

대도시 대기오염 추세 분석을 위한 새로운 박스모델의 유도

Derivation of New Box Model to Analyze the Air Pollution Trends in a Metropolitan Area

김 석 철* · 조 승 헌¹⁾

볼트환경기술, ¹⁾생명과학평화를위한환경연구소
(2004년 11월 21일 접수, 2005년 5월 28일 채택)

Seogcheol Kim* and Seunghun Joh¹⁾

Boolt Simulation Technology, ¹⁾Environmental Institute for Life and Peace

(Received 21 November 2004, accepted 28 May 2005)

Abstract

A new box model is proposed to describe the dynamic trend of the spatially averaged concentrations of pollutants over a large urban area such as metropolitan Seoul. Being averaged temporally and spatially over a threshold scales, the dynamics of the pollutant concentration becomes simple enough that the governing equation can be expressed in an explicit algebraic form as a function of several meteorological factors and the pollutant emission rate. The single most important meteorological factor is the wind speed dominating the daily variations of the pollutant concentrations. Given the meteorological data from the surface station in the metropolitan Seoul, the model concentration shows excellent agreement with observations from January 1, 1990 to December 31, 2000: the modeling uncertainty, for example, of NO₂ concentrations, defined as mean differences between the model concentrations and observations is 16% of the model concentrations. Even for PM₁₀ of which secondary sources are considered to be very important and simple box model is irrelevant to, the model performance turns out good, modeling uncertainty being about 32%.

Key words : Box model, Air quality model, Spatial and temporal average, Metropolitan Seoul, National air quality monitoring station

1. 서 론

본 연구의 목적은 대도시와 같이 넓은 지역에 적용할 수 있는 단순한 모델을 모색하는 것이다. 대도

시지역에서 관찰되는 대기오염현상은 복잡한 특성을 보이는데, 대기 중 오염물질 농도의 시공간적 변화는 일반적으로 급격하고 불규칙적이다. 이는 대기오염농도를 결정하는 오염배출조건과 미기상학적 환경 등이 일정하지 않기 때문이다. 고정된 위치에서 오염농도의 시간별 변화를 보면, 일반적으로 평균화시간이 긴 자료일수록 오염농도의 변동경향이 더 부드럽다.

* Corresponding author
Tel : +82-(0)11-9380-0135, E-mail: sckim@boolt.co.kr

시간 뿐 아니라 공간에 대한 평균에서도 유사한 효과가 관찰된다. 넓은 영역에 대한 평균오염농도는 대개 한 지점의 농도보다 단순한 변화특성을 지닌다. 시간 및 공간에 대한 평균화 과정은 농도변화의 불규칙성을 완화하게 되며 시공간에 대한 평균오염농도는 보다 단순한 변화특성을 갖게 되므로 단순한 형태의 모델만으로 그 변화를 묘사하는 것이 가능하다.

본 연구에서는 대도시지역의 대기오염농도를 시공간에 대해 평균할 경우 변화특성을 분석하고, 시공간 평균오염농도의 변화를 기술할 수 있는 단순화된 형식의 모델 이론을 모색했다. 시공간에 대한 평균오염농도 모델방정식을 구하기 위해 박스모델(Sportisse, 2001; Seinfeld and Pandis, 1998) 이론을 활용했다. 박스모델은 평균오염농도를 계산하는 대기확산모델의 일종으로 도시지역의 대기오염에 대한 연구에서 사용된 바 있다(Dirks *et al.*, 2003; Jorquera, 2002a, b). 본 연구에서는 기존 박스모델의 이론을 참조하여 일반화된 평균농도 모델방정식을 유도했다. 여기에 단순화 가정을 체계적으로 적용하여 국내 도시지역에 적용하기 위한 박스모델 방정식을 제시했다. 1990년부터 2001년까지 서울지역에 대한 환경부 대기오염 측정망 자료를 사용하여 모델의 적합성을 비교 분석했다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 시공간 평균 대기오염농도에 대한 박스모델을 설명했다. 식의 유도는 부록에 자세히 제시하였다. 오염물질의 생성소멸과 이류확산에 대한 지배 방정식으로부터 단순화 가정을 통하여 기존 박스모델을 일반화시킨 새로운 형태의 박스모델을 유도했다. 3장에서는 서울지역에 대한 실제 오염자료를 토대로 모델의 타당성을 분석했다. 1990년부터 2001년까지 환경부 대기오염 측정망 자료와 기상 측정자료를 사용하여 대기환경기준이 설정된 오염물질별로 모델 오차를 분석했다. 4장에서는 결론을 제시하였다.

2. 박스모델

부록에 제시된 바와 같이, 일정 도시권역에 대한 일평균농도(\bar{C})는 다음과 같이 근사적으로 표현된다.

$$\bar{C} = \frac{\overline{\sigma \frac{q}{H}}}{V + \bar{K} + \bar{K}_p P} + C_B \quad (1)$$

여기서 V 와 P 는 평균 풍속과 강수량으로 박스모델에서 입력변수이다. 식(1)에서 $\sigma \frac{q}{H}$, \bar{K} , \bar{K}_p 그리고 C_B

는 모델상수이다. 모델상수 $\overline{\sigma q/H}$ 는 권역내 오염물질 배출량(q)이 오염농도에 미치는 영향을 나타내는 인자로, 오염물질 배출량(q) 외에 형상계수(σ)와 대기 혼합고(H)에 의해서 결정된다. 모델상수 \bar{K} 는 화학반응에 의한 감소, 혼합고 성장 등에 의해서 도시권역내 오염농도가 희석되는 속도를 나타내며, 풍속이 낮고 강수량이 적을 때 모델농도에 큰 영향을 미친다. $\bar{K}_p P$ 는 습성침적에 의한 농도감소 속도이다. 권역내에서 오염물질 배출이 없을 경우($q=0$), 일평균 농도는 C_B 가 된다. 그러나 박스모델에서 C_B 는 정확하게 배경농도는 아니다. 부록에서 기술한 바와 같이 C_B 는 외부로부터 권역으로 유입되는 오염 농도, 곧 배경농도 외에 화학반응에 의한 저차의 생성 항을 포함한다. 식(1)의 모델상수는 대상영역과 배출특성 및 기상조건 등에 따라 달라지며, 관측농도에 대한 회귀 분석 등의 방법으로 결정해야 한다. 각 모델상수에 대한 정의와 물리적 의미는 부록에 상세히 제시하였다. 기존 박스모델과 비교하여 식(1)은 형상계수(σ)를 포함하고 있다는 점에서 차이가 있다. 기존 박스모델 이론에서는 연직방향으로 균질한 농도를 가정하고 있는데 반해, 형상계수를 도입한 식(1)은 이러한 가정을 필요로 하지 않는다. 따라서 식(1)은 기존 박스모델을 일반화시킨 형태이다. 형상계수가 1일 때 식(1)은 기존 박스모델과 같다. 식(1)로부터 풍속(V) 및 강수량(P)과 더불어 오염배출량(q)을 박스모델의 입력변수로 사용할 수 있는 농도방정식을 구성할 수 있다. 부록에 제시된 방법에 의해 기상인자와 오염인자를 분리하면 다음과 같다.

$$\bar{C} = \frac{\overline{\sigma_0} \overline{q} \overline{H^{-1}}}{V + \bar{K} + \bar{K}_p P} + C_B \quad (2)$$

식(2)에서 $\overline{\sigma_0}$ 는 새로운 모델상수이며, $\overline{H^{-1}}$ 대기 혼합고의 역수를 일평균한 것으로 지역과 계절에 따라 달라지는 기상인자이다.

3. 서울에 대한 모델적용 (1990~2001)

3.1 모델오차

여러 가지 단순화 가정을 거쳐 유도된 식(1)이 실제 대기질 변화를 얼마나 정확하게 묘사할 수 있는지 살펴보기 위해, 1990년부터 2001년까지 서울에 설치된 환경부 대기오염측정망 측정 자료를 토대로 식(1)의 타당성을 분석했다. 기상관측자료 (V, P)는 서울시 송월동 기상대 자료를 사용했다. 모델방정식(1)에서 농도를 결정하는 6개의 변수는 크게 두 그룹으로 구분할 수 있다. 한 그룹은 풍속(V)과 강수량(P)으로, 항상 관측되는 기상변수이다. 농도변화와 관련하여 V와 P의 일변화는 무시될 수 없다. 나머지 그룹은 $\overline{\sigma q/H}$, \tilde{K} , \tilde{K}_p , C_B 이다. 이들 모델 변수는 직접 관측되는 자료가 아니고, 농도 변화와 관련하여 일변화를 무시할 수 있는지 여부가 명확하지 않다. 본 연구에서는 V와 P를 변동하는 모델 입력변수로 간주하고 나머지 변수들은 일정기간 동안 변하지 않는 모델상수로 가정했다. 이러한 관점에서 모델방정식(1)은 일평균농도(\bar{C})를 종속변수로 하고 V와 P가 독립변수인 회귀방정식으로 간주할 수 있다. 모델상수인 $\overline{\sigma q/H}$, \tilde{K} , \tilde{K}_p , C_B 는 회귀방정식(1)이 분석자료를 적절히 표현할 수 있도록 정해지는 회귀계수가 된다. 회귀계수는 잔차의 자승합(L_2)이 최소화되도록 결정

했다.

$$L_2 = \sum_k |\bar{C}_k - C_k^{data}|^2; L_2 \text{을 최소화 함} \tag{3}$$

조건 식(3)을 만족하는 회귀계수 간에는 아래 관계식이 성립한다.

$$\frac{\overline{\sigma q}^{fit}}{H} = \frac{W_3 - W_2 W_4 / N}{W_1 - W_2^2 / N} \tag{4}$$

$$C_B^{fit} = W_4 \frac{1}{N} - \frac{\overline{\sigma q}^{fit}}{H} W_2 \frac{1}{N} \tag{5}$$

여기서 W_1, W_2, W_3, W_4 는 회귀계수 K, K_p 의 함수로 다음과 같다.

$$W_1 = \sum_{k=1}^N \frac{1}{(V^k + K + K_p)^2}$$

$$W_2 = \sum_{k=1}^N \frac{1}{V^k + K + K_p} \tag{6}$$

$$W_3 = \sum_{k=1}^N \frac{C_{data}^k}{V^k + K + K_p}$$

$$W_4 = \sum_{k=1}^N C_{data}^k$$

식(4)~(6)에 의해 정의되는 회귀계수는 반복계산법을 적용하여 구했다. 물리적으로 타당한 회귀계수

Table 1. Monthly best fit parameters averaged over 12 years from 1990 to 2001.

Pollutant	Parameters	Month											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
NO ₂	\tilde{K}	1.82	1.57	1.72	2.12	2.24	2.51	1.88	2.04	1.94	1.92	1.50	1.36
	\tilde{K}_p	0.00	0.00	0.00	0.00	1.74	1.82	0.23	0.42	0.00	0.00	0.00	0.00
	C_B	2.42	2.15	3.24	6.54	8.93	15.8	5.95	8.94	6.45	5.29	2.47	3.29
CO	\tilde{K}	0.79	0.75	0.74	0.96	1.51	1.21	1.03	1.09	0.98	1.10	0.75	0.67
	\tilde{K}_p	0.00	0.00	0.00	0.00	1.46	1.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	C_B	2.55	2.36	2.82	3.96	5.35	6.02	4.50	4.73	5.04	4.18	1.59	2.58
SO ₂	\tilde{K}	0.97	1.08	0.93	1.48	1.66	2.27	1.51	1.57	1.36	1.19	0.87	0.87
	\tilde{K}_p	0.00	0.00	0.00	0.00	3.11	2.56	0.74	1.09	0.00	0.00	0.00	0.00
	C_B	1.67	0.86	2.45	4.26	4.69	4.55	3.66	3.93	3.43	4.49	1.13	1.76
TSP	\tilde{K}	0.90	1.11	1.98	1.69	2.38	1.92	1.22	0.99	1.09	0.94	0.94	0.72
	\tilde{K}_p	0.00	0.00	0.00	0.00	3.82	2.32	1.03	1.52	0.00	0.00	0.00	0.00
	C_B	19.1	18.4	31.8	60.0	36.3	37.8	32.2	26.2	20.1	19.1	17.1	20.9
PM ₁₀	\tilde{K}	0.72	0.83	0.93	1.85	3.73	2.77	0.97	1.17	0.79	1.05	0.84	0.86
	\tilde{K}_p	0.00	0.00	0.00	0.00	4.42	3.34	1.50	1.66	0.00	0.00	0.00	0.00
	C_B	36.1	17.4	58.7	83.6	49.6	43.5	44.8	22.5	11.4	9.22	3.80	31.2

Table 2. Model errors against measurement data (1990 to 2001).

Pollutant	Relative error* (%)		Absolute error (ppb [†] or µg/m ³ †)	
	Average	Maximum	Average	Maximum
	NO ₂	16	25	5.09
CO	16	24	2.35	9.11
SO ₂	20	33	4.06	20.2
TSP	27	46	22.4	71.9
PM ₁₀	32	51	21.9	51.1

*defined as L₂ norm of daily deviations (i.e. errors) divided by monthly average concentration.

†NO₂, CO and SO₂.

‡PM₁₀ and TSP (total suspended particulate).

는 음수일 수가 없으므로, 각 회귀계수가 음수인 경우를 피하도록 반복계산 알고리즘을 구성했다.

회귀계수를 구하는 과정은 2단계로 구성된다. 첫 번째 단계는 1990년 1월부터 2001년 12월까지 각 오염물질별로 회귀계수를 구하는 과정이다. 각 오염물질(CO, NO₂, SO₂, O₃)에 대해서 월별로 4개의 회귀계수가 산출되므로, 1990년부터 2000년까지 11년 동안 오염물질 당 총 528 (= 11 × 12 × 4) 개의 회귀계수가 구해진다. 1997년 7월부터 측정이 시작된 PM₁₀과 1998년 12월 이후 측정이 중단된 TSP의 경우에는 구해진 회귀계수의 숫자가 이보다 작다. 회귀계수를 구하는 두 번째 단계는 오염물질 당 최대 528개에 달하는 회귀계수의 수를 줄이는 과정이다. 모델운용을 위해서는 설정이 필요한 모델상수(여기서 회귀계수)의 숫자가 가급적 적은 것이 바람직하다. 회귀계수 가운데 σ_q/H^{fit} 는 연도별 변화가 큰 배출량을 포함하고 있어 연도별 변동이 큰 반면, 배경오염농도에 해당하는 C_B^{fit}와 기상인자에 의해 영향을 받는 나머지 회귀계수(\tilde{K} , \tilde{K}_p)는 월별 변동은 큰 반면 연도별 변동이 작은 것으로 나타났다. 따라서 회귀계수 C_B^{fit}, \tilde{K} , \tilde{K}_p 의 연도별 변동을 무시했다. 1990년부터 2001년까지 각 월에 대해 C_B^{fit}, \tilde{K} , \tilde{K}_p 의 평균을 취하여 고정시킨 후, σ_q/H^{fit} 와 C_B^{fit}만이 매년 그리고 매월 변동하는 회귀계수로 간주하여 회기분석을 다시 수행했다. 최종 회귀계수와 회귀편차는 각각 표 1과 2에 제시하였다.

표 2에서 모델 오차는 월평균 잔차(L2-norm)를 월평균농도에 대한 백분율로 나타낸 것이다. NO₂와 CO에 대한 모델 오차는 평균 16%이다. SO₂와 TSP

Table 3. Correlation coefficients between model calculations and measurement data (1990 to 2001).

Year	Correlation coefficient				
	NO ₂	CO	SO ₂	TSP	PM ₁₀
1990	0.83	0.85	0.91	0.63	
1991	0.82	0.88	0.91	0.74	
1992	0.79	0.89	0.92	0.70	
1993	0.74	0.88	0.92	0.63	
1994	0.80	0.87	0.88	0.64	
1995	0.79	0.88	0.87	0.63	
1996	0.57	0.67	0.75	0.53	
1997	0.81	0.86	0.81	0.64	
1998	0.77	0.86	0.81	0.57	0.57
1999	0.79	0.87	0.80	0.47	0.48
2000	0.76	0.84	0.72	0.63	0.53
2001	0.78	0.83	0.81	0.62	0.55

는 각각 20, 27%이다. 모델 오차가 가장 큰 오염물질은 PM₁₀으로 평균 32%이다. NO₂, SO₂, CO의 경우 모델 오차가 분석기간 동안 고른 분포를 보이는 반면, TSP와 PM₁₀의 경우 연도별로 모델 오차의 변화가 상대적으로 크다. PM₁₀의 경우 최대 모델 오차가 51%로 평균 모델 오차의 2배에 육박했다. 모델식(1)에서 일평균 농도에 가장 큰 영향을 미치는 인자는 풍속(V)이다. 강수(P)는 풍속에 비해 농도에 미치는 영향이 작다. 그 결과, 강수를 전혀 고려하지 않은 모델(즉, P=0으로 고정한 경우)에 비해서 강수를 고려할 때의 모델 오차가 거의 비슷한 것으로 나타난다. 일평균 농도변동에 가장 중요한 영향을 미치는 풍속에 대해서 오염 농도의 산포도를 그림 1-5에 나타냈다.

그림 1-5에서 실선은 강수에 의한 농도변화를 고려하지 않은 모델 곡선으로, 식(1)에서 P=0인 경우에 해당한다. 모델곡선으로부터 관측자료의 퍼짐정도, 곧 편차는 모델 오차에 해당한다. 이러한 편차의 발생요인은 관측오차와 모델오차에 의한 것으로 구분할 수 있다. 관측오차가 무작위로 발생한다고 가정할 때, 모델곡선에 대한 관측결과의 편향성은 모델오차에 기인한다. 모델방정식에서 모델 상수는 매월 일정한 것으로 가정하였으나, 실제로는 기상 및 배출조건에 따라 끊임없이 변동한다. 모델 상수의 변동량이 평균치와 비교하여 클수록 관측농도는 모델곡선으로부터 멀리 흩어진다. 즉 실제 모델상수의 변동이 클수록 모델 곡선에 대한 관측자료의 분산도는 증가한

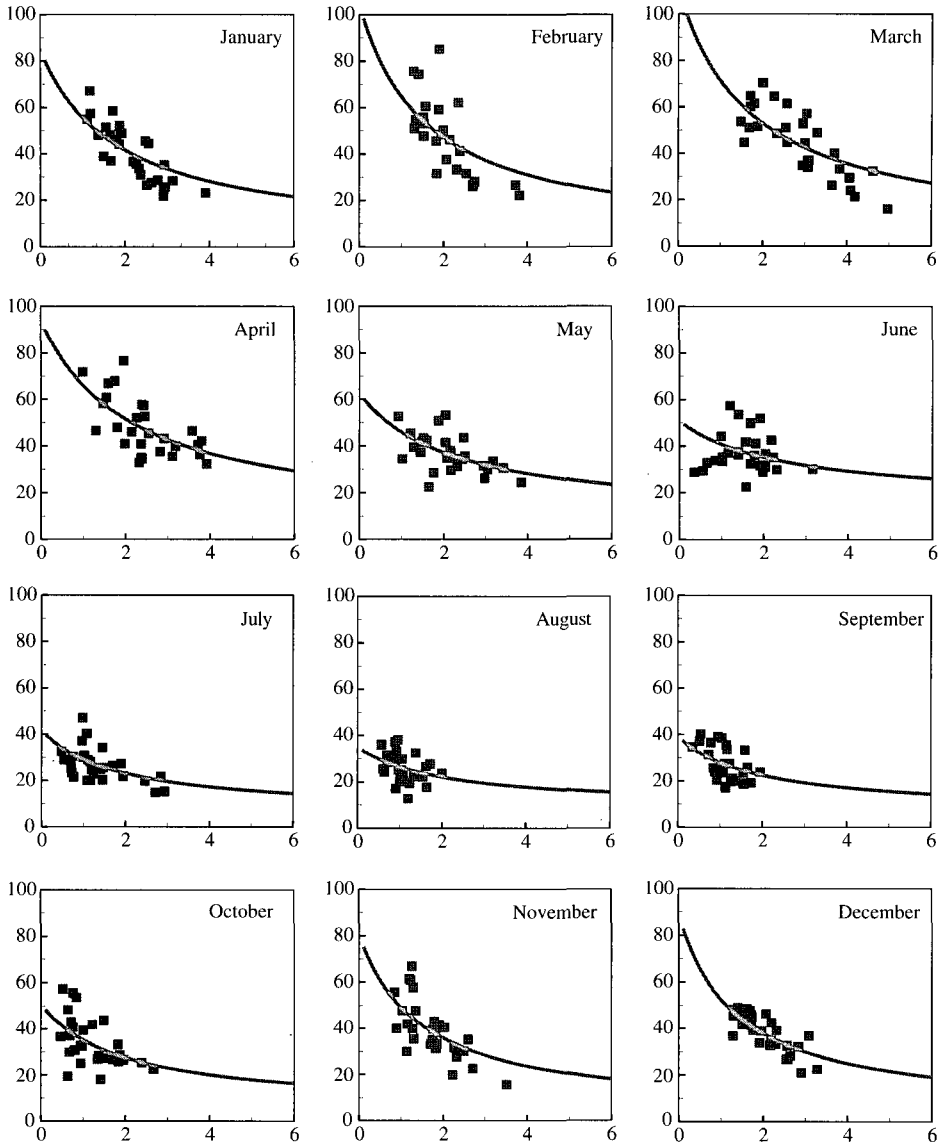


Fig. 1. Daily NO_2 concentrations (in ppb) versus daily average wind speeds in 2001: solid lines from box model, squares from MOEAQS (Ministry of Environment Air Quality Station) measurement.

다. 오염물질에 따라 퍼짐정도에 차이가 있다. NO_2 , CO , SO_2 의 경우(그림 1-3) 모델곡선 주변으로 관측 농도가 상대적으로 집중하는 반면, TSP(그림 4)와 PM_{10} (그림 5)의 경우 모델곡선으로부터 관측농도의 분산도가 크다.

오염물질의 종류와 무관하게 모델의 상대오차는

오염농도가 낮은 여름철에 비해서 오염농도가 높은 겨울철이 낮다. 그러나 모델의 절대오차의 경우, 4월과 10월에 약간 큰 경향이 있으나 전반적으로 계절별 차이는 미미하다. 풍속 변동이 크고 오염배출이 많을수록 모델의 상대오차는 감소하는 것으로 분석된다. 표 3은 각 오염물질에 대해서 연도별로 계산한

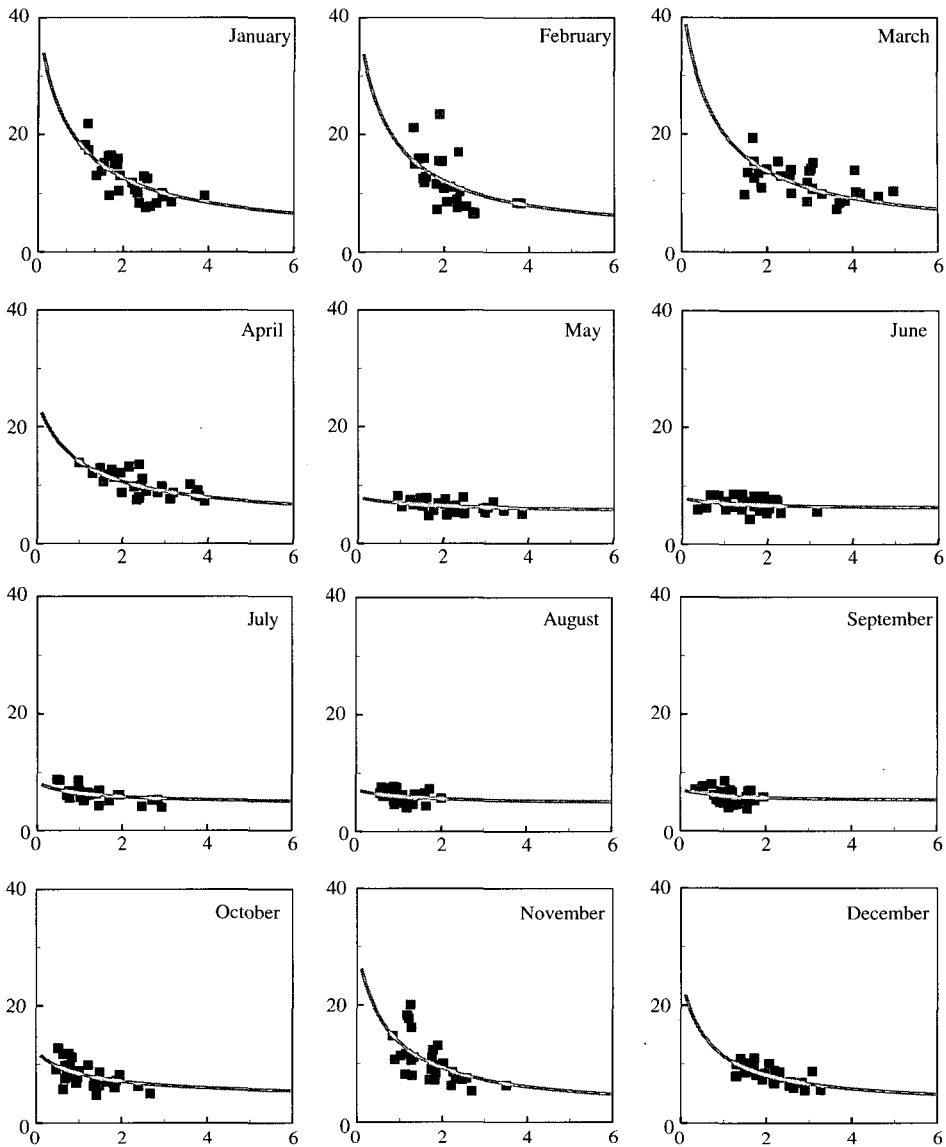


Fig. 2. Daily CO concentrations (in ppb) versus daily average wind speeds in 2001: solid lines from box model, squares from MOEAQS (Ministry of Environment Air Quality Station) measurements.

모델농도와 관측농도간의 상관계수이다. 1990년 1월 1일부터 2001년까지 12월 31일까지 연도별로 구분하여 각 오염물질에 대해서 일평균 관측농도와 모델농도 간의 상관계수를 계산한 결과이다. 표 1과 3을 비교해 보면, 모델오차가 낮은 NO₂, CO, SO₂의 경우에는 상관계수가 큰 반면 모델오차가 높은 TSP와

PM₁₀의 경우에는 상관계수가 작다. 월별 모델오차와 연도별 상관계수는 모델링정확도를 나타내는 일관성 있는 지표로 판단된다. NO₂, CO, SO₂의 경우 모든 연도에서 모델과 관측결과가 높은 상관성을 보이는 반면(연평균 상관계수가 0.8 이상), TSP와 PM₁₀의 경우 상관성은 상대적으로 낮다(PM₁₀의 경우 평균상관계

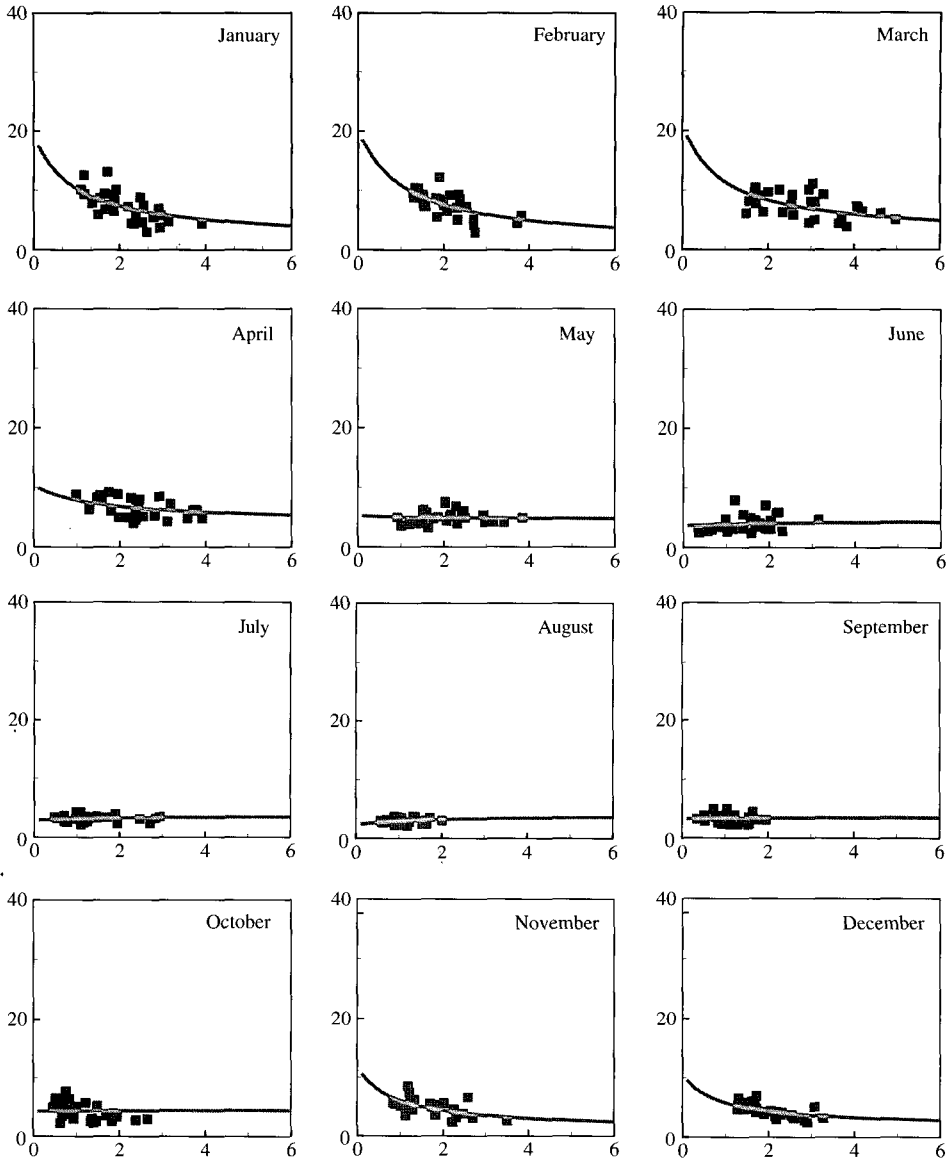


Fig. 3. Daily SO₂ concentrations (in ppb) versus daily average wind speeds in 2001: solid lines from box model, squares from MOEAQS (Ministry of Environment Air Quality Station) measurements.

수는 0.6 이하). 1992년과 1993년 SO₂의 경우 모델과 관측결과의 상관계수가 0.92로 가장 높았고, 가장 낮은 상관계수는 1999년 TSP 농도에 대한 상관계수로서 0.47이다. 평균적으로 상관계수가 가장 높은 오염물질은 SO₂이고, 가장 낮은 물질은 PM₁₀이다.

그림 6-10은 1990년부터 2001년까지 연도별로

각 오염물질별로 모델농도와 관측농도의 산포도이다. 12년간의 분석 자료를 연도별로 비교해보면 대체로 비슷하다. 그러나 상관계수가 가장 낮은 1996년은 특이한 경향이 나타난다. 다른 모든 년도에서 높은 상관성을 보이는 NO₂, CO, SO₂에 대해서도 1996년의 상관계수는 모두 낮다. 모든 오염물질에 대해서

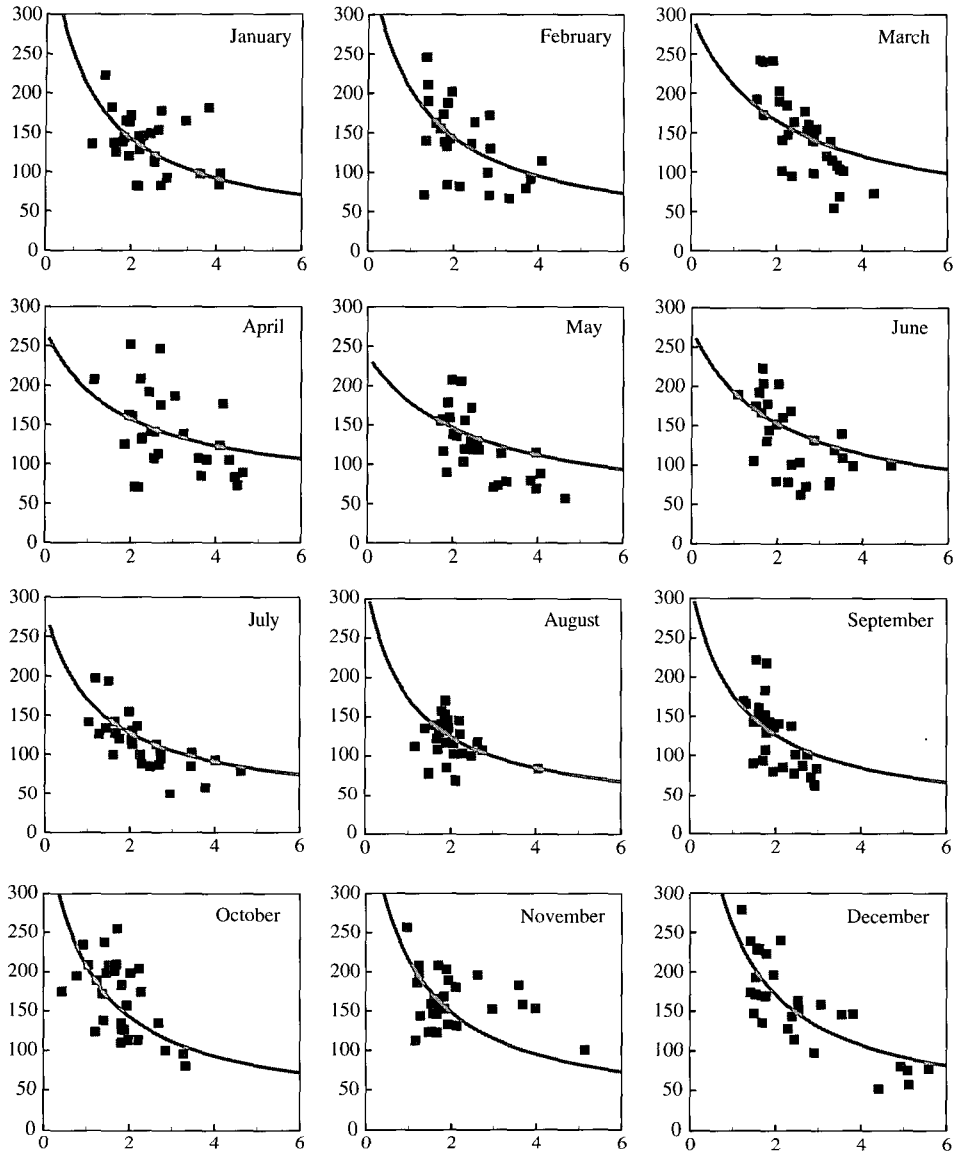


Fig. 4. Daily TSP (total suspended particulate) concentrations (in $\mu\text{g}/\text{m}^3$) versus daily average wind speeds in 1990: solid lines from box model, squares from MOEAQS (Ministry of Environment Air Quality Station) measurements.

자료의 분산도가 동일하게 증가한 이유가 명확하지 않으나, 각 오염물질에 대한 모델상수의 변동에 공통적으로 기여하는 기상요인이나 배출조건이 1996년 동안 발생했을 것으로 추측된다. 1996년 사례는 대기오염현상에 밀접한 영향을 미치는 기상 및 배출조건이 연년과 특이하게 다르게 발생하는 연도

가 앞으로라도 있을 수 있음을 암시한다. 이런 경우 박스모델의 오차는 다른 연도에 비하여 증가하므로, 여기에 대해서는 보다 분명한 원인규명이 필요하다.

1990년부터 2001년까지 12년간의 서울 자료에 대한 이상의 분석결과를 종합하면, C_{B}^{R} , \tilde{K} , \tilde{K}_p 를 월별 모델상수로 하는 박스모델식인 식 (1)은 NO_2 , CO ,

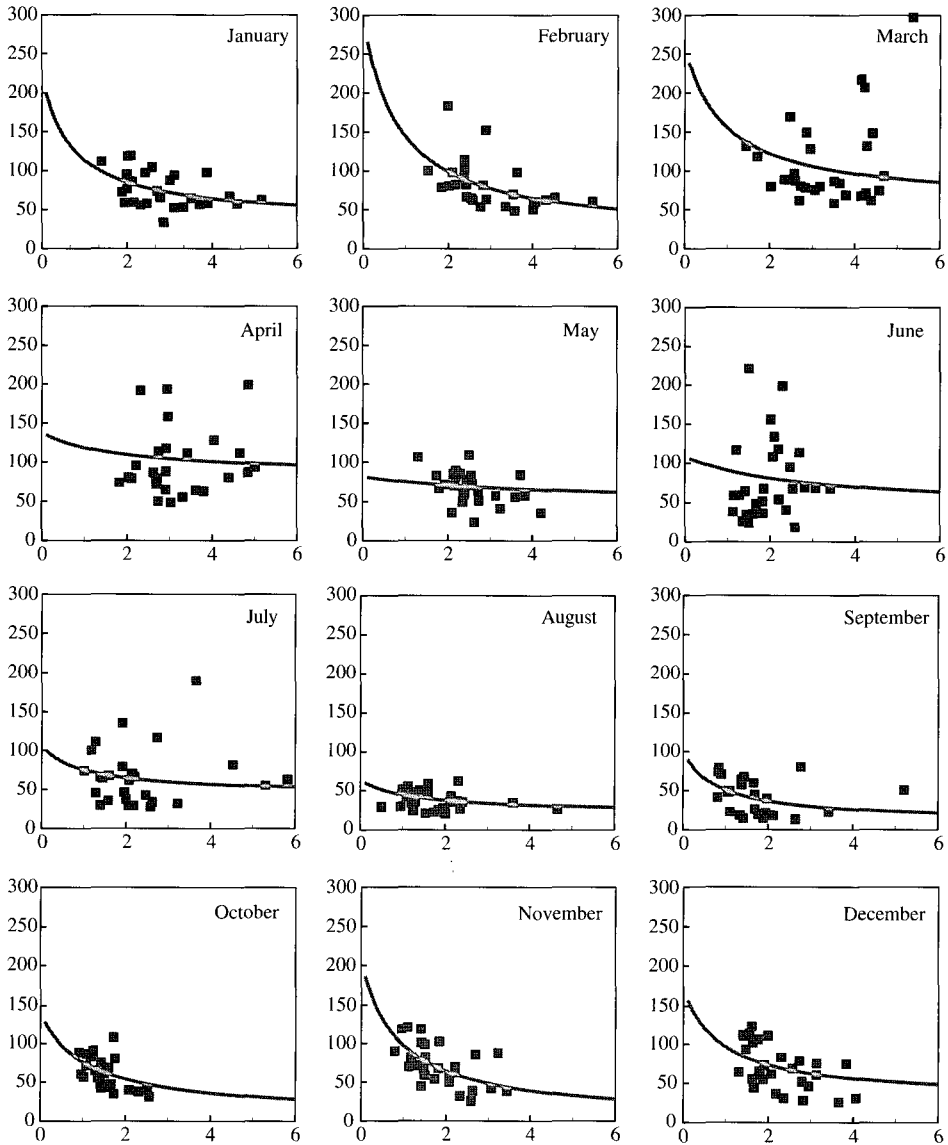


Fig. 5. Daily PM_{10} concentrations (in $\mu g/m^3$) versus daily average wind speeds in 2000: solid lines from box model, squares from MOEAQS (Ministry of Environment Air Quality Station) measurements.

SO_2 의 농도변화를 잘 묘사한다. 이에 반하여 TSP와 PM_{10} 에 대해서는 모델링 정확도가 상대적으로 낮는데, 특히 여름철 PM_{10} 모델링 정확도는 현저히 낮다. 그림 5의 여름철(6, 7월) 결과를 보면, 박스모델은 실제 PM_{10} 농도변화를 제대로 표현하지 못한다. 화학반응에 의한 2차 생성과정이 큰 비중을 차지하는 경우

로 모델상수 C_B^{fit} 의 변동이 클 때, 식(1)의 정확도는 빈약해진다. PM_{10} 의 경우, 2차 생성 메카니즘은 농도에 큰 영향을 미친다. 그러나 2차 생성이 큰 영향을 미친다고 해서 반드시 박스모델이 부정확한 것은 아니다. NO_2 의 경우 화학반응에 의한 생성/소멸과정(NO 로부터 전화되는 과정이나 그 반대 과정)이 NO_2

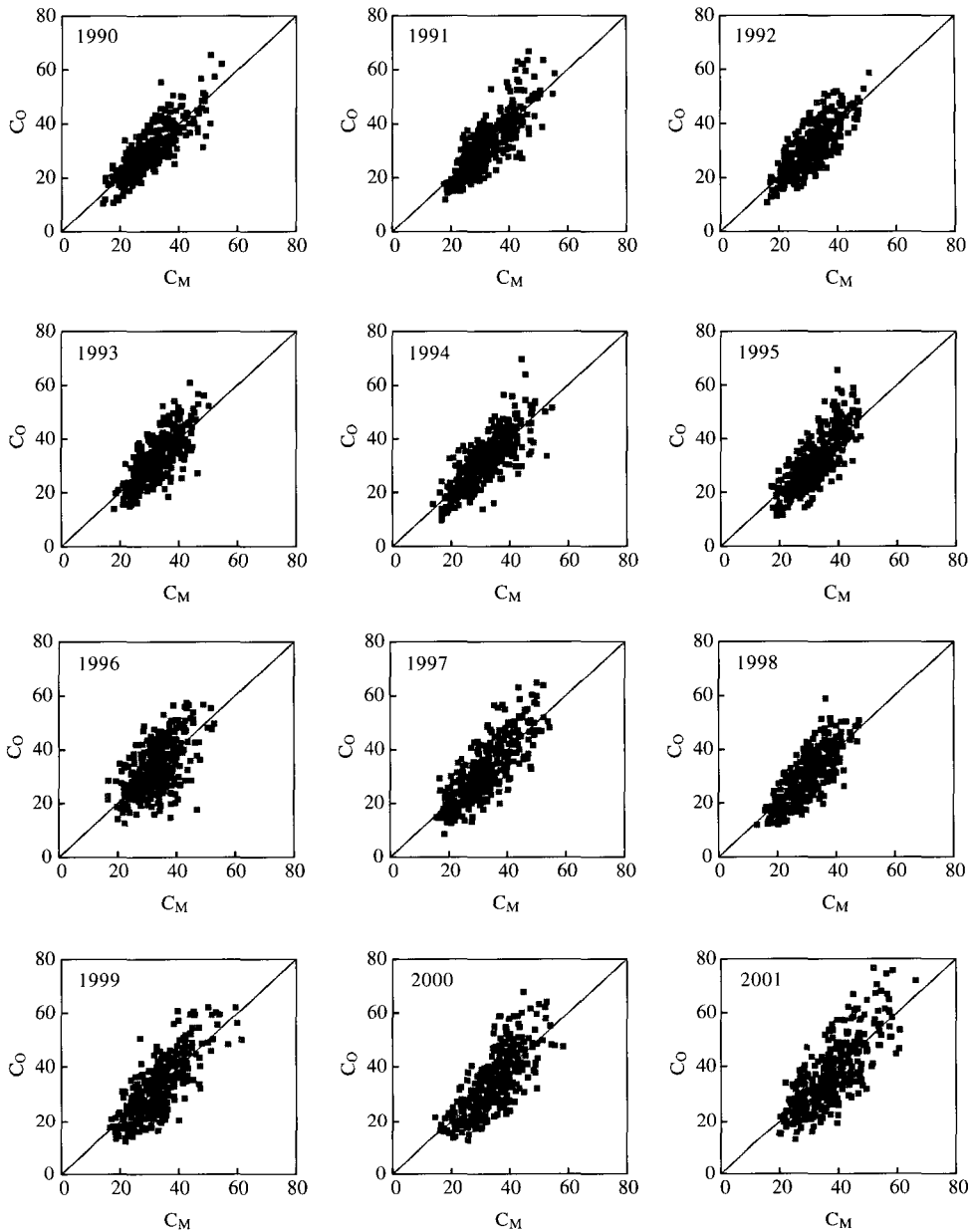


Fig. 6. Scatter diagram of model concentration (C_M , in ppb) and measurements (C_O) for daily NO_2 averages from 1990 to 2001.

농도에 미치는 영향이 큼에도 불구하고, NO_2 에 대한 박스모델의 정확도는 CO 나 SO_2 와 유사하게 높기 때문이다. 즉 NO_2 의 경우 2차 생성 메커니즘이 큰 비중을 차지함에도 불구하고, C_B^{fit} 의 변동은 크지 않

다. PM_{10} 과는 달리, 입경이 큰 먼지입자를 포함하는 TSP의 경우에 대기 중 TSP 농도에 영향을 주는 요인 가운데 2차 생성 메커니즘은 중요하지 않은 것으로 알려져 있다. 그럼에도 불구하고 TSP에 대한 박

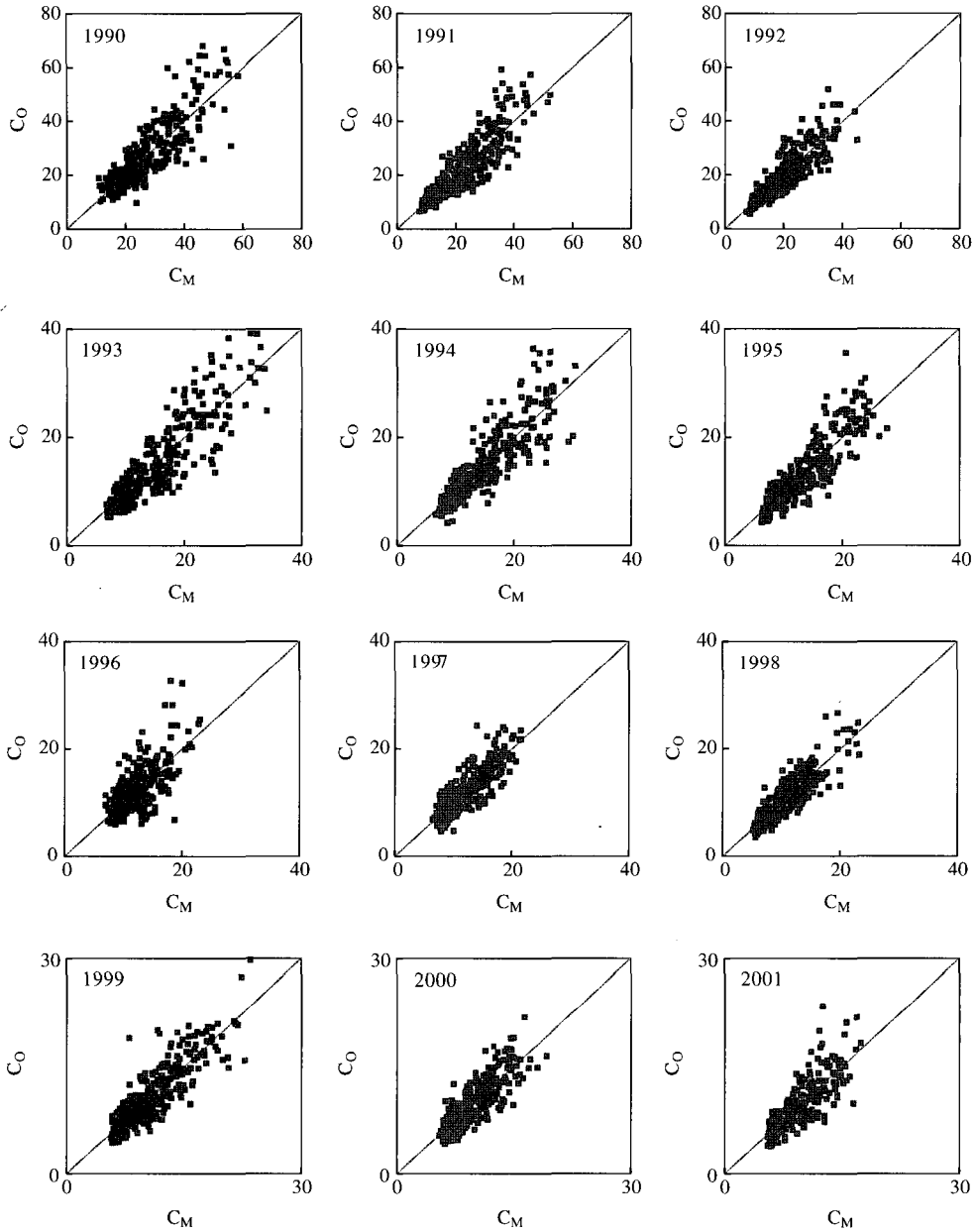


Fig. 7. Scatter diagram of model concentration (C_M , in ppb) and measurements (C_O) for daily CO averages from 1990 to 2001.

스모델의 정확도는 PM_{10} 에 비해서 또렷이 높지 않을 뿐 아니라, NO_2 , CO , SO_2 에 비해서 상당히 낮은 편이다. TSP(그리고 PM_{10})의 경우 화학반응에 의한

2차 생성 외의 배출요인(예, 도로 재비산)이 식(1)과 월별 모델상수 가정에 적합하지 않은 것으로 추측된다. 표 1에서 TSP와 PM_{10} 에 대한 C_B 를 비교하면,

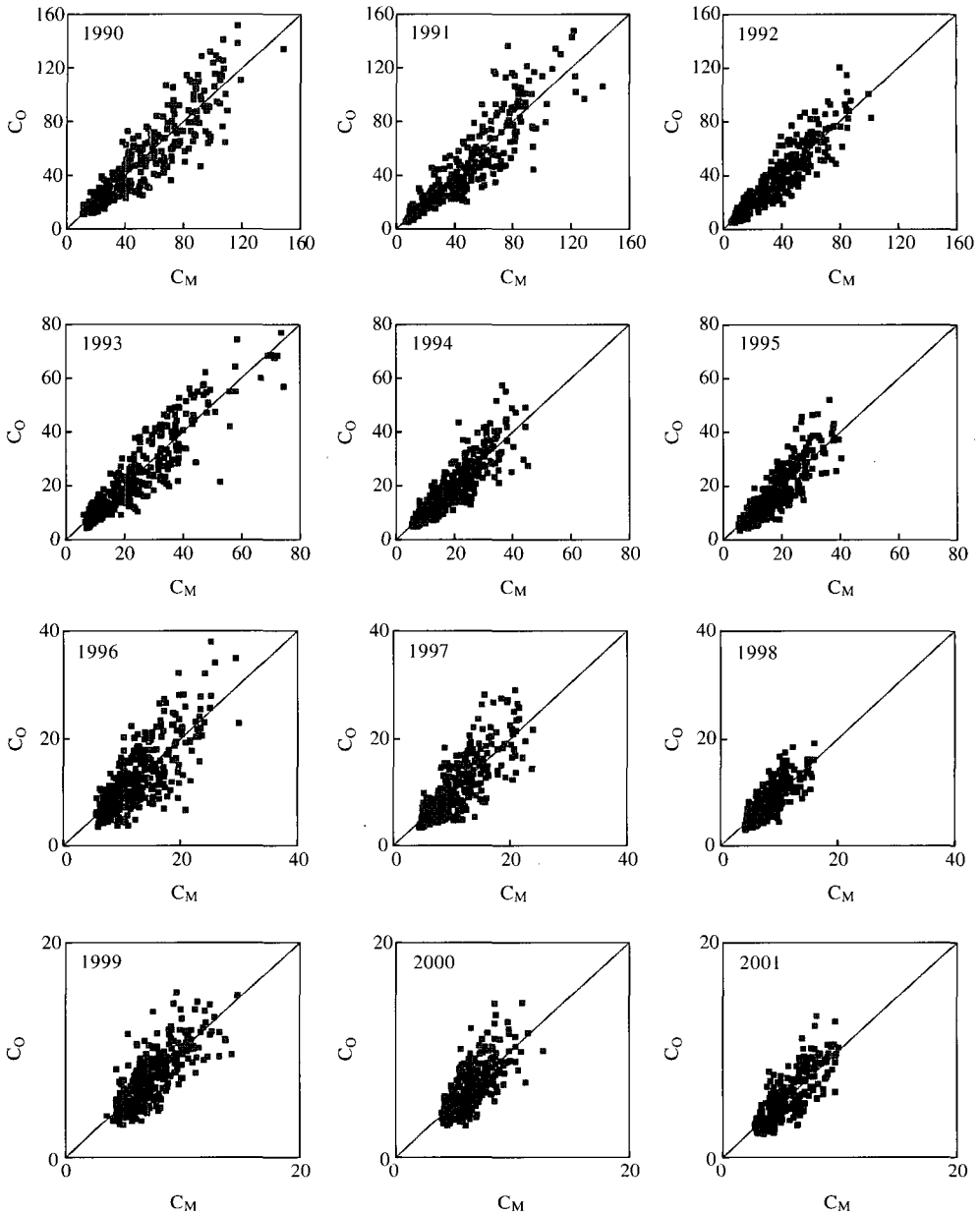


Fig. 8. Scatter diagram of model concentration (C_M , in ppb) and measurements (C_O) for daily SO_2 averages from 1990 to 2001.

PM_{10} 에 대해서 오히려 더 높게 나타난다. 이러한 모순은 TSP와 PM_{10} 에 대해서 박스모델의 정확도가 떨어진다는 점을 나타내는 것이다. 그림 11-15는 각 오염물질별로 일평균농도에 대해서 모델과 관측의

시계열 변화를 표시한 것이다.

3.2 시나리오분석용 서울박스모델

풍속 (V)과 강수량 (P)뿐 아니라 오염배출량 (q)을

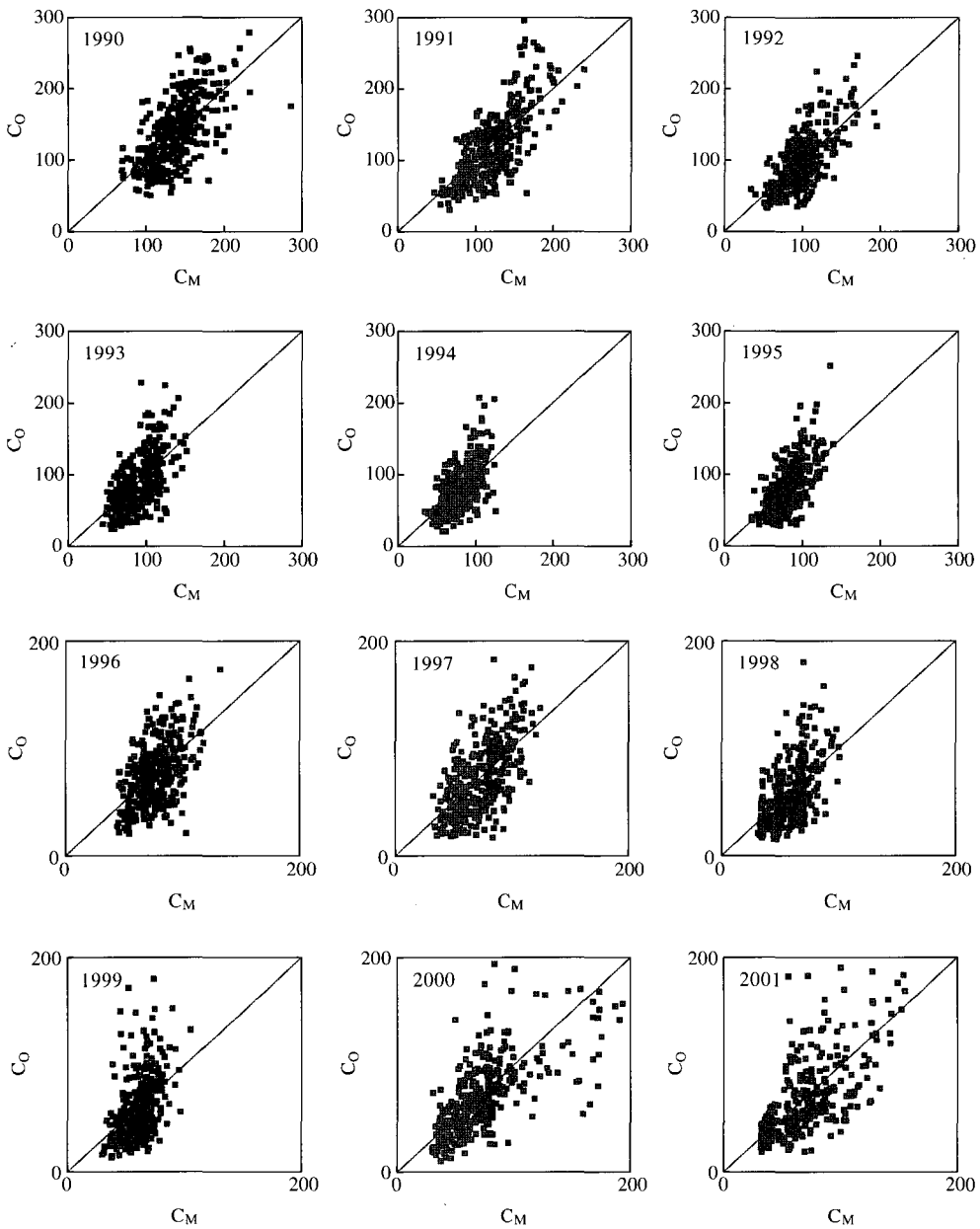


Fig. 9. Scatter diagram of model concentration (C_M , in $\mu\text{g}/\text{m}^3$) and measurements (C_0) for daily TSP averages from 1990 to 2001.

독립적인 입력변수로 박스모델을 사용해야 하는 경우가 있다. 기후변화와 관련한 연구에서 오염 감축 시나리오 분석이 그 일례다. 이 경우 오염 감축 형태

별로 대기오염 변화를 분석하게 된다. 이런 목적을 위해서 오염배출량(q)과 기상인자($\overline{1/H}$)가 분리된 형태의 박스모델 방정식 (2)가 적합하다. 오염배출량이

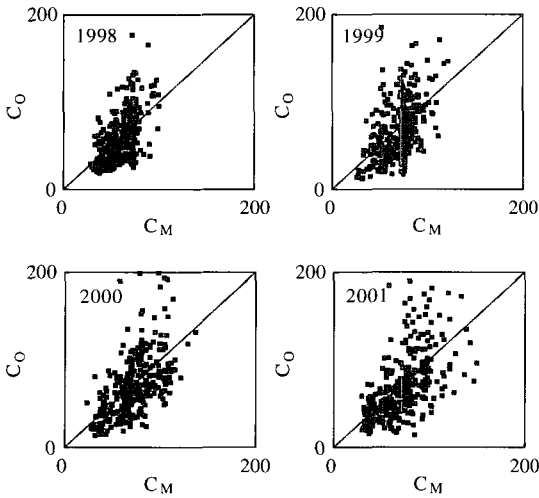


Fig. 10. Scatter diagram of model concentration (C_M , in $\mu\text{g}/\text{m}^3$) and measurements (C_0) for daily PM_{10} averages from 1998 to 2001.

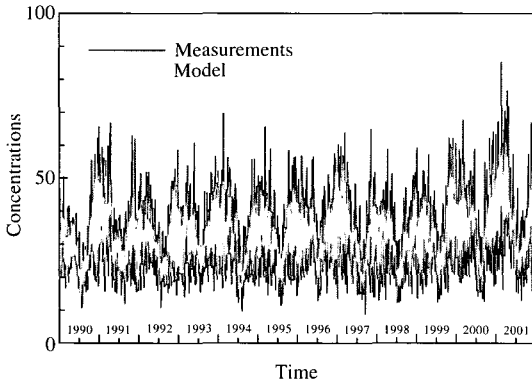


Fig. 11. Temporal change of daily average NO_2 concentration (in ppb) from 1990 to 2001: black (red) line from MOEAQS measurements, white (gray) line from model.

독립변수로 분리된 모델방정식을 사용하기 위해서는 대기혼합고가 필요한데, 서울지역의 경우 대기혼합고에 대한 정기 관측자료가 없다. 본 연구에서는 시간별 대기혼합고를 구하기 위해 Carson (1973)이 제안하고 Weil and Brower (1983)에 의해 수정된 대기혼합고 성장모델을 사용했다. 대기혼합고 성장모델에 필요한 온위의 연직분포는 경기도 오산의 상층기상

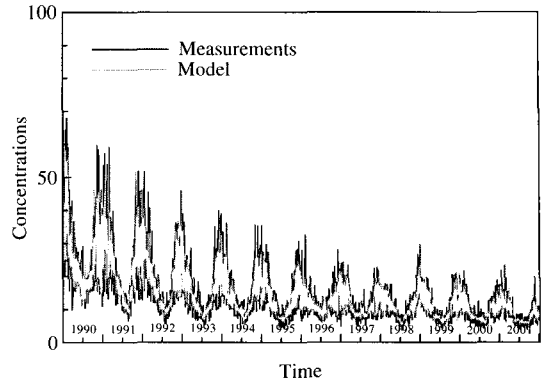


Fig. 12. Temporal change of daily average CO concentration (in ppb) from 1990 to 2001: black (red) line from MOEAQS measurements, white (gray) line from model.

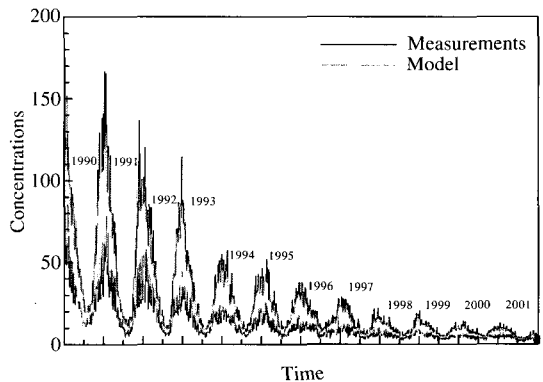


Fig. 13. Temporal change of daily average SO_2 concentration (in ppb) from 1990 to 2001: black (red) line from MOEAQS measurements, white (gray) line from model.

자료로부터 계산했다. 표 4는 2000년 서울의 월별 오염물질 배출량을 나타낸 것이다. 배출량은 산업부문별 에너지 사용량과 배출계수로부터 계산했다(조승현 외, 2002).

형상계수(σ_0)는 대기혼합고($\overline{1/H}^{-1}$)와 오염배출량(\bar{q})으로부터 다음과 같이 계산한다.

$$\sigma_0 = \sigma \frac{\bar{q}}{H} / (\bar{q} \overline{1/H}) \quad (7)$$

표 5에 NO_2 , SO_2 , PM_{10} 에 대한 형상계수를 제시하

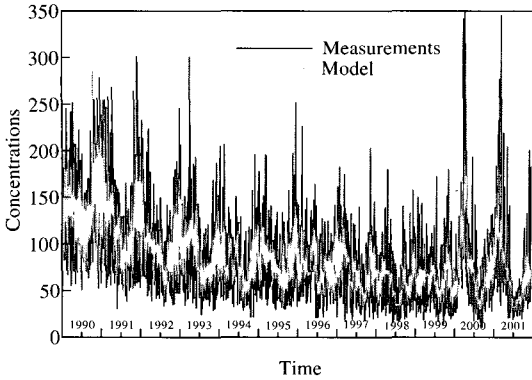


Fig. 14. Temporal change of daily average TSP concentration (in $\mu\text{g}/\text{m}^3$) from 1990 to 2001: black (red) line from MOEAQS measurements, white (gray) line from model.

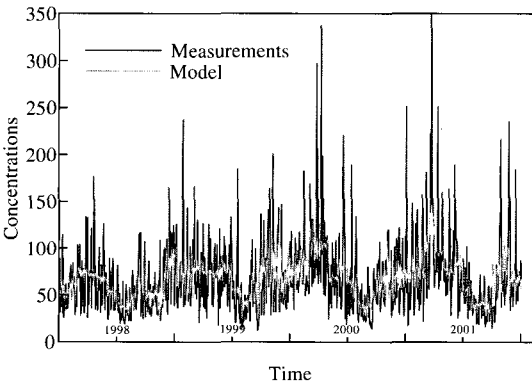


Fig. 15. Temporal change of daily average PM_{10} concentration (in $\mu\text{g}/\text{m}^3$) from 1998 to 2001: black (red) line from MOEAQS measurements, white (gray) line from model.

였다. 각 오염물질에 대한 형상계수를 비교하면, SO_2 와 NO_2 형상계수는 상대적으로 크기가 비슷한데 반해 PM_{10} 형상계수는 이들 계수보다 10배가량 높다. PM_{10} 의 형상계수가 SO_2 와 NO_2 에 비해 특히 높은 것은 표 4의 PM_{10} 배출량이 실제보다 작기 때문인 것으로 추측된다. 표 4에 제시된 PM_{10} 배출량은 연료 사용량에 배출계수를 곱한 것으로, 여기에는 화학반응이나 도로비산에 의한 배출은 고려되지 않는다. 따라서 식 (7)에 과소평가된 배출량이 적용될 경우 형상계수는 크게 높아진다. 배출량자료와 대기혼합고

Table 4. Monthly average emission rates of the metropolitan Seoul area in year 2000 (Joh et al., 2003).

Month	Emission		
	NO_2 (kg/month)	SO_2 (kg/month)	PM_{10} (kg/month)
January	7550210	2112003	608671
February	8154775	1999045	609256
March	7638105	1549234	598131
April	6617466	972819	525873
May	6619102	965346	540940
June	5621652	590329	469192
July	5638565	576902	452360
August	5708697	670606	446464
September	6047156	994758	477510
October	5950834	1374204	480434
November	7757754	2007391	586149
December	8931836	2338092	689284

Table 5. shape factors estimated from year 2000 data.

Month	σ				
	$\sigma_{\text{ON}}(\text{NO}_2)$	$\sigma_{\text{OS}}(\text{SO}_2)$	$\sigma_{\text{OP}}(\text{PM}_{10})$	$\frac{\sigma_{\text{ON}}}{\sigma_{\text{OS}}}$	$\frac{\sigma_{\text{OP}}}{\sigma_{\text{OS}}}$
January	0.1209238E-02	0.5918551E-03	0.1335698E-01	2.04	22.57
February	0.1459268E-02	0.1255600E-02	0.3085731E-01	1.16	24.58
March	0.1963838E-02	0.1148954E-02	0.2691720E-01	1.71	23.43
April	0.1556487E-02	0.6157362E-03	0.1291187E-01	2.53	20.97
May	0.1858258E-02	0.6401850E-03	0.1996523E-01	2.90	31.19
June	0.1022831E-02	0.4370447E-03	0.2259201E-01	2.34	51.69
July	0.1519890E-02	0.7193592E-03	0.1399328E-01	2.11	19.45
August	0.7549885E-03	0.9826935E-04	0.9429650E-02	7.68	95.96
September	0.1038505E-02	0.2704175E-03	0.1170656E-01	3.84	43.29
October	0.1041871E-02	0.2124867E-03	0.1650592E-01	4.90	77.68
November	0.1035093E-02	0.4752437E-03	0.1927838E-01	2.18	40.57
December	0.9113468E-03	0.4187175E-03	0.1051816E-01	2.18	25.12

자료가 부정확할 경우 식 (7)로부터 산출된 형상계수 또한 신뢰도가 낮아진다. 배출량자료와 (모델로부터 계산된) 대기혼합고에는 상당한 오차가 포함될 수 있기 때문에 형상계수의 불확실성 또한 크다. 보다 합리적으로 형상계수를 결정하기 위해서 향후 연구가 필요하다. 형상계수가 결정된 박스모델식인 식 (2)는 월별배출량과 일평균풍속 및 강수량을 각각 독립적인 입력인자로 해서 서울지역의 일평균오염농도를 산출한다.

미래의 대기오염 시나리오를 분석할 때와 같이 기상인자가 고정될 경우 박스모델식은 더욱 단순화된다. 미래에 대한 시나리오를 분석하는 경우 정확한 기상조건을 알 수가 없기 때문에 과거 기상자료를

Table 6. Meteorological coefficients (C1) and relative model errors in monthly average concentration for year 2000.

	NO ₂		SO ₂		PM ₁₀	
	CI (× 10 ⁻⁵)	Rel. error	CI (× 10 ⁻⁵)	Rel. error	CI (× 10 ⁻⁴)	Rel. error
January	0.439	0.001	0.267	0.009	0.651	0.002
February	0.408	0.017	0.397	0.001	0.105	0.000
March	0.468	0.004	0.329	0.001	0.769	0.047
April	0.437	0.001	0.198	0.004	0.384	0.033
May	0.433	0.008	0.168	0.012	0.348	0.017
June	0.371	0.008	0.165	0.009	0.756	0.008
July	0.353	0.001	0.183	0.002	0.416	0.031
August	0.224	0.006	0.313	0.014	0.327	0.010
September	0.375	0.020	0.118	0.018	0.648	0.001
October	0.533	0.006	0.140	0.010	0.115	0.008
November	0.485	0.001	0.280	0.002	0.115	0.004
December	0.438	0.014	0.236	0.001	0.595	0.021

이용하게 된다. 이 때 미래의 기상환경이 과거와 비슷할 것이라는 가정을 적용한다. 2000년도 서울의 기상관측자료를 토대로 모델의 기상인자를 고정시키면 다음과 같은 박스모델 방정식을 얻는다.

$$\bar{C} = M\bar{q} + C_B \tag{8}$$

식(8)에서 C_B는 표 1에서 제시된 배경농도이며, M은 월별 기상조건 함수로 다음과 같다.

$$M = \bar{\sigma}_0 \overline{1/H} \left(\frac{V}{\Delta x} + K + K_p \right)^{-1} \tag{9}$$

표 6은 2000년 서울기상자료로부터 계산한 M 값이다. 기상인자가 고정된 박스모델에서 평균농도는 오염배출량(q)의 1차 함수로 표시된다. 즉, 각 오염물질 당(12개월에 대한) 12개의 대수방정식으로 박스모델은 완성된다.

4. 결 론

공간 및 시간에 대해 평균화된 대기오염농도를 묘사하기 위한 새로운 박스모델을 제시했다. 오염물질에 대한 확산방정식으로부터 배출원이 밀집한 도시지역에 일반적으로 적용 가능한 모델방정식을 유도했다. 1990년 1월 1일부터 2001년 12월 31일까지 서울시내 환경부 대기오염측정망 자료를 토대로 모델

오차를 평가했는데, 결론은 다음과 같다.

1. 급격한 변화를 나타내는 순간 대기오염농도와 달리, 적절한 크기 이상의 공간 및 시간에 대한 평균 오염농도는 상대적으로 그 변화가 단순해지는 경향이 있다. 그 결과 일평균오염농도에 대해 단순한 대기질모델을 구성할 수가 있었다.

2. 박스모델의 인자는 하루 단위로 변하는 단기인자와 한 달 단위로 변화하는 장기인자로 구성된다. 일평균 모델농도 변동에 주도적인 영향을 미치는 인자는 풍속으로 나타났다. 반면, 강우에 의한 침적효과와 장기인자가 농도변동에 미치는 영향은 상대적으로 작았다.

3. 일평균 NO₂ 및 CO 농도에 대한 모델오차는 평균 16%로 나타났다. SO₂에 대해서는 20%, TSP에 대해서는 27%로 나타났다. PM₁₀의 경우 모델오차는 32%였다. 종합적으로, 오존을 제외한 환경기준 오염물질에 대해서 새로운 박스모델은 높은 정확도를 보였다.

4. 본 연구에서 제시한 박스모델은 일정영역에 대한 평균오염농도를 계산하는 대기질모델로 정책연구나 도시계획 혹은 실시간 평균오염도 예측에 활용 가능할 것이다. 본 연구에서 제안하는 모델은 구조가 단순하여 사용이 용이하고 계산시간이 짧다. 1990년 1월 1일부터 2000년 12월 31일까지 일평균농도변화를 모델링하는 데 PC(Pentium IV, 1.2 GHz)에서 27초 소요되었다.

배출원자료의 해상도가 점차 높아지고 오염현상에 대한 분석결과가 축적되면서 대기오염현상을 정교하게 모델링하고자 하는 시도가 활발해지고 있다. 컴퓨터의 성능향상과 더불어 대기오염모델링은 많은 계산량이 요구되는 고해상도 시뮬레이션을 지향하는 추세이다. 도시지역의 복잡한 오염현상을 세밀하게 묘사하기 위해서는 모델도 그만큼 복잡 정교해야 하는 것은 불가피할 것이다. 따라서 향후 모델은 점점 더 복잡해질 것이며, 세부적인 현상까지 포괄적으로 고려할 수 있도록 그 기법은 정교해질 것으로 예상된다. 고해상도 대기오염모델이 일반화되는 추세에서 본 연구에서 제시한 단순모델은 정교한 오염모델을 보완하는 역할을 할 수 있을 것으로 기대된다.

본 연구에서 유도한 모델은 모델링 대상영역 내에서 지점간 농도차이를 구별할 수 없다. 서울전역에 대한 평균농도는 계산할 수 있지만 각 구별로 구분

된 농도는 계산할 수 없다는 한계가 있다. 모델영역에 대해 하나의 박스를 설정하는 대신, 여러 개의 작은 박스로 나누어 적용하는 방안을 시도할 수 있다. 이 경우, 각 박스 간의 복잡한 상호작용을 적절한 형태로 단순화시켜야 한다. 이와 관련하여 향후 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

조승현, 김석철, Rob Dellink, 장현정, 전해원 (2002) 기후변화 영향분석모델 (III)--환경 편익을 고려한 온실가스 저감에 따른 경제성 분석, KEI/연구보고서 /2002/Re-13.

Deardorff, J.W. (1980) Progress in Understanding Entrainment at the Top of a Mixed Layer, in Workshop on the Planetary Boundary Layer, J.C. Wyngaard, Ed., American Meteorological Society, Boston, MA.

Dirks, K.N., M.D. Johns, J.E. Hay, and A.P. Sturman (2003) A semi-empirical model for predicting the effect of changes in traffic flow patterns on carbon monoxide concentrations, Atmospheric Environment 37, 2719-2724.

Jorquera, H. (2002a) Air quality at Santiago, Chile: a box modeling approach--I. Carbon monoxides, nitrogen oxides and sulfur dioxide, Atmospheric Environment 36, 315-330.

Jorquera, H. (2002b) Air quality at Santiago, Chile: a box modeling approach--II. PM2.5, coarse and PM10 particulate matter fractions, Atmospheric Environment 36, 331-344.

Sehmel, G. (1980) Particle and gas dry deposition: A review, Atmospheric Environment 14, 983-1011.

Seinfeld, J.H. and S.N. Pandis (1998) Atmospheric Chemistry and Physics, 2nd Edition, Wiley, New York (Chapter 23)

Sportisse, B. (2001) Box models versus Eulerian models in air quality modeling, Atmospheric Environment 35, 173-178.

U.S. Environmental Protection Agency (1995) User's Guide for the Industrial Source Complex (ISC3) Models; Volume II--description of model algorithms, EPA Publication No. EPA-454/B-95-003b, Research Triangle Park, North Carolina.

Weil, J.C. and R.P. Brower (1984) An updated gaussian plume model for tall stacks, J. Air Poll. Control

Assoc., 34, 818-827.

부록 A. 박스모델의 유도

대기 중에서 오염물질의 생성소멸 및 이류확산에 따른 오염농도(C)의 시공간적 변화는 아래의 미분방정식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} [\partial/\partial t + U(x, z, t)\partial/\partial x + W(x, z, t)\partial/\partial z]C(x, z, t) \\ = \mu [\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2]C(x, z, t) \\ + Q(x, z, t) + R(x, z, t) - S(x, z, t) \end{aligned} \quad (A1)$$

여기서 U는 풍하방향 수평속도성분이고, W는 연직방향 속도성분이다. xyz-직교좌표계를 사용하였으며, 풍하방향이 x 연직방향이 z에 해당한다. 식 (A1)에서 우변의 첫 번째 항은 분자운동에 의한 확산을 나타낸 것으로 일반적인 대기조건에서 그 영향이 미미하여 무시할 수 있다. Q와 R은 단위시간당 오염물질 생성률과, 각각 배출원에서 대기 중으로 방출되는 생성률과 화학반응으로 인한 생성률을 나타낸다. R은 일반적으로 농도에 대한 비선형 함수이다. S는 오염물질 소멸률로 전선 혹은 습성 침적 등에 의한 오염물질 제거과정을 표현한다. 평균풍향에 직각 방향(y)으로 오염농도가 균질한 2차원 확산현상에 대해, 식 (A1)은 각종 물리화학적 반응에 따른 생성 혹은 소멸 메카니즘의 유무와 상관없이 폭넓게 성립한다. 공기의 비압축성으로부터 수평 및 연직방향 순간속도에 대해서 다음의 연속방정식이 성립한다.

$$\frac{\partial}{\partial x} U(x, z, t) + \frac{\partial}{\partial z} W(x, z, t) = 0 \quad (A2)$$

분석대상에 대해서 박스형태의 해석공간을 정의하자. 여기서는 박스의 높이(H)와 풍하방향으로 박스의 폭(Δx)을 각각 대기혼합고와 분석대상 도시의 폭으로 설정한다. 대기혼합고는 일사량과 풍속 등에 따라 매 순간 달라지므로 박스의 크기는 시간에 따라 유동적이다. 분자확산항을 무시한 식 (A1)을 박스영역에 대해서 적분한 후 연속방정식 (A2)을 이용하여 결과를 정리하면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_0^H \int_0^{\Delta x} C(x, z, t) dx dz \right) - \frac{dH}{dt} \int_0^{\Delta x} C_A(x, H, t) dx$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_0^H U(\Delta x, z, t) C(\Delta x, z, t) dz \\
 & - \int_0^H U(0, z, t) C(0, z, t) dz \\
 & - \int_0^{\Delta x} W(x, 0, t) C(x, 0, t) dx \\
 & = \int_0^H \int_0^{\Delta x} R(x, z, t) dx dz \\
 & - \int_0^H \int_0^{\Delta x} S(x, z, t) dx dz + \int_0^{\Delta x} q(x, z, t) dx
 \end{aligned} \tag{A3}$$

식(A3)의 좌변 2번째 항은 대기혼합고 상부의 오염농도가 C_A 일 때 혼합고가 성장하면서 박스영역 내부로 상승의 오염물질이 유입되는 과정에 해당하므로, dH/dt 가 양일 경우만 존재하는 항이다. 간편한 표현을 위해서 다음과 같이 공간에 대한 평균을 정의하자.

$$\langle \Phi \rangle_{(z,t)} = \frac{1}{\Delta x} \int_0^{\Delta x} \Phi(x, z, t) dx \tag{A4}$$

$$[\Phi]_{(x,t)} = \frac{1}{H} \int_0^H \Phi(x, z, t) dz \tag{A5}$$

$$\langle [\Phi] \rangle_{(t)} = \frac{1}{H} \frac{1}{\Delta x} \int_0^H \int_0^{\Delta x} \Phi(x, z, t) dx dz \tag{A6}$$

식(A4)~(A6)의 정의로부터 농도 방정식(A3)은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \langle [C] \rangle &= \frac{dH}{dt} \frac{1}{H} (C_A - \langle [C] \rangle) \\
 & - \frac{1}{\Delta x} [UC]_{(x=\Delta x, t)} + \frac{1}{\Delta x} [UC]_{(x=0, t)} \\
 & - \frac{W_D}{H} \langle C \rangle_{(z=0, t)} \\
 & + \langle [R] \rangle - K \langle [C] \rangle + \frac{q}{H}
 \end{aligned} \tag{A7}$$

식(A7)에서 $q(= \langle [Q] \rangle)$ 는 단위면적당 평균 오염물질배출량이며, W_D 와 K 는 진성 침적속도(dry deposition velocity)와 오염소멸상수(decay constant)로 각각 다음과 같이 정의된다.

$$W_D \langle C \rangle_{(z=0, t)} = - \langle [WC] \rangle_{z=0, t} \tag{A8}$$

$$K \langle [C] \rangle = \langle [S] \rangle \tag{A9}$$

식(A7)은 농도방정식(A3)을 변형한 것으로 박스

영역 내에서 평균 오염농도 변화를 정확하게 기술하는 방정식이지만, 관측자료로부터 직접 계산하기 곤란한 평균량을 포함하고 있어 유용하지 않다. 실제로 관측되는 오염농도는 지면에 인접한 특정지점에서의 시간평균 농도이며, 관측 풍속은 연직분포가 아니라 지면 10 m 지점에서의 시간평균 풍속이다. 박스영역 내 여러 곳에서 관측한 농도의 산술평균을 C_{aq} 라고 하자. 박스영역 내에 관측지점의 개수가 N_s 일 때 C_{aq} 는 다음과 같다.

$$C_{aq}(t) = \frac{1}{N_s} \sum_{i=0}^{N_s} C_{aq}^i(t) \tag{A10}$$

식(A10)에서 $C_{aq}^i(t)$ 는 대상영역 내에 위치한 i 번째 지점의 순간농도이다. 서울의 경우 모두 27개의 환경부 대기오염측정망이 설치되어 있어 $N_s=27$ 이다(2000년 기준). 박스영역에 대해 정의한 대표관측농도(C_{aq})와 식(A7)의 박스평균농도($\langle [C] \rangle$)는 일반적으로 다르다. 연직방향으로 오염농도가 균등한 특별한 경우에 한해서 C_{aq} 와 $\langle [C] \rangle$ 동일한 값을 지닌다. 대도시에서 주요 오염배출원은 자동차로서 그 배출고도가 지면으로부터 불과 수 미터이내에 국한된다. 그 결과 높은 고도에 비해서 낮은 고도의 오염농도가 높게 나타난다. 식(A7)의 풍상 및 풍하지점에서 연직평균 플럭스에 대해서도 마찬가지로 논의가 성립한다. 지면 마찰효과로 인해 풍속 또한 고도에 따라 상당한 차이를 보이기 때문이다. 특정 고도에서의 대표 관측풍속을 V 로 표시하자.

농도와 풍속이 균등하지 않은 경우에 대해서 식(A7)의 박스평균농도와 유속은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\langle [C] \rangle_{(t)} = \sigma_1 C_{aq}(t) \tag{A11}$$

$$\langle C \rangle_{(z=0, t)} = \sigma_2 C_{aq}(t) \tag{A12}$$

$$[UC]_{(x=0, t)} = \sigma_3 VC_{bg}(t) \tag{A13}$$

$$[UC]_{(x=\Delta x, t)} = \sigma_4 VC_{aq}(t) \tag{A14}$$

식(A13)에서 C_{bg} 는 풍상 측에서의 오염농도, 끈기류를 따라 박스영역으로 유입되는 대기오염농도로서 배경농도에 해당한다. 식(A11)~(A14)에서 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, 그리고 σ_4 는 무차원 계수로 순간농도와 순간속도의 공간분포 형상에 따라 달라지므로, 이를 형상

계수라고 칭하자. 기존 박스모델에서는 박스영역 내 오염농도와 풍속이 균일한 것으로 간주한다(Seinfeld and Pandis, 1998). 이 경우 모든 형상계수는 1이 되어 식(A7)의 농도 방정식은 단순해진다. 이러한 가정은 실제현상을 지나치게 단순화시키기 때문에, 여기서는 형상계수가 1이 아닌 임의의 값을 지니는 것으로 간주한다. 식(A10)~(A14)를 식(A7)에 대입하면 다음 관계식을 얻는다.

$$\frac{dC_{aq\text{s}}}{dt} = -\frac{C_{aq\text{s}}}{\tau} + \frac{C_B}{\tau_b} + \delta \frac{q}{H} \quad (A15)$$

식(A15)에서 τ , C_B/τ_b 는 다음과 같다.

$$\tau = \left(\alpha \frac{V}{\Delta x} + \frac{dH}{dt} \frac{1}{H} + \gamma \frac{W_D}{H} - \frac{d\delta}{dt} \frac{1}{\delta} + \delta K \right)^{-1} \quad (A16)$$

$$\frac{C_B}{\tau_b} = \delta \frac{dH}{dt} \frac{1}{H} C_A + \beta \frac{V}{\Delta x} C_{bg} + \delta r \quad (A17)$$

여기서, $\gamma = |<R>|$ 이며, α , β , γ 그리고 δ 는 식(A11)~(A14)의 형상계수들의 조합으로 구성된 새로운 형상계수이다.

$$\alpha = \frac{\sigma_4}{\sigma_1} \quad (A18)$$

$$\beta = \frac{\sigma_3}{\sigma_1} \quad (A19)$$

$$\gamma = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad (A20)$$

$$\delta = \frac{1}{\sigma_1} \quad (A21)$$

농도에 대해서 다음과 같은 초기조건을 설정하면

$$C_{aq\text{s}}(t=0) = C_0 \quad (A22)$$

τ , C_B/τ_b 및 $\delta q/H$ 의 함수형태에 무관한 $C_{aq\text{s}}(t)$ 의 일반해를 구할 수 있다. τ , C_B/τ_b 및 $\delta q/H$ 는 시간에 대한 연속함수가 아니라 시간평균으로만 주어지므로, 여기서는 한 시간 동안 일정한 것으로 가정한다. 이 경우, 초기조건(식(A22))과 농도방정식(식(A15))를 만족하는 해는 다음과 같다.

$$C_{aq\text{s}}(t) = \left[C_0 - \left(\frac{C_B}{\tau_b} + \delta \frac{q}{H} \right) \tau \right] e^{-\frac{t}{\tau}} + \left(\frac{C_B}{\tau_b} + \delta \frac{q}{H} \right) \tau \quad (A23)$$

식(A23)의 $C_{aq\text{s}}(t)$ 는 임의의 시간 t 일 때의 순간농도로 대기오염측정망의 계측농도, 통상적으로 1시간 평균농도와는 다른 량이다. 매 시간평균 농도는 순간농도(A23)으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$C^j = \frac{1}{h} \int_{jh}^{(j+1)h} C_{aq\text{s}}(t) dt \\ = C_1^j + C_B^j \frac{\tau^j}{\tau_b} + \delta^j \frac{q^j}{H^j} \tau^j \quad (A24)$$

식(A24)에서 h 는 1시간을 의미한다. 따라서 C^j 는 jh 부터 $(j+1)h$ 시간동안의 평균농도로 j 시간대의 1시간 평균농도에 해당한다. 이하 j 시간대의 평균값은 상첨자 j 로 표기한다. 식(A24)에서 C_1^j 는 초기조건에 의한 기여항으로 τ^j/h 의 함수이다.

$$C_1^j(\tau/h) = \frac{\tau^j}{h} \left[C_0^j - \left(\frac{C_B^j}{\tau_b} + \delta^j \frac{q^j}{H^j} \right) \tau^j \right] \left(1 - e^{-\frac{h}{\tau}} \right) \quad (A25)$$

여기서, C_0^j 는 j 시간대의 초기농도로 시각이 jh 인 시점의 순간농도이다. τ^j/h 가 작아질 때, 식(A25)의 C^j 는 점점 감소하여 영으로 접근한다. 따라서 충분히 긴 시간에 대한 평균농도에 대해서 초기조건의 영향은 미미해진다. 식(A25)에서 τ 는 j 시간 대의 τ 값으로 구체적인 형태는 식(A16)으로부터 다음과 같다.

$$\tau^j = \left(\alpha^j \frac{V^j}{\Delta x} + \frac{dH^j}{dt} \frac{1}{H^j} + \gamma^j \frac{W_D^j}{H^j} - \frac{d\delta^j}{dt} \frac{1}{\delta^j} + \delta^j K^j \right)^{-1} \quad (A26)$$

τ 는 모델농도 변화의 유일한 특성시간이다. τ 는 박스 내에서 농도 감소시간에 대한 척도이므로 τ 를 오염소멸시간이라 명하자. 식(A26)에서 오염소멸시간(τ)은 오염물질 소멸에 관여하는 각 현상들의 특성시간(characteristic time)의 기하평균이다. 서울에 대해서 식(A26)을 구성하는 각 항의 크기를 가늠하면 다음과 같다.

$$\alpha^j \frac{V^j}{\Delta x} \sim \frac{4 \text{ m/sec}}{30 \text{ km}} \sim O\left(\frac{1}{2 \text{ hr}}\right)$$

$$\frac{dH^j}{dt} \frac{1}{H^j} \leq \frac{2 \text{ km/4 hr}}{2 \text{ km}} \sim O\left(\frac{1}{4 \text{ hr}}\right)$$

$$\gamma^j \frac{W_D^j}{H^j} \sim \frac{1 \text{ cm/sec}}{2 \text{ km}} \sim O\left(\frac{1}{56 \text{ hr}}\right)$$

$$\frac{d\delta^j}{dt} \frac{1}{\delta^j} \sim O\left(\frac{1}{24 \text{ hr}}\right)$$

$$\delta^j K^j \leq O\left(\frac{1}{2 \text{ hr}}\right) \quad (A27)$$

여기서 모든 형상계수는 O(1)로 간주했다. $(\alpha^j V^j / \Delta x)^{-1}$ 는 박스영역이 새로운 공기로 교체되는 시간척도로 환기시간에 해당한다. 환기시간은 풍속에 따라 다르다. 풍속이 4 m/sec이고 서울에 대한 박스폭을 30 km로 할 경우, 환기시간은 2시간 정도이다. 서울의 연평균 풍속(약 2 m/sec)에 대해서 환기시간은 4시간 정도이다. 대기혼합고는 최대치가 1~2 km 정도이다. 지면복사열이 강할 때 대기혼합고가 최대 높이까지 상승하는데 4시간 정도가 소요되는 것으로 추정하고 전형적인 대기혼합고 성장속도를 계산했다. 전성침착 속도(dry deposition velocity)는 SOx, NOx에 대해서 수 내지 수십 cm/sec 정도로 알려져 있다 (shemel, 1980). 형상계수는 천천히 변하는 것으로 간주하여 형상계수 변화시간을 하루 혹은 그 이상으로 추정했다. K^j의 크기는 SOx, NOx에 대한 감쇄시간(decay time)으로 추정했다. SOx, NOx의 감쇄시간은 2~4시간 정도이다(US EPA, 1995). 오염소멸시간(τ)은 식(A27)의 여러 항목 가운데 가장 짧은 시간에 의해 결정된다. 따라서 소멸특성시간은 환기시간과 감쇄시간에 의해 주로 결정된다. 식(A27)로부터 소멸특성시간(τ)은 1시간 정도이다. 따라서 식(A25)에서 $\tau^j/h \sim O(1)$ 이므로, $C_B^j(\tau^j/h) \sim C_B^j$ 가 되어 1시간 평균농도식에서 초기조건 영향은 상당히 크게 나타난다. 그러나, 초기농도(C₀^j)는 관측자료로 확보할 수가 없기 때문에 식(A25)의 1시간평균 농도모델은 현실적으로 유용하지 않다. 평균화 시간이 길어질수록 초기조건 영향이 미미해진다는 점에 착안하여 1시간 이상의 농도평균을 고려해보자. 1시간평균농도에 대한 식(A25)로부터 일평균농도(\bar{C})는 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$\bar{C} = \frac{1}{24} \sum_{j=1}^{24} C^j = \frac{1}{24} \sum_{j=1}^{24} \delta^j \frac{q^j}{H^j} + C_B + C_L \quad (A28)$$

식(A28)에서 C_B와 C_L은 각각 배경농도와 저차항으로 다음과 같다.

$$C_B = \frac{1}{24} \sum_{j=1}^{24} C_B^j \frac{\tau^j}{\tau_B} \left(e^{-\frac{h}{\tau^j}} - 1 \right) \quad (A29)$$

$$C_L = C_{L1} + C_{L2} + C_{L3} \quad (A30)$$

식(A30)의 저차항을 구성하는 각 항은 다음과 같다.

$$C_{L1} = \frac{C_0}{24} \sum_{j=1}^{24} \exp\left(-\sum_{k=1}^{j-1} h/\tau^k\right) \frac{\tau^j}{h} \left(1 - \exp\left(-\frac{h}{\tau^j}\right)\right)$$

$$C_{L2} = \frac{1}{24} \sum_{j=1}^{24} \left\{ \sum_{m=1}^{j-2} q^m \frac{\tau^m}{H^m} (1 - \exp(-h/\tau^m)) \exp\left(-\sum_{k=m+1}^{j-1} h/\tau^k\right) + q^{j-1} \frac{\tau^{j-1}}{H^{j-1}} (1 - \exp(-h/\tau^{j-1})) - q^j \frac{\tau^j}{H^j} \right\} \frac{\tau^j}{h} (1 - \exp(-h/\tau^j))$$

$$C_{L3} = \frac{1}{24} \sum_{j=1}^{24} \left\{ \sum_{m=1}^{j-2} C_B^m \frac{\tau^m}{\tau_B^m} (1 - \exp(-h/\tau^m)) \exp\left(-\sum_{k=m+1}^{j-1} h/\tau^k\right) + C_B^{j-1} \frac{\tau^{j-1}}{\tau_B^{j-1}} (1 - \exp(-h/\tau^{j-1})) \right\} \frac{\tau^j}{h} (1 - \exp(-h/\tau^j))$$

여기서 C₀는 첫 번째 시간대에서 농도의 초기조건이다(C₀ = C₀¹). 위 식의 유도과정에서 j번째 시간대의 초기조건 C₀^j를 C₀로 치환하기 위하여 식(A23)을 적용했다. 저차항을 구성하는 첫 번째 항(C_{L1})은 초기조건 영향 나타내는 항이며, 두 번째 항(C_{L2})은 오염배출에 의한 저차 기여항이고, 세 번째 항(C_{L3})은 배경농도에 의한 저차 기여항이다. 서울에 대해서 저차항의 크기를 가늠해보 보면 10% 미만이다. 넓은 박스영역에 대해서 저차항의 크기는 무시할 수 있다고 가정하고 생략하면 일평균 모델농도는 아래와 같이 단순하게 표현된다.

$$\bar{C} \cong \frac{1}{24} \sum_{j=1}^{24} \delta^j \frac{q^j}{H^j} \tau^j + C_B \quad (A31)$$

식(A31)은 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$\bar{C} \cong \delta \frac{\bar{q}}{H} \bar{\tau} + \frac{1}{24} \sum_{j=1}^{24} \left[\delta^j \frac{q^j}{H^j} - \delta \frac{\bar{q}}{H} \right] [\tau^j - \bar{\tau}] + C_B \quad (A32)$$

여기서 $\delta \frac{\bar{q}}{H}$ 와 $\bar{\tau}$ 는 각 량에 대한 일평균으로 다음과 같다.

$$\delta \frac{\bar{q}}{H} = \frac{1}{24} \sum_{k=1}^{24} \delta^k \frac{q^k}{H^k} \quad (A33)$$

$$\bar{\tau} = \frac{1}{24} \sum_{j=1}^{24} \tau^j \quad (A34)$$

q^j/H^j 와 τ^j 간에 상관관계가 약할 경우, 식 (A32)에서 우변 두 번째 항의 양상불 평균이 영에 가까운 값이 되므로, 일평균 모델농도(\bar{C})는 더욱 단순화 된다.

$$\bar{C} \cong \delta \frac{\bar{q}}{H} \bar{\tau} + C_B = \frac{\sigma \frac{\bar{q}}{H}}{V + \tilde{K} + \tilde{K}_p P} + C_B \quad (A35)$$

식 (A35)에서 $\sigma \frac{q}{H}$, \tilde{K} , \tilde{K}_p 는 다음과 같다.

$$\sigma \frac{\bar{q}}{H} = \frac{\Delta x}{24} \sum_{k=1}^{24} \frac{\delta^k}{\alpha^k} \frac{q^j}{H^j} \quad (A36)$$

$$\tilde{K} = \frac{\Delta x}{\alpha^j} \left(\frac{dH^j}{dt} \frac{1}{H^j} + \gamma^j \frac{W_D^j}{H^j} - \frac{d\delta^j}{dt} \frac{1}{\delta^j} + \delta^j K^j \right) \quad (A37)$$

$$\tilde{K}_p = \frac{\Delta x}{\alpha^j} K_p \quad (A38)$$

오염배출량을 독립적인 입력인자로 대기오염 농도 변화를 모델링하는 경우, 일평균 농도모델식 (35)에서 오염배출인자(q)를 분리시키는 것이 필요하다. 도시 지역에서 오염배출량(q)과 대기혼합고(H)는 강한 상관관계를 지닌다. 출퇴근시간 차량급증으로 인한 오염배출변화와 태양복사열에 의해 주도되는 대기혼합고의 성장과정은 물리적으로 직접적인 상관성이 희박함에도 불구하고, 두 현상이 모두 하루 주기로 반복되는 경향이 뚜렷하기 때문에 시계열자료 간에는 깊은 상관성이 나타난다. 식 (A35)에서 기상인자와 오염인자를 분리하면 다음과 같다.

$$\bar{C} = \frac{\sigma_0 \bar{q} \bar{H}^{-1}}{V + \tilde{K} + \tilde{K}_p P} + C_B \quad (A39)$$

오염배출량(q)과 대기혼합고(H) 시계열자료 간에는 일반적으로 높은 상관성이 있기 때문에, 식 (A39)의 σ_0 는 식 (A35)의 σ 와 다른 값을 지닌다.