

크랙을 가진 회전 외팔보의 동특성 해석

Dynamic Behavior of Rotating Cantilever Beam with Crack

윤한익* · 손인수*

Han-Ik Yoon and In-Soo Son

(2005년 3월 23일 접수 : 2005년 4월 21일 심사완료)

Key Words : Open Crack (개구형 크랙), Rotating Cantilever Beam (회전 외팔보), Dynamic Behavior(동특성), Flexible Matrix (유연행렬)

ABSTRACT

In this paper, we studied about the dynamic behavior of a cracked rotating cantilever beam. The influences of a rotating angular velocity, the crack depth and the crack position on the dynamic behavior of a cracked cantilever beam have been studied by the numerical method. The equation of motion is derived by using the Lagrange's equation. The cracked cantilever beam is modeled by the Euler-Bernoulli beam theory. The crack is assumed to be in the first mode of fracture and to be always opened during the vibrations. The lateral tip-displacement and the axial tip-deflection of a rotating cantilever beam is more sensitive to the rotating angular velocity than the depth and position of crack. Totally, as the crack depth is increased, the natural frequency of a rotating cantilever beam is decreased in the first and second mode of vibration. When the crack depth is constant, the natural frequencies of a rotating cantilever beam are proportional to the rotating angular velocity in the each direction.

1. 서 론

크랙과 같은 결함을 갖는 구조물은 그 크랙 위치에 강성저하가 발생하며, 동일한 하중이 작용하더라도 구조물의 자체 탄성에 의한 변형에너지 외에 크랙에 의해서 추가로 변형에너지가 존재하게 된다. 이러한 여러 가지 이유로 인하여 크랙은 구조물의 동적특성에 큰 영향을 미친다. 또 일반적으로 회전하는 외팔보의 동특성은 회전하지 않는 외팔보의 동특성과는 매우 다른 현상을 보인다.⁽¹⁾ 이러한 회전운동은 회전 구조물의 강성변화 및 고유진동 특성변화를 유발한

다. 따라서 이러한 진동특성 변화를 예측하는 것은 로봇 팔이나 로봇 매니퓰레이터 등의 끝집 제어 등 여러 분야에서 필요하며, 응용이 가능하다. 특히 회전 구조물에 계의 동특성에 큰 영향을 미치는 크랙이 존재하는 경우 크랙과 회전운동의 영향으로 인하여 그 계의 동적특성은 큰 변화를 일으킬 것이다. 따라서 크랙과 회전요소에 의한 연성관계가 전체 계의 동적특성에 미치는 영향을 연구하고 예측하는 것은 중요한 일이라 할 수 있다. 회전하는 외팔보의 진동해석에 관한 연구는 Southwell⁽²⁾로부터 시작되어 많은 연구자들에 의해 수행되어져 왔다.^(3,4) 특히 Yoo⁽⁵⁾ 등은 복잡변형변수를 이용한 다양한 회전 구조물의 진동특성에 관한 연구를 수행하여 복잡변형변수를 이용한 회전 구조물의 동적 모델링의 타당성을 규명하였다. Panussis⁽⁶⁾ 등은 회전하는 유체튜브의 면외 및 면내 방향의 진동특성에 미치는 회전각속도와 유체의 영향에 대한 연구를 수행하여 계의 안정성 판단에 대한

† 책임저자 : 정희원, 동의대학교 기계공학과
E-mail : hiyoon@deu.ac.kr
Tel : (051) 890-1645, Fax : (051) 890-2232
* 정희원, 동의대학교 산업기술개발 연구소

근거를 제시하였다. 최근 들어 회전 운동을 하는 외팔보에 대한 연구는 회전하는 유연 매니플레이터의 비선형 자유진동해석⁽⁷⁾, 끝단질량을 갖는 곡선보의 회전운동의 동특성 해석⁽⁸⁾ 및 유체유동 회전 외팔보 파이프의 동특성 해석⁽⁹⁾ 등 광범위하게 연구되어지고 있다. 또 Fung⁽¹⁰⁾ 등은 이동질량을 가지고 회전하는 유연한 암(arm)의 진동수 평가와 이동질량의 원심력이 유연 매니플레이터의 동적응답에 미치는 영향을 수치해석을 통하여 연구하였다. 크랙을 가지는 보 형태 구조물의 해석은 오일러-베르누이 보 및 티모센코 보 이론을 적용하여 크랙이 전체 구조물의 동특성에 미치는 영향에 대한 많은 연구가 발표되어지고 있다. 특히 Douka⁽¹¹⁾ 등은 이중크랙이 존재하는 외팔보에 수직하중이 작용하는 경우 각 크랙의 크기에 따른 외팔보의 고유진동수 변화를 예측하는 방법을 제시하였다. 최근, Yoon⁽¹²⁾ 등은 크랙을 가지는 유체유동 외팔보 파이프의 진동해석을 수행하였으며, Kim⁽¹³⁾ 등은 크랙을 가진 복합재료 보에 미치는 회전속도와 복합재료의 섬유각 (fiber angle)의 영향을 연구하였다.

이 연구에서는 회전하는 외팔보에 크랙형태의 결함이 존재하는 경우에 크랙과 회전운동의 연성관계가 외팔보의 동특성에 미치는 영향을 수치해석 하였다. 계의 운동방정식은 가정모드 방법과 Lagrange 방정식으로 유도하였으며, 크랙은 비진전 개구형이라 가정

하였다. 수치해석을 통하여 외팔보의 끝단의 종진동 및 횡진동 변위와 외팔보의 고유진동수에 미치는 크랙의 크기와 위치, 그리고 회전 각속도의 영향을 비교 고찰하였다.

2. 시스템 모델링

Fig.1은 이 연구에서 해석 예제로 사용한 반경 r 의 축에 고정되어 회전운동을 하는 크랙을 가진 유연 외팔보를 나타낸 것이다. 중력의 영향은 고려하지 않았으며, 외팔보의 해석은 오일러-베르누이 보 이론을 적용하였고, 보는 균질하고 등방성이라 가정한다. Fig.1에서 x 는 외팔보의 고정점 O 로부터 변형 전 임의의 질점 P_0 까지의 거리를 나타내며, s 는 변형 전 임의의 질점 P_0 에서 변형 후의 질점 P 까지 변형할 때 외팔보가 인장된 길이를 나타낸다. 또 x_c 는 크랙의 위치를 의미한다. Fig.2에서 α 와 a_c 는 각각 크랙의 깊이와 크랙의 최대 깊이를 표현하고 있다. 외팔보의 회전운동 중에 생기는 축방향 및 횡방향의 탄성변형은 가정 모드법 (assumed mode method)을 이용하여 각각 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$s = \sum_{i=1}^{\mu} \phi_{1i}(x) q_{1i}(t)$$

$$u_2 = \sum_{i=1}^{\mu} \phi_{2i}(x) q_{2i}(t) \quad (1)$$

여기서, $\phi_{1i}(x)$, $\phi_{2i}(x)$ 는 각각 축방향과 횡방향 가정모드함수, $q_{1i}(t)$, $q_{2i}(t)$ 는 일반화 좌표, 그리고 μ 는 일반화 좌표의 수를 나타낸다. 그리고 각 가정모드함수 $\phi_{1i}(x)$, $\phi_{2i}(x)$ 는 크랙이 존재하는 위치를 기준으로 각각 다음과 같이 표현할 수 있다.

(I) Segment 1 : $0 \leq x \leq x_c$

$$\phi_{11}(x) = A_1 \cos(\lambda_{a1}x) + A_2 \sin(\lambda_{a1}x) \quad (2-1)$$

$$\begin{aligned} \phi_{21}(x) = & B_1 \cos(\lambda_1 x) + B_2 \sin(\lambda_1 x) \\ & + B_3 \cosh(\lambda_1 x) + B_4 \sinh(\lambda_1 x) \end{aligned} \quad (2-2)$$

(II) Segment 2 : $x_c \leq x \leq L$

$$\phi_{12}(x) = A_3 \cos(\lambda_{a1}x) + A_4 \sin(\lambda_{a1}x) \quad (3-1)$$

$$\begin{aligned} \phi_{22}(x) = & B_5 \cos(\lambda_1 x) + B_6 \sin(\lambda_1 x) \\ & + B_7 \cosh(\lambda_1 x) + B_8 \sinh(\lambda_1 x) \end{aligned} \quad (3-2)$$

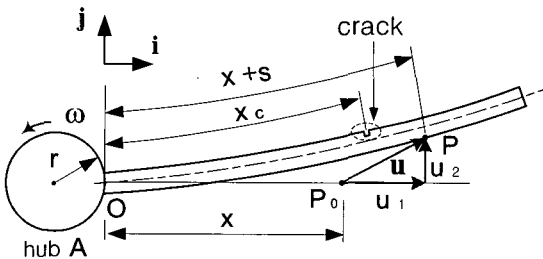


Fig.1 Schematic diagram of a rotating cantilever beam with a crack

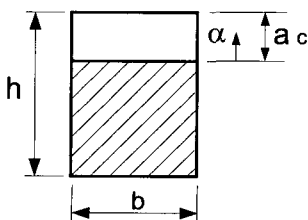


Fig. 2 Cross-section of a cracked section

여기서 L 은 외팔보의 전체 길이이며, 식 (2) 와 (3) 의 λ_{ai} 와 λ_i 는 각각 다음 식에서 구할 수 있다.

$$\lambda_{ai}^2 = \frac{\omega_n^2 mL^2}{EA} \quad (4)$$

$$\cos(\lambda_i L) \cosh(\lambda_i L) + 1 = 0 \quad (5)$$

식 (4) 에서 ω_n 은 외팔보의 종진동 고유진동수이며, E 와 A 는 각각 영계수와 외팔보의 단면적을, 그리고 m 은 외팔보의 단위길이당 질량을 나타낸다. 또 식 (2) 와 식 (3) 에서 미지수 $A_1 \sim A_4$, 그리고 $B_1 \sim B_8$ 은 외팔보의 축방향 및 굽힘방향 경계조건 및 크랙위치에서의 연속조건인 식 (6)~(11) 에 대입하여 각각 구할 수 있다.

$$\phi_{1a}(0) = 0, \quad \frac{d\phi_{1a}(L)}{dx} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{d\phi_{1a}(x_c)}{dx} = \frac{d\phi_{1a}(x_c)}{dx} \quad (7)$$

$$\phi_{2a}(0) = 0, \quad \frac{d\phi_{2a}(0)}{dx} = 0,$$

$$\frac{d^2\phi_{2a}(L)}{dx^2} = 0, \quad \frac{d^3\phi_{2a}(L)}{dx^3} = 0 \quad (8)$$

$$\phi_{2a}(x_c) = \phi_{2a}(x_c), \quad \frac{d^2\phi_{2a}(x_c)}{dx^2} = \frac{d^2\phi_{2a}(x_c)}{dx^2},$$

$$\frac{d^3\phi_{2a}(x_c)}{dx^3} = \frac{d^3\phi_{2a}(x_c)}{dx^3} \quad (9)$$

또 크랙 위치에서의 회전 및 병진스프링 상수가 포함된 연속조건은 횡방향 및 축방향의 연성효과를 고려하여 다음 식으로 표현할 수 있다.⁽¹⁴⁾

$$\begin{Bmatrix} P \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{15} \\ k_{51} & k_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{1a}(x_c) - \phi_{1a}(x_c) \\ \frac{d\phi_{2a}(x_c)}{dx} - \frac{d\phi_{2a}(x_c)}{dx} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

여기서 축방향 힘 P 와 굽힘 모멘트 M 은 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} P \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} EA \frac{d\phi_{1a}(x_c)}{dx} \\ EI \frac{d^2\phi_{2a}(x_c)}{dx^2} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

여기서 EI 는 외팔보의 굽힘 강성계수이다.

2.1 크랙에 의한 탄성 변형에너지

같은 하중이 작용하는 구조물에서도 크랙이 존재하는 경우에 구조물의 자체 탄성 변형에너지 외에 크랙에 의한 변형에너지가 존재하고 이 부가되는 에너지만큼 추가적인 변형이 더 발생하게 된다. Castigliano 의 정리를 이용하여 크랙위치에서 크랙으로 인하여 부가되는 변위가 포함된 유연행렬은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$C_{ij} = \frac{\partial u_k}{\partial P_j} = \frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} \left[\int_{-b/2}^{b/2} \int_0^{a_c} J(\alpha) da dz \right] \quad (12)$$

여기서 i, j 는 각 힘의 방향을 의미하며 변형률 에너지 밀도함수 $J(\alpha)$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$J(\alpha) = \frac{1-\nu^2}{E} (K_{IP} + K_{IM})^2 \quad (13)$$

여기서 K_{IP} 와 K_{IM} 은 각각 제 I 파괴모드에서의 축방향 힘 P 와 굽힘 모멘트 M 에 의한 응력집중계수를 의미한다. 또 ν 는 Poisson 의 비를 나타낸다. 보의 단면이 사각형인 경우 응력집중계수는 각각 다음과 같다.

$$K_{IP} = \frac{P}{bh} \sqrt{\pi a} F_I(\alpha),$$

$$K_{IM} = \frac{6M}{bh^2} \sqrt{\pi a} F_{II}(\alpha) \quad (14)$$

여기서 $F_I(\alpha)$ 와 $F_{II}(\alpha)$ 는 각각 다음과 같다.⁽¹⁵⁾

$$F_I(\alpha) = \sqrt{\frac{\tan(\zeta)}{\zeta}} \frac{[0.752 + 2.02\alpha + 0.37(1 - \sin(\zeta))^3]}{\cos(\zeta)}$$

$$F_{II}(\alpha) = \frac{1.99 - \alpha(1-\alpha)(2.15 - 3.39\alpha + 2.7\alpha^2)}{\sqrt{\pi(1+2\alpha)(1-\alpha)^{3/2}}} \quad (15)$$

여기서 $\zeta = \pi a/2$ 이다. 따라서 식 (12)~(15) 와 무차원 파라미터인 $\bar{a} (= a/h)$ 와 $H (= a_c/h)$ 를 이용하여 제 I 파괴모드의 축방향 힘과 굽힘 모멘트에 대한 유연행렬을 구하면 각각 다음과 같다.

$$C_{11} = \frac{2\pi h}{A} \frac{(1-\nu^2)}{E} \int_0^H \bar{a} [F_I(\bar{a})]^2 d\bar{a} \quad (16)$$

$$C_{15} = C_{51} = \frac{\pi h^2}{I} \frac{(1-\nu^2)}{E} \int_0^H \bar{a} F_I(\bar{a}) F_{II}(\bar{a}) d\bar{a} \quad (17)$$

$$C_{55} = \frac{6\pi h}{I} \frac{(1-\nu^2)}{E} \int_0^H \bar{a} [F_{II}(\bar{a})]^2 d\bar{a} \quad (18)$$

여기서 $I = bh^3/12$ 이다. 또 C_{15} 와 C_{51} 은 각 힘의 방향에 대한 연성효과를 표현한 것이다. 식 (10)의 강성행렬은 식 (16)~(18)의 유연행렬을 이용하여 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{15} \\ k_{51} & k_{55} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{15} \\ C_{51} & C_{55} \end{bmatrix}^{-1} \quad (19)$$

따라서 회전 및 병진스프링 상수 K_R 과 K_T 는 각각 다음 식으로 계산되어 진다.

$$K_T = \frac{C_{55}}{C_{11}C_{55} - C_{15}C_{51}},$$

$$K_R = \frac{C_{11}}{C_{11}C_{55} - C_{15}C_{51}} \quad (20)$$

여기서 C_{15} 와 C_{51} 의 연성효과는 전체 시스템의 동특성에 극히 미소한 영향을 미치기 때문⁽¹⁴⁾에 이 연구에서는 각 방향에서의 연성효과를 무시한 $K_T = C_{11}^{-1}$, $K_R = C_{55}^{-1}$ 를 수치해석에 사용하였다.

2.2 크랙을 가진 외팔보의 에너지식

변형에 따른 외팔보의 임의 질점 P 의 속도는 다음 식으로 구할 수 있다.

$$\mathbf{v}_P = \mathbf{v}_O + \mathbf{v}_{P/A} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{x} + \mathbf{u}) \quad (21)$$

여기서 \mathbf{v}_O 와 $\mathbf{v}_{P/A}$ 는 각각 O 점의 속도와 P 점의 A 점에 대한 상대속도를 나타내며, $\boldsymbol{\omega}$ 는 고정축의 회전 각속도 벡터를 나타내고 있다. 식 (7)의 각 항들은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{v}_O = r\boldsymbol{\omega} \mathbf{j}$$

$$\mathbf{v}_{P/A} = \dot{u}_1 \mathbf{i} + \dot{u}_2 \mathbf{j}$$

$$\boldsymbol{\omega} = \omega \mathbf{k}, \quad \mathbf{x} = x \mathbf{i}$$

$$\mathbf{u} = u_1 \mathbf{i} + u_2 \mathbf{j} \quad (22)$$

여기서 (\cdot) 는 시간 t 에 대한 미분을 나타내고,

u_1 대신 인장방향 변위 s 를 사용하기 위하여 u_1 과 s 사이의 기하학적 관계를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$s \approx u_1 + \frac{1}{2} \int_0^x \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right)^2 dx \quad (23)$$

따라서 식 (21)의 속도를 이용하여 외팔보의 운동 에너지를 구하면 다음과 같다.

$$T_p = \frac{1}{2} m \left[\int_0^{x_c} \mathbf{v}_{P1} \cdot \mathbf{v}_{P1} dx + \int_{x_c}^L \mathbf{v}_{P2} \cdot \mathbf{v}_{P2} dx \right] \quad (24)$$

여기서 외팔보의 임의 질점의 속도 \mathbf{v}_{P1} 과 \mathbf{v}_{P2} 는 크랙위치를 기준으로 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\mathbf{v}_{P1} = (\dot{u}_{1(1)} - \omega u_{2(1)}) \mathbf{i}$$

$$+ (r\omega + \dot{u}_{2(1)} + \omega(x + u_{1(1)})) \mathbf{j}$$

$$(0 \leq x < x_c),$$

$$\mathbf{v}_{P2} = (\dot{u}_{1(2)} - \omega u_{2(2)}) \mathbf{i}$$

$$+ (r\omega + \dot{u}_{2(2)} + \omega(x + u_{1(2)})) \mathbf{j}$$

$$(x_c \leq x \leq L) \quad (25)$$

회전 외팔보의 포텐셜 에너지를 크랙의 영향을 고려하여 구하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$V_p = \frac{1}{2} EA \left[\int_0^{x_c} \left(\frac{\partial s_{(1)}}{\partial x} \right)^2 dx + \int_{x_c}^L \left(\frac{\partial s_{(2)}}{\partial x} \right)^2 dx \right]$$

$$+ \frac{1}{2} EI \left[\int_0^{x_c} \left(\frac{\partial^2 u_{2(1)}}{\partial x^2} \right)^2 dx + \int_{x_c}^L \left(\frac{\partial^2 u_{2(2)}}{\partial x^2} \right)^2 dx \right]$$

$$+ K_R \left(\Delta \frac{du_2}{dx} \Big|_{x=x_c} \right)^2 + K_T (\Delta u_1|_{x=x_c})^2 \quad (26)$$

식 (26)의 마지막 두 항은 각각 다음과 같다.

$$\Delta \frac{du_2}{dx} \Big|_{x=x_c} = \frac{du_{2(2)}}{dx} \Big|_{x_2=0} - \frac{du_{2(1)}}{dx} \Big|_{x_1=x_c},$$

$$\Delta u_1|_{x=x_c} = u_{1(2)}|_{x_2=0} - u_{1(1)}|_{x_1=x_c} \quad (27)$$

식 (27)은 크랙으로 인한 외팔보의 축방향 및 횡방향의 점프현상을 표현한 것이며, 여기서 x_1 과 x_2 는 각각 크랙에 의해서 분할되어진 외팔보에서 각 분할구간의 축방향 변위를 의미한다.⁽¹²⁾

2.3 운동방정식

계의 운동방정식은 앞에서 구한 크랙을 가진 회전 외팔보의 에너지식들을 Lagrange 방정식에 대입하여 유도할 수 있으며 구해진 계의 운동방정식을 무차원화하기 위하여 사용한 무차원 매개변수는 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{L}, \quad d_{1,2} = \frac{q_{1,2}}{L}, \quad \tau = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \\ \xi_c &= \frac{x_c}{L}, \quad K_R^* = \frac{K_R L}{EI}, \quad K_T^* = \frac{K_T L^3}{EI}, \\ \Omega_m &= \omega L^2 \sqrt{\frac{m}{EI}}, \quad H = \frac{a_c}{h} \end{aligned} \quad (28)$$

여기서 $d_{1,2}$ 는 각각 외팔보의 축방향 및 횡방향의 무차원 변위를 나타낸 것이다. 식 (28)의 무차원 매개변수들을 사용한 축방향 및 횡방향의 무차원 운동방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{d}} + \mathbf{K}\mathbf{d} = \mathbf{P} \quad (29)$$

여기서 (\cdot) 는 무차원화된 시간 τ 에 대한 미분을 나타내며, 행렬 \mathbf{M} , \mathbf{C} , 그리고 \mathbf{K} 는 각각 크랙을 가진 회전 외팔보의 질량행렬, 감쇠행렬, 그리고 강성행렬을 각각 나타내고 있다. 또 $\mathbf{d} = [d_{1i}, d_{2i}]^T$ 이다. 식 (29)의 운동방정식은 자유진동해석에 대해 고유치 문제를 해결하기 위하여 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$\{\eta\} = \mathbf{M}^* \{\eta\} \quad (30)$$

식 (30)의 각 항은 각각 다음과 같다.

$$\mathbf{M}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} & \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (31)$$

Table 1 Specifications of a rotating cantilever beam

Property	Value
Length of beam (L)	1 (m)
Cross-section area (A)	6×10^{-4} (m ²)
Bending stiffness (EI)	8.9782 (Nm ²)
Density of beam	2.766×10^3 (kg/m ³)
Hub radius (r)	0.05 (m)

$$\{\eta\} = [\mathbf{d} \ \mathbf{d}]^T \quad (32)$$

여기서 \mathbf{I} 는 단위행렬을 의미한다. 식 (30)~(32)를 이용하여 구해진 고유치는 복소수 형태의 값을 가지며 이 값의 허수부로부터 계의 고유진동수를 구할 수 있다.

3. 수치해석 결과 및 고찰

앞 절에서 유도된 무차원 운동방정식을 이용하여 크랙을 가진 회전 외팔보의 동적특성을 수치해석 하였다. 먼저, 외팔보의 변위해석에 있어서 외팔보의 회전각속도는 회전운동을 일반화하기 위하여 다음 식 (33)의 함수를 이용하였다.

$$\omega = \begin{cases} \Omega_s \left[\frac{t}{T_s} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right) \right] & 0 \leq t \leq T_s \\ \Omega_s & t > T_s \end{cases} \quad (33)$$

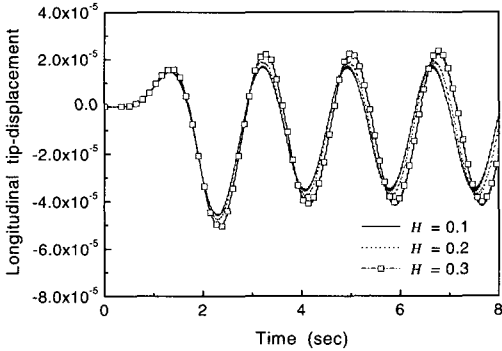
여기서 T_s 는 회전운동이 정상상태에 도달하기 위한 시간이다. 또 Ω_s 는 정상상태에서의 회전 각속도, 그리고 t 는 시간을 나타낸다. 일반적으로 이러한 회전운동을 수치해석에 사용하는 이유는 식 (33)으로 주어진 각속도는 시간에 따라 변화하는 전반부와 그 값을 일정하게 유지하는 후반부가 함께 존재하고 있으므로 임의의 회전운동을 대표하기에 적합하기 때문이다. 수치해석 예제에 사용한 파라미터는 크랙이 존재하지 않는 경우에 결과비교 및 검증을 위해서 참고문헌 (16)의 값을 이용하였으며, Table 1에 나타내었다.

Fig. 3은 크랙을 가진 회전 외팔보의 축방향 끝단 변위를 각 파라미터의 영향에 대하여 표현한 것이다. 각 그림의 가로축은 시간을 나타내며 외팔보가 정상상태 회전운동에 도달하는 시간 T_s 는 3초로 하였다. Fig. 3(a)는 크랙의 깊이, (b)는 회전 각속도, 그리고 (c)는 크랙이 존재하는 보상의 위치에 따른 외팔보의 축방향 끝단변위를 각각 나타내고 있다. 전반적으로 크랙의 크기 및 회전 각속도가 증가할수록 외팔보의 끝단 종변위는 커진다. Fig. 3(c)는 회전 각속도가 2이고 크랙의 크기 H 가 0.2인 경우 크랙의 위치에 따른 끝단 종변위이다. 크랙의 위치가 보의 고정단쪽에서 멀어질수록 회전 외팔보의 종변위는 더 작아지는 현상을 볼 수 있다. Fig. 4는 회전 외팔보

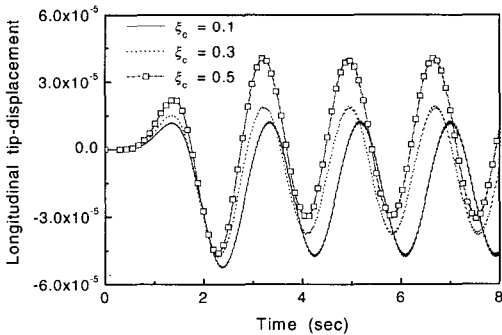
가 크랙을 가진 경우에 외팔보의 끝단 횡변위를 각 파라미터의 영향에 따라 표현한 것이다. Fig.4(a)는 크랙의 깊이, (b)는 회전 각속도, 그리고 (c)는 크랙의 위치에 따른 외팔보의 끝단 횡변위를 각각 도시하였다. Fig. 3의 결과와 마찬가지로 크랙의 크기 및 회전 각속도와 외팔보의 끝단 횡변위는 서로 비례

적인 경향을 보인다.

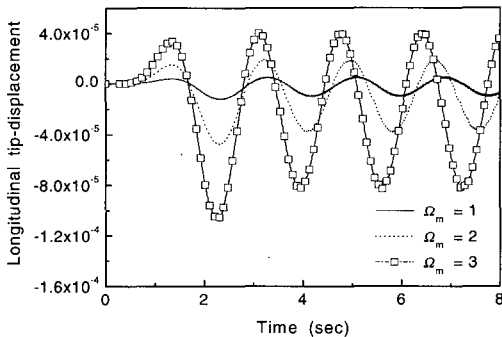
Fig.4(a)에서 크랙의 크기가 0.1일 때에 비하여 크랙의 크기가 0.3인 경우 과도상태에서 외팔보의 최대 처짐은 약 4% 정도 증가하였다. 또 Fig.4(b)에서는 회전 각속도가 1인 경우에 비하여 3인 경우 과도상태에서 외팔보의 최대 처짐은 약 2.9배의 큰 증가율을 보이고 있으며, 정상상태에서의 최대 진폭은 전반적으로 약 2.7배의 증가율을 나타낸다. Fig.4(c)



(a) Effect of crack depth ($\Omega_m=2, \xi_c=0.3$)

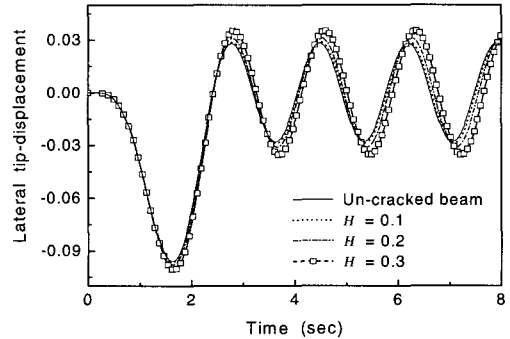


(b) Effect of angular velocity ($H=0.2, \xi_c=0.3$)

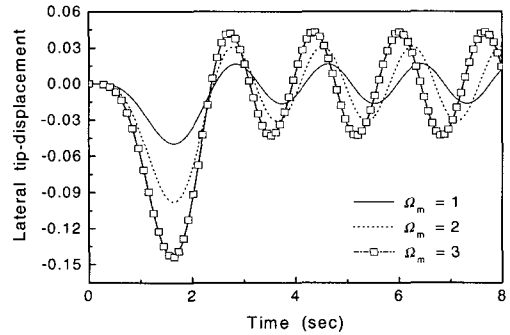


(c) Effect of crack position ($\Omega_m=2, H=0.2$)

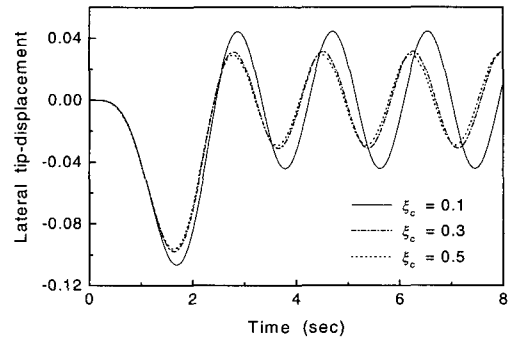
Fig. 3 Dimensionless longitudinal tip-displacement of a rotating cantilever beam with a crack



(a) Effect of crack depth ($\Omega_m=2, \xi_c=0.3$)



(b) Effect of angular velocity ($H=0.2, \xi_c=0.3$)



(c) Effect of crack position ($\Omega_m=2, H=0.2$)

Fig. 4 Dimensionless lateral tip-displacement of a rotating cantilever beam with a crack

의 크랙의 위치에 의한 외팔보의 끝단 횡변위를 살펴 보면, 회전하지 않는 외팔보와 마찬가지로 크랙의 위치가 고정단에서부터 가까울수록 끝단 횡변위는 더 커진다는 것을 알 수 있다. Fig. 5는 크랙의 위치 ξ_c 가 0.3 일 때 회전 외팔보의 종진동 고유진동수를 크랙의 크기변화에 따라 제 2차 진동모드까지 표현하였다. 여기서 가로축은 외팔보의 회전 각속도를 나타내며, 세로축은 회전 외팔보의 종진동 고유진동수를 나타낸 것이다. 제 1, 2차 모드에서 전반적으로 외팔보의 종진동 고유진동수와 크랙의 크기는 서로 반비례적인 경향을 보이고 있으며, 크랙의 크기가 일정할 때 종진동 고유진동수와 회전 각속도는 서로 비례적임을 알 수 있다. 특히 2차 모드에 비해서 1차 모드에서의 외팔보의 고유진동수 증가율이 현저히 크게 나타난다. 또 크랙의 크기가 약 20% ($H=0.2$) 이상이면 크랙의 크기는 외팔보의 종진동 고유진동수에 큰 영향을 미치지 않음을 알 수 있다. Fig. 6은

크랙의 크기가 0.2인 경우 회전 외팔보의 종진동 고유진동수를 크랙의 위치에 따라 도시한 것이다. 1차 모드에서는 크랙의 위치가 0.1인 경우 외팔보의 고유진동수가 가장 작은 값을 가지며 크랙의 위치가 고정단으로부터 멀어질수록 외팔보의 종진동 고유진동수는 증가하는 경향을 보인다. Fig. 7과 Fig. 8은 회전 외팔보의 횡진동 고유진동수에 미치는 크랙의 위치와 크기, 그리고 회전 각속도의 영향을 각각 제 2차 진동모드까지 표현한 것이다. 1, 2차 모드에 걸쳐서 회전 각속도는 외팔보의 횡진동 고유진동수에 서로 비례적이며, 크랙의 크기와 외팔보의 횡진동 고유진동수는 반비례적인 경향을 가진다.

Fig. 7(a)에서 회전 각속도가 1 rad/s인 경우 크랙의 크기가 각각 0.1에서 0.3으로 증가할 때 회전 외팔보의 고유진동수는 약 3.5% 정도 감소하며, 회전 각속도가 5 rad/s일 때는 약 2.9% 정도의 고유진동수 감소를 보인다. 즉, 미소하지만 회전 각속도가 증

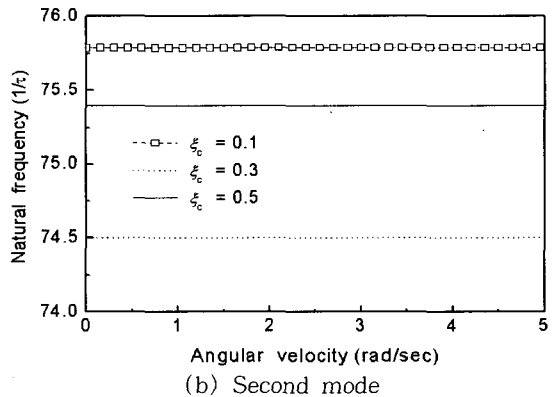
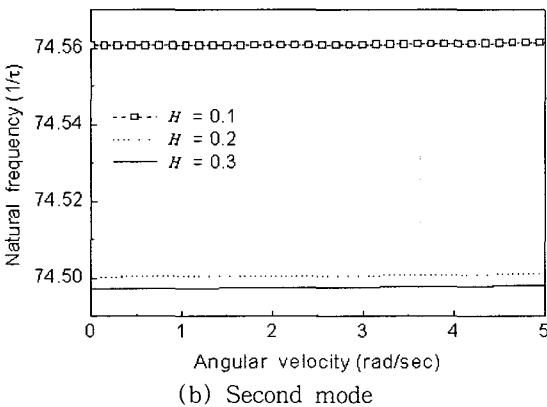
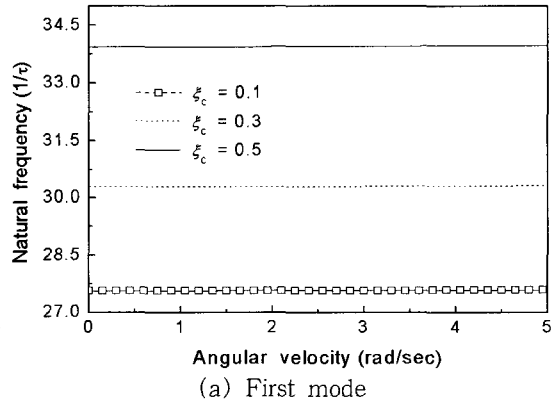
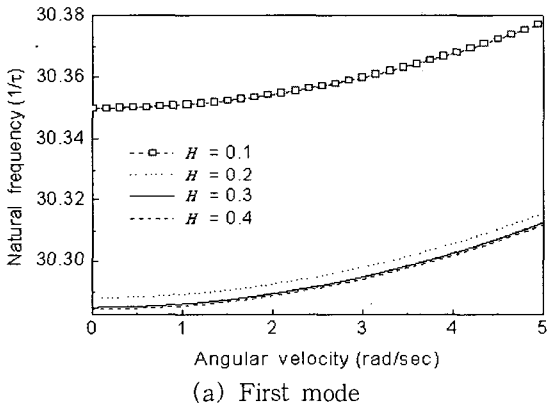
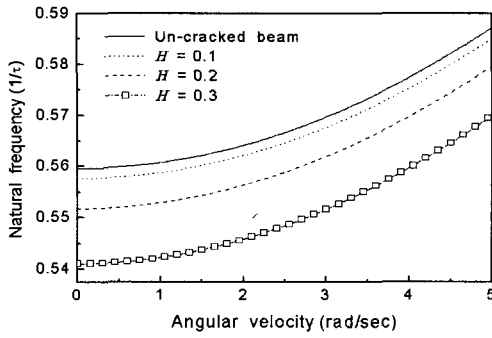
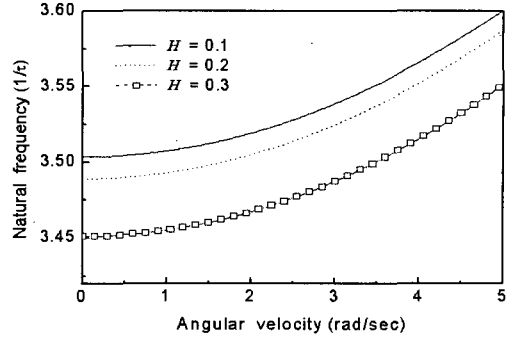


Fig. 5 Longitudinal natural frequency of a rotating cantilever beam according to the crack depth ($\Omega_m=2, \xi_c=0.3$)

Fig. 6 Longitudinal natural frequency of a rotating cantilever beam according to the crack position ($\Omega_m=2, H=0.2$)

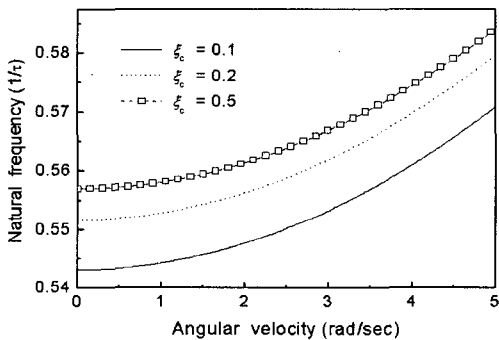


(a) First mode

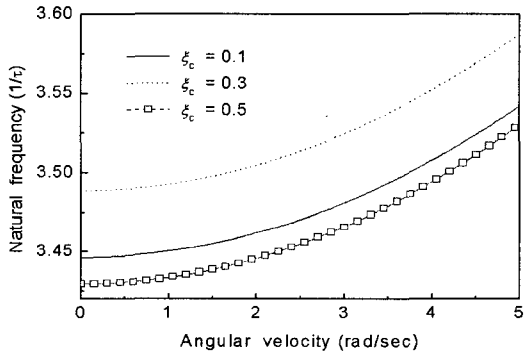


(b) Second mode

Fig. 7 Lateral natural frequency of a rotating cantilever beam according to the crack depth ($\Omega_m = 2, \xi_c = 0.3$)



(a) First mode



(b) Second mode

Fig. 8 Lateral natural frequency of a rotating cantilever beam according to the crack position ($\Omega_m = 2, H = 0.2$)

가할수록 외팔보의 횡진동 고유진동수에 미치는 크랙의 영향이 감소한다는 것을 판단할 수 있다. Fig. 8(a)의 1차 모드에서는 크랙의 위치가 0.1일 때, 그리고 Fig. 8(b)의 2차 모드에서는 크랙의 위치가 0.5인 경우에 회전 외팔보의 횡진동 고유진동수가 가장 작은 값을 가진다. 이것은 외팔보의 횡진동 모드 형상에 기인한 것으로 판단된다.

4. 결 론

크랙을 가지는 회전 외팔보의 동특성에 미치는 각 파라미터들의 영향, 즉 크랙의 크기, 크랙의 위치, 그리고 외팔보의 회전 각속도가 외팔보의 끝단의 종진동 및 횡진동 변위와 외팔보의 고유진동수에 미치는 영향을 수치해석 하였다. 이 연구의 수치해석 예제에 적용한 파라미터들에 대하여 얻어진 연구결과는 다음

과 같다.

(1) 크랙을 가진 회전 외팔보의 끝단 종진동 및 횡진동 변위에 미치는 영향은 크랙에 의한 영향에 비하여 회전 각속도의 영향이 더 크다.

(2) 크랙의 크기가 일정크기 이상으로 증가하면 (이 연구의 수치해석에 적용한 파라미터에서는 약 20%의 크랙 크기) 크랙의 크기는 회전 외팔보의 종진동 고유진동수에 큰 영향을 미치지 않는다.

(3) 외팔보의 회전 각속도가 증가할수록 회전 외팔보의 횡진동 고유진동수에 미치는 크랙의 영향이 감소한다.

(4) 회전하지 않는 외팔보에서는 외팔보의 변위에 미치는 크랙의 크기에 대한 영향이 크랙의 위치에 대한 영향보다 크게 나타나지만, 회전하는 외팔보에서의 보의 변위에 미치는 영향은 크랙의 크기에 의한 영향보다 크랙의 위치에 의한 영향이 더 크다.

참고 문헌

- (1) Rao, J. S. 1996, Rotor Dynamics (3th ed.), New Age.
- (2) Southwell, R. and Gough, F., 1921, "The Free Transverse Vibration of Airscrew Blades," British A. R. C. Reports and Memoranda No. 766.
- (3) Schilhansl, M., 1958, "Bending Frequency of a Rotating Cantilever Beam," Journal of Appl. Mech. Trans. Am. Soc. Mech. Engrs, Vol. 25, pp. 28~30.
- (4) Yoo, H., Ryan, R. and Scott, R., 1995, "Dynamics of Flexible Beams Undergoing Overall Motions," Journal of Sound and Vibration, Vol. 181, No. 2, pp. 261~278.
- (5) Yoo, H. H., Kwak, J. Y. and Chung, J., 2001, "Vibration Analysis of Rotating Pre-twisted Blades with a Concentrated Mass," Journal of Sound and Vibration, Vol. 240, No. 5, pp. 891~908.
- (6) Panussis, D. A. and Dimarogonas, A. D., 2000, "Linear In-plane And Out-of-plane Lateral Vibrations of a Horizontally Rotating Fluid-Tube Cantilever," Journal of Fluids and Structures, Vol. 14, pp. 1~24.
- (7) Hamdan, M. N. and Al-Bedoor, B. O., 2001, "Non-linear Free Vibrations of a Rotating Flexible Arm," Journal of Sound and Vibration, Vol. 242, No. 5, pp. 839~853.
- (8) Park, J. H. and Kim, J. H., 1999, "Dynamic Analysis of Rotating Curved Beam with a Tip Mass," Journal of Sound and Vibration, Vol. 228, No. 5, pp. 1017~1034.
- (9) 윤한익, 손인수, 2003, "회전하는 유체이송 외팔 파이프의 동특성 해석," 한국소음진동공학회논문집, 제 13 권, 제 1 호, pp. 26~32.
- (10) Fung, E. H. K. and Yau, D. T. W., 2001, "Vibration Frequencies of a Rotating Flexible Arm Carrying a Moving Mass," Journal of Sound and Vibration, Vol. 241, No. 5, pp. 857~878.
- (11) Douka, E., Bamnios, G. and Trochidis, A., 2004, "A Method for Determining the Location and Depth of Cracks in Double-cracked Beams," Applied Acoustics, Vol. 65, pp. 997~1008.
- (12) Yoon, H. I. and Son, I. S., 2004, "Dynamic Behavior of Cracked Pipe Conveying Fluid with Moving Mass Based on Timoshenko Beam Theory," KSME International Journal, Vol. 18, No. 12, pp. 2216~2224.
- (13) Kim, S. S. and Kim, J. H., 2003, "Rotating Composite Beam with a Breathing Crack," Composite Structures, Vol. 60, pp. 83~90.
- (14) Dado, M. H. F. and Abuzeid, O., 2003, "Coupled Transverse and Axial Vibratory Behaviour of Cracked Beam with End Mass and Rotary Inertia," Journal of Sound and Vibration, Vol. 261, pp. 675~696.
- (15) Ewalds, H. L. and Wnahil, R. J. H., 1984, Fracture Mechanics, Edward Arnold and Delftse Uitgevers Maatschappij, London.
- (16) Cai, G. P., Hong, J. Z. and Yang, S. X., 2004, "Model Study and Active Control of a Rotating Flexible Cantilever Beam," International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 46, pp. 871~889.