論 文
54A-6-5

# 이산푸리에변환에 기초한 Prony 법과 전력계통의 진동모드 추정

# A Prony Method Based on Discrete Fourier Transform for Estimation of Oscillation Mode in Power Systems

沈 冠 埴† · 南 海 鯤**
(Kwan-Shik Shim · Hae-Kon Nam)

**Abstract** - This paper describes an improved Prony method in its speed, accuracy and reliability by efficiently determining the optimal sampling interval with use of DFT (discrete Fourier transformation). In the Prony method the computation time is dominated by the size of the linear prediction matrix, which is given by the number of data times the modeling order. The size of the matrix in a general Prony method becomes large because of large number of data and so does the computation time. It is found that the Prony method produces satisfactory results when SNR is greater than three. The maximum sampling interval resulting minimum computation time is determined using the fact that the spectrum in DFT is inversely proportional to sampling interval. Also the process of computing the modes is made efficient by applying Hessenberg method to the companion matrix with complex shift and computing selectively only the dominant modes of interest. The proposed method is tested against the 2003 KEPCO system and found to be efficient and reliable. The proposed method may play a key role in monitoring in real time low frequency oscillations of power systems.

**Key Words** : Discrete Fourier Transform, Prony Method, Parameter Estimation, Mode, Signal, Spectrum

## 1. 서 론

오늘날 급속히 발달한 산업화와 정보화로 인해 전력계통은 대규모이면서 중 부하로 운용되는 특징을 가지고 있다. 이와 같은 계통의 특성은 다양한 안정도 문제를 발생하고, 안전 운전을 더욱 어렵게 하고 있으며, 특히 계통에서 발생하는 저주파 진동은 계통의 운용을 제한하고 안전운전을 위협하고 있다. 따라서 계통의 진동모드를 정확히 추정하는 것은 계통운용에 있어서 중요한 정보를 제공하는 것이다.

지금까지 계통 계획과 운용에서 발생하는 문제는 주로 오프라인에서 수행되고 있으나 안전성 확보를 위해서는 컴퓨터 통신기술을 이용한 온라인 운용 방법이 요구되고 있다. 지금까지 계통의 진동모드는 선형모델에 기반을 두고 오프라인에서 중점적으로 연구개발 되었다[1-2]. 진동모드의 온라인 추정은 오프라인 모드 추정과 함께 계통의 안전성확보나 운용측면에서 하나의 가치 있는 것으로 급변하는 계통환경을 반영할 수 있는 장점이 있다.

전력계통에서 발생하는 진동모드의 특징은 다음과 같다. 1) 관심 있는 중요 진동 모드는 2Hz 이하의 저주파 영역에서 발생한다. 2) 계통의 규모가 크기 때문에 모드를 추정해야할 신호가 매우 많고 종류도 다양하다. 3) 모든 신호들이 독립적이지 않고 서로 종속되어 있다. 따라서 계통에서 모드 추정은 이와 같은 계통의 진동모드 특징을 반영하여 모드를 빠르게 추정해야 안전운용에 이용할 수 있는 중요한 정보가 된다.

지금까지 시계열데이터에서 계통해석과 운용 정보를 얻을 수 있는 방법으로 이산푸리에변환(DFT, discrete Fourier transform)이 가장 널리 적용되고 있다. 이것은 이산시계열데이터에서 정확하고 빠르게 주파수를 얻기 위한 가장 좋은 방법 중에 하나이기 때문이다. 한편 시계열데이터의 진동모드를 비롯한 파라미터 추정에는 FFT(fast Fourier transform)의 장점을 이용할 수 있는 DFT보다 Prony 법이 다양하게 적용되고 있다. Prony 법은 문헌 [3]에서 전력계통의 진동모드 계산에 처음 적용된 이래로 등가모델링과 계통축약, 제어기 설계, 고장지점계산, 발전기 축 진동문제 해석 등이 적용되었으며[4-13], 최근에는 과도안전도평가 프로그램과의 결합에 의한 진동모드 추정[15]등에 적용되고 있다.

지금까지 계통해석에 적용된 Prony 법은 데이터의 샘플링 간격과 잡음에 대해서 민감하고, 미지수의 수에 따라서 진동모드가 계산되므로 중요한 진동모드 탐색에 많은 노력이 필요하며, 실제로 참값이 계산되었어도 결과의 신뢰성에 의문을 가질 수밖에 없다. 이 논문에서는 Prony 법이 가지고 있는 이와 같은 제약들을 극복하기 위하여 DFT와 Prony 법의 장점을 모두 포함하는 알고리즘을 제안하였다. DFT에서 스펙트럼의 특성을 이용하여 신호의 파라미터에 영향을 주지 않고, 샘플링 간격을 변화하여 계산 속도를 향상할 수 있는 방

† 교신저자, 正會員 : 全南大 工業技術研究所 先任研究員 · 工博
E-mail : k2sim@hanafos.com
* 正 會 員 : 全南大 工大 電氣電子工學科 敎授 · 工博
接受日字 : 2005年 3月 16日
最終完了 : 2005年 4月 20日

법을 제안하였다. 그리고 DFT에서 계산한 주파수를 Prony법에서 파라미터 추정할 때, 초기 값으로 적용하여 신뢰성 있는 모드 추정을 가능하게 하였다.

그리고 다항식의 해를 구하는 일반적인 고차방정식의 해법에서는 특정한 몇 개의 해를 선택적으로 계산하기 어렵기 때문에 이를 극복하기 위하여 다항식을 행렬로 변환 한, companion 행렬[16]을 도입하였다. 다항식의 companion 행렬은 매우 스파스(sparse)한 구조를 가지고 있는데, DFT에서 계산한 첨두주파수를 이동점으로 선택하여 companion 행렬을 spectral 변환하고, 여기에 Hessenberg 법[2]을 적용하여 신호에 포함된 지배적 진동모드를 선별적으로 계산하였다. 푸리에 스펙트럼에서 계산된 첨두주파수를 이동점으로 이용하고 이동점 근처의 모드들을 부분적으로 계산하므로 이산신호에서 중요 모드를 누락하지 않고 빠르게 계산하며 저차로 신호모델을 구성할 수 있으며, DFT의 장점을 반영하므로 신뢰성이 높다.

이 논문에서 제안한 DFT-Prony 법의 알고리즘을 시험함수와 실제 계통인 2003년 한전계통 데이터에 적용해서 제안한 알고리즘의 효율성과 신뢰성을 검증하였다.

## II. 수학적 배경

### 2.1. 이산푸리에변환

연속함수에 대한 푸리에 변환은 다음식과 같이 정의된다.

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j\omega t}\, dt \tag{1}$$

실제 시계열데이터로 주어진 신호는 대부분 비주기 신호로 구간 $0 \le n \le N-1$에 정의된 이산신호 $x[n]$의 이산푸리에 변환(DFT, discrete Fourier transform)은 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, e^{-j\frac{2\pi kn}{N}} \tag{2}$$

이 식에서 스펙트럼 계수 $X[k]$는 구간 $0 \le n \le N-1$에서 정의 되고, 스펙트럼이 복소수이므로 크기와 위상으로 나눌 수 있다. 이산신호의 샘플링 간격을 $T$라하고 시간영역 $T_0$ 시간 안에 있는 비주기 신호를 $N$개로 샘플링 하였을 때, $T_0 = NT$초로 표시된다. 즉, 이 신호의 스펙트럼은 주파수 영역에서 $1/NT$ [Hz] 또는 $2\pi/NT$[rad/sec]로 나타난다. 이와 같이 이산신호의 샘플링 구간과 DFT의 주파수 사이의 관계를 나타내는 것을 reciprocity relation[17]이라 하고 다음식과 같다.

$$T\Delta\omega = \frac{1}{N}, \quad T_0\Omega = N \tag{3}$$

이 식에서 $T$와 $\Delta\omega$는 각각 시간영역에서 샘플링 간격과 주파수영역에서 주파수구간 간격이다. 그리고 $T_0$와 $\Omega$는 시간영역과 주파수영역의 전체 구간을 의미하고 $N$은 샘플링 한 데이터의 수이다. 이로부터 DFT는 주어진 해석시간이 길면 길수록 해상도가 높아져 주파수가 상세하게 나타난다.

### 2.2. Prony 법

계통의 시험이나 외란에 의해서 발생된 신호를 측정한 데이터나 계통 해석 프로그램의 출력데이터에서 계통의 지배적 진동모드를 추정할 수 있는 Prony 법은 임의의 신호를 복소모드의 선형결합으로 적합(fitting)해서 파라미터를 추정 방법이다.

복소 모드 $z_i = e^{\lambda_i T}$라 하고, $B_i$를 이산신호의 residue라 할 때, 등 간격주기 $T$로 샘플링 한 이산신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y(kT) = \sum_{i=1}^{m} B_i z_i^k \tag{4}$$

Prony 법은 이산신호의 선형예측방정식 $A^T y = 0$에서 미지수를 계산하고, 이 미지수를 계수로 하는 식 (5)와 같은 선형예측다항식(linear prediction polynomial)으로부터 이산신호의 극점을 계산한다.

$$A(z) = \sum_{i=0}^{n} a_i z^{-i} = 0 \tag{5}$$

이와 같은 선형예측다항식의 근은 복소 평면에서 $z$-평면의 극점이므로 시간영역에서 필요한 $s$-평면의 복소 모드로 변환해야 하고, 복소 모드 $z_i$의 정의에 의해서 $s$-평면의 복소 모드는 다음 식으로부터 계산할 수 있다.

$$\lambda_i = \ln(z_i)/T \tag{6}$$

선형예측다항식 $A(z)$에서 이산 신호를 발생하는 시스템의 주파수와 제동계수를 결정하고, 신호의 나머지 파라미터인 residue의 크기와 위상각은 각 요소가 복소모드 $z_i$로 구성된 Vandermonde 행렬 $V$로 나타낸 모드방정식 $y = VB$에서 결정할 수 있다.

이산신호는 다양한 잡음을 포함하고 있기 때문에 잡음의 영향을 고려하기 위해서 선형예측행렬의 차수, 즉 방정식의 수 $n$을 $n > 2p+1$로 선택하는데, 방정식이 미지수보다 많은 이와 같은 방법을 확장 Prony 법(extended Prony method)이라 한다[18].

### 2.3. Spectral 변환

지수 항에 복소수를 가지고 있는 복소지수 함수의 사상(mapping)을 고려한다. 복소수 $\lambda = \alpha + j\beta$라 할 때, 복소지수 함수 $z = e^{\lambda T}$는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$z = e^{\alpha T}(\cos\beta T + j\sin\beta T) \tag{7}$$

이 식은 복소평면에서 $s$-평면과 $z$-평면 사이에 변환을 나타내는 식으로 예를 들면, 그림 1에서 $s$-평면의 영역 $A$는 $z$-평면의 영역 $B$로 사상되고, 특히 실수부 $\alpha>0$면 반경 1인 원 밖에 위치하고, $\alpha<0$면 $z$-평면에서 반경 1인 원 내에 위치한다. 그리고 $s$-평면에서 허수축에 가까울 수록 원주 1 근처에 위치하게 된다.

이로부터 복소모드로 나타낸 이산시간 함수 $y_t = \sum B_i z_i^t$가 수렴할 때, 식 (5)의 선형예측다항식의 극점은 반경 1인 원 내부에 존재한다. 특히 복소모드들의 선형결합으로 신호를 표현할 때, 샘플링 구간 $T$가 작기 때문에 $|e^{\sigma T}| \cong 1$이 되어 식 (5)의 선형예측방정식의 해는 대부분 반경 1인 원주 근처에 위치한다.

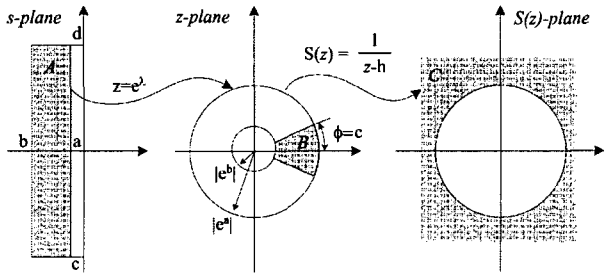



**그림 1** z-평면의 spectral 변환
**Fig. 1** Spectral transformation of z-plane

그러므로 Prony 법에서 대부분의 해는 $z$-평면에서 반경 1인 원주 근처에 존재하고 특정 주파수를 이용하여 선형변환하면 관심 있는 해만 선택적으로 계산할 수 있다. 대표적인 선형변환 방법으로 Cayley 변환 또는 S-변환으로 불리는 linear fractional 변환[19]이 있다. 이 논문에서는 linear fractional 변환의 특별한 경우로 복소 모드의 변별력이 좋은 spectral 변환[1-2]을 적용하였는데, 이동점을 $h$라 할 때, spectral 변환은 다음과 같이 정의된다.

$$S(z) = \frac{1}{z-h} \tag{8}$$

전술한 바와 같이 $z$-변환 후, 모드들이 모두 반경 1인 원주 근처에 존재하므로 이들을 특정 주파수 근처로 변환해서 모드를 계산해야 한다. 따라서 복소수 $h$ 근처로 spectral 변환을 하였을 때, $z$-평면의 근이 이동점 $h$에 가까울수록 $S(z)$의 근은 원점에서 멀리 떨어져 위치한다.

### 2.4. 고유치 계산

계통의 선형해석에서 대규모 계통행렬의 고유치들 중 필요한 고유치만 선택적으로 계산하는 방법들이 다양하게 연구되었다. 이들은 Krylov subspace에 기초해서 위에서 기술한 spectral 변환을 적용해서 특정 관심 있는 고유치를 계산하고 있다. 이미 spectral 변환을 이용한 Hessenberg 법[2]이나 Arnoldi 법[1, 20]은 대규모 전력계통의 선형해석에서 고유치/고유벡터를 구하는데 그 신뢰성이 검증된 알고리즘들로 이 논문에서 고유치해석이 주목적이 아니므로 이들 알고리즘들의 비교평가를 수행하지 않는다.

이 논문에서는 유수벡터(residue vector)를 이용한 수렴속도 향상과 pivoting에 의한 수치적 안정성을 보장하는 Hessenberg 법을 적용해서 필요한 지배적인 고유치를 계산하였다. Hessenberg 법은 Arnoldi 법과 비슷하게 주어진 초기벡터로 식 (9)와 같이 Hessenberg 행렬을 구성한다.

$$A \cdot C_m \approx C_m \cdot H_m \tag{9}$$

이 식에서 분해된 Hessenberg 행렬의 고유치를 QR법을 이용하여 계산함으로써 필요한 지배적인 고유치를 계산할 수 있다.

## III. 이산 푸리에 변환에 기초한 Prony 법

### 3.1 DFT와 샘플링

Prony 법을 이용한 계통의 진동모드 추정에서 적절한 샘플링 간격은 매우 중요한 요소이다. 작은 샘플링은 고주파영역을 확대하고 계산량을 증가하여 계산 속도를 느리게 하며, 너무 큰 샘플링은 저주파영역을 확대하고 부정확한 결과를 초래할 수 있기 때문이다. 따라서 샘플링 간격에 의한 계산속도와 모드추정의 정확성 사이에 적절한 tradeoff가 필요하다.

이산신호의 푸리에변환 스펙트럼을 $X[k]$로 나타내고, 푸리에 스펙트럼의 평균치와 분산을 $m$, $\sigma^2$이라 하면, 평균치와 분산은 다음과 같이 표현된다.

$$m = E\{X[n]\} = \sum_{n=1}^{N} X[n]\, p_{xn} \tag{10}$$

$$\sigma^2 = E\{(X[n]-m)^2\} = \sum_{n=1}^{N} (X[n]-m)^2\, p_{xn} \tag{11}$$

여기에서 $E$는 기댓값이고 $P_{xn}$은 확률이다.

분산은 평균을 제거한 것으로 모든 다른 주파수 성분들의 평균전력이고, 표준편차는 분산의 제곱근으로 평균을 중심으로 나타나는 변동들의 평균크기에 대한 측정이다. 가우스분포곡선에서 표준편차로 간격을 표시하는데 평균으로부터 $3\sigma$ 이내(99.7%)에 대부분의 시계열은 포함된다[16]. 푸리에 스펙트럼의 평균값과 표준편차를 비교해서 대부분의 중요한 스펙트럼이 포함될 수 있는 시간영역데이터의 적절한 샘플링구간을 결정할 수 있다.

이 논문에서는 최적의 샘플링 간격을 선택하는 것이 주목적이 아니고 모드의 정확성을 유지할 수 있는 근사적인 샘플링간격을 선택하는데 목적이 있으므로 신호와 잡음의 통계적 접근은 배제하고 직관적인 방법으로 접근하였다.

평균값과 표준편차를 $m$, $\sigma$라 하고, 스펙트럼의 첨두치를 $X_{peak}$라 하면, 모드의 정확성을 유지하는 적절한 샘플링간격은 다음 식에서 첨두치를 계산하여 얻을 수 있다.

$$X_{peak} \geq m + k\sigma \tag{12}$$

여기에서 $k$는 상수로 대부분의 신호가 평균으로부터 $3\sigma$ 이내 포함되기 때문에 $k=3$으로 설정한다. 그리고 새로운 $X_{peak}$는 대부분 스펙트럼을 포함할 수 있는 새로운 첨두스펙트럼이므로 새로운 샘플링 간격에서도 주파수 특성을 그대로 유지할 수 있음을 의미한다. 그러나 신호에 잡음이 과도하게 포함되어 전체 주파수에서 다수의 스펙트럼이 평균치보다 큰 값을 가질 때, 즉 평균보다 표준편차가 작거나( $m < \sigma$) 거의 비슷한 값을 가질 때, $k$를 3보다 큰 값으로 설정하는 것이 바람직하다. 또한 지배적인 모드(제동계수가 매우 작은 모드)가 존재하거나 잡음이 작아서 특정 주파수의 스펙트럼이 클 때는 평균보다 표준편차가 훨씬 큰 값( $m \gg \sigma$)을 가지므로 $k$를 3보다 작은 값으로 설정하여 샘플링간격을 크게 할 수도 있다. 그리고 원래 신호에서 해석시간구간이 작거나 데이터 수가 작아서 초기 첨두스펙트럼이 $2X_{peak}$보다 작으면 샘플링 간격을 변화할 필요가 없다. 이런 경우에는 초기 샘플링간격에서도 충분히 빠르게 모드를 추정할 수 있기 때문이다. 또한 새로운 샘플링 간격에 DFT를 반복하여 최적의 샘플링 간격을 얻을 수 있다.

한편 이산신호의 샘플링 간격과 샘플링 수가 각각 $T$, $N$일 때, 스펙트럼의 주파수 간격은 $1/NT$[Hz]가 된다. 그리고 DFT의 reciprocity relation에서 시간구간이 고정되면, 샘플링 간격이 변화해도 주파수 해상도는 일정하고 스펙트럼만 변화한다.

[*Theorem* 1] 샘플링 구간과 DFT의 스펙트럼

샘플링 간격 $T_1$인 신호의 이산푸리에 변환에서 첨두주파수 $\omega_p$에 대응하는 첨두스펙트럼을 $X_1$이라 하고, 샘플링 간격이 $T_2$일 때, 동일한 주파수에 대한 첨두스펙트럼을 $X_2$라 하자. 시간영역의 동일한 시간구간에서 샘플링 간격만 변화할 때, 이산푸리에 변환의 스펙트럼과 샘플링 간격 사이에는 다음과 같이 반비례 관계가 성립한다.

$$\frac{T_1}{T_2} \cong \frac{X_2}{X_1} \tag{13}$$

[증명] 부록 $A$

따라서 시간영역데이터의 샘플링 간격은 그림 2에 나타나 있는 것과 같이 식 (13)으로부터 결정할 수 있다. 주어진 샘플링 간격 $T_1$과 첨두 스펙트럼을 $X_1$, 그리고 식 (12)에서 계산한 새로운 첨두스펙트럼을 식 (13)에 대입해서 근사적인 샘플링 간격을 추정할 수 있다.

보통 DFT의 첨두 스펙트럼이 지배적으로 매우 클 때, 샘플링에 대한 첨두 스펙트럼은 민감하지 않으므로 샘플링 간격을 증가시켜도 주파수를 크게 왜곡되지 않는다. 따라서 전체 시간 구간을 동일하게 유지하고 샘플링 간격을 적절하게 조정하면 충분히 빠르고 정확하게 모드를 추정할 수 있다.

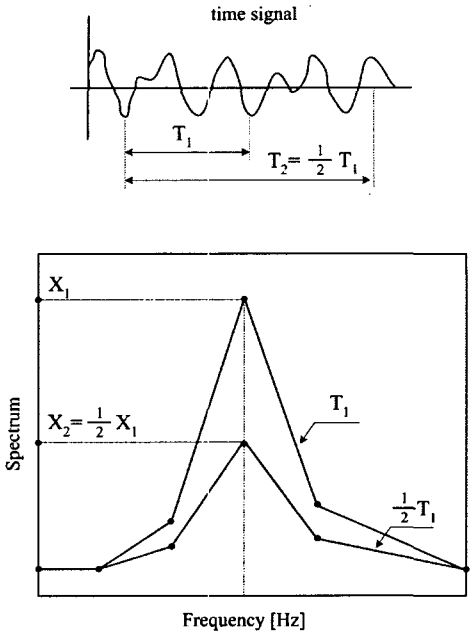



**그림 2** 샘플링과 첨두 스펙트럼
**Fig. 2** Sampling and peak spectrum

### 3.2 DFT-Prony 법

이산푸리에 변환은 주어진 신호의 주파수를 정확하고 빠르게 추정한다. 특히 DFT의 특성상 해석 시간이 길수록 해상도가 높아 정확하게 주파수를 선택한다. 이 주파수를 Prony 법에 모드를 추정할 때, 초기 주파수로 사용할 수 있다.

위에서 기술한 것과 같이 Prony 법은 여러 단계를 거쳐 지배적인 진동모드를 계산하는데, 선형예측방정식의 해를 계산하는 과정도 포함된다. 선형예측방정식과 같은 다항식의 해를 계산하는 방법은 수치해석적으로 다양하게 존재한다. 이 논문에서는 고차다항식에서 특정한 해를 중심으로 몇 개의 해들만 선택적으로 구하는 과정을 companion 행렬[16]을 도입하여 해결하였다.

Prony 법은 2.2절에서 기술한 선형예측다항식(linear prediction polynomial)의 미지수를 계산해서 모드를 구한다. 선형예측다항식은

$$A(z) = a_0 z^0 + a_1 z^{-1} + a_1 z^{-1} + \cdots + a_p z^{-p} = 0 \tag{14}$$

이 식의 양변에 $z^p$를 곱하고 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$z^p = -\frac{a_1}{a_0} z^{p-1} - \frac{a_2}{a_0} z^{p-2} - \cdots - \frac{a_p}{a_0} z^0 \tag{15}$$

따라서 이 식을 행렬 형태로 구성하면 다음과 같은 companion 행렬을 얻을 수 있다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 1 \\ -\frac{a_p}{a_0} & \cdots & -\frac{a_3}{a_0} & -\frac{a_2}{a_0} & -\frac{a_1}{a_0} \end{bmatrix} \quad (16)$$

이와 같은 companion 행렬의 고유치가 다항식 $A(z)$의 해가 되는데, companion 행렬은 매우 스파스(sparse)하고, 기본적으로 Hessenberg 행렬 형태를 가지고 있다. 따라서 2.4절에서 지배적인 특정모드만 계산할 수 있는 고유치 계산법을 적용하면 빠르게 진동모드들을 추정할 수 있다.

이와 같이 DFT를 이용해서 근사주파수를 계산하고 Prony 법에 이를 적용해서 모드를 구하면 많은 모드가 계산되는 기존의 Prony 법 보다 신뢰성 있는 모드들을 계산할 수 있다. 다항식의 미지수를 많이 계산하면 Prony 법의 결과에서 어떤 모드를 중요하게 처리해야할지 선택하는 것이 어렵고 너무 적게 미지수를 선택하면 결과에 오차가 많이 포함되어 결과에 대한 신뢰성을 상실하게 된다.

이 논문에서 제안한 DFT-Prony 법의 장점을 요약하면 다음과 같다.

(a) DFT에서 계산한 주파수를 Prony 법의 초기값으로 사용하므로 결과에 대한 신뢰성이 있다.

(b) 특정 주파수에서 모드를 추정하므로 계산 속도가 빠르며, 시간영역의 해석시간에 크게 영향을 받지 않는다.

(c) DFT의 스펙트럼에서 크기를 반영하므로 잡음이나 불필요한 모드가 모두 제거되고, 신호를 지배하는 모드만 선택적으로 계산된다.

(d) 다양한 주파수 대역(저주파진동모드, SSR 모드)도 정확하게 계산 가능하다.

(e) 신호의 지배적인 모드만 추출하므로 저차의 모델 구현이 가능하다.

(f) 주어진 데이터를 모두 이용하므로 신호의 초기 특성이나 정상상태 특성을 모두 반영한다.

### 3.3. DFT-Prony 법의 알고리즘

DFT-Prony 법의 과정을 요약하면 다음과 같다.

(1) 이산 신호를 입력하고, DFT에서 스펙트럼과 주파수 계산한다. 그리고 스펙트럼에서 선형예측행렬에 사용될 근사적인 샘플링 구간을 결정한다.

(2) 선형예측행렬을 구성하고 선형방정식을 풀어 다항식의 계수 계산한다. 그리고 companion 행렬을 구성한다.

(3) DFT에서 계산한 주파수를 초기값으로 적용해서 companion 행렬을 spectral 변환하고, 이 행렬의 고유치를 계산한다. s-평면의 mode 계산하고, 계산된 모드에 대응하는 신호의 residue 계산한다.

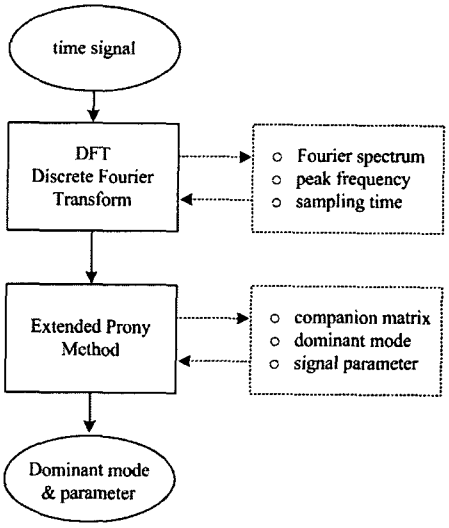



그림 3 DFT-Prony 법

Fig. 3 DFT-Prony method

## Ⅳ. 적용 결과

### 4.1. 시험함수에 적용

전 절에서 제안한 DFT에 의한 샘플링 간격 선택의 타당성을 검증하고 선택적 모드 추정의 효율성을 확인하기 위하여 식 (17)과 같은 지수감쇠 정현파함수를 시험함수로 정의한다. 세 개의 지수감쇠 정현파함수로 이루어진 시험함수는 제동계수가 각각 0.10, 0.25, 0.15이고 주파수가 4.15, 6.28, 8.75[rad/sec]이다. 그리고 신호의 크기는 각각 3.0, 5.0, 3.0을 가지고 있으며, 위상 $\phi = \pi/3$로 설정한 시험함수이다. 이 시험함수에 평균이 0이고, 표준편차와 분산이 각각 1인 랜덤잡음의 100%(Case 1)와 5%(Case 2)를 각각 부가한 신호에 대해서 샘플링 간격과 파라미터를 추정하고 비교하였다.

$$y_t = \sum_{i=1}^{3} A_i e^{-\alpha_i t}\cos(\omega_i t + \phi) \quad (17)$$

$$\alpha_1 = 0.10,\ A_1 = 3.0,\ \omega_1 = 4.15$$
$$\alpha_2 = 0.25,\ A_2 = 5.0,\ \omega_2 = 6.28$$
$$\alpha_3 = 0.15,\ A_3 = 3.0,\ \omega_3 = 8.75;$$

#### (가) Case 1 : 백색잡음이 많이 포함된 경우

계통의 신호에는 다양한 잡음이 포함되어 있다. Case 1에서는 과도하게 랜덤잡음을 부가한 신호에 대해서 제안한 알고리즘을 적용하고 그 결과를 기술하였다. 그림 4에는 랜덤잡음 100%를 부가한 신호의 시간응답과 평균전력스펙트럼을 나타내었다. 과도하게 잡음이 포함된 시간영역 신호에서는 어떤 모드가 중요한가를 전혀 추측할 수 없으나 전력스펙트럼에서 선명하게 중요한 주파수를 확인할 수 있다.

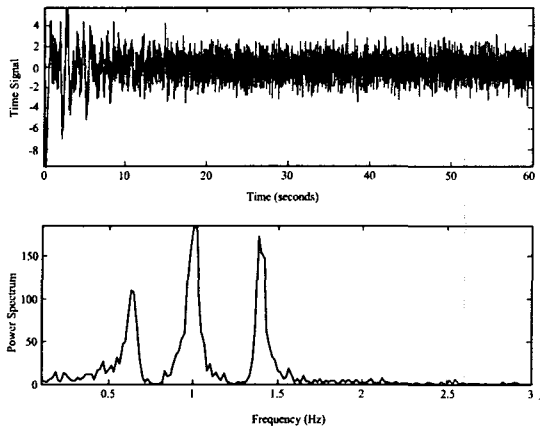



**그림 4** 시간영역신호과 전력스펙트럼
**Fig. 4** Time signal and power spectrum

Prony 법을 적용하기 전에 DFT로 적절한 샘플링 간격을 결정하기 위하여 샘플링 간격을 변화하면서 계산한 푸리에 스펙트럼의 평균과 표준편차를 표 1에 나타내었다. 표에서 $T$와 $N$은 각각 샘플링간격과 데이터 수이며 $X_{\max}$는 첨두 스펙트럼이다. 그리고 $m, \sigma$는 각각 첨두스펙트럼의 평균과 표준편차이다. Theorem 1에 나타낸 것과 같이 샘플링 간격들의 비와 첨두스펙트럼들의 비가 근사적으로 일정한 값을 가지고 있음을 확인할 수 있다.

그림 5에는 샘플링 간격이 각각 0.0083, 0.0417일 때, DFT의 스펙트럼을 나타내었다. 그림 5(a)에서 스펙트럼의 평균치와 표준편차가 각각 84.1991, 77.2085로 평균치가 표준편차보다 큰 값을 가지고 있어 시간영역신호에 백색잡음이 과도하게 포함되었음을 예상할 수 있다.

이와 같은 스펙트럼에서 먼저 적절한 샘플링구간을 결정하기 위하여 필요한 첨두 스펙트럼은 식 (12)에서 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$X_{peak} \cong 84.2 + 3 \times 77.2 = 315.8$$

따라서 첨두치가 315.8일 때, 이에 대응하는 샘플링 간격은 Theorem 1로부터 다음과 같이 결정할 수 있다.

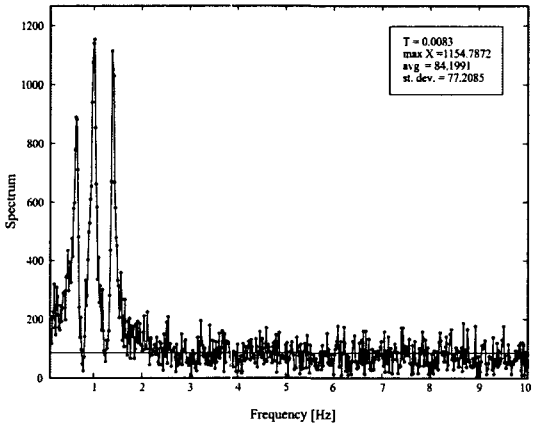
$$T_2 = \frac{1154.8}{315.8} T_1 = 3.65\, T_1$$

그러므로 시간영역에 샘플링 구간은 $T_1$의 4배인 0.033초로 결정 할 수 있다. 여기에서 배수를 정수 4로 결정한 것은 시계열데이터가 등간격으로 샘플링 되어 주어지기 때문이다.

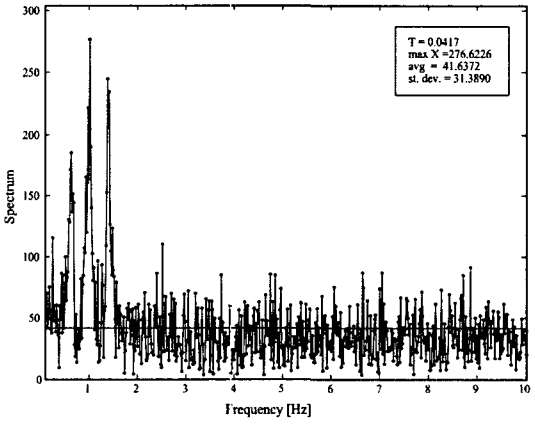
그림 5(b)는 샘플링간격이 0.0083의 5배인 0.0417일 때, 스펙트럼을 나타내고 있다. 앞에서 계산한 샘플링 간격을 0.033로 선택하였으나 이보다 큰 샘플링 간격 0.0417에서도 스펙트럼의 형태를 그대로 유지하고 있음을 알 수 있다. 푸리에 스펙트럼이 일정한 형태를 유지하고 있으면 유사한 주파수 특성을 가지고 있다고 생각할 수 있으므로 모드가 크게 변화하지 않음을 알 수 있다. 따라서 적절한 샘플링 간격 변화는 신호에 포함된 지배적인 모드와 파라미터를 계산하는데 있어 정확성과 속도를 향상시킬 수 있다.

**표 1** 샘플링 간격에 따른 평균과 표준편차
**Table 1** Spectrum average and standard deviation by sampling

| *No.* | $T$ | $N$ | $X_{max}$ | $m$ | $\sigma$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.0083 | 7200 | 1154.7872 | 84.1991 | 77.2085 |
| 2 | 0.0167 | 3600 | 638.0863 | 62.1279 | 53.5054 |
| 3 | 0.0250 | 2400 | 388.5032 | 51.9745 | 42.4817 |
| 4 | 0.0333 | 1800 | 328.0707 | 44.9597 | 35.9657 |
| 5 | 0.0417 | 1440 | 276.6226 | 41.6372 | 31.3890 |




(a) T=0.0083




(b) T=0.0417

**그림 5** 잡음 100%가 부가된 신호의 스펙트럼
**Fig. 5** Fourier spectrum with noise(100%)

## 파라미터 추정

앞에서 기술한 시험함수에 DFT-Prony 법을 적용하여 모드를 추정한 결과를 표 2에 나타내었다. 표에 나타난 결과들은 앞에서 기술한 바와 같이 샘플링 구간을 0.033초로 설정하고, 이동점을 DFT에서 추정한 주파수의 근처로 선택한 후, Hessenberg 법에 의해서 선택적으로 계산한 모드들이다. 신호에 랜덤잡음이 많이 포함되어 있어 지배적인 진동모드 근처에 유사한 모드가 많이 존재함을 알 수 있다. 시험함수 (17)에 나타나있는 정확한 모드들과 비교하면 랜덤잡음이 많이 포함된 상태에서도 모드를 정확하게 추정하고 있음을 알

수 있다. 그리고 표에는 DFT에서 계산한 정확한 주파수를 이동점으로 설정하지 않고, 근사치(4.0, 6.0, 8.0)로 설정하였는데, 정확한 주파수로 이동점을 선택하면 표에서 지배적인 모드들이 모두 첫 번째 행에 위치하게 된다.

표 2 이동점에 대해서 추정된 모드
Table 2 Estimated modes for shifting point

| No. | Mode | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | h=4.0 | | h=6.0 | | h=8.0 | |
| | real | imag | real | imag | real | imag |
| 1 | -0.1039 | 3.8704 | -0.0382 | 5.7423 | 0.0190 | 7.8220 |
| 2 | -0.0707 | 4.2182 | -0.1971 | 6.3190 | -0.0750 | 8.2223 |
| 3 | -0.0458 | 3.6587 | -0.0638 | 6.4484 | -0.0763 | 8.4605 |
| 4 | -0.1133 | 4.6542 | 0.0232 | 5.4995 | -0.0315 | 7.3018 |
| 5 | -0.0206 | 3.1998 | -0.4787 | 6.1805 | -0.1687 | 8.7330 |

그림 6은 $z$-평면 모드들을 spectral 변환한 후 나타낸 그림으로 기호 *은 이동점으로 이동 후, 계산한 전체 모드를 나타내고 있으며, 기호 ○는 Hessenberg법으로 10개만 선택적으로 계산한 모드들을 나타내고 있다. 복소평면(z-평면)에서 대부분의 모드들은 원주 근처에 존재하고 이를 spectral 변환하면 원점을 중심으로 변환된다. 특히 이동점 근처의 모드들은 매우 크게 변하므로 Hessenberg법에서 이들만 선택적으로 계산할 수 있다. 이미 DFT에서 선택한 주파수를 이동점으로 선택하기 때문에 신호에 포함된 지배적인 모드는 모두 계산된다.

그림 7은 표 2에 나타난 모드와 이 모드들의 공액복소수로 Vandermonde 행렬을 구성하여 추정한 신호를 나타내고 있다. 잡음이 많이 포함된 것을 고려하면 신호의 주요 특성을 잃지 않고 정확하게 원래 신호를 추정함을 알 수 있다. 이와 같이 DFT-Prony 법에서는 지배적인 주파수 근처에서 선택한 수만큼 모드들 계산하므로 저차의 모델로 신호를 모의할 수 있다. 특히 기존 Prony법은 Vandermonde 행렬을 구성하여 신호를 모의할 때, 선택한 미지수의 수에 따라 계산시간이 증가하게 되는 반면, DFT-Prony 법에서 몇 개의 지배적인 모드를 미리 선택하기 때문에 이 과정에서 계산시간이 크게 감소한다.

### (나) Case 2 : 백색잡음이 적게 포함된 경우

전술한 Case 1에서는 시험함수에 랜덤잡음이 과도하게 부가된 신호에 제안한 알고리즘을 적용한 결과를 기술하였다. Case 2에서는 동일한 시험함수에 랜덤잡음 5%를 부가한 신호에 적용한 결과를 기술한다. 그림 8에는 잡음 5%를 부가한 신호의 시간응답과 평균전력스펙트럼을 나타내었다. 잡음이 적게 포함되어 있어 시간영역 신호에서도 중요 모드가 존재할 것으로 예상할 수 있으며, 중요 주파수를 나타낸 전력스펙트럼에서 이를 확인할 수 있다.

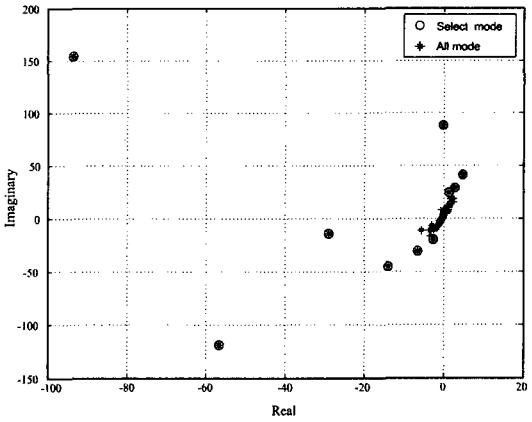



그림 6 선택적인 모드 추정
Fig. 6 Selective mode estimation

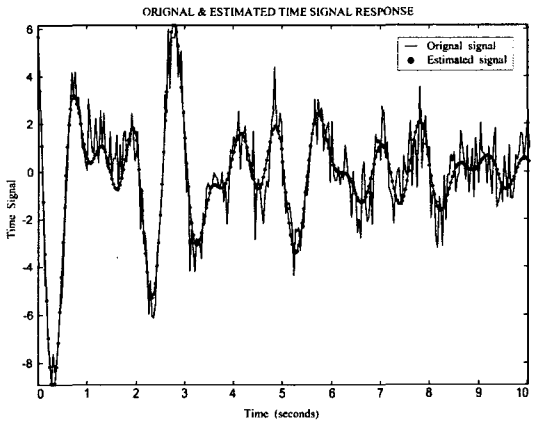



그림 7 시간영역 비교
Fig. 7 Time domain comparison

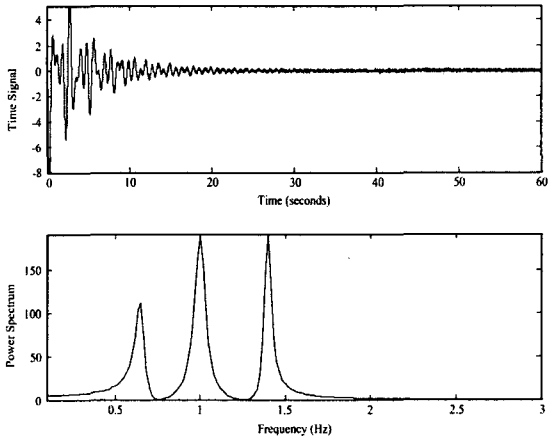



그림 8 시간영역신호와 전력스펙트럼
Fig. 8 Time signal and power spectrum

표 3 샘플링 간격에 따른 평균과 표준편차
**Table 3** Spectrum average and standard deviation by sampling

| *No.* | $T$ | $N$ | $X_{max}$ | $m$ | $\sigma$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.0083 | 7200 | 1173.9647 | 19.2092 | 74.7015 |
| 2 | 0.0167 | 3600 | 589.5516 | 17.6342 | 51.7015 |
| 3 | 0.0250 | 2400 | 394.8739 | 16.8410 | 41.4480 |
| 4 | 0.0333 | 1800 | 296.1561 | 16.3648 | 35.0972 |
| 5 | 0.0417 | 1440 | 235.8482 | 15.9801 | 30.8337 |

표 3에는 샘플링 간격과 스펙트럼의 관계를 파악하고 적절한 샘플링 간격을 결정하기 위하여 샘플링 간격을 변화하면서 계산한 푸리에 스펙트럼의 평균과 표준편차를 나타내었다. 표에 나타난 기호들은 Case 1에서와 동일하다.

그림 9에는 샘플링 간격이 각각 0.0083, 0.0417일 때, DFT의 스펙트럼을 나타내었다. 그림 9(a)에서 스펙트럼의 평균치와 표준편차가 각각 19.2, 74.7로 평균치보다 표준편차가 큰 값을 가지고 있다. 이로부터 신호에 잡음이 거의 포함되지 않은 지배적인 모드들로 이산신호가 이루어져 있음을 알 수 있고 첨두스펙트럼의 선명도에서 이를 확인할 수 있다. 그림 9(a)의 스펙트럼에서 주파수특성을 상실하지 않고 중요특성을 유지할 수 있는 첨두스펙트럼 $X_{peak} \cong 243.3$이다. 그리고 이 첨두스펙트럼에 대응하는 적절한 샘플링 간격은 $T_2 = 4.82\,T_1$으로 계산되므로 시간영역에 샘플링 구간은 $T_1$의 5배인 0.0417초로 결정 할 수 있다. 여기에서 배수를 정수 5로 결정한 것은 시계열데이터가 등 간격으로 샘플링 되어 주어지기 때문이다.

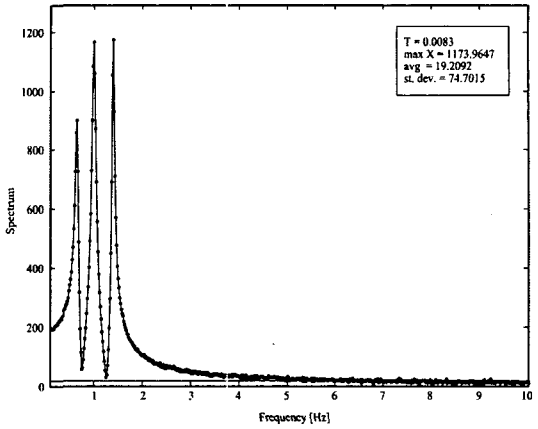
그림 9(b)는 샘플링 간격이 0.0417일 때, 스펙트럼을 나타내고 있는데, 샘플링 간격 0.0083에서의 스펙트럼의 형태를 그대로 유지하고 있어 샘플링 구간이 변화해도 유사한 주파수 특성을 가지고 있음을 알 수 있다. 또한 샘플링 간격이 0.0417일 때, DFT를 수행하고 지금까지 기술한 과정을 반복하면 또 다른 최적의 샘플링 간격을 얻을 수 있다. 최적 샘플링 구간 결정은 이 논문의 범주에서 벗어나므로 더 이상 기술하지 않는다.

그림 10은 샘플링 간격에 따른 Prony 법의 계산시간 부담을 나타낸 것이다. 여기에서 샘플링 구간 변화에 따른 계산시간 변화를 보여주기 위하여 계산시간 단축을 위한 어떤 방법을 적용하지 않았다. 동일한 프로그램 내부에서 샘플링 구간만 변화시킨 상태에서 선형예측행렬 구성부터 그림을 포함한 모든 출력이 이루어진 상태까지 시간을 측정한 것이므로 계산시간이 길게 나타나있다.

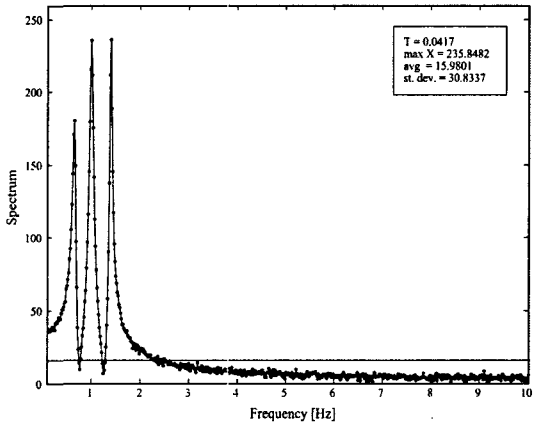
결과적으로 데이터의 수가 많으면 Prony 법은 계산시간이 많이 소요되고, 해의 정확성도 보장할 수 없으므로 시간영역에서 적절한 샘플링 간격 조정은 반드시 필요하다.

## 파라미터 추정

앞에서 기술한 시험함수에 Prony 법을 적용하여 모드를 추정하고, 샘플링에 따른 모드 변화의 영향을 고찰하였다.




(a) T=0.0083




(b) T=0.0417

그림 9 잡음 5%가 부가된 신호의 스펙트럼
**Fig. 9** Fourier spectrum with noise(5%)

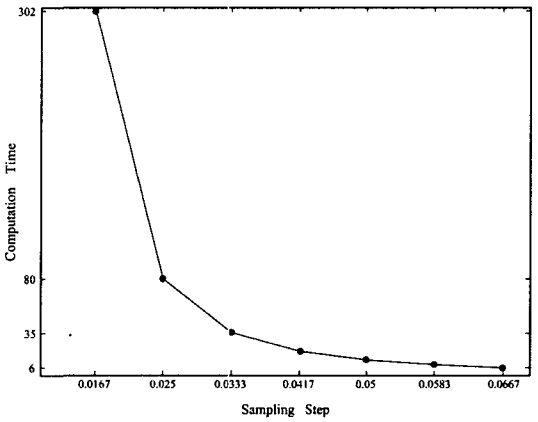



그림 10 샘플링 간격과 계산시간
**Fig. 10** Sampling step & computing time

전 절에서 기술한 백색잡음이 5% 포함된 시험함수에서 해석시간과 샘플링 간격을 각각 10초와 0.0083초로 설정하였을 때, Prony법에서는 최대 400개의 미지수를 갖는다. 이들 미지수로부터 복소 모드를 계산하여 $z$-평면에 도식한 결과는 그림 11에 나타나 있다. 대부분의 모드가 원주 1근처에 모드가 존재함을 알 수 있다. 그림에서 a 부분을 확대하면 그림 12와 같은데, 그림 12에서 원으로 나타난 부분이 Hessenberg 법에 알고리즘에 의해서 선택적으로 계산한 모드들이다. 이동점을 DFT에서 추정한 주파수의 근처로 선택하고, 각각 5개의 모드를 추정한 것으로 그림 12에서는 7개만 나타나 있다. 이것은 이동점을 변화하면서 계산한 모드들 중에 동일한 모드가 있기 때문으로 표 4에서 확인할 수 있다.

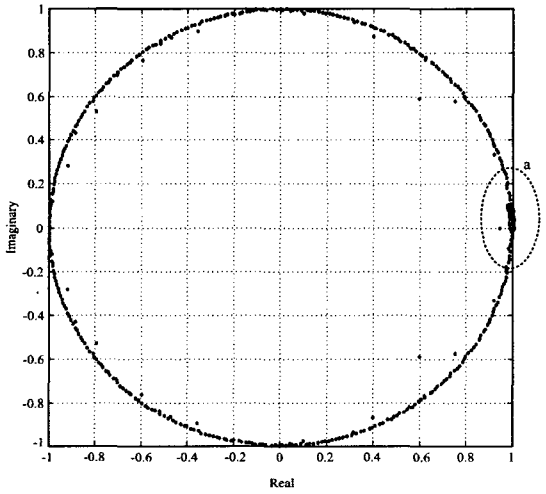



**그림 11** z-평면의 모드
**Fig. 11** Mode on z-plane

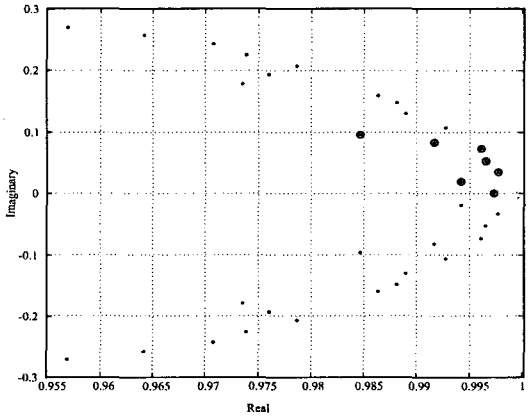



**그림 12** 선택된 z-평면의 모드
**Fig. 12** Selected mode on z-plane

표 4에는 DFT에서 계산한 스펙트럼의 첨두주파수에 대응하는 값을 이동점(4.0, 6.0, 8.0)으로 설정하고 spectral 변환을 적용한 Hessenberg 알고리즘에서 각각 5개씩 모드를 추정한 결과를 나타내었다. 이동점이 다름에도 시험함수의 모드들과 일치함을 알 수 있는데, 이 모드들은 Prony 법에 의해서 추정한 모드들과 정확하게 같은 모드들이다. Prony 법에서는

**표 4** 이동점에 대한 추정된 모드
**Table 4** Estimated modes for shifting point

| No. | Mode | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | h=4.0 | | h=6.0 | | h=8.0 | |
| | real | imag | real | imag | real | imag |
| 1 | -0.1995 | 4.1006 | -0.2512 | 6.2792 | -0.1492 | 8.7482 |
| 2 | -0.6776 | 2.2809 | -0.1995 | 4.1006 | -0.2512 | 6.2792 |
| 3 | -0.2512 | 6.2792 | -0.1492 | 8.7482 | -0.5892 | 9.9581 |
| 4 | -0.3211 | 0.0000 | -0.6776 | 2.2809 | -1.2888 | 11.6639 |
| 5 | -0.1492 | 8.7482 | -0.5892 | 9.9581 | -0.1995 | 4.1006 |

주어진 미지수의 수만큼 모드를 계산하므로 미지수 차수가 클 때, 계산상의 오류나 정확한 해로 수렴하지 못하여 부정확한 해를 산출할 수 있다. DFT-Prony 법에서는 DFT와 연동해서 지배적 모드만 선택적으로 계산하므로 근의 존재에 대한 불확실성을 해소하여 계산된 해에 대한 신뢰성이 높다.

그림 13은 샘플링 구간에 따른 모드의 변화를 나타내었는데, 모드의 허수부의 크기가 10 이하고, 제동계수가 5%이하인 모드만 표시하였다. 샘플링 구간이 작을 경우(T=0.0083), 허수부가 12인 모드가 존재한다. 이 모드는 6.28모드가 변화한 것으로 추정되는데, ARMA에 의한 선형예측행렬에 기초한 Prony 법의 특성상 샘플링 간격이 너무 작을 때, 주파수가 2배인 모드가 발생할 수 있다. 샘플링 구간을 0.0083의 3배, 5배인 0.025, 0.0417로 선택하였을 때, 두 경우 모두 정확하게 모드를 추정함을 알 수 있다. 이로부터 적절한 샘플링 간격이 해의 정확성과 계산 속도에 중요한 영향을 끼침을 알 수 있다.

그림 14는 그림 12에 나타난 7개의 모드와 이 모드들의 공액복소수로 Vandermonde 행렬을 구성하여 추정한 신호를 나타내고 있다. 매우 정확하게 원래 신호를 추정함을 알 수 있고, 잡음이 적게 포함된 신호는 이와 같이 저차로 신호를 모의할 수 있다. 일반적인 Prony 법에서는 미지수만큼 차수가 형성(만일 미지수를 적게 하면 주어진 신호의 특성을 정확하게 반영하지 못함)되는데, DFT-Prony 법에서는 지배적인 주파수 근처에서 선택한 수만큼 모드들 계산하므로 저차의 모델로 신호를 모의할 수 있다.

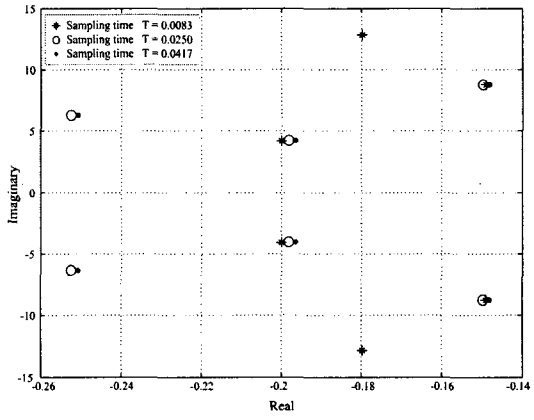



**그림 13** 샘플링 구간에 따른 추정모드
**Fig. 13** Estimated modes by sampling step

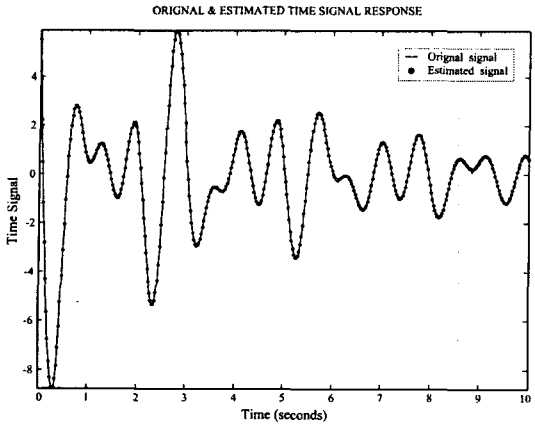



**그림 14** 시간영역 비교
**Fig. 14** Time domain comparison

### 4.2. 한전 계통에 적용

이 논문에서는 223기 발전기와 947 모선으로 구성되어 있는 총 부하 43,465MW인 2003년 첨두 부하 시 한전 계통데이터에 제안한 알고리즘의 성능을 시험하였다. 한전계통의 간략한 계통도는 그림 15에 나타나있다. 이 논문에서는 한전 계통의 선형 해석 결과에 대한 자세히 기술은 생략하고 고유치 계산 결과만 기술한다. 또한 이용한 데이터가 2003년에 대한 예상 데이터이고, PSS가 투입되어 있지 않는 상태이기 때문에 심각하게 나타난 저주파 진동문제는 실제와는 차이가 있을 수 있다.

주어진 한전 계통 데이터의 고유치해석 결과에서 고리지역 발전기가 저주파진동 측면에서 중요한 지배적인 모드를 가지고 있기 때문에 고리지역발전기만 고찰한다. 고리지역 발전기와 관련되어 아래와 같은 2개의 진동모드를 계산하였다. 모드 1은 지역간 모드이고, 모드 2는 고리 발전기가 가장 큰 속도 참여율을 가지고 있는 지역모드이다.

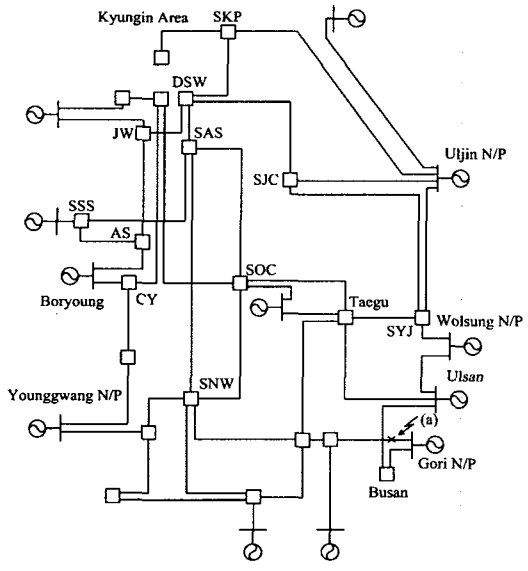



**그림 15** 한전계통의 간단한 계통도.
**Fig. 15** Simplified diagram of KEPCO systems

- Mode 1 : -0.1053+j4.3799 (damipng=2.4055, f=0.6971)
- Mode 2 : -0.2841+j6.2378 (damipng=4.5500, f=0.9928)

먼저 고리지역 발전기들 중에서 1G의 출력신호에 제안한 DFT-Prony 법의 알고리즘을 적용하였다. 출력신호는 그림 15의 a 지점에 3상 단락고장을 모의하고 과도기간을 제거한 후, 10초 동안 샘플링 한 신호로 이에 대한 시간영역응답과 DFT결과인 평균전력스펙트럼은 그림 16에 나타나있다. 그림 16의 전력스펙트럼에서 2개의 지배적 진동 주파수가 4.1, 6.4(rad/sec) 근처에 존재함을 알 수 있다.

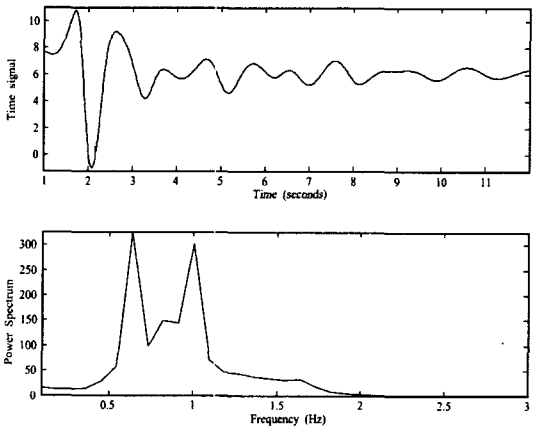



**그림 16** 시간영역신호와 평균전력스펙트럼
**Fig. 16** Time signal and power spectrum

그림 17에는 샘플링 간격 $T_1$=0.0083s와 $T_2$=4$T_1$일 때, 푸리에 스펙트럼을 나타내고 있다. 샘플링 간격 $T_1$일 때, DFT 결과에서 첨두 스펙트럼은 약 655이고, $T_2$일 때는 약 164의 첨두 스펙트럼을 가지고 있다. 또한 샘플링 간격 $T_1$일 때, 스펙트럼의 평균과 표준편차는 각각 10.4와 53.7로 평균보다 표준편차가 훨씬 큰 값을 가지고 있고, 시간영역데이터에 백색잡음이 적게 포함되어 있음을 예상할 수 있고 이것은 시간영역 파형에서 확인할 수 있다.

앞에서 기술한 것과 같이 샘플링 간격은 다음과 같이 결정할 수 있다. 먼저 $k$를 표준편차의 3배로 설정하고 첨두스펙트럼 $X_{peak}$를 계산하면 다음과 같다.

$$X_{peak} \cong 10.4 + 3 \times 53.7 = 171.5$$

그리고 샘플링 간격 $T_1 = 0.0083$s이므로 새로운 샘플링 구간은 다음 식에서 결정할 수 있다.

$$T_2 = 655.9 \cdot 0.0083/171.5 = 0.0317$$

그러므로 Prony 법을 적용해서 모드를 추정하였을 때, 신호의 중요 파라미터를 손실하지 않고 추정할 수 있는 적절한 샘플링 간격은 $T_1$의 4배($T_2$=4$T_1$)로 결정할 수 있다. 샘플링 간격 $T_2$에 대한 푸리에 스펙트럼은 그림 17에 B로 표현되어 있다. 스펙트럼 A와 B가 형태에 있어서 크게 왜곡되지 않고,

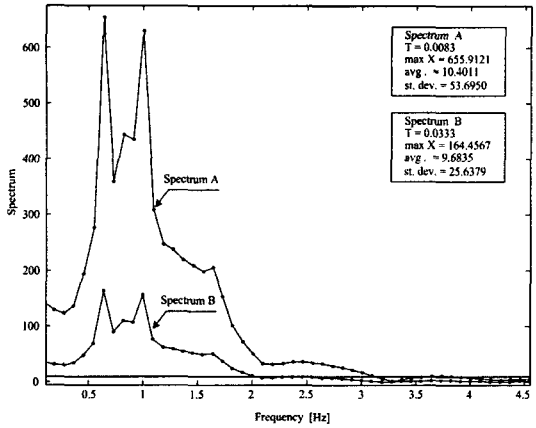



**그림 17** 고리 출력의 스펙트럼

**Fig. 17** Fourier spectrum of power in Gori

동일 주파수에서 첨두스펙트럼을 유지하고 있으므로 Prony 법에서 파라미터를 추정해도 이들 또한 크게 변하지 않을 것으로 예상할 수 있다.

표 5에는 모드를 추정한 결과를 나타내고 있다. DFT에서 얻은 주파수를 이동점(4.1, 6.4)으로 선택하고 이를 Hessenberg 법에 적용하여 10개씩 모드를 추정한 결과를 나타내고 있다. 샘플링 구간이 0.0083에서 4배인 0.0333으로 변화해도 주요 모드인 0.69Hz와 0.99Hz 모드를 정확하게 추정하고 있다. 이동점이 $h=6.0$으로 동일할 때, 샘플링 간격 $T_1$, $T_2$에서 각각 추정된 모드는 -0.32+j6.41, -0.30+j6.36이다. 따라서 샘플링 간격에 따라서 모드가 크게 변화하지 않으므로 DFT에 의한 샘플링 간격이 적절하게 선택되었음을 알 수 있다.

또한 표에서 이동점에 따라서 이동점 근처의 중요모드가 선택적으로 우선 계산됨을 알 수 있다. 선형해석에서 저주파 진동모드를 계산할 때는 이동점 $h$를 등간격으로 설정하고 반복함으로써 진동모드를 모두 계산하여 중요 모드가 누락되는 것을 방지하는데 이 논문에서는 DFT에서 초기 지배적인 주파수를 계산함으로써 반복할 필요 없이 첨두 스펙트럼의 주파수에서만 모드를 추정하므로 계산시간 측면에서 효율적이다.

그림 18에는 주어진 신호와 계산한 모드에 의해서 추정한 신호를 나타내고 있다. 점으로 나타낸 추정 신호는 표 5에서 샘플링 간격 $T_2$( $h=6.0$)일 때, 모드들로부터 추정한 신호로 주어진 신호를 20차 이내로 모의할 수 있음을 알 수 있다. 즉 Prony 법에서는 미지수의 차수만큼 모델의 차수를 선택하여야 하나 DFT-Prony 법에서는 신호의 중요 모드만 선택적으로 계산함으로써 신호모델의 차수를 획기적으로 줄일 수 있다. 신호모델에 대해서는 이 논문의 범주에서 벗어나므로 이에 관한 상세한 기술은 생략한다.

**표 5** 이동점에 대한 모드 추정 결과

**Table 5** Estimated modes for shifting point

| Sampling time | Mode | | | |
|---|---|---|---|---|
| | h=4.0 | | h=6.0 | |
| | real | imag | real | imag |
| $T_1$ (0.0083) | -0.1019 | 4.1161 | -0.3271 | 6.4120 |
| | -0.8511 | 5.0034 | -0.8511 | 5.0034 |
| | -0.3271 | 6.4120 | -0.5130 | 7.3136 |
| | -2.0276 | 2.0483 | -0.1019 | 4.1161 |
| | -0.5130 | 7.3136 | -2.0276 | 2.0483 |
| | 0.0021 | 0.0000 | -0.4084 | 10.5755 |
| | -2.0299 | -2.0486 | -2.4894 | 9.9130 |
| | -2.4900 | 9.9132 | 0.0021 | 0.0000 |
| | -0.4080 | 10.5752 | -0.5527 | 13.2053 |
| | -5.9099 | 0.0000 | -4.5486 | 12.6595 |
| $T_2$ (0.0333) | -0.0901 | 4.1023 | -0.3003 | 6.3651 |
| | -1.0051 | 5.0418 | -0.4196 | 7.2604 |
| | -0.3003 | 6.3651 | -1.0051 | 5.0418 |
| | -2.4160 | 1.9473 | -0.0901 | 4.1023 |
| | -0.4196 | 7.2604 | -2.4160 | 1.9473 |
| | 0.0022 | -0.0000 | -0.4017 | 10.5475 |
| | -2.7027 | 0.0000 | -2.4977 | 10.2091 |
| | -2.4175 | -1.9408 | 0.0023 | 0.0001 |
| | -2.4993 | 10.2113 | -2.7027 | 0.0042 |
| | -0.4011 | 10.5463 | -0.4792 | 13.1479 |

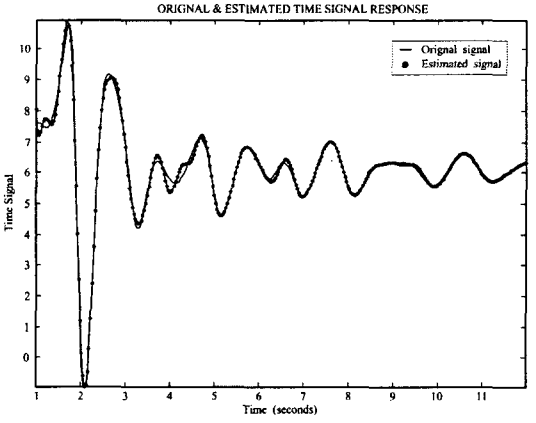



**그림 18** 시간영역 비교

**Fig. 18** Time domain comparison

### 4.3. 결 과

제안한 알고리즘을 시험함수와 한전계통에 적용한 결과 다음과 같은 몇 가지 결과를 얻었다.

(1) 신호에 DFT를 적용해서 중요모드의 주파수를 미리 추정하고 이에 대응하는 첨두 스펙트럼에서 시간영역에 적절한 샘플링 간격을 얻었다. 적절한 샘플링 간격 선택은 Prony 법의 전체적인 성능을 크게 향상시킨다.

(2) DFT에서 계산한 주파수로 이동점을 설정하고, spectral 변환과 Hessenberg 법을 적용해서 첨두 주파수 근처의 모드들을 계산함으로써 결과에 대한 신뢰성을 높일 수 있다.

(3) 시간영역의 해석시간이 길고 데이터 수가 많을 때, Prony 법은 선형예측행렬의 차수가 커서 계산시간이 느리거나 계산오차를 수반하는데, 제안한 알고리즘에서는 이를 극복할 수 있다.

(4) Prony 법은 모드의 중요성을 residue 크기로 판단한다. 이것은 방정식의 해를 구하는 과정에서 중요한 파라미터를 계산하지 못하는 가능성을 배제하지 못한다. DFT-Prony법은 DFT에서 신호의 중요 모드의 주파수를 미리 추정하고 이를 Prony 법에 적용하기 때문에 필요한 모드를 정확하게 계산할 수 있다.

(5) 계산된 모드로부터 신호의 residue를 계산하는데, 특정한 몇 개의 모드에 대한 residue만 계산하므로 계산시간을 단축된다.

## V. 결 론

이 논문은 DFT의 장점을 반영한 Prony 법에 관한 것으로 결과의 정확성과 계산속도 및 신뢰성 측면에서 매우 효율적인 알고리즘이다.

지금까지 주파수 분석에 주요한 도구로 다양한 분야에 적용된 DFT에서 이산 신호의 첨두스펙트럼과 주파수를 계산하였다. 푸리에 변환의 첨두스펙트럼과 시간영역의 샘플링 간격은 일정하게 반비례 관계가 성립한다는 사실로부터 파라미터의 특성을 상실하지 않고 파라미터를 효율적으로 추정할 수 있는 근사 샘플링 간격을 결정하였다. Prony 법의 전체적인 성능은 선형예측행렬의 차수와 미지수의 수에 종속적이므로 적절한 샘플링 간격은 Prony 법의 성능에 중요한 영향을 끼친다.

또한 일반적인 고차방정식의 해법에서는 특정한 몇 개의 해를 선택적으로 계산하기 어렵다. 이 논문에서는 companion 행렬의 도입하여 이와 같은 난점을 극복하였다. 그리고 DFT에서 계산한 첨두주파수를 이동점으로 선택한 후, companion 행렬의 spectral 변환과 Hessenberg 법에 적용하여 고유치를 계산함으로써 신호에 포함된 지배적 진동모드를 선별적으로 계산하였다. 또한 계산된 진동모드 만으로 신호를 구현함으로써 신호를 저차로 모델링할 수 있다.

이 논문에서 제안한 DFT-Prony 법의 알고리즘을 시험함수에 적용한 결과 정확하게 모드를 추정하였고 계산속도 측면에서도 효율적임을 확인하였다. 또한 실제 계통인 2003년 한전계통 데이터에 적용해서 제안한 알고리즘의 효율성과 신뢰성을 검증하였다.

**감사의 글**

본 연구는 산업자원부 지원 중기거점과제로 고려대학교 전력시스템기술연구센터에서 수행되었음.

## 참 고 문 헌

[1] Powertech, Small Signal Stability Tools (SSAT), User manual, Version 1.2, 2001.

[2] H. K. Nam, S. G. Song, K. S. Shim, D. J. Kim, Y. H. Moon, C. J. Moon, Hessenberg Method for Small Signal Stability Analysis of Large Scale Power Systems, IEEE PES WM2000, Vol. 2, pp.872-876, Jan. 2000.

[3] J. F. Hauer, C. J. Demeure, L. L. Scharf, "Initial Results in Prony Analysis of Power System Response Signals," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 5, pp.80-89, Feb. 1990.

[4] J. F. Hauer, "Application of Prony Analysis to The Determination of Modal Content and Equivalent Models for Measured Power System Response," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol.6, pp.1062-1068, Aug. 1991.

[5] D. J. Trudnowski, J. R. Smith, T. A. Short, D. A. Piene, "An Application of Prony Method in PSS Design for Multimachine Systems," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 6, pp.118-126, 1991.

[6] M. K. Donnelly, J. R. Smith, R. M. Johnson, J. F. Hauer, R. W. Brush, R. Adapa, "Control of a Dynamic Brake to Reduce Turbine-Generator Shaft Transient Torques," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, pp.67-73, Feb. 1993.

[7] J. H. Hong, J. K. Park, "A Time-domain Approach to Transmission Network Equivalents via Prony Analysis for Electromagnetic Transients Analysis," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 10, pp. 1789-1796, Nov. 1995.

[8] K. E. Bollinger, W. E. Norum, "Time Series Identification of Interarea and Local Generator Resonant Modes," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 10, pp.273-279, Feb. 1995.

[9] J. W. Pierre, D. J. Trudnowski, M. K. Donnelly, "Initial Results in Electromechanical Mode Identification from Ambient Data," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 12, pp.1245-1251. Aug. 1997.

[10] D. J. Trudnowski, J. M. Johnson, J. F. Hauer, "Making Prony Analysis More Accurate using Multiple Signals," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 14, pp.226-231, Feb. 1999.

[11] A.B. Leirbukt, J.H. Chow, J.J. Sanchez-Gasca, and E.V. Larsen, "Damping Control Design Based on Time-domain Identified Models," *IEEE Trans. on Power System*, vol. 14, pp. 172-178, Feb. 1999.

[12] S. R. Nam, S. H. Kang, J. K. Park,"An Analytic Method for Measuring Accurate Fundamental Frequency Components," *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 17, pp. 405-411, Apr. 2002.

[13] R. W. Wies, J. W. Pierre, D. J. Trudnowski, "Use of

ARMA Block Processing for Estimating Stationary Low-frequency Electromechanical Modes of Power Systems," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 18, pp.167-173, Feb. 2003.
[14] A. Hasanovic, A. Feliachi, N. B. Bhatt, A. G. DeGroff, "Practical Robust PSS Design through Identification of Low-order Transfer Functions," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 19, pp.1492-1500, Aug. 2004.
[15] D. Ruiz-Vega, A. R. Messina, M. Pavella, "Online Assessment and Control of Transient Oscillations Damping," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol.19, pp.1038-1047, May 2004.
[16] Numerical Recipes in FORTRAN, Cambridge University Press, New York, 1992.
[17] W. L. Briggs, V. E. Henson, The DFT, An Owner's Manual for the Discrete Fourier Transform, SIAM, Philadelphia, 1995.
[18] L. L. Scharf, Statistical Signal Processing : Detection, Estimation, and Time Series Analysis, Addison-Wesley Publishing Company, New York, 1991.
[19] K. B. Howell, Principles of Fourier Analysis, Chapman & Hall/CRC, New York, 2001.
[20] P. Kundur, Power System Stability and Control, McGraw-Hill, Inc., New York, 1994.

**[Appendix]**

A. [Theorem 1] 증명

구간 $0 \le n \le N-1$에 정의된 이산신호 $x[n]$의 DFT는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$X_n[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, e^{-j\frac{2\pi kn}{N}} \tag{A1}$$

또는

$$X_n[k] = x[0]\, e^{-j\frac{2\pi k}{N}(0)} + x[1]\, e^{-j\frac{2\pi k}{N}(1)} + \cdots + x[N-1]\, e^{-j\frac{2\pi k}{N}(N-1)} \tag{A2}$$

신호가 등 간격으로 샘플링 되고, 전체 시간구간이 일정하다 가정하자. 식 (A1)에서 $n$은 구간 $0 \le n \le N-1$에 정의되었는데 여기에 정수 배를 곱하면 다음과 같다.

$$m = an \tag{A3}$$

새로운 변수 $m$을 이용해서 식 (A1)을 표현하면 다음과 같다.

$$X_m[k] = \sum_{m=0}^{N-1} x[m]\, e^{-j\frac{2\pi km}{N}} \tag{A4}$$

만일 $a=2$라면, 이 식은 다음과 같이 풀어서 표현할 수 있다.

$$X_m[k] = x[0]\, e^{-j\frac{2\pi k}{N}(0)} + x[2]\, e^{-j\frac{2\pi k}{N}(2)} + \cdots + x[N-1]\, e^{-j\frac{2\pi k}{N}(N-1)} \cong \frac{1}{2} X_n[k] \tag{A5}$$

그러므로 $N$이 크고, 구간 간격이 작으면 $X_n[k]$와 $X_m[k]$ 사이에는 다음 관계가 성립한다.

$$\frac{X_n[k]}{X_n[k]} \cong \frac{1}{a} \tag{A6}$$

그리고 식 (A3)에서 $a$는 구간 간격의 비이므로 이산푸리에변환에서 동일한 주파수의 스펙트럼 비와 시간영역에서 구간간격 변화는 반비례 관계가 성립한다.

## 저 자 소 개

**심 관 식(沈 冠 埴)**

1965년 8월 24일생. 1991년 전남대학교 전기공학과 졸업. 1997년 동 대학원 전기공학과 졸업(공박). 1997년~2004년 서남대 전기전자공학과 조교수
E-mail : k2sim@hanafos.com

**남 해 곤 (南 海 鯤)**

1950년 10월 16일생. 1975년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1980년 Univ. of Houston 졸업(석사). 1986년 Univ. of Taxas at Austin 졸업(공박). 1975년-1978년 한국전력 원자력건설부 근무. 1986년-1988년 한국전기연구소 근무. 1988년-현재 전남대 전기공학과 교수
Tel : 062-530-1745, Fax : 062-530-1749
E-mail : hknam@chonnam.chonnam.ac.kr