

이동질량을 가진 유체유동 회전 외팔 파이프의 동특성

Dynamic Behavior of Rotating Cantilever Pipe Conveying Fluid with Moving Mass

윤한익* · 손인수*

Han-Ik Yoon and In-Soo Son

(2005년 3월 11일 접수 ; 2005년 4월 14일 심사완료)

Key Words : Moving Mass(이동질량), Rotating Cantilever Pipe Conveying Fluid(유체이송 회전 외팔 파이프), Dynamic Behavior(동특성), Follower Force(중동력)

ABSTRACT

In this paper, we studied about the effects of the rotating cantilever pipe conveying fluid with a moving mass. The influences of a rotating angular velocity, the velocity of fluid flow and moving mass on the dynamic behavior of a cantilever pipe have been studied by the numerical method. The equation of motion is derived by using the Lagrange's equation. The cantilever pipe is modeled by the Euler-Bernoulli beam theory. When the velocity of a moving mass is constant, the lateral tip-displacement of a cantilever pipe is proportional to the moving mass and the angular velocity. In the steady state, the lateral tip-displacement of a cantilever pipe is more sensitive to the velocity of fluid than the angular velocity, and the axial deflection of a cantilever pipe is more sensitive to the effect of a angular velocity. Totally, as the moving mass is increased, the frequency of a cantilever pipe is decreased in steady state.

1. 서 론

이송유체와 이동질량을 갖는 회전 외팔 파이프의 대표적인 형태는 산업현장에서 자동화를 목적으로 사용되는 유연한 로봇 매니플레이터를 들 수 있다. 특히 원가절감의 이유로 공정을 줄이기 위해 다목적으로 사용되는 매니플레이터들이 개발됨에 따라 이송유체와 이동질량이 존재하는 형태의 매니플레이터를 생각할 수 있다. 따라서 파이프의 끝단에 집중 중동력으로 작용하는 비점성 유체의 분사력과 이동질량, 그리고 회전요소에 의한 연성관계가 전체 계의 동적특

성에 미치는 영향을 연구하고 예측하는 것은 중요한 일이라 할 수 있다. 그러나 이송유체와 이동질량 등의 영향을 고려한 회전하지 않는 보에 관한 연구⁽¹⁾에 비해 회전하는 유체유동 외팔 파이프에 관한 연구는 그리 활발하지 않은 실정이다. 또한 회전하는 외팔 파이프에 이동질량이 존재하는 경우는 더욱 그러하다. 유체유동에 의한 송수관의 진동과 안정성에 대한 연구는 Ashley⁽²⁾ 등에 의해 비롯되었으며 동역학에 대한 이론적 연구와 실험적 연구^(3,4)를 통해 송수관이 양단 단순지지 된 경우는 유동유체의 힘은 보존적이고 계는 어떤 임계유속 이상에서 발산형 불안정을 일으키지만, 유체가 나오는 유출 끝단이 자유인 경우는 유동유체의 힘이 비보존적이며 계는 임계유속 이상에서 플러터(flutter) 불안정을 일으킨다는 것이 제시되었다. 또, 회전운동을 하는 외팔보의 진동해석에 관한 연구는 Southwell⁽⁵⁾로부터 비롯하여 많은 연구자들에

† 책임저자 : 정회원, 동의대학교 기계공학부
E-mail : hiyoon@deu.ac.kr
Tel : (051) 890-1645, Fax : (051) 890-2232
* 정회원, 동의대학교 산업기술개발 연구소

의해 연구⁽⁶⁻⁸⁾되어 졌다. 최근들어 회전 운동을 하는 외팔보에 대한 연구는 회전하는 유연 매니플레이터의 비선형 자유진동해석,⁽⁹⁾ 그리고 끝단질량을 갖는 곡선보의 회전운동의 동특성 해석⁽¹⁰⁾ 및 회전 유체튜브의 동특성 해석⁽¹¹⁾ 등 광범위하게 연구되어지고 있다. 또 Fung^(12,13) 등은 이동질량을 가지고 회전하는 유연한 암(arm)의 진동수평가와 이동질량의 원심력이 유연 매니플레이터의 동적응답에 미치는 영향을 수치해석을 통하여 연구하였다.

이 논문에서는 점성이 매우 작은 이송유체의 분사력에 의하여 회전 외팔 파이프의 끝단에 집중 종동력이 작용되고 이동질량을 갖는 계를 고려하였으며, 계의 운동방정식은 가정모드 방법과 Lagrange 방정식으로 유도하여 수치해석 하였다. 수치해석을 통하여 외팔 파이프의 축방향 및 횡방향의 끝단변위 및 진동수에 미치는 이동질량, 유동유체, 그리고 회전 각속도의 영향을 비교 고찰하였다. 또한 계의 동적특성에 영향을 미치는 각 설계변수들의 동적특성과 특징적 상호연성관계를 제시하였다. 따라서 이 논문의 연구방법과 결과들은 산업용 로봇 매니플레이터 등의 고정밀화 및 정확도 향상을 위한 끝단 위치제어에 적용하고, 활용할 수 있는 기초 연구로써의 가치를 가진다.

2. 시스템 모델링

Fig.1은 이 논문에서 해석 예제로 사용한 반경 r 의 축에 고정되어 회전운동을 하는 이송유체와 이동질량을 갖는 유연 외팔 파이프를 나타낸 것이다. 중력의 영향은 고려하지 않았으며, 파이프는 균질하고 등방성이라 가정하였다. Fig.1에서 x 는 외팔 파이프의 고정점 O 로부터 변형 전 임의 질점 P_0 까지의 거리를 나타내며, s 는 변형 전 임의 질점 P_0 에서 변형 후의 질점 P 까지 변형할 때 파이프가 인장

된 길이를 나타낸다. 또한 F_f , \mathbf{u} , 그리고 u 는 각각 유체의 분사력에 의한 집중점선종동력, 임의 질점의 탄성변위 벡터, 그리고 이송 유체의 속도를 의미한다. m_m 과 v 는 이동질량과 이동질량의 이동 속도를 각각 표현하고 있다. 외팔 파이프의 회전운동 중에 생기는 축방향 및 횡방향의 탄성변형은 가정 모드법 (assumed-mode method)을 이용하여 각각 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$s = \sum_{i=1}^{\mu} \phi_{1i}(x) q_{1i}(t) \quad (1)$$

$$u_2 = \sum_{i=1}^{\mu} \phi_{2i}(x) q_{2i}(t) \quad (2)$$

여기서, $\phi_{1i}(x)$, $\phi_{2i}(x)$ 는 각각 축방향과 횡방향 가정모드함수, $q_{1i}(t)$, $q_{2i}(t)$ 는 일반화 좌표를, 그리고 μ 는 일반화 좌표의 수를 나타내고 있다. 그리고 각 가정모드 함수 $\phi_{1i}(x)$, $\phi_{2i}(x)$ 는 한쪽 단이 고정되고 다른 한쪽은 자유인 외팔보의 방정식으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\phi_{1i}(x) = \sin \frac{(2i-1)\pi x}{2L} \quad (3)$$

$$\phi_{2i}(x) = \cos(\lambda_i x) - \cosh(\lambda_i x) + \alpha_i [\sin(\lambda_i x) - \sinh(\lambda_i x)] \quad (4)$$

식 (3)에서 L 은 외팔 파이프의 길이를 의미하며, 식 (4)의 α_i 는 다음 식으로 주어진다.

$$\alpha_i = \frac{\sin(\lambda_i L) - \sinh(\lambda_i L)}{\cos(\lambda_i L) + \cosh(\lambda_i L)} \quad (5)$$

또한 식 (4), (5)의 λ_i 는 다음 식을 이용하여 구할 수 있다.

$$1 + \cos(\lambda_i L) \cosh(\lambda_i L) = 0 \quad (6)$$

2.1 외팔 파이프의 에너지식

변형에 따른 외팔 파이프의 임의 질점 P 의 속도는 다음 식으로 구할 수 있다.

$$\mathbf{v}_P = \mathbf{v}_O + \mathbf{v}_{P/A} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{x} + \mathbf{u}) \quad (7)$$

여기서 \mathbf{v}_O 와 $\mathbf{v}_{P/A}$ 는 각각 O 점의 속도와 P 점의 A 점에 대한 상대속도를 나타내며, $\boldsymbol{\omega}$ 는 고정축의

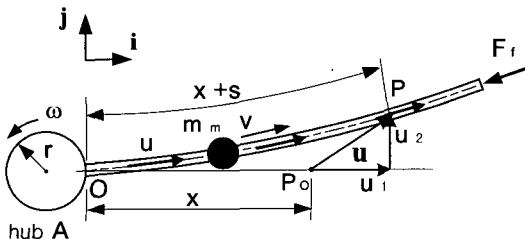


Fig.1 Schematic diagram of a rotating cantilever pipe conveying fluid with a moving mass

회전 각속도 벡터를 나타내고 있다. 식 (7)의 각 항들은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_O &= r\omega \mathbf{j} \\ \mathbf{v}_{P/A} &= \dot{u}_1 \mathbf{i} + \dot{u}_2 \mathbf{j} \\ \boldsymbol{\omega} &= \omega \mathbf{k}, \quad \mathbf{x} = x \mathbf{i} \\ \mathbf{u} &= u_1 \mathbf{i} + u_2 \mathbf{j} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 (\cdot) 는 시간 t 에 대한 미분을 나타내고, u_1 대신 인장방향 변위 s 를 사용하기 위하여 u_1 과 s 사이의 기하학적 관계를 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$s \approx u_1 + \frac{1}{2} \int_0^x \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right)^2 dx \quad (9)$$

따라서 식 (7)의 속도를 이용하여 외팔 파이프의 운동에너지와 포텐셜에너지를 구하면 각각 다음과 같다.

$$T_p = \frac{1}{2} m \int_0^L (\mathbf{v}_P \cdot \mathbf{v}_P) dx \quad (10)$$

$$V_{pl} = \frac{1}{2} \int_0^L \left[EA \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^2 + EI \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} \right)^2 \right] dx \quad (11)$$

여기서 EI 는 외팔 파이프의 굽힘 강성계수, A 는 파이프의 단면적, 그리고 m 은 외팔 파이프의 단위길이당 질량을 나타낸다.

2.2 이송유체의 에너지식

파이프에 대한 유체의 상대속도가 u 이므로, 유체의 절대속도에는 파이프의 운동이 포함되어야 한다. 따라서 유체의 절대속도의 수직성분, 즉 파이프의 횡방향 성분(v_y)과 축방향에 평행한 수평성분(v_x)은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} v_x &= \dot{u}_1 - u_2 \omega + u \left(1 + \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \\ v_y &= r\omega + \dot{u}_2 + \omega(x + u_1) + u \frac{\partial u_2}{\partial x} \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)를 이용하여 유속의 합을 구하면

$$v_f = (v_x^2 + v_y^2)^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

이 된다. 따라서 이송유체의 운동에너지는 다음과 같

이 표현된다.

$$T_f = \frac{1}{2} m_f \int_0^L (v_f v_f) dx \quad (14)$$

여기서 m_f 는 유체의 단위 길이당 질량이다.

2.3 이송유체의 분사력에 의한 일량

점성이 매우 작은 이송유체의 분사력에 의하여 파이프에 작용되는 힘은 외팔 파이프의 자유단에 작용하는 집중 접선 종동력이 된다. 이러한 접선 종동력에 의한 일은 그 보존력성분에 의한 일과 비보존력성분에 의한 일로 구분되며, 집중 접선 종동력의 보존력성분에 의한 일은

$$W_c = \frac{1}{2} m_f u^2 \int_0^L \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right)^2 dx \quad (15)$$

이고, 집중 접선 종동력의 비보존력성분에 의한 일은 유체 분사력과 코리올리력의 조합에 의하여 다음과 같이 표현되어 질 수 있다.

$$\delta W_{nc} = -m_f u \left(u \frac{\partial u_2}{\partial x} + \dot{u}_2 \right) \delta u_2 \Big|_{x=L} \quad (16)$$

2.4 이동질량에 의한 에너지식

파이프 위를 이동하는 이동질량의 운동에너지는 참고문헌 (1)을 참고하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$T_m = \frac{1}{2} m_m \int_0^L (v^2 + v_m^2) dx \quad (17)$$

여기서 v_m 은 외팔 파이프의 횡방향 운동이 포함된 이동질량의 속도로써 식 (7)과 식 (12)를 참고하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$v_m = r\omega + \dot{u}_2 + \omega(x + u_1) + v \frac{\partial u_2}{\partial x} \quad (18)$$

또 이동질량의 영향에 의하여 식 (11)에 추가되어지는 외팔 파이프의 포텐셜 에너지는

$$V_{p2} = \frac{1}{2} \int_0^L \left[P(x, t) \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} \right)^2 \right] dx \quad (19)$$

와 같고, 여기서 $P(x, t)$ 는 원심력에 의한 항으로써 다음과 같다.⁽¹³⁾

$$P(x, t) = m_m vt\omega^2 + \frac{1}{2} m\omega^2(L^2 - x^2) \quad (20)$$

여기서 vt 는 이동질량의 수평변위이다.

2.5 운동방정식

계의 운동방정식은 앞에서 구한 일과 에너지식을 다음의 Lagrange 방정식에 대입하여 유도할 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} \right) = 0 \quad (21)$$

여기서 \mathcal{L} 은 Lagrangian으로서 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathcal{L} = (T_\rho + T_f) - (V_{pl} + V_{fl}) + W_c + \delta W_{nc} \quad (22)$$

이동질량을 가진 유체유동 회전 외팔 파이프의 무차원 운동방정식을 유도하기 위하여 사용한 주요 무차원 매개변수는 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{L}, \quad d = \frac{q}{L}, \quad \tau = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \\ U &= uL \sqrt{\frac{m_f}{EI}}, \quad M = \frac{m_f}{m}, \quad M_m = \frac{m_m}{mL}, \\ \Omega_m &= \omega L^2 \sqrt{\frac{m}{EI}}, \quad \Omega_f = \omega L^2 \sqrt{\frac{m_f}{EI}} \end{aligned} \quad (23)$$

식 (23)의 무차원 매개변수들을 이용하여 다음과 같이 행렬형태의 무차원 운동방정식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{M} \mathbf{d} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{d}} + \mathbf{K} \mathbf{d} = \mathbf{P} \quad (24)$$

여기서 $\mathbf{d} = [d_{1i} \ d_{2i}]^T$ 이다. 식 (24)의 운동방정식은 자유진동해석에 대해 고유치 문제를 해결하기 위하여 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$\{\eta\} = \mathbf{M}^* \{\eta\} \quad (25)$$

식 (25)의 각 항은 각각 다음과 같다.

$$\mathbf{M}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} & \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\{\eta\} = [\dot{\mathbf{d}} \ \mathbf{d}]^T \quad (27)$$

여기서 \mathbf{I} 는 단위행렬을 의미한다. 식 (25)~(27)을 이용하여 구해진 고유치는 복소수 형태의 값을 가지

며 이 값의 허수부로부터 계의 고유진동수를 구할 수 있다.

3. 수치해석 결과 및 고찰

앞 절에서 유도된 무차원 운동방정식을 이용하여 이송유체를 갖는 회전 외팔 파이프의 동적특성을 수치해석을 통하여 비교고찰 하였다. 먼저, 파이프의 회전 각속도는 회전운동을 일반화하기 위하여 다음과 같은 형태의 함수(spin-up motion)를 사용하였다.

$$\omega = \begin{cases} \Omega_s \left[\frac{t}{T_s} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right) \right] & 0 \leq t \leq T_s \\ \Omega_s & t \geq T_s \end{cases} \quad (28)$$

여기서 T_s 는 회전운동이 정상상태에 도달하기 위한 시간이며 이 연구에서 T_s 는 3초로 하여 수치해석 하였다. 또 Ω_s 는 정상상태에서의 회전 각속도, 그리고 t 는 시간을 나타낸다. Fig. 2는 식 (28)의 함수를 그래프로 표현한 것이다. 회전 각속도는 0에서부터

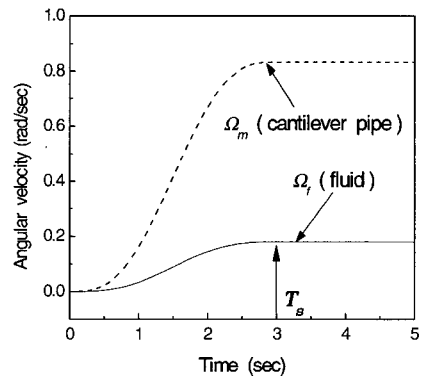


Fig. 2 Spin-up motion of a rotating cantilever pipe and the fluid flow

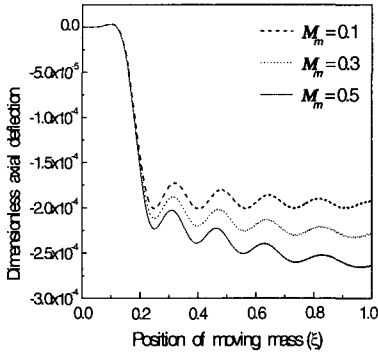
Table 1 Specifications of a rotating cantilever pipe conveying fluid

Property	Value
Length of pipe(L)	1 (m)
Out-radius of pipe (R_o)	0.025 (m)
In-radius of pipe (R_i)	0.02 (m)
Bending stiffness(EI)	8,9782 (Nm ²)
Density of pipe	2,766×10 ³ (kg/m ³)
Density of fluid	1000 (kg/m ³)
Hub radius (r)	0.05 (m)

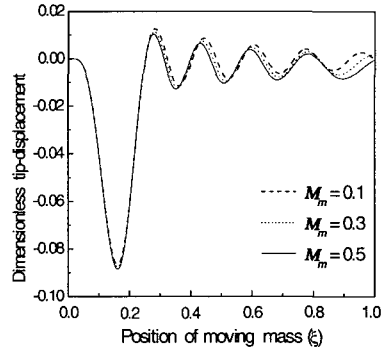
T_s 까지 서서히 증가하고 그 이후로는 일정한 회전 각속도를 유지하고 있음을 알 수 있다. 일반적으로 이러한 스핀-업 운동을 수치해석에 사용하는 이유는 식 (28)로 주어진 각속도는 시간에 따라 변화하는 전반부와 그 값을 일정하게 유지하는 후반부가 함께 존재하고 있기 때문에 임의의 회전운동을 대표하기에 적합하기 때문이다. 수치해석 예제에 사용한 파라미

터는 Table 1에 나타내었다. 외팔 파이프의 해석은 오일러-베르누이 보 이론을 적용하였다.

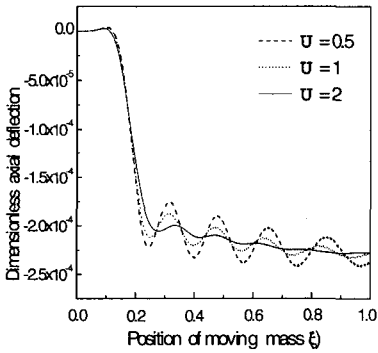
Fig. 3은 이동질량이 파이프 위를 일정한 속도로 이동할 때 회전 외팔 파이프의 축방향 끝단변위를 도시한 것이다. 여기서 가로축은 파이프 위를 이동하는 이동질량의 위치를 나타내며, 이동질량의 속도는 0.1 m/s로 하였다. 또 외팔 파이프가 정상상태 회전운동



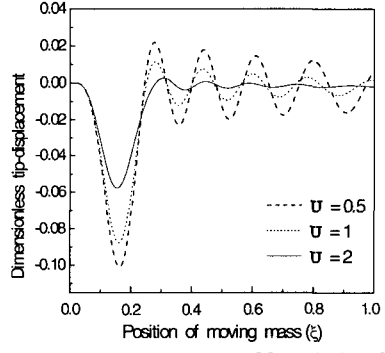
(a) Effect of moving mass ($U=0.5, \Omega_m=2$)



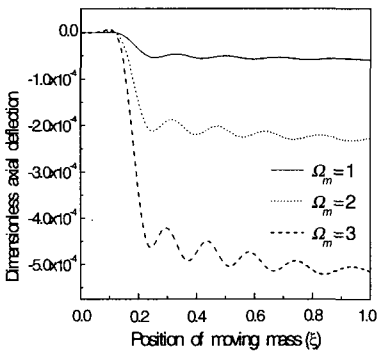
(a) Effect of moving mass ($U=0.5, \Omega_m=2$)



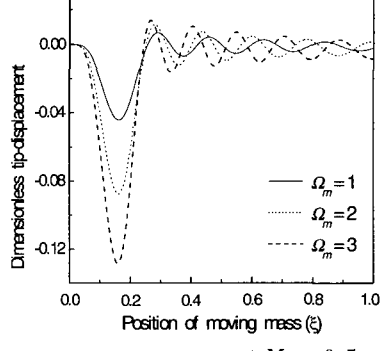
(b) Effect of fluid velocity ($M_m=0.5, \Omega_m=2$)



(b) Effect of fluid velocity ($M_m=0.5, \Omega_m=2$)



(c) Effect of angular velocity ($M_m=0.5, U=0.5$)



(c) Effect of angular velocity ($M_m=0.5, U=0.5$)

Fig. 3 Axial tip-deflection of a rotating cantilever pipe conveying fluid with a moving mass ($v = 0.1$ m/s)

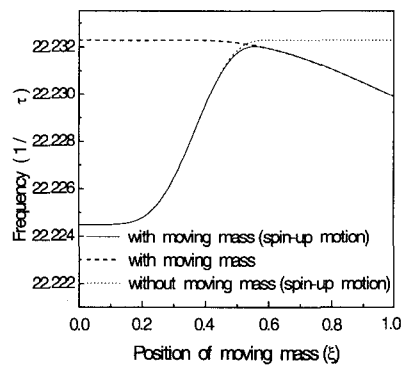
Fig. 4 Bending tip-displacement of a rotating cantilever pipe conveying fluid with a moving mass ($v = 0.1$ m/s)

에 도달하는 시간 T_s 는 3초로 하였다. Fig. 3 (a)는 이동질량의 크기, (b)는 유체의 속도, 그리고 (c)는 회전 각속도에 따른 외팔 파이프의 축방향 끝단변위를 각각 표현하고 있다. 전반적으로 회전 외팔 파이프의 축방향 변위는 이동질량과 회전 각속도와는 서로 비례적이며, 유속과는 서로 반비례적인 경향을 가진다. Fig. 3 (a)에서 유속과 회전 각속도가 일정하고 이동질량이 파이프의 끝단에 존재하는 경우, 이동질량의 크기가 0.1에서 0.3으로 증가하였을 때 정상상태에서의 회전 외팔 파이프의 변위는 약 18.6%정도 증가하였다. 또 Fig. 3 (c)에서 이동질량과 유속이 일정한 경우, Fig. 3 (a)에서 이동질량의 증가율과 마찬가지로 회전 각속도 Ω_m 을 1에서 3으로 3배 증가시켰을 경우 외팔 파이프의 축방향 끝단변위는 약 9배 정도 증가한다는 것을 알 수 있다. 이처럼 이동질량, 유속, 그리고 회전 각속도 중에서 회전 외팔 파이프의 축방향 끝단변위에 가장 큰 영향을 미치는 파라미터는 회전 각속도임을 판단할 수 있다.

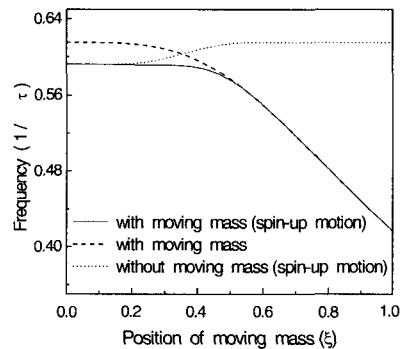
Fig. 4는 이동질량의 속도 v 가 0.1m/s로 일정한 경우 회전 외팔 파이프의 끝단 횡변위에 미치는 각 파라미터의 영향을 표현한 것이다. Fig. 4 (a)는 이동질량의 크기, (b)는 유체의 속도, 그리고 (c)는 회전 각속도에 따른 외팔 파이프의 끝단 횡변위이다. Fig. 4(a)에서 과도상태에서는 이동질량이 클수록 외팔 파이프의 최대 처짐이 미소량 증가하지만 외팔 파이프의 횡변위 변화는 거의 없다는 것을 알 수 있다. 또 축방향 변위와 마찬가지로 회전 외팔 파이프의 끝단 횡변위와 회전 각속도는 서로 비례적이며, 유속과는 서로 반비례적이다. 전반적으로 회전 외팔 파이프의 끝단 횡변위에 미치는 각 파라미터의 영향중에서 이동질량에 의한 영향이 가장 작으며, 과도상태에서의 초기처짐에 미치는 영향은 회전 각속도의 영향이 가장 크다. 또 정상상태에서 회전 외팔 파이프의 끝단 횡변위에 가장 큰 영향을 미치는 파라미터는 유체의 속도이다. Fig. 4(c)에서 파이프의 회전 각속도가 1인 경우에 비하여 회전 각속도가 2인 경우 과도상태에서 회전 외팔 파이프의 최대 처짐은 2배 정도 증가하며, 각속도가 3일 때 최대 처짐은 약 2.9배 정도 증가한다.

Fig. 5는 외팔 파이프의 축방향 및 횡방향 1차 모드 진동수에 미치는 스핀-업 운동과 이동질량의 영향을 도시한 것이다. 이동질량이 존재할 때 이동질량의

크기는 0.3이고, 이동질량의 속도는 0.2m/s로 하였다. 이동질량이 존재하는 경우 회전 운동이 스핀-업 운동을 할 때 과도상태에서의 외팔 파이프의 진동수는 스핀-업 운동을 하지 않을 때에 비하여 더 작은 값을 가지며, 정상상태에서는 미리 예측할 수 있는 것처럼 동일한 진동수를 보인다. 또 전반적으로 이동질량은 외팔 파이프의 각 방향 진동수를 감소시키는 역할을 한다. Fig. 6은 유속이 0.5이고, 회전 각속도가 2일 때 이동질량의 크기에 따른 회전 외팔 파이프의 축방향 및 횡방향 진동수를 도시한 것이다. 가로축은 파이프 위를 이동하는 이동질량의 위치를 나타내며, 이동질량의 속도는 0.2m/s로 일정하게 하였다. 이동질량의 크기와 외팔 파이프의 각 방향 진동수는 서로 반비례적인 경향을 보이고 있다. Fig. 6 (a)의 축방향 진동수변화를 살펴보면, 회전 각속도가 정상상태에 도달하기 전까지는 외팔 파이프의 진동수는



(a) Longitudinal frequency



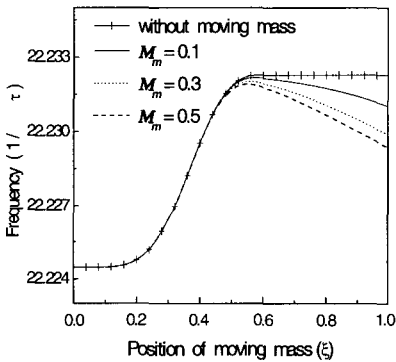
(b) Lateral frequency

Fig. 5 Frequency variation of a rotating cantilever pipe due to a moving mass and spin-up motion ($U=0.5, \Omega_m=2$, first mode)

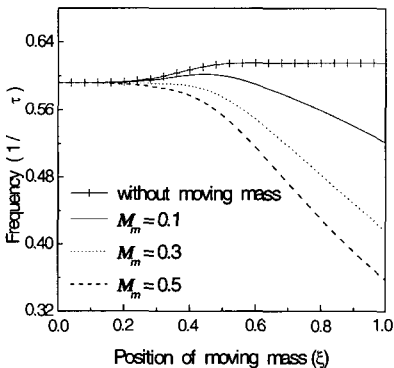
거의 동일한 값을 가진다. 이것은 과도상태에서는 외팔 파이프의 진동수에 이동질량은 영향을 거의 미치지 못하고 오로지 회전 각속도의 영향(스핀-업 운동)만을 받는다는 것을 판단할 수 있다. 그러나 정상상태의 회전 각속도에서는 이동질량의 크기가 클수록 파이프의 진동수는 감소하는 경향을 보인다. 또 이동질량이 파이프의 끝단으로 이동할수록 파이프의 진동수는 점점 작은 값을 가진다. Fig. 6(b)의 횡방향 진동수변화를 살펴보면, 축방향 진동수와는 달리 과도상태에서 이동질량이 일정정도 외팔 파이프의 진동수에 영향을 미치고 있음을 알 수 있다. 또 이동질량이 파이프의 끝단에 존재하는 경우, 이동질량이 없을 때의 파이프의 진동수, 즉 외팔 파이프의 고유진동수에 비하여 이동질량의 크기가 0.1 인 경우에 외팔 파이프의 진동수는 약 15.0 % 정도 감소하였으며, 이동질량의 크기가 0.5 인 경우 약 41.5 % 정도 파이프의 진동

수가 감소한다.

Fig. 7 과 Fig. 8 은 무차원 이동질량의 크기가 0.3 으로 일정한 경우에 유체의 속도와 회전 각속도에 따른 회전 외팔 파이프의 축방향 및 횡방향 진동수를 각각 나타낸 것이다. 먼저, Fig. 7의 유속의 영향을 살펴보면, 외팔 파이프의 축방향 진동수는 유속과 서로 반비례적이며, 외팔 파이프의 횡방향 진동수와는 서로 비례적임을 알 수 있다. 또 Fig. 8에서 볼 수 있는 것처럼 외팔 파이프의 축방향 및 횡방향 진동수는 회전 각속도와 서로 비례적인 경향을 보인다. Fig. 8 (a)의 파이프의 축방향 진동수에서 과도상태에서는 회전 각속도에 관계없이 이동질량이 파이프의 후반부로 이동할수록 점점 외팔 파이프의 진동수가 증가하지만 정상상태에서는 파이프의 진동수가 점점 감소한다. 그러나 Fig. 8 (b)의 횡방향 진동수에서는 회전 각속도가 비교적 큰 $\Omega_m = 3$ 에서만 위와 같은 현상이 나타날 뿐, 그보다 작은 회전 각속도에서는 전반

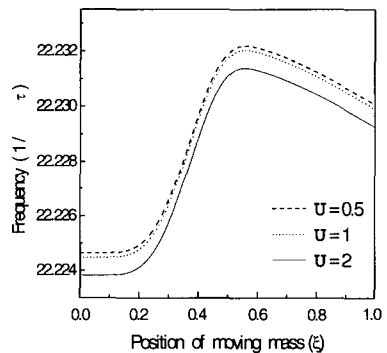


(a) Longitudinal frequency

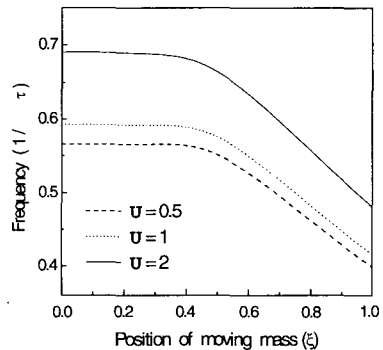


(b) Lateral frequency

Fig. 6 Frequency variation of a rotating cantilever pipe according to a moving mass ($U = 0.5, \Omega_m = 2$, first mode)



(a) Longitudinal frequency



(b) Lateral frequency

Fig. 7 Frequency variation of a rotating cantilever pipe according to the fluid velocity ($M_m = 0.3, \Omega_m = 2$, first mode)

적으로 이동질량이 파이프의 후반부로 이동할수록 외팔 파이프의 진동수는 감소하는 경향을 나타낸다. Fig. 9는 유체와 이동질량이 없는 경우, 외팔 보의 횡방향 끝단변위에 대하여 이 연구에서 사용한 해석방법에 의한 연구결과와 참고문헌 (14)의 연구결과를 서로 비교한 것이다. 수치해석 예제에 사용한 회전

외팔 보의 파라미터는 참고문헌 (14)에서 사용한 값과 동일한 값을 사용하였으며 각각 다음과 같다.

$$L = 1.8 \text{ m}, \quad \rho = 2.766 \times 10^3 \text{ kg/m}^3,$$

$$A = 2.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2, \quad I = 1.3021 \times 10^{-10} \text{ m}^4,$$

$$E = 6.9 \times 10^{10} \text{ N/m}^2, \quad T_s = 15 \text{ sec}$$

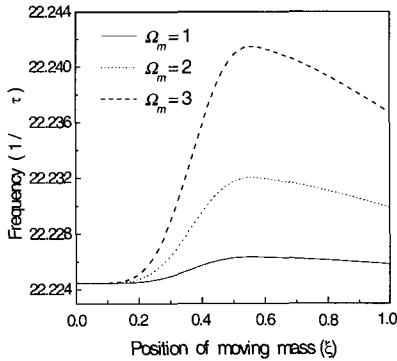
여기서 ρ 와 E 는 각각 보의 밀도와 영계수를 나타낸다. 정상상태에서 약간의 진동수차이를 보이고 있으나 대체로 비교한 참고문헌의 연구결과와 잘 일치함을 볼 수 있다.

4. 결 론

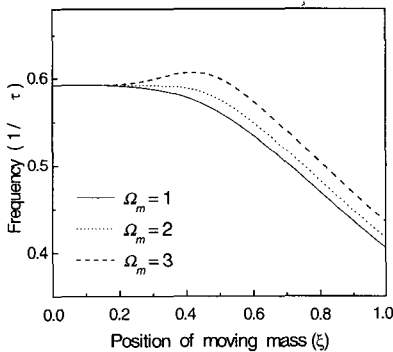
이동질량과 유동유체를 가지는 회전 외팔 파이프의 동특성에 미치는 각 파라미터들의 영향, 즉 유속, 회전 각속도, 이동질량이 외팔 파이프의 축방향 및 횡방향 변위 및 진동수에 미치는 영향을 수치해석 하였다. 이 연구의 수치해석 예제에 적용한 파라미터들에 대하여 얻어진 연구결과를 요약하면, 이동질량, 유속, 그리고 회전 각속도 중에서 외팔 파이프의 축방향 끝단변위에 가장 큰 영향을 미치는 파라미터는 회전 각속도이다. 또 회전 외팔 파이프의 끝단 횡변위에 미치는 영향은 과도상태에서는 회전 각속도의 영향이, 그리고 정상상태에서는 유체의 속도에 의한 영향이 가장 크게 나타난다. 전반적으로 이동질량은 회전 외팔 파이프의 각 방향 진동수를 감소시키는 역할을 하지만 과도상태에서는 파이프의 축방향 진동수에 거의 영향을 미치지 못한다. 유속과 회전 각속도가 일정한 경우 정상상태에서는 이동질량이 파이프의 후반부로 이동할수록 파이프의 진동수는 감소하는 경향을 가진다. 이러한 결과들은 이동질량과 유동유체를 가지고 회전하는 외팔 파이프의 각 설계변수들의 동적특성과 이들의 특징적 연성관계를 제시하였고, 이를 바탕으로 로봇의 매니플레이터 등의 다양한 기계장치의 변위를 제어하기 위한 연구에 기초가 될 수 있을 것으로 판단된다.

후 기

이 논문은 동의대학교 대학자체일반연구과제비 지원에 의하여 연구되었음(2004AA129).



(a) Longitudinal frequency



(b) Lateral frequency

Fig. 8 Frequency variation of a rotating cantilever pipe according to angular velocity ($U=0.5, M_m=0.3$, first mode)

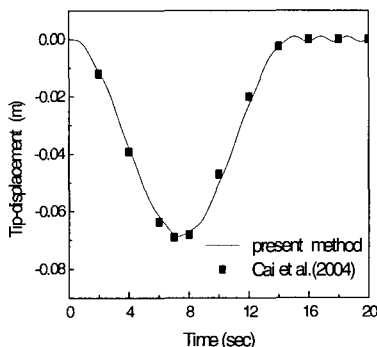


Fig. 9 Comparison of present numerical results and results of Reference (14)

참고 문헌

- (1) Yoon, H. I. and Son, I. S., 2002, "Dynamic Characteristics of Cantilever Pipe Conveying Fluid with the Moving Masses," Transactions of KSNVE (in Korea), Vol. 12, No. 7, pp. 550~556.
- (2) Ashley, H. and Haviland, G., 1950, "Bending Vibrations of a Pipe Line Containing Flowing Fluid," Journal of Applied Mechanics, Vol. 17, pp. 229~232.
- (3) Benjamin, T. B., 1961, "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid (I. Theory)," Proceedings of the Royal Society (London), Series A, Vol. 261, pp. 457~486.
- (4) Benjamin, T. B., 1961, "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid (II. Experiments)," Proceedings of the Royal Society (London), Series A, Vol. 261, pp. 487~499.
- (5) Southwell, R. and Gough, F., 1921, "The Free Transverse Vibration of Airscrew Blades," British A. R. C. Reports and Memoranda No. 766.
- (6) Yoo, H., Ryan, R. and Scott, R., 1995, "Dynamics of Flexible Beams Undergoing Overall Motions," Journal of Sound and Vibration, Vol. 181, No. 2, pp. 261~278.
- (7) Yoo, H. H., Kwak, J. Y. and Chung, J., 2001 "Vibration Analysis of Rotating Pre-twisted Blades with a Concentrated Mass," Journal of Sound and Vibration, Vol. 240, No. 5, pp. 891~908.
- (8) Yoon, H. I. and Son, I. S., 2003, "The Dynamic Characteristics of Rotating Cantilever Pipe Conveying Fluid," Transactions of KSNVE (in Korea), Vol. 13, No. 1, pp. 26~32.
- (9) Hamdan, M. N. and Al-Bedoor, B. O., 2001, "Non-Linear Free Vibrations of a Rotating Flexible Arm," Journal of Sound and Vibration, Vol. 242, No. 5, pp. 839~853.
- (10) Park, J. H. and Kim, J. H., 1999, "Dynamic Analysis of Rotating Curved Beam with a Tip Mass," Journal of Sound and Vibration, Vol. 228, No. 5, pp. 1017~1034.
- (11) Panussis, D. A. and Dimarogonas, A. D., 2000, "Linear In-Plane And Out-of-Plane Lateral Vibrations of a Horizontally Rotating Fluid-Tube Cantilever," Journal of Fluids and Structures, Vol. 14, pp. 1~24.
- (12) Fung, E. H. K. and Yau, D. T. W., 2001, "Vibration Frequencies of a Rotating Flexible Arm Carrying a Moving Mass," Journal of Sound and Vibration, Vol. 241, No. 5, pp. 857~878.
- (13) Yau, D. T. W. and Fung, E. H. K., 2002, "Dynamic Response of a Rotation Flexible Arm Carrying a Moving Mass," Journal of Sound and Vibration, Vol. 257, No. 1, pp. 107~117.
- (14) Cai, G., Hong, J. and Yang, S. X., 2004, "Model Study and Active Control of a Rotating Flexible Cantilever Beam," International Journal of Mechanical Science, Vol. 46, pp. 871~889.