

연속체 설계 민감도해석을 이용한 새로운 전자기력 계산방법에 관한 연구

論 文
54B-6-4

A Study on a Novel Method for Electromagnetic Force Computation based on Continuum Design Sensitivity Analysis

金 東 勳[†]
(Dong-Hun Kim)

Abstract - Equations have been derived for computing electromagnetic forces by using the Continuum Design Sensitivity Analysis based on the Continuum Mechanics and the Virtual Work Principle. The resultant expressions have similar terms relating to the Korteweg-Holmholz force density, Maxwell Stress Tensor and Magnetic Charge Method but numerical implementation of the proposed scheme leads to efficient calculation and improved accuracy. In addition, the method can be easily applied to computing the magnetic force distribution as well as the global force. Results show the aforementioned advantages in comparison with the conventional methods.

Key Words : Electromagnetic Force, Continuum Mechanics, Virtual Work Principle, Design Sensitivity

1. 서 론

근래 전기기기 및 소자 관련 산업은 생산기술 개선을 통한 기기의 가격경쟁력 및 품질 향상 위주의 기존 개발방식에서 탈피하여 고급핵심 설계기술의 확보를 통한 고부가가치, 고정밀, 고신뢰 기기의 개발에 심혈을 기울이고 있다. 따라서 기기 및 소자의 개발 시 전자기적인 문제에 대한 관심 뿐 아니라 이러한 전자기적 현상에 수반하여 나타나는 진동, 소음 및 구조변형 등과 같은 기계적인 문제의 해결이 필수·핵심 설계요소가 되었다. 지금까지 기계적인 문제의 고려는 임의로 가정한 전자기적인 가진력을 주로 사용하고 있으나, 이러한 접근방식은 이에 대한 근본적인 해결 방안을 제시하기 어렵다. 이는 전기기기 및 소자에서 나타나는 진동, 소음, 구조변형 등의 기계적인 문제의 가진원인 전자기력에 대한 정확한 계산 결과를 사용하지 못 한 기계 구조해석은 그 결과의 신뢰성이 크게 결여되기 때문이다. 그러므로 고부가가치, 고정밀, 고신뢰 기기 및 소자의 개발을 위해서는 전자기적인 문제와 기계적인 문제의 정밀한 특성해석결과를 토대로 한 기기 및 소자 설계가 요구되고 이를 위해서는 보다 효율적이고 정밀한 전자기력 계산방법에 대한 연구가 선행되어야 한다.

그동안 정밀 전자기력 계산에 관한 국내·외 연구는 다음과 같이 크게 두 가지 연구주제로 나뉘어 진행되어 오고 있다[1-8].

1) 전체 전자기력(global force): 기기의 구동부가 받는 전자기력의 전체 합

2) 국소 전자기력(local force): 기기의 체적 및 표면에 작용하는 전자기력 밀도분포

전체 전자기력은 유한요소법과 같은 수치해석기법을 이용하여 기기의 분포정수 즉 공간상에 분포하는 전자기장을 계산한 후, 에너지보존법칙에 기초한 가상변위원리(VWP: Virtual Work Principle)나 가동부를 둘러싼 임의의 폐곡면을 따라 분포정수 값들을 적분하는 맥스웰응력법(MST: Maxwell Stress Tensor) 등이 주로 사용되고 있다[1-4]. 이러한 방법들은 이미 상용화된 전자기장 해석 도구에서 전류원, 영구자석 및 비선형 매질 등을 포함한 저주파 영역에서 동작하는 기기 및 소자의 전체 전자기력 계산에 사용되고 있으며 그 계산결과도 만족스러운 것으로 판명되었다. 그러나 불행히도 위에서 거론된 두 가지 방법들은 수치해석의 적용과정에서 각기 심각한 단점들을 내포하고 있다. VWP는 전체 전자기력 계산을 위하여 기기 구동부의 변위에 대한 시스템에 저장된 자기에너지의 변화량을 이용하는 방법으로 가상변위(virtual displacement)에 대한 추가적인 시스템 해석이 요구된다. 또한 사용되는 가상변위의 크기는 전체 전자기력 계산 결과에 영향을 미치며 따라서 정밀 전자기력 계산을 위해서는 가상변위에 대한 최적의 크기를 결정해야 하는 어려움이 따른다. 반면 MST는 Lorentz force 식으로부터 유도된 자속밀도(magnetic flux density)로 표현되는 결과 식을 기기의 구동부를 둘러싼 임의의 폐곡면을 따라 적분하여 전체 전자기력을 계산하는 방법으로 적분경로의 선택 및 수치해석에 사용된 요소의 질에 따라 그 계산결과에 다소 차이를 보이고 있다.

한편, 기계구조 해석관점에서는 기기의 변형 및 진동, 소음을 유발하는 전자기력 밀도분포, 즉 국소 전자기력에 대한 정확한 계산이 요구된다. 그 동안 국소 전자기력에 대한 대표적인 연구로는 에너지보존 법칙과 연속체역학(Continuum Mechanics)의 개념을 도입하여 정의한 Korteweg-Helmholtz

[†] 교신저자, 正會員: 경북대학교 전자전기컴퓨터공학부 전임강사

E-mail : dh29kim@ee.knu.ac.kr

接受日字 : 2005年 4月 6日

最終完了 : 2005年 5月 23日

의 전자기력 밀도 식을 들 수 있다[5-8]. 그러나 이 식은 일반성을 지닌 반면, 자성 매질에 대한 수식 전개 시 물질 특성의 모델링이 어려워 수치해석에 바로 도입하기가 매우 까다롭다. 최근에는 이러한 단점을 극복하기 위하여 등가자기전류법(EMCM : Equivalent Magnetic Current Method) 및 등가자기전하법(MCM : Equivalent Magnetic Charge Method) 등의 기법이 시도되고 있으나, 두 기법들이 각기 상이한 전자기력 밀도분포를 갖는 반면 전체 전자기력은 동일한 결과를 보여주고 있어 지금까지 이에 대한 학계의 논란이 계속되고 있다[6,7]. 또한 등가 전류 및 전하 모델을 이용하는 계산 방법은 그 출발점부터 실제 존재하지 않는 가상적인 물리량을 도입하고 있어 그 이론전개 과정에서 취약점을 지니고 있다.

본 논문에서는 그 동안 기기의 형상최적설계문제에 주로 적용되어 왔던 연속체설계민감도해석법(CDSA : Continuum Design Sensitivity Analysis)을 정밀 전자기력 계산에 처음으로 적용 하였다. 이를 위해서 연속체역학 및 라그랑주승수법(Lagrange multiplier Method) 등을 토대로 일반적으로 적용 가능한 해석적인 전자기력 결과 식들이 유도된다. 제안된 방법은 추가적인 시스템 해석을 요구하지 않는 새로운 VWP를 실현할 수 있어 효율적이고 정밀한 전체 전자기력 계산을 가능케 한다. 또한 유도된 전자기력 식들은 국소 전자기력 계산에 바로 적용이 가능하며 연속체역학에 기초한 VWP를 이용하고 있어 EMCM이나 MCM 등에 비해 이론적 견고함 또한 지니고 있다.

본 논문에서 제안한 전자기력 계산법의 유효성 및 타당성은 해석결과의 정밀도 및 신뢰도가 검증된 상용 전자기장 해석도구들을 사용하여 다양한 전자기력 해석모델에 대한 기존 전자기력 계산방법들과의 비교·분석을 통하여 입증되었다.

2. 일반화된 전자기력 표현식 유도

연속체역학에서 비롯된 매질 도함수(Material Derivative)의 개념과 맥스웰 방정식(Maxwell's equations)으로부터 해석적인 설계민감도식을 유도하는 과정을 간략히 소개한다. 또한 설계민감도식에서 목적함수(objective function)를 시스템에 저장된 에너지 형태로 취할 경우 보조시스템방정식(adjoint system equation)의 처리 방법을 논의하고 이를 바탕으로 일반화 된 전자기력 표현식을 유도한다.

2.1 매질 도함수

그림 1에서와 같이 관심영역 Ω 의 형상을 결정하는 경계가 설계변수로 설정되는 경우를 고려하자. 이 경우 관심영역 Ω 를 연속체로 취급하고 연속체역학의 매질 도함수를 도입하여 Ω 의 형상변화를 처리하는 것이 가장 편리한 방법이다[9].

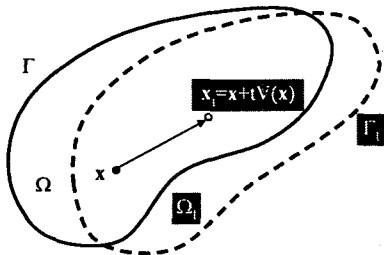


그림 1 관심 영역변화
Fig. 1 Variation of domain of interest

0에서 t까지 주어진 시간간격 동안 영역 Ω 가 Ω_t 로 변형되는 과정은 사상함수(mapping function) T를 사용하여 표현할 수 있다.

$$T = \mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_t = T(\mathbf{x}, t) \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad \mathbf{x}_t \in \Omega_t \quad (1)$$

그림 1에서 점 x 의 궤적을 따라 설계속도벡터(design velocity vector)는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{V}(\mathbf{x}_t, t) \equiv \frac{d\mathbf{x}_t}{dt} = \frac{\partial T(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \quad (2)$$

이때 설계속도벡터는 VWP의 관점에서는 가상변위벡터에 해당하는 것으로 간주될 수 있다. 초기시간 $t=0$ 근처에서 사상함수 T는 설계속도벡터 \mathbf{V} 와 시간 t를 이용하여 식 (3)과 같이 근사화 시킬 수 있다.

$$T(\mathbf{x}, t) = \mathbf{x} + t\mathbf{V}(\mathbf{x}) \quad (3)$$

여기서 $\mathbf{V}(\mathbf{x}) = \mathbf{V}(\mathbf{x}, 0)$ 를 의미하며 2차이상의 고차근사함수는 무시하였다. 이상의 과정을 이용하여 영역 Ω_t 에 속해 있는 한 점점에서 자기벡터포텐셜(magnetic vector potential) \mathbf{A} 의 매질 도함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = \frac{d}{dt} \mathbf{A}_t(\mathbf{x} + t\mathbf{V}(\mathbf{x}))|_{t=0} = \mathbf{A}' + \nabla \mathbf{A} \cdot \mathbf{V}(\mathbf{x}) \quad (4)$$

여기서 \mathbf{A}' 은 \mathbf{A}_t 의 시간에 대한 편미분을 의미한다. 영역 Ω_t 에 정의되는 임의의 미분가능 함수 h 의 적분으로 표현되는 스칼라 함수 P를 고려하면,

$$P = \int_{\Omega_t} h_t(\mathbf{x}_t) d\Omega_t \quad (5)$$

이고 시간 t에 대한 P의 도함수는 다음과 같이 주어진다.

$$dP/dt = \int_{\Omega} h'(\mathbf{x}) d\Omega + \int_{\Gamma} h(\mathbf{x})(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) d\Gamma \quad (6)$$

여기서 \mathbf{n} 은 경계 Γ 에 대한 단위법선벡터(unit normal vector)를 나타낸다.

2.2 민감도 공식

그림 2에서 도시한 바와 같이 서로 다른 이 매질의 경계 Γ 가 주로 설계변수로 설정되는 정자장 시스템(magnetostatic systems)에서의 일반적인 최적설계문제를 고려하기로 한다.

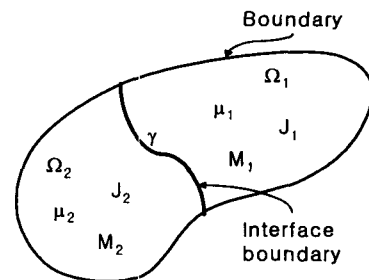


그림 2 정자장 시스템의 설계문제
Fig. 2 Design problem of Magnetostatic systems

최적설계문제에서는 설계목적을 수학적으로 기술된 목적함수를 요구하며, 보통 정자장 문제에서는 식(7)에서와 같은 목적함수 표현식이 자주 사용된다.

$$o = \int_{\Omega} g(\mathbf{A}(\mathbf{p}), \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{p})) d\Omega \quad (7)$$

여기서 g 는 스칼라함수로서 \mathbf{A} 와 $\nabla \times \mathbf{A}$ 에 대해 각각 미분 가능한 함수이며 설계변수벡터 \mathbf{p} 와 음함수(implicit function) 관계에 있다. 설계민감도식과 보조시스템방정식의 체계적인 유도를 위하여 주시스템(primary system)인 맥스웰방정식의 변분식(variational equation)이 라그랑지승수법에 기초하여 식 (7)에 더해진다.

$$O = \int_{\Omega} g(\mathbf{A}, \nabla \times \mathbf{A}) d\Omega + \int_{\Omega} \lambda [-\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A} - \mathbf{M}) + \mathbf{J}] d\Omega \quad (8)$$

여기서 ν 는 자기저항(reluctance)이고 λ 는 라그랑지승수벡터를 의미하며 이는 보조시스템에서 보조변수(adjoint variable)에 해당한다.

본 장에서는 비선형 정자장 시스템에서도 바로 적용할 수 있는 설계민감도식을 도출하기로 한다. 비선형시스템에 포함된 자성재료의 자기저항 값은 재료의 비선형 B-H 특성곡선에 의해 공간상의 위치에서 자기저항 값이 결정 되므로 결국 자기저항은 해석영역에서 분포함수 형태를 취한다. 그러므로 VWP의 관점에서는 Newton-Raphson 등의 비선형 반복계산법을 통하여 최종적으로 수립된 비선형 시스템을 선형 시스템으로 간주할 수 있다. 즉 비선형 시스템에서 분포하는 자기저항 값들을 이미 알고 있는 경우, 시스템을 각각 분할된 유한요소(finite element) 영역에서 선형 B-H관계에 있는 시스템으로 간주하여 비선형 문제를 기술할 수 있다는 것이다. 그러므로 식 (8)에서 자기저항 ν 의 공간상의 분포는 주어진 전류밀도 \mathbf{J} , 영구자석의 자화 \mathbf{M} 및 임의의 시간 t 에서 이미 알려져 있다고 가정한다.

그림 2의 서로 다른 매질, Ω_1 과 Ω_2 의 경계 Γ 의 변화에 대한 목적함수 변화의 양함수(explicit function) 표현을 얻기 위하여 식 (8)의 우변 두 번째 적분 항을 두 개의 해석영역으로 나누어 전개한다. 그리고 이 결과식의 양변에 매질 도함수를 취하면 다음과 같다[10,11].

$$\begin{aligned} dO/dt = & \int_{\Omega_1} [\mathbf{g}_A \cdot \overline{\lambda_1} + \mathbf{g}_{\nabla \times A} \cdot \nabla \times \overline{\lambda_1}] d\Omega \\ & - \int_{\Omega_1} \nu_1 [\nabla \times \overline{\lambda_1} \cdot \nabla \times \lambda_1 + \nabla \times \mathbf{A}_1 \cdot \nabla \times \overline{\mathbf{A}}_1] d\Omega \\ & - \int_{\Omega_2} \nu_2 [\nabla \times \overline{\lambda_2} \cdot \nabla \times \lambda_2 + \nabla \times \mathbf{A}_2 \cdot \nabla \times \overline{\mathbf{A}}_2] d\Omega \\ & + \int_{\Omega_1} [(\nabla \nu_1 \cdot \mathbf{V}) \nabla \times \mathbf{A}_1 \cdot \nabla \times \lambda_1] d\Omega \\ & + \int_{\Omega_2} [(\nabla \nu_2 \cdot \mathbf{V}) \nabla \times \mathbf{A}_2 \cdot \nabla \times \lambda_2] d\Omega \\ & + \int_{\Omega_1} [\mathbf{J}_1 \cdot \overline{\mathbf{A}}_1 + \mathbf{M}_1 \cdot \nabla \times \overline{\mathbf{A}}_1] d\Omega \\ & + \int_{\Omega_2} [\mathbf{J}_2 \cdot \overline{\mathbf{A}}_2 + \mathbf{M}_2 \cdot \nabla \times \overline{\mathbf{A}}_2] d\Omega \\ & + \int_{\Gamma} [\nu_1 \nabla \times \mathbf{A}_1 \cdot \nabla \times \lambda_1 - \nu_2 \nabla \times \mathbf{A}_2 \cdot \nabla \times \lambda_2] V_n d\gamma \\ & - \int_{\Gamma} [\mathbf{M}_1 \cdot \nabla \times \lambda_1 - \mathbf{M}_2 \cdot \nabla \times \lambda_2] V_n d\gamma \\ & - \int_{\Gamma} [\mathbf{J}_1 \cdot \lambda_1 - \mathbf{J}_2 \cdot \lambda_2] V_n d\gamma \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 $\mathbf{g}_A = \partial g / \partial \mathbf{A}$, $\mathbf{g}_{\nabla \times A} = \partial g / \partial (\nabla \times \mathbf{A})$, $\overline{\mathbf{A}} \equiv (d\mathbf{A}/dt - \nabla \lambda \cdot \mathbf{V})$, $\overline{\lambda} \equiv (d\lambda/dt - \nabla \lambda \cdot \mathbf{V})$. 식 (9)의 우변에서 경계적분들은 매질의 경계 Γ 에서 형상 변화가 발생하는 부분에서만 수행되

고 적분기호 안에 $\overline{\mathbf{A}}$ 항을 포함하는 영역적분들은 주시스템 방정식의 변분식과 동일한 형태이므로 생략된다. 보조시스템의 변분식은 식 (9)의 우변에서 $\overline{\lambda}$ 항을 포함한 영역적분들로 구성되며 식 (10)과 같다.

$$-\int_{\Omega} [\nu_1 \nabla \times \lambda_1 \cdot \nabla \times \overline{\lambda_1} + \nu_2 \nabla \times \lambda_2 \cdot \nabla \times \overline{\lambda_2}] d\Omega + \int_{\Omega} [\mathbf{g}_A \cdot \overline{\lambda_1} + \mathbf{g}_{\nabla \times A} \cdot \nabla \times \overline{\lambda_1}] d\Omega = 0 \quad (10)$$

여기서 \mathbf{g} 및 $\mathbf{g}_{\nabla \times A}$ 는 보조시스템에서 전류밀도 및 영구자석의 자화와 같은 역할을 하는 가상 소오스(pseudo-source)에 해당한다. 결국 보조시스템방정식은 식 (10)을 만족하는 보조변수 λ 를 찾는 문제로 귀착된다.

그러므로 식 (10)을 만족하는 보조변수를 구하게 되면, 선형 및 비선형 정자장 시스템에서 설계변수벡터 \mathbf{p} 에 대한 증대된 목적함수(augmented objective function) O 의 변화를 나타내는 설계민감도식 (9)는 다음과 같이 간략화 될 수 있다.

$$\begin{aligned} dO/d\mathbf{p} = & \int_{\Gamma} [(\nu_1 - \nu_2) \nabla \times \mathbf{A}_1 \cdot \nabla \times \lambda_2 - \\ & (\mathbf{M}_1 \cdot \nabla \times \lambda_1 - \mathbf{M}_2 \cdot \nabla \times \lambda_2) - (\mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_2) \cdot \lambda_2] V_n d\gamma \\ & + \int_{\Omega_1} [(\nabla \nu_1 \cdot \mathbf{V}) \nabla \times \mathbf{A}_1 \cdot \nabla \times \lambda_1] d\Omega \\ & + \int_{\Omega_2} [(\nabla \nu_2 \cdot \mathbf{V}) \nabla \times \mathbf{A}_2 \cdot \nabla \times \lambda_2] d\Omega \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 우변의 경계 및 영역적분들은 각각 정자장 시스템에서 형상 변화에 기인하여 나타나는 전자기적 양의 변화에 해당한다.

2.3 보조 방정식

전자기 시스템의 에너지와 관련된 목적함수를 다룰 경우에는 주시스템과 보조시스템 사이에는 self-adjoint 관계가 성립한다. 이는 보조시스템의 가상 소오스 항들이 주시스템의 전류밀도 및 영구자석의 자화 값들에 정확히 일치하기 때문이다[11]. 예를 들어 다음과 같이 시스템에 저장되는 자기 에너지 형태로 정의되는 목적함수를 고려해 보자.

$$\begin{aligned} \overline{O} = W = W_m + W_m' = & \int_{\Omega} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} d\Omega \\ = & \int_{\Omega} [\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B} + \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{H}] d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{J} \cdot \mathbf{A} d\Omega \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 W_m 및 W_m' 은 각각 시스템에 저장된 자기에너지 및 코에너지(co-energy)를 의미한다. 이 경우 가상 소오스 항은 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{g}_A = \partial(\mathbf{J} \cdot \mathbf{A}) / \partial \mathbf{A} = \mathbf{J}, \quad \mathbf{g}_{\nabla \times A} = 0 \quad (13)$$

식 (13)을 식 (10)에 적용하면 보조시스템의 변분식은 주시스템의 변분식과 동일하게 된다. 따라서 $\mathbf{A} = \lambda$ 가 되고 추가적으로 보조시스템 방정식을 풀 필요가 없다. 위의 관계를 이용하여 시스템에 저장되는 에너지와 기계적인 출력의 합으로 표현되는 전기적 공급 에너지의 설계변수에 대한 변화는

$$\begin{aligned} \frac{dW}{d\mathbf{p}} = & \int_{\Gamma} [(\nu_1 - \nu_2) \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{B}_2 - (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2) \cdot \mathbf{B}_2 - \\ & (\mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{B}_1 - \mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{B}_2) - (\mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_2) \cdot \mathbf{A}_2] V_n d\gamma \\ & + \int_{\Omega} [\nabla \nu_1 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{B}_1 + \nabla \nu_2 \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{B}_2] d\Omega \end{aligned} \quad (14)$$

이고 여기서 첫 번째 경계적분은 경계 Γ 상의 총 입력에너지

의 변화량을 나타내면 두 번째 영역적분은 자기저항의 구배 (gradient)에 의해 나타나는 영역내부의 자기에너지의 변화량을 의미한다.

2.4 전자기력 표현식

식 (14)의 에너지 민감도식과 기계적인 힘 **F**와의 관계식 들을 정의하기 위하여, 기계적인 가상변위에 해당하는 설계 변수벡터 **p**의 변화에 대하여 입력전류가 일정하다고 가정하면 **F**는 다음과 같이 주어진다.

$$F = \frac{\partial W_m(p, I)}{\partial p} \Big|_{I=constant} = \frac{\partial W}{\partial p} - \frac{dW_m}{dp} \approx \frac{dW}{dp} - \frac{dW_m}{dp} \quad (15)$$

만약 고려된 시스템이 그림 2에서와 같이 μ , **M** 및 **J**의 세 가지 자성재료로 구성되어 있다면 각각 세 구성요소에 작용하는 전자기력은 식 (14)와 (15)를 이용하여 경계 및 영역적분의 형태로 표현될 수 있다.

1) 경계 및 영역내부에서 자기저항의 변화에 기인한 전자 기력:

$$F_{iron} = \int_{\gamma} \left[\frac{1}{2} (\nu_1 - \nu_2) \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{B}_2 \right] V_n dy + \int_{\Omega} \frac{1}{2} [\nabla \nu_1 \cdot \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{B}_1 + \nabla \nu_2 \cdot \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{B}_2] d\Omega \quad (16)$$

2) 경계에서 영구자석의 자화의 변화에 기인한 전자기력:

$$F_{magnet} = \int_{\gamma} [\mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{B}_2 - \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{B}_1] V_n dy \quad (17)$$

3) 경계에서 전류밀도의 변화에 기인한 전자기력:

$$F_{conductor} = \int_{\gamma} [(\mathbf{J}_2 - \mathbf{J}_1) \cdot \mathbf{A}_2] V_n dy \quad (18)$$

3. 유도된 전자기력식의 의미 및 수치해석 적용

에너지 민감도식으로부터 유도된 위의 전자기력 식 (16), (17), (18)은 각각 흥미로운 물리적인 의미를 함축하고 있다. 식 (16)의 우변 첫째항의 경계적분식은 두개의 서로 다른 자기저항을 갖는 이 매질의 경계 상에 작용하는 전자기력을 표현하고 있다. 다음에 제시된 예제문제들에서 알 수 있듯이, 이 매질이 공기와 철로 구성되어 있을 경우, 식 (16)은 철을 둘러싼 공기영역에 적용한 MST에 의한 계산결과 및 MST 표현식과 유사함을 알 수 있다. 그러나 전자기력 계산을 위해 공기영역에서 가상의 폐곡면의 선정을 필요로 MST와는 달리 식 (16)은 직접 이 매질의 경계 상에 적용하여 전자기력을 계산 할 수 있다. 식 (16)의 둘째항의 영역적분 식은 매질특성의 공간적인 변화에 기인하여 발생하는 전자기력밀도를 표현한 식으로 Korteweg-Helmholtz의 전자기력 밀도식에 상응한다. 식 (17)은 영구자석 표면의 가상적인 변화에 의해 발생하는 전자기력을 표현한 식으로 이는 MCM에 의한 전자기력 표현식와 거의 유사한 형태를 지닌다. 마지막으로 식 (18)은 전류가 흐르는 도선에 작용하는 전자기력을 표현하고 있으며, $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ 의 체적적분으로 표현되는 로렌츠 힘 (Lorentz force)에 상응하는 면적적분으로 표현된 전자기력식에 해당한다.

전자기력을 표현하는 식 (16), (17), (18)은 수치해석 시 철, 영구자석 및 도체 표면의 형상을 정의하기 위해 사용되

는 각각의 절점(node)이나 선분(segment) 상에서 직접 전자기력을 계산함으로써 전체 전자기력 뿐 아니라 국소 전자기력 계산에도 이 식들을 쉽게 적용할 수 있다[9-11].

4. 적용사례

에너지 민감도식을 기반으로 유도된 전자기력 식 (16), (17), (18)을 다양한 예제 문제들에 적용하여 VWP, MST 및 MCM 등의 기존 전자기력 계산방법들과 비교·분석 하였다. 계산결과의 정밀도 및 신뢰도를 확보하기 위하여 상용 전자기장 해석도구인 OPERA와 MagNet을 사용하여 제시된 모델의 2차원 전자기장 수치해석이 수행 되었다.

4.1 선형·비선형 매질에서의 전체 전자기력 비교

첫 번째 해석모델은 그림 3에서와 같이 간단한 C형 전자석에 의해 구동되는 액츄에이터(actuator)를 고려하였다. 전자석 철심은 60 mm의 폭과 100 mm의 높이를 갖고 철심의 단면적은 20 mm×20 mm이다. 식 (16)을 이용하여 선형매질에서의 플런저(plunger)에 작용하는 전체 전자기력 특성을 살펴보기 위하여, 철심의 비투자율(relative permeability)을 1000으로 설정하고 전자석과 플런저 사이의 공극을 14.2 mm에서 0 mm까지 변화 시켰다. 그림 4에서는 공극의 변화에 대한 플런저에 작용하는 전체 전자기력의 결과를 보여준다. 여기서 CDSA는 본 논문에서 제안한 방법이고 OPERA 및 MagNet은 각기 상용 전자기장 해석도구들에서 제시한 전자기력 결과이며, FAEP는 내삽함수(interpolation function)를 사용하여 구현 된 시스템의 코에너지 근사곡선의 미분으로부터 구해진 전자기력 계산결과를 의미한다. 그림 5는 그림 4의 계산결과들을 FAEP를 기준으로 하여 표준화 시킨 수치예러를 도시하였다.

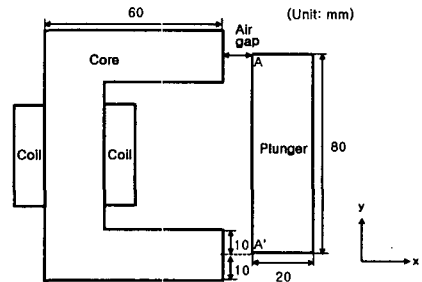


그림 3 C형 전자석 액츄에이터

Fig. 3 C-Core actuator structure

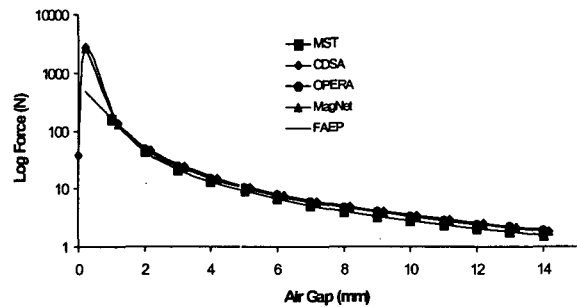


그림 4 선형매질($\mu=1000$)에서 C형 전자석 액츄에이터의 거리에 대한 전체 전자기력

Fig. 4 Global force versus air-gap distance in the C-Core actuator for a linear material ($\mu=1000$)

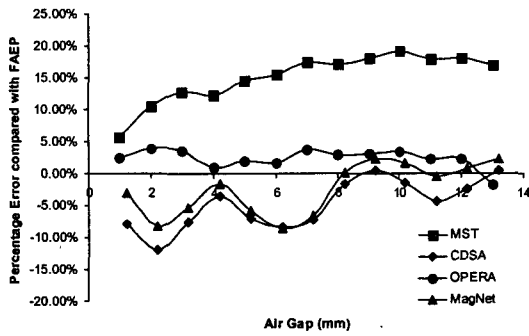


그림 5 선형매질에서 표준화된 수치오차
Fig. 5 Normalized errors for a linear material

그림 6과 7에서는 C형 전자석 액츄에이터 모델에서 ASTM(American Society for Testing and Materials)에서 제시한 M19의 비선형 B-H특성 곡선을 사용하여 플린저에 작용하는 전체 전자기력 및 계산오차를 도시하였다. 이상의 선형 및 비선형 철 재질에 대한 전체 전자기력 계산결과는 식 (16)이 기존의 상용전자기장 해석도구들에서 제시한 결과들과 잘 일치하는 것을 알 수 있으며 계산결과의 오차는 유한요소해석 시 1차 형상함수(shape function)를 사용한 것과 비선형 B-H곡선으로부터 자기저항 값들을 추출하는 과정에서 비롯된 수치오차에서 비롯된 것으로 사료된다.

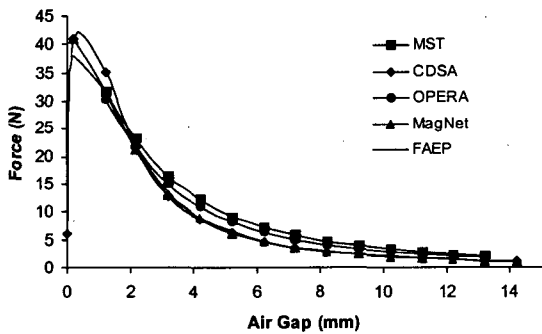


그림 6 비선형매질(M19)에서 C형 전자석 액츄에이터의 거리에 대한 전체 전자기력
Fig. 6 Global force versus air-gap distance in the C-Core actuator for a non-linear material (M19)

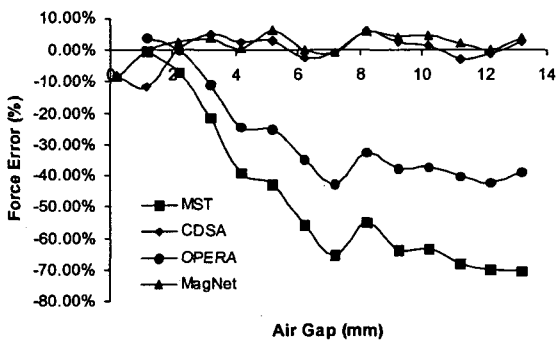


그림 7 선형매질에서 표준화된 수치오차
Fig. 7 Normalized errors for a non-linear material

다음으로 본 논문에서 제안 전체 및 국소 전자기력 계산 방법의 검증은 그림 8에서와 같이 정사각형 단면을 갖고 서로 다른 매질로 구성된 간단한 해석모델을 고려하기로 한다. 그림 9에서는 전류자속밀도가 1.2 T, y축의 자화방향을 갖는 두개의 영구자석 사이에 작용하는 전체 전자기력을 식 (17)과 상용 전자기장 해석도구인 MagNet을 사용하여 계산하고 이들의 결과를 비교하였다. 또한 그림 10에서는 식 (18)과 MagNet을 사용하여 서로 다른 방향으로 100 A의 전류가 흐르는 두 도선 사이에 작용하는 전체 전자기력에 대한 계산결과를 비교하였다.

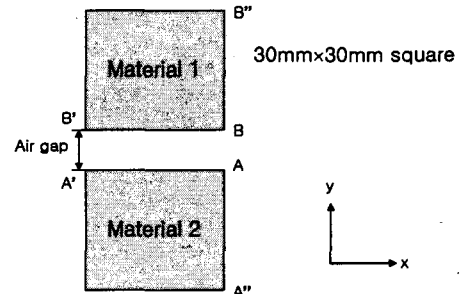


그림 8 정사각형의 단면을 갖는 이 매질 해석모델
Fig. 8 Analysis model of two different materials with square cross sections

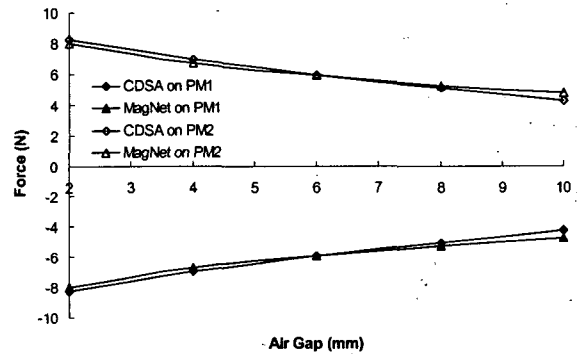


그림 9 공극 변화에 따른 두개의 영구자석 사이에 작용하는 전체 전자기력
Fig. 9 Global force action on two permanent magnets versus air-gap distance

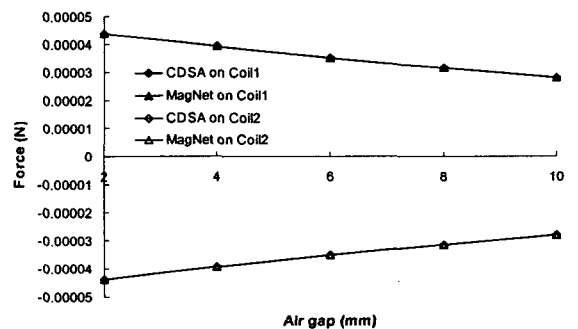
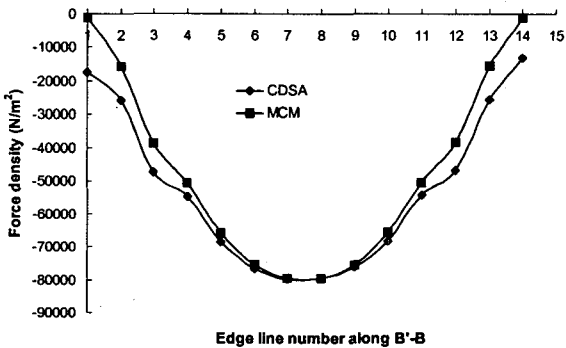


그림 10 공극 변화에 따른 전류가 흐르는 두개의 도체 사이에 작용하는 전체 전자기력
Fig. 10 Global force action on two current-carrying conductors

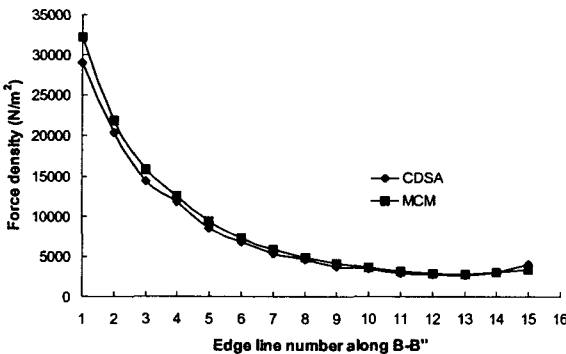
4.2 선형 · 비선형 매질에서의 국소 전자기력 비교

에너지 민감도식을 기반으로 유도된 전자기력 식 (16), (17)을 이용하여 위에서 제시한 해석모델들의 선형 및 비선형 재질 조건에서 표면에 분포하는 국소 전자기력을 계산하였다. 우선 선형매질에서의 국소 전자기력 분포를 고찰하기 위하여 그림 8에 제시한 모델에서 Material 1은 비투자율이 1000인 철로, Material 2는 y축의 자화방향과 잔류자속밀도가 1.2 T인 영구자석으로 구성된 모델을 고려하기로 한다. 이때 그림 8에 각각 도시된 재질 표면들의 선분 상에 위치한 절점들에서 나타나는 국소 전자기력을 5 mm의 공극에서 MCM과 비교하였다. 그림 11에서는 그림 8에 도시된 철의 표면을 따라 작용하는 국소 전자기력 분포 비교를 나타내며 그림 12는 영구자석 표면에 작용하는 국소 전자기력 분포를 보여준다. 표 1에서는 철과 영구자석으로 구성된 모델에서 국소 전자기력 결과를 바탕으로 계산된 전체 전자기력의 크기를 상용 전자기장 해석도구에서 제시하는 전체 전자기력 크기와 비교 하였다. 표 1에서 제시된 바와 같이 본 논문에서 제시한 CDSA가 기존의 MCM에 비해 더 정확한 계산결과를 도출한다는 사실을 확인할 수 있다.

그림 13에서는 비선형 재질에서 국소 전자기력 분포를 고찰하기 위하여 그림 3의 C형 전자석 모델에서 공극을 5 mm로 유지한 상태에서 플런저의 표면에 식 (16)을 적용하였다. 위에서와 마찬가지로 국소 전자기력 계산의 정밀도를 간접적으로 검증하기 위하여 국소 전자기력 결과를 이용한 전체 전자기력 계산결과 비교를 표 2에 제시하였다.



(a) along B'-B



(b) along B-B''

그림 11 선형매질($\mu_r=1000$)에서 철 표면에 분포하는 국소 전자기력 분포

Fig. 11 Local force distribution over the surface of an iron for a linear material ($\mu_r=1000$)

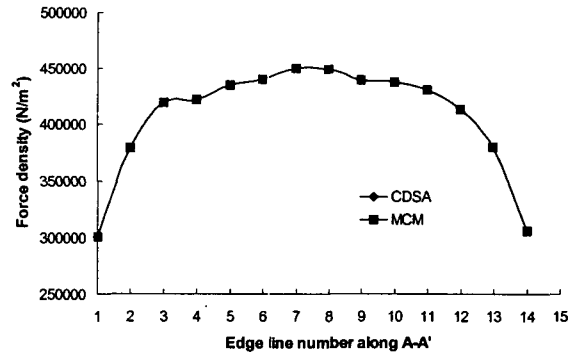


그림 12 영구자석 표면에 분포하는 국소 전자기력 분포
Fig. 12 Local force distribution over the surface of a magnet

표 1 국소 전자기력에 기초한 영구자석과 철 사이에 작용하는 전체 전자기력 계산결과

Table 1 Simulation results on global forces acting between a magnet and an iron based on local force calculations

		CDSA	MCM	MagNet
PM	F_x (N)	0.092	-0.112	0.047
	F_y (N)	1.853	1.853	1.899
Iron	F_x (N)	-0.007	0.013	-0.039
	F_y (N)	-1.646	-1.465	-1.683

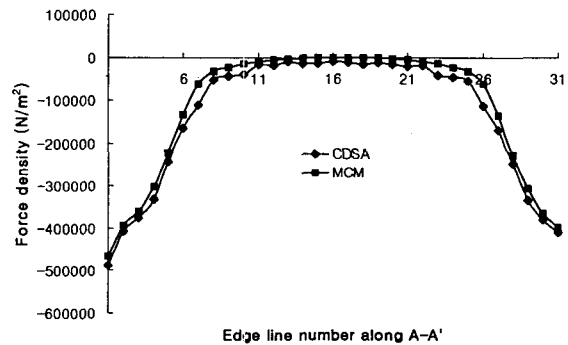


그림 13 비선형매질(M19)에서 C형 전자석 모델의 플런저 표면에 분포하는 국소 전자기력 분포

Fig. 13 Local force distribution over the surface of a plunger in the C-Core magnet for a non-linear material (M19)

표 2 국소 전자기력에 기초한 C형 전자석모델의 플런저에 작용하는 전체 전자기력 계산결과

Table 2 Simulation results on global forces acting on a plunger in the C-Core magnet base on local force calculations

		CDSA	MCM	MagNet
Plunger	F_x (N)	-10.573	-9.890	-10.569
	F_y (N)	0.521	-0.054	0.101

5. 결 론

본 논문에서는 연속체설계민감도법에 기초하여 전체 전자기력 및 국소 전자기력의 정밀계산에 일반적으로 적용할 수 있는 해석적인 전자기력 표현식들을 유도하였다. 또한 다양한 해석모델들을 통하여 기존 전자기력 계산방법들과의 비교를 통하여 제안한 방법의 타당성 및 정밀도를 검증하였다. 본 논문에서 제안한 전자기력 계산방법은 기존방식에 비하여 다음과 같은 주요한 장점들을 지니고 있다.

- 1) VWP와는 달리 추가적인 시스템 해석 없이 에너지 민감도식을 이용하여 전자기력을 바로 계산할 수 있다.
- 2) 공기 중에 가상의 폐곡면 설정을 요구하는 MST와는 달리 직접 매질 경계에서 전자기력을 계산함으로써 그 계산결과가 수치해석에 사용되는 요소의 질에 둔감하다.
- 3) 가상적인 물리량을 이용하는 EMCM이나 MCM에 비해 연속체역학 및 VWP의 개념을 사용함으로써 이론전개 과정의 견고함을 지니고 있다.
- 4) 유도된 전자기력 표현식들은 전체 전자기력 계산 및 국소 전자기력 계산에 통일적으로 적용 가능하다.

본 논문에서 제시한 새로운 전자기력 계산방법은 향후 전자기기 및 소자의 전체 전자기력의 정밀계산 뿐 아니라 진동 및 구조변형 등의 기계분야 해석에 필수적인 국소 전자기력의 정밀계산에도 효율적으로 사용될 수 있을 것으로 사료된다.

감사의 글

이 논문은 2004년도 한국학술진흥재단의 지원하에 의하여 연구되었음(KRF-2004-003-D00115).

참 고 문 헌

[1] C. J. Carpenter, "Surface-integral methods of calculating forces on magnetized iron parts," IEE monograph no. 342, pp. 19-28, 1959.

[2] J. L. Coulomb, et al., "Finite element implementation of virtual work principle to magnetic or electric force and torque computation," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 20, pp. 1894-1896, Sept. 1984.

[3] S. McFee, et al., "A tunable volume integration formulation for force calculation in finite-element based computational magnetostatics," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 24, pp. 439-442, Jan. 1988.

[4] Z. Ren, "Comparison of different force calculation methods in 3D finite element modeling," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 30, pp. 3471-3474, Sept. 1994.

[5] A. Kameari, "Local force calculation in 3D FEM with edge elements in nonlinear phenomena in electromagnetic fields," Elsevier Science Publisher, pp. 449-452, 1992.

[6] Se-hee Lee, et al., "Comparison of mechanical force deformation due to different force distributions of two equivalent magnetization model," IEEE Trans.

on Magnetics, vol. 34, pp. 1368-1371, July 2000.

[7] S. Bobbio, et al., "Equivalent source methods for 3-D force calculation with nodal and mixed FEM in magnetostatic problems," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 37, pp. 3137-3140, Sept. 2001.

[8] F. Henrotte, et al., "Electromagnetic force density in a ferromagnetic material," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 40, pp. 553-556, Mar. 2004.

[9] E. J. Haug, et al., Design Sensitivity Analysis of Structural Systems, Orlando, Academic Press, 1986.

[10] Dong-Hun Kim, et al., "Derivation of a general sensitivity formula for shape optimization of 2D magnetostatic systems by continuum approach," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 38, pp. 1125-1128, Mar. 2002.

[11] Dong-Hun Kim, et al., "Applying continuum design sensitivity analysis combined with standard EM software to shape optimization in magnetostatic problems," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 40, pp. 1156-1159, Mar. 2004.

저 자 소 개



김 동 훈 (金 東 勳)

1968년 2월 26일생. 1992년 서울대학교 전기동학과 졸업, 1994년 동 대학원 전기동학과 졸업(공학석사), 1998년 동 대학원 전기동학과 졸업(공학박사), 1998. 3~2001. 2 LG전자 디지털어플라이언스 연구소 선임연구원, 2001.3~2002.2 성균관대학교 전기전자컴퓨터공학부 연구교수, 2002. 3~2002. 8 기초전력원 특별연구원, 2002. 9~2004. 2 영국 Southampton대학 ECS Research Fellow, 2004. 3~현재 경북대학교 전자전기컴퓨터공학부 전임강사
 Tel : 053-950-5603
 Fax : 053-940-8603
 E-mail : dh29kim@ee.knu.ac.kr