

해석적인 정보를 고려한 다중입력을 받는 다자유도계 구조물의 시스템 규명 기법 개발[#]

System Identification of MIMO Systems Considering Analytically Determined Information

김 상 범[†] · 스펜서^{*} · 윤 정 방^{**}

Kim Saang Bum, Spencer, B. F., Jr. and Yun Chung-Bang

(2005년 3월 2일 접수 ; 2005년 4월 28일 심사완료)

Key Words : System Identification(시스템 동정), MIMO System(다중 입출력 시스템), Rational Polynomial Model(유리분수함수 모형), Maximum Likelihood Estimation(맥시멈 라이클리후드 추정), Shaking Table Test(진동대 실험), AMD(능동질량동조형 댐퍼)

ABSTRACT

This paper presents a system identification method for multi-input, multi-output (MIMO) systems, by which a rational polynomial transfer function model is identified from experimentally determined frequency response function data. Analytically determined information is incorporated in this method to obtain a more reliable model, even in the frequency range where the excitation energy is limited. To verify the suggested method, shaking table test for an actively controlled two-story, bench-scale building employing an active mass damper is conducted. The results show that the proposed method is quite effective and robust for system identification of MIMO systems.

1. 서 론

실험으로부터 대상 시스템을 모형화하는 시스템 규명(system identification) 기법들은 크게 주파수 영역에서의 기법과 시간 영역에서의 기법으로 나눌 수 있다. 일반적으로 정상상태에 있는 선형 시불변 시스템의 모형화를 위해서는, 주파수 영역에서의 기법이, 시간 영역에서의 기법보다 수렴성이 좋다고 알려져 있

다. 대표적인 주파수 영역에서의 기법으로 시스템을 유리분수함수로 모형화하는 기법(rational polynomial approximation : RPA)이 있으며, 상용프로그램으로 구현되어 널리 사용되고 있다⁽¹⁾. 기존의 주파수 영역에서의 시스템 규명 기법들은, 실험으로부터 구한 주파수응답함수와 추정된 주파수응답함수 사이의 오차에, 입출력 신호 사이의 상관함수(coherence function)을 가중한 목적함수를 사용하고 있으나, 최근에는 Pintelon 등⁽²⁾에 의해 maximum likelihood estimator를 사용한 보다 정확하고 정밀한 추정기법이 제안되었다. 또한 김상범 등⁽³⁾은 이를 다중입력을 받는 다자유도계에 확장하여, 진동대 실험을 통하여 검증하였다. 일반적으로 실험으로부터 신뢰성 있는 동적 모형을 추정하기 위해서는, 관심있는 넓은 주파수영역에 걸쳐 충분한 에너지로 대상 구조물을 가진하여야 하나, 구조시스템의 경우, 0 Hz에 가까운 저주파수 영역에서 충분한 에너지로 가진하기는 쉽지 않다^(4~12). 또

[†] 책임저자 : 정회원, 삼성물산, 건설부문
E-mail : saangbum.kim@samsung.com
Tel : (02) 2145-6483, Fax : (02) 2145-6500

^{*} Univ. of Illinois at Urbana-Champaign

^{**} 정회원, 한국과학기술원 건설 및 환경공학과

[#] 이 논문은 2004 추계학술대회에서 우수발표논문으로 추천되었음.

한, 많은 경우에 있어서, 경제성과 편리성으로 인해, 가속도계를 사용하여 구조시스템의 거동을 측정하게 되는데, 이 경우에 고주파수 영역에서의 응답성분이 증폭됨에 따라, 상대적으로 저주파수 성분이 줄어들게 되어, 저주파수 영역에서 모형의 정확도와 정밀도가 감소된다. 많은 경우의 구조 실험에 있어서, 대상 구조물에 대한 해석적인 모형을 구할 수 있으며, 비록 해석모형의 계수들이 정확히 알려져 있지 않더라도, 전체 시스템의 유의미한 pole, zero의 개수와 몇몇 특이 pole, zero의 위치 및 pole, zero 사이의 관계 등을 구할 수도 있다^(3,11). 김상범 등은 절대 가속도를 측정하는 경우에, 입력하중의 특성에 대한 pole, zero 사이의 관계를 고려할 수 있는 기법을 개발하였으며, 이를 발전시켜, 이 논문에서는, 해석적으로 구한 구조시스템의 pole, zero에 대한 정보를 고려할 수 있는, 유리분수함수 모형화 기법을 개발하여, 입출력 신호만으로 구한 시스템 규명기법을 개선하고자 한다.

2. Rational Polynomial Approximation

일반적으로 다자유도 구조시스템의 거동은 미분방정식으로 모형화할 수 있으며, 특히 선형 시불변 시스템의 경우에는, 이를 다음과 같은 전달함수로 나타낼 수 있다.

$$H_{mn}(j\omega_l) = \frac{\Phi_{B,mn}(j\omega_l) \theta_{B,mn}}{1 + \Phi_a(j\omega_l) \theta_a} \quad (1)$$

여기서,

$H_{mn}(j\omega_l)$: n -번째 입력에 대한 m -번째 출력의, 주파수 응답함수

$\theta_a, \theta_{B,mn}$: 유리분수함수 $H_{mn}(j\omega_l)$ 의 계수벡터

$\Phi_a(j\omega_l), \Phi_{B,mn}(j\omega_l)$: $H_{mn}(j\omega_l)$ 의 계수추정을 위한 회귀벡터

RPA 기법은 실험에서 구한 주파수 응답함수, $H_{exp,mn}(\omega_l)$ 로부터 유리분수함수 모형의 계수를 추정하는 것으로서, 이 논문에서는 $H_{exp,mn}(\omega_l)$ 의 오차를 주파수 독립의 정규확률과정으로 가정하여, 다음과 같은 maximum likelihood estimation을 수행한다^(13,14).

$$\theta_{ML} = \arg \min_{\theta} \left(\sum_m \sum_n \sum_l \left| H_{exp,mn}(\omega_l) - \frac{\Phi_{B,mn}(j\omega_l) \theta_{B,mn}}{1 + \Phi_a(j\omega_l) \theta_a} \right|^2 \Sigma_{H_{exp,mn}}^{-1}(\omega_l) \right) \quad (2)$$

여기서,

l : 주파수 위치를 나타내는 index

$\Sigma_{H_{exp,mn}}(\omega_l)$: $H_{exp,mn}(\omega_l)$ 의 공분산오차 행렬

많은 공학적인 문제의 경우, 대상 시스템에 대한 해석적인 모형을 독립적으로 구성할 수 있으며, 이로부터 얻어지는 정보를 RPA에 활용함으로써, 보다 신뢰성 있는 결과를 얻을 수 있다. 김상범 등⁽³⁾은 절대가속도를 측정하는 구조 시스템의 입력하중이, 지반가속도인 경우와 외부환경하중인 경우에 대해서 pole, zero 사이의 관계를 고려할 수 있는 기법을 개발하였으며, 이를 발전시켜, 이 논문에서는 몇몇 pole, zero의 위치를 해석적으로 구할 수 있는 경우에, 이를 고려할 수 있는 maximum likelihood 추정식을 다음과 같이 구하였다.

$$\theta_{ML} = \arg \min_{\theta} \left(\sum_m \sum_n \sum_l \left(\left| H_{exp,mn}(\omega_l) \frac{\prod (j\omega_l - p_F)}{\prod (j\omega_l - z_F)} - \frac{\Phi_{B,mn}(j\omega_l) [\theta_{Bc,mn} \Gamma_{Ba} \theta_a]}{1 + \Phi_a(j\omega_l) \theta_a} \right|^2 \Sigma_{H_{exp,mn}}^{-1}(\omega_l) \right) \right) \quad (3)$$

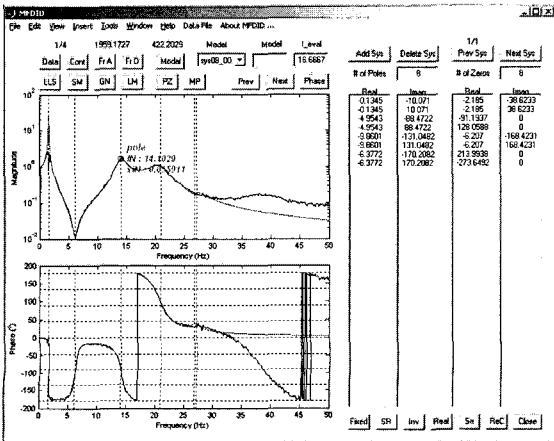


Fig. 1 Screen capture of MFDID program

여기서,

$\theta_{Bc, mn}$: 축소된 시스템 zero 계수 벡터

Γ_{Ba} : 시스템 pole과 zero의 관계행렬

P_F, Z_F : 해석적으로 구한 시스템 pole과 zero

앞에서 보인 maximum likelihood estimator를 구하기 위해서는 비선형 최적화 문제를 풀어야 한다. 많은 비선형 최적화 문제는, 초기값에 매우 민감하며, 수렴된 해를 구하기 쉽지 않다. 또한 얻어진 모형의 시스템 pole과 zero를, 실험으로부터 구한 주파수 응답함수와 해석적인 모형을 바탕으로 수정, 보완하는 절차가 필요하다. 김상범 등⁽³⁾에 의해 개발된 matlab 기반의 프로그램인 MFDID는 비선형 maximum likelihood estimation을 보다 효율적이고 안정적으로 수행하기 위하여, (1) 선형 최소 자승법에 의한 초기해를 구하고, (2) Steiglitz-McBride 방법을 사용한 반복계산을 통하여, 초기해를 개선한 후, (3) Levenberg-Marquardt 방법을 사용하여 비선형

최적화를 수행한다. 또한 각단계에 있어서, 추정된 결과를 실험결과와 직접비교하여, pole과 zero의 미세조정을 수행할 수도 있다.

3. Shaking Table Test

이 논문에서 제안된, 해석으로부터 구한 정보를 고려한 RPA기법을 검증하기 위하여, 능동동조 질량형 감쇠장치(active mass damper, AMD)가 설치된 2층 빌딩모형에 대하여 진동대 실험을 수행하였다. 실험에 사용된 진동대의 규격은 다음과 같다⁽¹⁷⁻¹⁹⁾.

AMD 시스템은 armature controlled DC motor를 사용하여 구동되며, AMD 거동의 입력전압으로부터의 전달함수는 다음과 같다.

$$H_{y_{MT}, v}(\omega) = \frac{k_g r_p k_{MT}}{s(k_g^2 k_{BEMF} k_{MT} + c_{MT} k_g^2 R_a + c_{AMD} r_p^2 R_a + \dots)} \dots \frac{\dots}{s(c_{MT} k_g^2 L_a + c_{AMD} r_p^2 L_a + J_{MT} k_g^2 R_a + m_{AMD} r_p^2 R_a)} \dots \frac{\dots}{+s^2(J_{MT} k_g^2 L_a + m_{AMD} r_p^2 L_a)} \quad (4)$$

여기서,

R_a, L_a : Armature 회로의 저항과 inductance
(2.5 Ω, 0.18 mH)

k_{MT}, k_{BEMF} : Motor constant와 back electro motive force constant
(0.00767 N·m/A, 0.00767 V·s/rad)

r_p, k_g : AMD Cart Pinion의 반경과 기어비
(6.35 mm, 3.71)

J_{MT}, c_{MT} : 모터의 회전강성과 회전감쇠
(39 μkg·m², 0 N·m·s)

m_{AMD}, c_{AMD} : AMD의 회전강성과 회전감쇠
(0.65 kg, 3 N·s/m)

위의 시스템은 안정하지 않으므로, motor의 encoder feedback에 대한 pd 제어를 사용하여 안정화시킨 후, 전체 closed loop 시스템의 해석적인 전달함수를 구하였다. 구조물과 motor 사이의 상호작용에 의해 전체 시스템의 전달함수는 매우 복잡한 형태

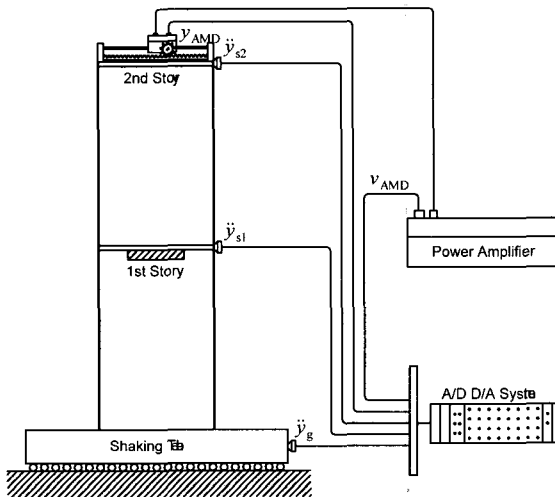


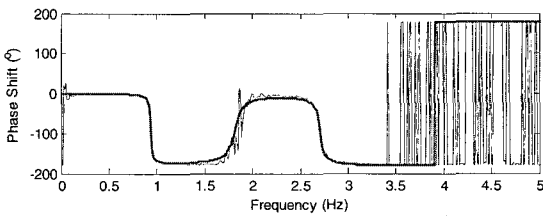
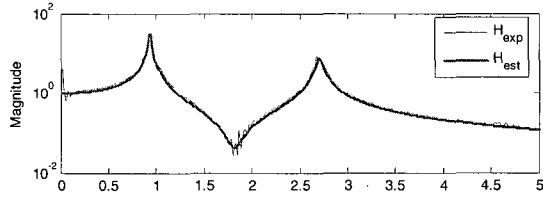
Fig. 2 Experimental setup of the shaking table test at SSTL, UIUC

Table 1 Specification of the seismic simulator

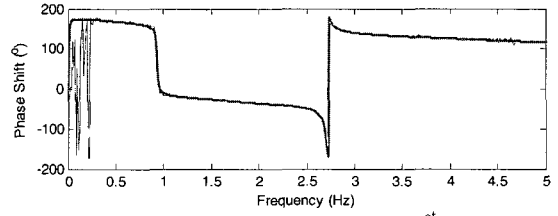
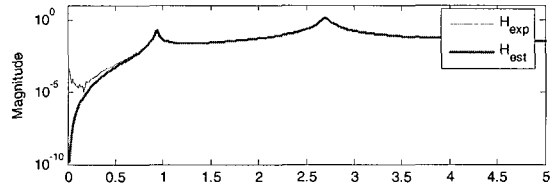
Aluminum sliding table	46 cm × 46 cm	Maximum displacement	± 10 cm
Operational frequency range	0~20 Hz	Maximum velocity	± 80 cm/sec
Maximum payload	15 kg	Maximum acceleration	± 2.5 g

를 갖게 되며, 이로부터 얻을 수 있는 해석적인 정보를 Table 2에 정리하였다. 여기서 지반가속도관계는 구조시스템에 가해지는 지

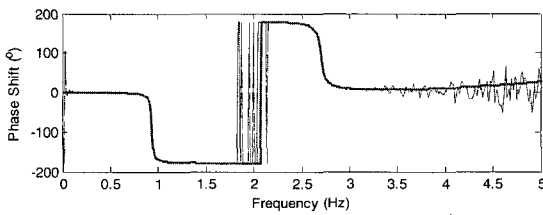
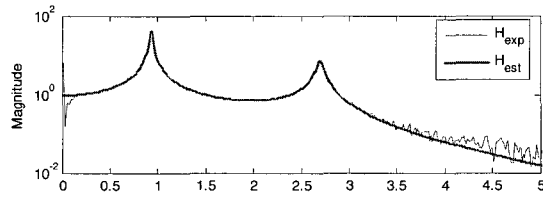
반거동에 의한 시스템의 pole과 zero의 관계이다⁽¹⁴⁾. 특히, 0 Hz에 시스템의 zero가 있음을 확인할 수 있으며, 이로부터, 측정된 거동신호의 저주파수영역에



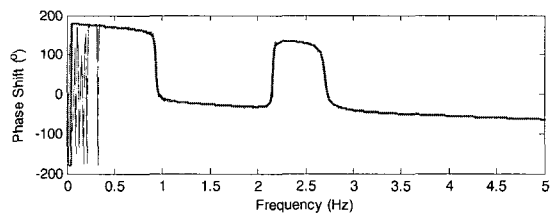
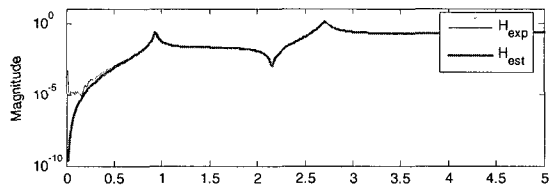
(a) From ground acceleration to 1st floor



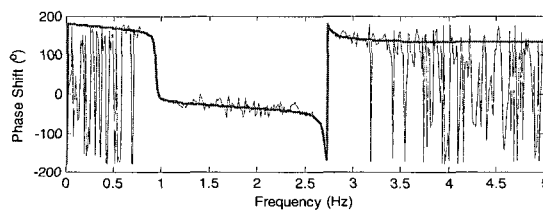
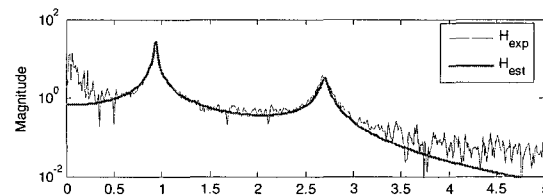
(b) From AMD command to 1st floor



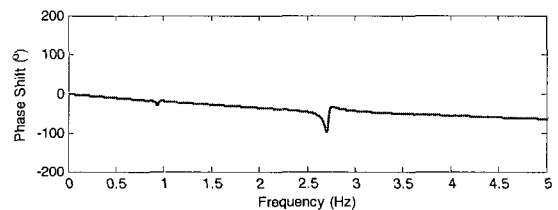
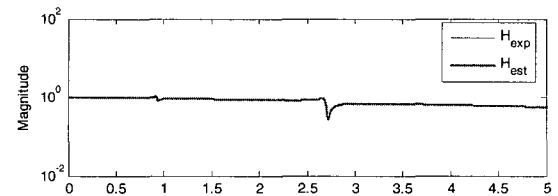
(c) From ground acceleration to 2nd floor



(d) From AMD command to 2nd floor



(e) From ground acceleration to AMD movement



(f) From AMD command to AMD movement

Fig. 3 Identified frequency response functions

많은 오차가 존재할 것임을 추측할 수 있다.

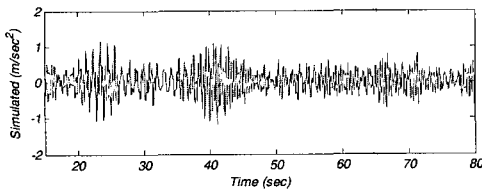
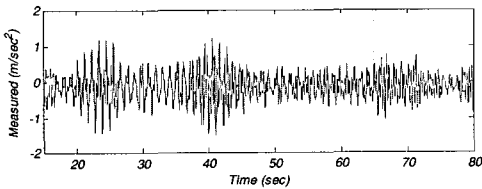
해석적으로 구한 정보들을 고려함으로써, 이와 같은 측정신호의 왜곡을 극복할 수 있으며, Fig. 3에 제

Table 2 Analytically determined information

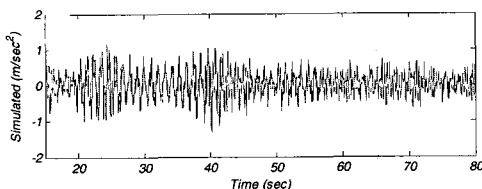
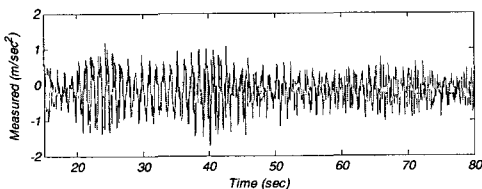
$H_{ysra1.uc}$	Maximum number of zeros : 5 : 3 zeros at 0 Hz
$H_{ysra2.uc}$	Maximum number of zeros : 5 : 3 zeros at 0 Hz
$H_{AMD.uc}$	Maximum number of zeros : 4
$H_{ysra1.yga}$	Maximum number of zeros : 5 : Ground acceleration relation
$H_{ysra2.yga}$	Maximum number of zeros : 5 : Ground acceleration relation
$H_{AMD.yga}$	Maximum number of zeros : 3 Maximum number of poles : 7

Table 3 Identified modal characteristics of the bench-scale building with AMD

Mode number	1 st	2 nd
Natural frequency(Hz)	0.931	2.70
Modal damping ratio(%)	1.24	1.18



(a) Absolute acceleration of 1st story



(b) Absolute acceleration of 2nd story

Fig. 4 Time history of measured responses and simulated responses

안된 기법을 사용하여 추정된 주파수 응답함수를, 실험으로부터 구한 주파수 응답함수와 함께 나타내었다. 실험으로부터 얻어진 주파수 응답함수의 경우에는 저주파수 영역에서의 신뢰성이 매우 낮게 나타났다. 지반가속도에 대한 두 번째 층의 가속도응답의 경우, 실제구조물은 강체운동에 의해 저주파수에서 상수로 수렴하여야 하나, 실험에서 구한 주파수 응답함수는 응답이 매우 감소되었다. 또한 AMD command에 대한 구조물의 거동은 저주파수에서 감소하여야 하나, 일정량의 응답으로 수렴되었다. 그러므로, 실제구조물에 대한 물리적인 의미를 고려하지 않고, 단순히 측정신호만을 사용하는 기존의 system identification 기법을 사용하는 경우에는, 왜곡된 결과를 얻게 된다. 제안된 RPA 기법을 사용함으로써, 왜곡된 측정결과에도 불구하고, 추정된 주파수응답함수가 실제구조물의 저주파수 영역을 잘 모형화할 수 있음을 확인할 수 있다.

제안된 RPA 기법을 사용하여 구한 구조시스템의 동특성을 Table 3에 보이었다. Fig. 3의 결과와 서로 잘 일치함을 알 수 있다.

개발된 기법의 적용성을 검증하기 위하여, 동일한 하중에 대해 추정된 모형으로부터 구한 구조물의 응답을, 실제 측정값과 비교하였다(Fig. 4). 신호대 오차비($20 \log_{10}(\sigma_{\text{Signal}}/\sigma_{\text{Error}})$)가 1층과 2층의 절대가속도의 경우에, 각각 8.88 dB과 6.90 dB로 구해졌으며, 실제 구조물의 거동을 잘 나타냄을 확인할 수 있었다.

4. 결 론

해석적으로 구한 정보를 고려한, 다중입력을 받는 다자유도 구조물의, 주파수 영역에서의 system identification 기법을 개발하였다. 기존에 많이 사용되어온 상관함수(coherence function)을 대신하여, 측정신호의 공분산오차를 사용한 maximum likelihood estimator에 의한 추정을 수행하였으며, 실험 대상 시스템의 해석적인 정보를 고려함으로써, 추정과정에서의 수렴성을 증가시키고, 추정된 모델의 정확도와 정밀도를 향상시켰다. 제안된 기법을 검증하기 위하여, 능동동조질량형 감쇠기(active mass damper, AMD)가 설치된 구조물에 대한 진동대 실험을 수행하였으며, 제안된 기법의 적용성과 효율성을 확인할 수 있었다.

후 기

저자들은 한국과학재단(해외포닥지원, 우수연구센터)과 미국과학재단(CMS 00-00234 (Dr. S.C. Liu, Program Director))의 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

(1) Barford, Lee, 1997, "Frequency Domain System Identification When Assuming Unknown But Bounded Errors," Hewlett-Packard Report, HPL97-35.

(2) Pintelon, R., Guillaume, P., Rolain, Y., Schoukens, J. and Banhamme, H., 1994, "Parametric Identification of Transfer Function in the Frequency Domain a Survey," IEEE Trans Autom. Control, 39, 2245-60.

(3) Kim, S. B., Spencer, Jr. B. F. and Yun, C.-B., 2005, "Frequency Domain Identification of MIMO Systems Considering Physical Relationships Between Measured Variables," Journal of Engineering Mechanics, ASCE, accepted.

(4) Yun, C. B. and Shinozuka, M., 1980, "Identification of Nonlinear Structural Dynamic Systems," Journal of Structu Mech Vol. 8, No. 2, pp. 187~203.

(5) Ewins, D. J., 1991, Modal Testing: Theory and Practice, Wiley.

(6) Ljung L., 1993, "Some Results on Identifying Linear Systems Using Frequency Domain Data," Proc. of 32nd Conference on Decision and Control, San Antonio, TX., pp. 3534~38.

(7) Hong, K. S. and Yun, C. B., 1993, "Improved Method for Frequency Domain Identifications of Structures," Engineering Structures, Vol. 15, No. 3,

pp. 179~188.

(8) Juang J. N., 1994, Applied System Identification, Prentice-Hall.

(9) Yun, C. B., Lee, H. J. and Lee, C. G., 1997, "Sequential Prediction-Error Method for Structural Identification," Journal of Engineering Mechanics, Vol. 123, No. 2, pp. 1~8.

(10) Ljung L., 1999, System Identification: Theory for the User, 2nd Edition, Prentice-Hall, New Jersey.

(11) Jin, G., Sain, M. K. and Spencer, B. F., Jr., 2000, "Frequency Domain Identification with Fixed Zeros: First Generation Seismic-AMD Benchmark," Proc. American Control Conference, pp. 981~985.

(12) Ljung, L., 2002, System Identification Toolbox for Use with MATLAB[®], The Math Works, Inc..

(13) Goodwind, G. C. and Sin, K. S., 1984, Adaptive Filtering Prediction and Control, Prentice-Hall.

(14) Kumar, P. R. and Varaiya, P., 1986, Stochastic Systems, Estimation, Identification and Adaptive Control, Prentice-Hall.

(15) Dyke, S., Spencer, B. F., Jr., Belknap A., Ferrell K., Quast P. and Sain, M., 1994, "Absolute Acceleration Feedback Control Strategies for the Active Mass Driver," Proc. World Conference on Structural Control, 2, TP1:51-60.

(16) Battaini, M., Yang, G. and Spencer, Jr., B. F., 2000, "Bench-Scale Experiment for Structural Control," Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 126, No. 2, pp. 140~148.

(17) Yoshioka, H., Ramallo, J. C. and Spencer, B. F., Jr., 2002, "'Smart' Base Isolation Strategies Employing Magnetorheological Dampers," Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 128, No. 5, pp. 540~551.