는 경우가 늘어남에 따라 추정되는 총 고장횟수는 증가하지만 고장확률 또한 증가함으로 인해 고장횟수와 고장확률의 두 요인의 영향력이 균형을 이루는 지점에서 최대의 기대값이 구해지게 된다.

기존의 공통원인 고장 모형으로부터의 추정 결과

<표 4> 하나 이상의 기기고장이 4회 발생했을 때의 고장상태($p=0.0001$, $f(k) = p^{\frac{1}{k}}$)

(1, 1, 1, 3),	(1, 2, 3, 2),	(1, 2, 1, 1),	(1, 1, 3, 1),	(2, 3, 1, 3),	(1, 1, 2, 2)
(1, 1, 1, 1),	(1, 1, 2, 4),	(1, 1, 1, 3),	(1, 1, 2, 1),	(1, 2, 1, 2),	(1, 1, 2, 3)
(1, 1, 2, 3),	(1, 1, 1, 2),	(1, 3, 2, 1),	(1, 1, 3, 2),	(1, 1, 1, 3),	(1, 2, 2, 1)
(3, 1, 2, 2),	(2, 1, 2, 2),	(2, 1, 1, 1),	(1, 2, 2, 2),	(1, 2, 1, 1),	(1, 1, 2, 2)
(4, 2, 2, 2),	(1, 1, 1, 2),	(2, 2, 3, 4),	(2, 1, 1, 2),	(1, 4, 1, 2),	(1, 1, 2, 2)

와 충격누적 모형으로부터의 추정 결과를 비교하여 분석하고자 하는 시스템이 충격의 누적 효과를 가지는지를 판단하여, 공통원인에 대한 방어전략을 수립할 때에 유용한 정보를 얻을 수 있을 것으로 기대된다.

공통원인 고장에 대한 연구는 현실적인 필요에서 시작되었음에도 실제 시스템에 대해 구체적으로 접근하지 못한다는 약점을 지녀왔다. 앞으로 실제 시스템을 바탕으로 공통원인 고장을 유발하는 원인에 대한 방어전략과 함께 불완전한 자료를 체계적으로 분석하는 방법에 대한 연구가 필요하다고 판단된다. 보다 구체적으로는 본 연구에서 제시한 2단계 EM 알고리즘을 대상으로 기대화 단계에서의 일반화된 수식과 최대화 문제의 해를 구하는 체계화된 알고리즘에 대해서 연구를 진행중이다. 또한 가능한 한 실측 자료를 수집하고 그러한 자료를 이용하여 제시된 모형의 타당성을 검증함은 물론 보다 나은 모형을 제시하고자 한다.

참 고 문 헌

- [1] Hong J.S., H.Y. Koo, C.H. Lie, "Joint Reliability Importance of k-out-of-n Systems," *European Journal of Operational Research*, Vol.142(2002), pp.539-547.
- [2] Dorre P., "Basic Aspect of Stochastic Reliability Analysis for Redundancy Systems," *Reliability Engineering and System Safety*, Vol.24(1989), pp.351-375.
- [3] Xing L., "Reliability Analysis of Fault-Tolerant Systems with Common-Cause Failures," *International Conference on Dependable Systems and Networks*, Vol.1 (2003), pp.22-25.
- [4] Hokstad P., *Common Cause and Dependent Failure Modeling*, Elsevier Science Publishers, 1993, pp.411-444.
- [5] Atwood C.L., "The Binomial Failure Rate Common Cause Model," *Technometrics*, Vol.28, No.2(1986), pp.139-148.
- [6] Levitin G., "Incorporating Common-Cause Failures into Nonrepairable Multistate Series-Parallel System Analysis," *IEEE Transactions on Reliability*, Vol.50, No.4(2001), pp. 380-388.
- [7] Vaurio J.K., "Uncertainties and Quantification of Common Cause Failure Rates and Probabilities for System Analyses," *Reliability Engineering and System Safety*, In press(2005).
- [8] Lim T.J., "Analysis of System Reliability with Dependent Repair Modes," *IEEE Transactions on Reliability*, Vol.49, No.2(2000), pp.153-162.
- [9] Bae J.H., E.Y. Lee, "A Repair Policy with Limited Number of Minimal Repair," *Journal of Nonparametric Statistics*, Vol.13, No.2(2001), pp.153-163.