

벡터 곱에 근거한 에너지함수 유도와 선로 컨덕턴스 및 커패시터를 포함한 전력시스템에의 적용 연구

論 文

54A-6-3

Derivation of an Energy Function Based on Vector Product and Application to the Power System with Transfer Conductances and Capacitors

李 丙 河[†] · 文 永 鉉^{*} · 吳 龍 澤^{**}

(Byung Ha Lee · Young-Hyun Moon · Yong-Taek Oh)

Abstract - This paper presents a new method to derive energy function based on vector product. Using this method, an energy function to consider transfer conductances and capacitors is derived. Then we recommend a voltage collapse criteria to predict the voltage collapse in power systems by using the energy margin derived by the proposed energy function. This energy function is applied to a 2-bus power system reflecting transfer conductances and capacitors. We show that the energy function derived based on vector product can be applied in order to analyze power system stability and the energy margin can be utilized as a criterion of voltage collapse by simulation for the 2-bus system.

Key Words: Energy Function, Vector Product, Voltage Collapse Criteria, Energy Margin, Transfer Conductance, Capacitor

1. 서 론

전력산업이 독점체제에서 경쟁체제로 전환되고, 각 회사별로 가치적인 회사의 이익을 도모하는 영업을 추구함으로써 전체 대규모 전력시스템의 제어와 통합 운용이 더욱 어려워지고 있다. 국내 전력시스템은 남부와 서부, 동부의 해안에 대규모 발전단지가 위치해 있고, 수도권과 대도시 주위에 부하가 밀집되어 있는 상황으로서 북상조류와 같은 융통전력이 전력수급에서 큰 역할을 담당하고 있으며 주요한 관심사가 되고 있다. 이 융통전력은 현 국내 전력시스템의 상황에서는 전압안정도에 의해 결정되고 있으므로 전압안정도의 정확한 해석과 전압안정도의 향상대책이 대규모 정전상태를 예방하기 위한 주요한 과제가 되고 있다. 최근에 발표된 많은 전압붕괴 사고들의 원인, 전력의 수요가 증가함에 따라 계통의 운전점이 천천히 수 분에서 수 시간 동안에 걸쳐 전압붕괴를 일으키는 임계점으로 이동해 가며, 전압붕괴점인 임계점에서 무효전력공급이 무효전력 수요를 감당치 못하여 급격히 전압 붕괴가 발생하게 된다. 이렇게 전압붕괴는 긴 시간에 걸쳐 일어나기 때문에 계통의 자동 제어뿐만 아니라, 계통을 관리하는 관리자의 수동 제어 또한 필요하다. 전압안정도가 문제가 되고 있는 상황에서도 경제적, 환경적 제한사항들

로 인하여 전력설비 확충이 어렵게 됨에 따라 전력계통 운전 시 많은 경우 한계 용량에 근접하고 있는 것이 현실이기 때문에 전력 계통의 안전한 운전을 위해서는 보다 더 정확한 전압안정도 해석과 효과적인 전압안정도 향상대책의 수립이 더욱 요구되고 있다.

전압안정도를 해석하는 기법들이 많이 제시되어 왔고, 최근의 많은 전압안정도와 관련된 논문들에서 전압붕괴 근접도 지표로서 운전점과 전압붕괴점 사이의 거리를 수량화하여 발표하여 왔다. 그 중에 하나가 전압붕괴 근접도 지표로서 에너지함수를 사용하는 것이다.[1~2] 이 방법은 안정 평형점(SEP: stable equilibrium point)과 불안정 평형점(UEP: unstable equilibrium point) 사이의 에너지차를 전압 안정성 지표로 사용하는 것이다. 이러한 에너지함수를 이용한 방법은 그 이론으로 Lyapunov 직접법을 근간으로 하는데, 이러한 Lyapunov 직접법은 계통을 선형화시키는 다른 방법들과 달리 시스템의 비선형성을 그대로 반영시킬 수 있어 보다 정확한 해석이 가능하고, 이에 의한 전압붕괴 근접도 지표는 다른 방법에 의한 전압붕괴 근접도 지표보다 부하의 변화에 대해 선형적으로 추종하여 지표로서의 가치가 높다는 장점이 있다. 기존 논문에서 여러 유형의 에너지 함수가 제시되었으나, 에너지 함수 유도가 일반 에너지의 직관에 따른 제시이거나[1~2], 등가역학모델[3~5](EMM: equivalent mechanical model) 등에 의한 유도이어서 쉽게 이해되지 않은 부분들이 있었다.

본 논문에서는 벡터 곱에 근거하여 에너지 함수를 유도하는 새로운 기법을 제시하고 에너지 함수를 유도하는 과정에서 전기분야에서 익숙하게 사용되는 표현들을 사용함으로써 쉽게 이해되도록 하였다. 이를 활용하면 대규모의 복잡한 시스템의 에너지 함수들도 쉽게 도출하거나 추가할 수 있어서 에너지함수의 응용을 더욱 촉진시킬 수 있다. 이 에너지 함수를 선로의 컨덕턴스와

[†] 교신저자, 正會員: 仁川大 工大 電氣工學科 教授 · 工博
E-mail: bhlee@incheon.ac.kr

^{*} 正會員: 延世大 工大 電氣電子工學部 教授 · 工博

^{**} 正會員: 韓國技術教育大 工大 電氣工學科 教授 · 工博
接受日字: 2005年 2月 11日
最終完了: 2005年 4月 13日

커패시터를 고려한 2모선의 시스템에 적용하여 시뮬레이션을 수행한다. 커패시터 동작의 이산특성을 반영한 시뮬레이션 결과를 보여주며, 이를 통하여 벡터 곱에 근거하여 유도된 에너지 함수가 안정도 평가에 잘 적용될 수 있음을 보여준다.

2. 선로 컨덕턴스와 커패시터가 고려된 전기적 등가 모델

선로의 인덕턴스만을 고려한 것이 아니라 선로의 컨덕턴스도 포함한 일반적인 간단한 2모선 계통을 나타내면, 아래 그림 1과 같이 나타낼 수 있다.

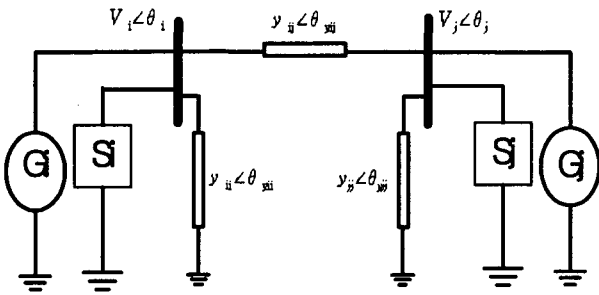


그림 1 일반적인 선로의 어드미턴스를 고려한 2모선 계통
Fig. 1 A 2-bus system reflecting the admittances of general lines

i 모선에서의 에너지 함수를 유도한다. 먼저, i 번째 모선을 기준으로 삼아 i 번째 모선의 위상각 $\theta_i = 0$ 으로 가정하고, i, j 모선 사이의 인덕턴스 성분만이 아니라 선로의 저항성분을 고려하여 i 와 j 모선 사이의 선로의 어드미턴스를 페이서로 표시하여 $\overline{y_{ij}} = y_{ij} \angle \theta_{yij}$ 라고 가정한다. i 와 j 모선과 대지 사이의 어드미턴스를 각기 $\overline{y_{ii}} = y_{ii} \angle \theta_{yii}$, $\overline{y_{jj}} = y_{jj} \angle \theta_{yjj}$ 라고 표기한다. 위의 그림에서 G 와 S 는 각기 i 모선의 발전기와 부하를 나타낸다. i, j 모선에서의 전압을 각기

$$\overline{V}_i = V_i e^{j\theta_i} \quad (1)$$

$$\overline{V}_j = V_j e^{j\theta_j} \quad (2)$$

라고 표현할 수 있다.

i 와 j 모선 사이의 선로의 어드미턴스는 다시 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$\overline{y_{ij}} = y_{ij} e^{j\theta_{yij}} \quad (3)$$

일반적인 swing equation은 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$M_i \dot{\omega}_i + D_i \omega_i = P_{mi} - P_{ei} \quad (4)$$

i 모선의 유효전력 부하가 P_{Li} 이라고 가정하면,

$$M_i \dot{\omega}_i + D_i \omega_i = P_{mi} - P_{Li} - P_{ei} \quad (5)$$

가 된다.

i 모선에서 j 모선으로 흐르는 선로전류는

$$\overline{I}_{ij} = \overline{y_{ij}} (\overline{V}_i - \overline{V}_j) = y_{ij} e^{j\theta_{yij}} (V_i e^{j\theta_i} - V_j e^{j\theta_j}) \quad (6)$$

일반성을 부여하기 위하여 n 개의 모선이 있는 일반적인 시스템으로 확장하여 고려한다. 이때 i 모선으로부터 전력시스템에 주입되는 전체전류 \overline{I}_i 는

$$\begin{aligned} \overline{I}_i &= \sum_j \overline{I}_{ij} + y_{ii} e^{j\theta_{yii}} V_i e^{j\theta_i} \\ &= \sum_j (y_{ij} e^{j\theta_{yij}} (V_i e^{j\theta_i} - V_j e^{j\theta_j})) + y_{ii} e^{j\theta_{yii}} V_i e^{j\theta_i} \end{aligned} \quad (7)$$

로 표현된다. 식 (6)으로부터 $\overline{I}_{ii} = 0$ 임을 알 수 있다.

그리고, 추가로 i 모선에 설치되어 있는 커패시터의 양을 C_i 라고 하면, 아래의 수식이 유도될 수 있다. (부록 참조)

$$\begin{aligned} M_i \dot{\omega}_i + D_i \omega_i - j(Q_{Gi} - Q_{Li} + \omega C_i V_i^2) \\ - (P_{mi} - P_{Li}) + \overline{V}_i \overline{I}_i^* = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

위상각의 기준으로서 $\theta_i = 0$ 로 정하였으므로

$$\begin{aligned} \frac{M_i \dot{\omega}_i}{V_i} + \frac{D_i \omega_i}{V_i} - j \frac{Q_{Gi} - Q_{Li} + \omega C_i V_i^2}{V_i} \\ - \frac{P_{mi} - P_{Li}}{V_i} + \overline{I}_i^* = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

이 식을

$$\begin{aligned} \overline{I}_{Fi}^* &= \frac{M_i \dot{\omega}_i}{V_i} + \frac{D_i \omega_i}{V_i} - j \frac{Q_{Gi} - Q_{Li} + \omega C_i V_i^2}{V_i} \\ &\quad - \frac{P_{mi} - P_{Li}}{V_i} + \overline{I}_i^* = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

라고 정의한다. 이 전기적 양을 다음 장의 벡터 곱에 근거한 에너지 함수 유도 과정에서 활용한다.

3. 벡터 곱에 근거한 에너지 함수 표현

i 모선의 전압의 미소변화를 식 (1)로부터 유도하여 나타내어 보면

$$d\overline{V}_i = e^{j\theta_i} dV_i + jV_i e^{j\theta_i} d\theta_i \quad (11)$$

으로 표시할 수 있다.

여기서 기준으로 잡은 \overline{V}_i 의 위상각이 0이므로($\theta_i=0$) $e^{j\theta_i}=1$ 이 되어, 위의 식은

$$d\overline{V}_i = dV_i + jV_i d\theta_i \quad (12)$$

로 나타낼 수 있다.

토오크는 길이의 벡터와 힘의 벡터의 외적(cross product)으로 표현된다. 토오크와 길이와 힘의 벡터들을 각각 \overline{r} , \overline{l} , \overline{f} 로 정의하고 이 벡터들의 관계를 수식으로 표현하면,

$$\overline{r} = \overline{l} \times \overline{f} \quad (13)$$

가 된다. 여기서 \times 의 기호는 벡터의 외적(cross product)을 나타낸다. 길이의 벡터와 힘의 벡터의 위상각차를 θ 라고 하면, 토오크의 크기는

$$r = l f \sin \theta \quad (14)$$

가 된다. 토오크는 전력과 아래와 같은 관계가 있다.

$$T_m = P_m / \omega \quad (15)$$

여기서 T_m 은 토오크, P_m 은 전력, ω 는 동기 각속도를 의미한다. 전력 시스템 해석에서 일반적으로 per unit 법을 많이 사용하고 있기 때문에 이 경우에는 $T_m = P_m$ 으로 표현된다.

이러한 유사점을 고려하여 전력도 벡터의 외적(cross product)으로 아래와 같이 표현될 수 있다. 전압의 벡터를 $\overline{V} = V e^{j\theta_v}$, 전류의 벡터를 $\overline{I} = I e^{j\theta_i}$ 라고 나타내자. 그리고, 전압의 벡터를 90도 만큼 시계방향으로 회전시킨 벡터를

$$\overline{V}_r = \overline{V} e^{-j\frac{\pi}{2}} = V e^{j(\theta_v - \frac{\pi}{2})} \quad (16)$$

라고 두자. 이 때 전력은,

$$\begin{aligned} P &= \overline{V}_r \times \overline{I} \\ &= V e^{j(\theta_v - \frac{\pi}{2})} \times I e^{j\theta_i} \\ &= VI \sin(\theta_i - \theta_v + \frac{\pi}{2}) = VI \cos(\theta_v - \theta_i) \end{aligned} \quad (17)$$

이것은 전력의 복소수 곱의 표현을 사용하면,

$$P = VI \cos(\theta_v - \theta_i) = \text{Re}(\overline{V} \overline{I}^*) \quad (18)$$

와 일치함을 알 수 있다. 여기서 Re 는 실수부를 의미하고, *

의 기호는 공액복소수를 의미한다.

따라서, 전류 $\overline{I} = I e^{j\theta_i}$ 를 \overline{f} 로, 90도 만큼 시계방향으로 회전시킨 전압 $\overline{V}_r = \overline{V} e^{-j\frac{\pi}{2}} = V e^{j(\theta_v - \frac{\pi}{2})}$ 를 \overline{l} 로 등가적으로 간주할 수 있음을 알 수 있다.

그리고, 에너지는 \overline{f} 의 힘으로 \overline{l} 의 거리만큼 이동 시에

$$W = \overline{l} \cdot \overline{f} \quad (19)$$

으로 계산된다. 여기서 \cdot 의 기호는 벡터의 내적(inner product)을 나타낸다. 이 에너지를 힘 \overline{f} 와 거리 \overline{l} 의 복소수 곱으로 표현하면 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} W &= \overline{l} \cdot \overline{f} = l f \cos \theta \\ &= \text{Re}(\overline{l} \overline{f}^*) \end{aligned} \quad (20)$$

여기서 마지막 항은 복소수 곱을 나타낸다.

전류 $\overline{I} = I e^{j\theta_i}$ 로써 $d\overline{V}_r = d\overline{V} e^{-j\frac{\pi}{2}}$ 의 변위만큼 변동할 시의 에너지 dW 는 벡터의 내적을 사용하여 아래와 같이 표현된다.

$$dW = d\overline{V}_r \cdot \overline{I} = d\overline{V} e^{-j\frac{\pi}{2}} \cdot \overline{I} = (-j d\overline{V}) \cdot \overline{I} \quad (21)$$

이 벡터의 내적을 등가의 복소수 곱으로 표현하면,

$$\begin{aligned} dW &= (-j d\overline{V}) \cdot \overline{I} \\ &= \text{Re}(-j d\overline{V} \overline{I}^*) \end{aligned} \quad (22)$$

가 된다.

이 관계식을 이용하여 i 모선에서의 에너지 함수를 유도하기 위해 $-j d\overline{V}_i$ 와 \overline{I}_{Fi}^* 의 복소수 곱을 수행하고 이의 실수부를 취한다.

음의 허수 $-j$ 를 식 (12)의 양변에 곱하면,

$$-j d\overline{V}_i = V_i d\theta_i - j dV_i \quad (23)$$

i 모선에서의 에너지 증분 dW_i 는 식 (22)에 식 (23)과 식 (10)을 대입함으로써 아래와 같이 복소수 곱의 실수부로 표현된다.

$$\begin{aligned} dW_i &= \text{Re}(-j d\overline{V}_i \overline{I}_{Fi}^*) = \text{Re}\{(V_i d\theta_i - j dV_i) \overline{I}_{Fi}^*\} \\ &= -(P_{mi} - P_{Li}) d\theta_i - \frac{Q_{Gi} - Q_{Li}}{V_i} dV_i - \omega C_i V_i dV_i \\ &\quad + \sum_j \{y_{ij} V_i^2 \cos \theta_{yij} d\theta_i - y_{ij} V_i V_j \cos(\theta_j - \theta_i + \theta_{yij}) d\theta_j\} \\ &\quad - \sum_j \{y_{ij} V_i V_j \sin \theta_{yij} dV_i - y_{ij} V_j V_i \sin(\theta_j - \theta_i + \theta_{yij}) dV_j\} \\ &\quad + y_{ii} V_i^2 \cos \theta_{yii} d\theta_i - y_{ii} V_i \sin \theta_{yii} dV_i \\ &\quad + M_i \dot{\omega}_i d\theta_i + D_i \omega_i d\theta_i \end{aligned} \quad (24)$$

계통 전체의 미소에너지의 변화량은 i 모선에서의 에너지의

미소변화량을 이용하여 전 모선에 대하여 적용함으로써 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$dW = \sum_i dW_i \quad (25)$$

이 식으로부터 부록에서의 유도과정을 거쳐 아래의 식이 도출된다.

$$\begin{aligned} W = & - \int \sum_i \frac{Q_{Gi} - Q_{Li}}{V_i} dV_i - \int \sum_i \omega C_i V_i dV_i \\ & - \int \sum_i (P_{mi} - P_{Li}) d\theta_i \\ & + \int \sum_i \sum_j y_{ij} V_i^2 \cos \theta_{yij} d\theta_i + \int \sum_i y_{ii} V_i^2 \cos \theta_{yii} d\theta_i \\ & - \int \sum_i \sum_j y_{ij} V_i \sin \theta_{yij} dV_i - \int \sum_i y_{ii} V_i \sin \theta_{yii} dV_i \quad (26) \\ & - \frac{1}{2} \int \sum_i \sum_j y_{ij} d(V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j - \theta_{yij})) \\ & + \int \sum_i M_i \dot{\omega}_i d\theta_i + \int \sum_i D_i \omega_i d\theta_i \end{aligned}$$

이 식은 마지막 두 항의 적분의 표현을 바꾸어서 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} W = & - \int \sum_i \frac{Q_{Gi} - Q_{Li}}{V_i} dV_i - \int \sum_i \omega C_i V_i dV_i \\ & - \int \sum_i (P_{mi} - P_{Li}) d\theta_i \\ & + \int \sum_i \sum_j y_{ij} V_i^2 \cos \theta_{yij} d\theta_i + \int \sum_i y_{ii} V_i^2 \cos \theta_{yii} d\theta_i \\ & - \int \sum_i \sum_j y_{ij} V_i \sin \theta_{yij} dV_i - \int \sum_i y_{ii} V_i \sin \theta_{yii} dV_i \quad (27) \\ & - \frac{1}{2} \int \sum_i \sum_j y_{ij} d(V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j - \theta_{yij})) \\ & + \int \sum_i M_i \omega_i d\omega_i + \int \sum_i D_i \omega_i^2 dt \end{aligned}$$

식 (27)의 우측의 네 번째 항과 다섯 번째 항은 경로의존적분항이 된다. 또한 첫 번째, 세 번째 항도 일정전력부하가 아닌 경우에는 경로의존적분항이 되므로 적절한 적분경로를 취해주어야 적분이 가능해진다. 이러한 항들의 적분의 수행에 관해 부록에 기술되어 있다. 부록에 유도된 식들을 식 (27)에 대입하여 총에너지를 구할 수 있다.

식 (27)의 전체 계통의 에너지 총합은 항상 0이므로 시간적분항만을 좌변으로 옮겨서 정리하면 에너지함수를 아래의 식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} E = & - \int \sum_i \frac{Q_{Gi} - Q_{Li}}{V_i} dV_i - \sum_i \frac{1}{2} \omega C_i (V_i^2 - V_b^2) \\ & - \int \sum_i (P_{mi} - P_{Li}) d\theta_i \\ & + \int \sum_i \sum_j y_{ij} V_i^2 \cos \theta_{yij} d\theta_i + \int \sum_i y_{ii} V_i^2 \cos \theta_{yii} d\theta_i \\ & - \int \sum_i \sum_j y_{ij} V_i \sin \theta_{yij} dV_i - \int \sum_i y_{ii} V_i \sin \theta_{yii} dV_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{2} \int \sum_i \sum_j y_{ij} d(V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j - \theta_{yij})) \\ & + \int \sum_i M_i \omega_i d\omega_i \\ = & - \int \sum_i D_i \omega_i^2 dt \quad (28) \end{aligned}$$

위의 E를 에너지함수로 정의한다. 이 에너지함수는 부정적분의 형태로 표현되어 있어서 부정적분을 수행하거나 정적분의 형태로 표현할 시에는 적분상수가 추가되므로 항상 $E \geq 0$ 의 조건을 충족시켜줄 수 있고, $\frac{dE}{dt} \leq 0$ 의 Lyapunov 조건도 만족됨을 알 수 있다. 이 에너지 함수의 특성 고찰은 부록에 기술되어 있다. 이와 같이 벡터 곱의 개념에 근거하여 에너지 함수를 유도하는 기법은 에너지 함수를 유도하는 과정에서 전기분야에서 익숙하게 사용되는 표현들을 사용함으로써 쉽게 이해될 수 있다. 이를 활용하면 대규모의 복잡한 시스템의 에너지 함수들도 쉽게 도출하거나 추가할 수 있어서 에너지함수의 응용을 더욱 확대시킬 수 있다.

4. 시뮬레이션 결과 및 검토

4.1 적용 전력시스템 모델과 에너지 마진

여기서 유도된 선로의 컨덕턴스와 커패시터를 포함하는 에너지 함수를 아래 그림2의 간단한 2모선 계통에 적용한다.

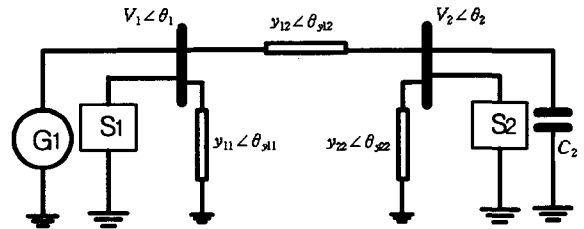


그림 2 선로의 컨덕턴스와 커패시터를 고려한 2모선 계통
Fig. 2 A 2-bus system reflecting conductances and capacitors of lines

간략화를 위해 부하들은 일정 전력부하로 가정한다. 위에서 도출한 에너지 함수와 부록에서의 적분 결과식들로부터 에너지 마진(energy margin)은 아래와 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} E_{margin} = & - \sum_{i=1}^2 (Q_{Gi} - Q_{Li}) (\ln V_{iuep} - \ln V_{isep}) \\ & - \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \omega C_i (V_{iuep}^2 - V_{isep}^2) - \sum_{i=1}^2 (P_{mi} - P_{Li}) (\theta_{iuep} - \theta_{isep}) \\ & + \frac{1}{3} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 y_{ij} \cos \theta_{yij} (V_{iuep}^2 + V_{iuep} V_{isep} + V_{isep}^2) (\theta_{iuep} - \theta_{isep}) \\ & + \frac{1}{3} \sum_{i=1}^2 y_{ii} \cos \theta_{yii} (V_{iuep}^2 + V_{iuep} V_{isep} + V_{isep}^2) (\theta_{iuep} - \theta_{isep}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 y_{ij} V_{iuep}^2 \sin \theta_{yij} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 y_{ij} V_{isep}^2 \sin \theta_{yij} \\
 & -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 y_{ii} V_{iuep}^2 \sin \theta_{yii} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 y_{ii} V_{isep}^2 \sin \theta_{yii} \\
 & -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (y_{ij} V_{iuep} V_{juep} \sin(\theta_{iuep} - \theta_{juep} - \theta_{yij}) \\
 & - y_{ij} V_{isep} V_{jsep} \sin(\theta_{isep} - \theta_{jsep} - \theta_{yij})) \\
 & + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} M_i (\omega_{iuep}^2 - \omega_{isep}^2)
 \end{aligned} \tag{29}$$

여기서 ln은 자연 log 함수를 나타내고, 변수들의 아래첨자에 추가되어 사용된 uep 기호와 sep 기호는 각각 불안정 평형점과 안정 평형점을 나타낸다.

per unit 기법을 적용하여 해석하며, 기준 베이스전력을 100[MVA]로 정한다. 이 시스템의 선로의 임피던스로서 저항은 $R=0.012$ [p.u.], 리액턴스는 $X=0.0976$ [p.u.] 이라고 가정한다. y_{11} , y_{22} 의 어드미턴스와 부하 S1은 무시하고, 부하 S2는 초기 부하가 $P_{L2}=1.63$ [p.u.], $Q_{L2}=0.7$ [p.u.] 로서 유도성 부하라고 가정한다.

4.2 하이브리드 기법 적용 및 시나리오별 시뮬레이션 결과 검토

연속적인 동작이 아닌 순간적인 변화는 이산 값으로 취급해야 정확한 모델링이 된다. 분석을 쉽게 하기 위해 변압기 탭의 동작과 같은 이산적인 동작특성은 적절한 시정수를 갖는 연속시간 모델링으로 근사화 하여 분석되기도 한다. 일반적인 물리적인 현상은 연속시간 특성과 이산시간 특성이 혼재되어 있는 경우가 많다. 전력시스템의 커패시터가 동작하는 경우 이산적으로 동작하기 때문에 동작하기 전과 후가 다른 구조를 갖는 전력시스템이 되지만, 커패시터가 동작하지 않는 기간은 연속시간 시스템이 된다. 이러한 연속시간 시스템과 혼재된 이산 시스템을 분석하는 경우 하이브리드 기법이 많이 사용되고 있다. 커패시터가 동작하지 않는 중간의 기간에는 연속적인 해석 기법으로 안정도를 분석하되, 커패시터가 동작하는 순간에는 이산 시스템으로서 시스템모델 변경과 함께 해당되는 만큼의 외란을 고려하여 안정도를 분석한다.

여기에서 적용되는 커패시터 C_2 는 0.5 [pu.]의 무효전력 용량을 가지는 유니트가 3대 병렬로 설치되어 있고 모선 전압이 0.9 [p.u.] 이하로 1.0 [sec] 지속되면 순차적으로 자동 투입되는 것으로 가정한다.

아래의 3가지 시나리오에 대하여 분석한다.

- i) 커패시터가 설치되어 있지 않고 부하가 서서히 증가하는 경우
- ii) 커패시터가 설치되어 있고, 부하가 서서히 증가하는 경우
- iii) 커패시터가 설치되어 있고, 부하가 갑자기 증가한 경우

먼저 커패시터가 없다고 가정하고 부하가 초기부하에서부터

동일한 역률로 서서히 증가하여 갈 때에 PV 곡선을 구해보면 아래의 그림 3과 같다. 그림 3의 곡선의 윗 부분은 안정한 평형점에서의 전압곡선이고 아랫 부분은 불안정한 평형점에서의 전압곡선을 나타낸다. 안정한 평형점과 불안정한 평형점이 nose curve의 임계점에서 만나게 되며 이 점에서 이 시스템은 전압 붕괴를 일으키게 된다. 이 경우 이 시스템의 에너지 마진을 그래프로 표시한 것이 그림 4에 보여져 있다.

에너지 마진은 nose curve의 임계점에서 영이 된다는 것을 보여 주며, 이를 통하여 에너지 마진과 전압안정도의 붕괴점이 정확히 일치함을 알 수 있다. 따라서 에너지 마진으로서 전압안정도의 여유를 계산할 수 있고, 전압안정도의 지표로서 효과적으로 활용할 수 있음을 알 수 있다. 이 경우 그림 3, 4로부터 최대공급 전력은 3.36[p.u.]이다.

두번 째로 커패시터가 있다고 가정하고 부하가 초기부하에서부터 동일한 역률로 서서히 증가하여 갈 때에 PV 곡선을 구해보면 아래의 그림 5와 같다. 모선 전압이 0.9 [p.u.] 이하로 떨어지는 점에서 첫번째 커패시터가 투입되고, 전압이 0.9 [p.u.] 이상으로 상승했다가 다시 부하의 증가와 함께 하강하면서 모선 전압이 0.9 [p.u.] 이하로 떨어지면 두번째 커패시터가 동작하게 되며, 마지막 3번째 까지 동일한 방식으로 동작하게 된다. 이 때 PV 커브는 오른쪽으로 이동하게 되고, 전압안정도의 붕괴점의 부하가 더 증가하게 되어 커패시터가 전압안정도의 향상을 가져옴을 보여 준다. 이 경우 이 시스템의 에너지 마진을 그래프로 표시한 것이 그림 6에 보여져 있다. 커패시터가 투입되면서 에너지 마진도 커짐을 알 수 있다. 이 때의 최대공급 전력은 그림 5, 6으로부터 3.814[p.u.]이다. 커패시터가 투입될 때마다 전압과 에너지 마진이 이산적으로 상승함을 보여준다.

세번째로 초기 부하 조건에서 운전하다가 순간적으로 부하가 증가한 경우에 대하여 시간 영역에서의 시뮬레이션을 수행한다. 부하 증가는 동일한 역률로서 유효전력이 0.47 [p.u.] 무효전력이 0.202 [p.u.] 만큼 순간적으로 증가하였다고 가정한다. 이 경우에는 discrete한 동작을 행한 것이 된다. 이 때의 시뮬레이션 결과로서 발전기 로우터각과 각속도에 대한 시응답 특성의 그림이 각각 그림 7, 8에 제시되어 있고, 제한된 에너지 함수의 에너지의 변화가 그림 9에 보여져 있다. 부하의 급격한 변화로 전압이 0.9 [p.u.] 이하로 떨어지고 전력시스템이 진동하게 되며, 1.0 [sec] 이후에 커패시터가 투입되어 이에 의한 영향이 과도 응답에 반영된다. 1.0 [sec] 이후에 커패시터가 투입되면서 진동의 폭이 좀더 컸음을 관측할 수 있다. 과도적인 응답특성에는 도움이 되지 않을 수 있음을 보여준다. 그러나, 커패시터가 투입되어 있는 경우 전압안정도 측면에서 전압 안정도 여유가 증가하는 것은 명확하다. 유효전력이 0.47 [p.u.] 증가해서 전체 유효전력이 2.10 [p.u.]일 때, 그림 6으로부터 에너지 마진이 1.65[p.u.]이므로 에너지의 변화가 안정범위에 있음을 알 수 있고, 시간 영역의 시뮬레이션 결과도 안정된 결과임을 보여준다. 벡터 곱에 근거하여 유도된 에너지 함수가 전압안정도의 판정기준으로서 안정도 평가에 효과적으로 활용될 수 있음을 알 수 있다.

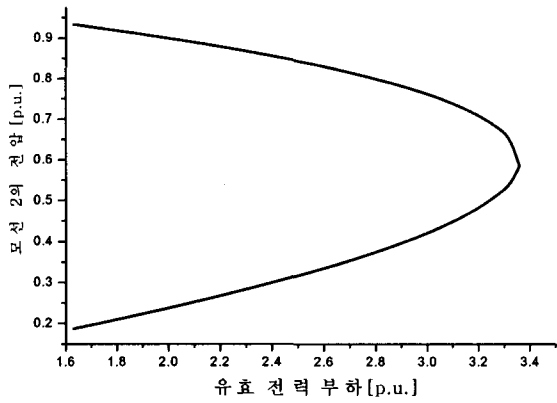


그림 3 시나리오 i)의 PV 곡선
Fig. 3 PV curve of the scenario i)

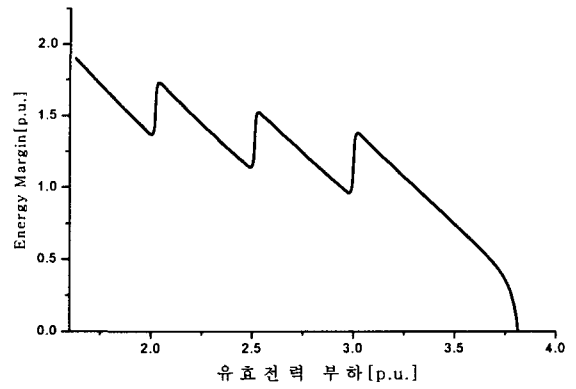


그림 6 시나리오 ii)의 에너지 마진 변화
Fig. 6 The variation of energy margin of the scenario ii)

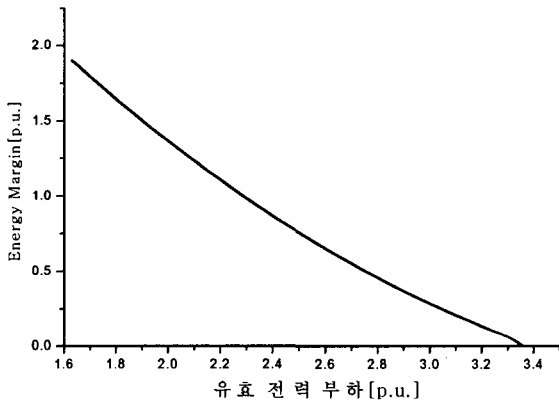


그림 4 시나리오 i)의 에너지 마진 변화
Fig. 4 The variation of energy margin of the scenario i)

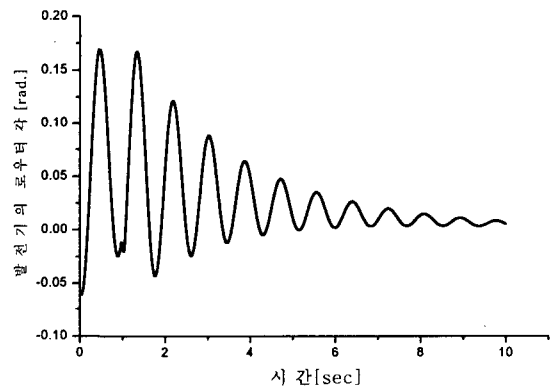


그림 7 시나리오 iii)의 로우터 각의 변화
Fig. 7 The variation of rotor angle of the scenario iii)

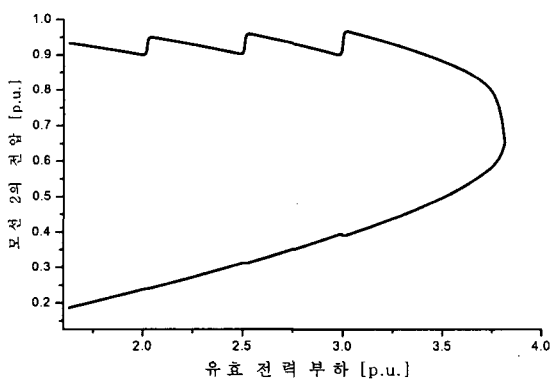


그림 5 시나리오 ii)의 PV 곡선
Fig. 5 PV curve of the scenario ii)

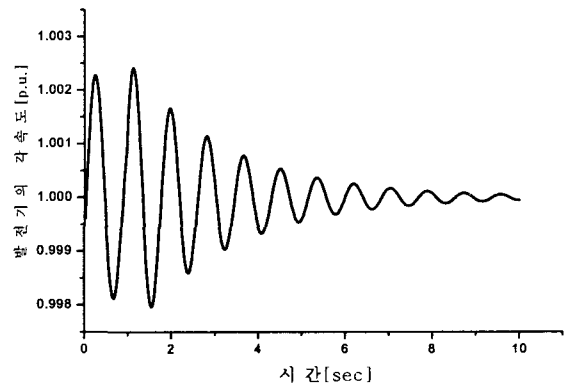


그림 8 시나리오 iii)의 각속도의 변화
Fig. 8 The variation of rotor angle speed of the scenario iii)

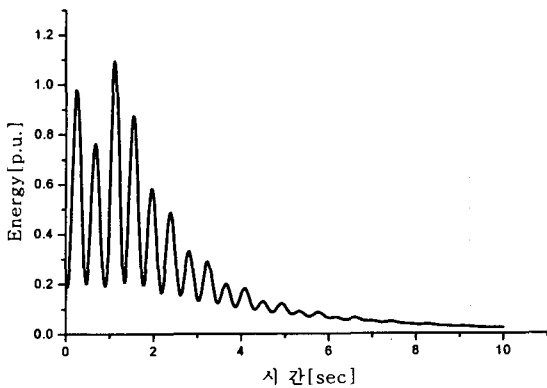


그림 9 시나리오 iii)의 에너지의 변화
 Fig. 9 The variation of energy of the scenario iii)

5. 결 론

기존 논문에서 여러 유형의 에너지 함수가 제시되었으나, 에너지 함수 유도가 일반 에너지의 직관에 따른 제시이거나 등가역학모델 등에 의한 유도이어서 쉽게 이해되지 않은 부분들이 있었다. 본 논문에서는 벡터 곱에 근거하여 에너지 함수를 유도하는 새로운 기법을 제시하였고 에너지 함수를 유도하는 과정에서 전기분야에서 익숙하게 사용되는 표현들을 사용함으로써 쉽게 이해되도록 하였다. 이를 활용하면 대규모의 복잡한 시스템의 에너지 함수들도 쉽게 도출하거나 추가할 수 있어서 에너지함수의 응용을 더욱 촉진시킬 수 있다. 이 에너지 함수를 선로의 컨덕턴스와 커패시터를 고려한 2모선의 시스템에 적용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 부하의 변화와 이산적으로 동작하는 커패시터의 특성에 따른 에너지 마진의 변화를 보여주었으며, 벡터 곱에 근거하여 유도된 이 에너지 함수가 전압안정도의 판정기준으로서 안정도 평가에 효과적으로 활용될 수 있음을 보여주었다. 그러나 다모선 및 실제통에서의 불안정 평형점을 효과적으로 구하는 문제는 추후 연구가 지속되어야 할 부분이라고 판단된다. 향후에 더 확대하여 대기 전력시스템 및 실제통에의 적용 연구를 수행할 예정이다.

감사의 글

본 연구는 산업자원부의 지원에 의하여 기초전력연구원 (R-2003-B-094) 주관으로 수행된 과제임

참 고 문 헌

[1] C. L. DeMarco and T. J. Overbye, "An Energy based security measure for assessing vulnerability to Voltage Collapse", IEEE

Trans. on Power Systems Vol. 5, No. 2, May 1990
 [2] T. J. Overbye, M. A. Pai, P. W. Sauer, "Some Aspects of the Energy Function Approach to Angle Voltage Stability Analysis in Power Systems", Proceedings of the 31st Conference on Decision and Control, pp.2941-2946, December 1992
 [3] 김백, "전압안정도 해석이론의 동일성과 안정도 지표 산출", 연세대학교 대학원 박사논문, 1995
 [4] Y.-H. Moon, H.-S. Ryu, J.-G. Lee, H.-J. Kook, "Equivalent Mechanical Model of Power Systems for Energy-Based System Analysis", 40th CDC, pp.466-472, Florida, USA, Dec. 2001
 [5] D-H Kim, H-S Ryu, J-G Lee, Y-H Moon, "A Study on Voltage Collapse Mechanism using Equivalent Mechanical Model", KIEE International transactions on Power Engineering, Vol. 12A, No. 1, March 2002
 [6] M. K. Pai, Computer Techniques in Power System Analysis, McGRAW-HILL, 1979
 [7] P. Kundur, Power System Stability and Control, McGRAW-HILL, 1994
 [8] Carson W. Taylor, Power System Voltage Stability, McGRAW-HILL, 1994

저 자 소 개



이 병 하(李丙河)

1954년 7월 12일생. 1978년 서울대학교 전기공학과 졸업. 1980년 동대학원 전기공학과 졸업(석사). 1991년 The Pennsylvania State Univ. 대학원 전기공학과 졸업(공학박). 1979년~1994년 한전 기술연구원 선임연구원. 1994년~현재 인천대학교 전기공학과 교수.

Tel : 032-770-8437

E-mail : bhlee@incheon.ac.kr



문 영 현(文永鉉)

1952년 3월 11일생. 1975년 서울대학교 전기공학과 졸업. 1978년 동대학원 전기공학과 졸업(석사). 1983년 Oregon State Univ. 대학원 졸업(공학박). 1983년~현재 연세대학교 전기전자공학부 교수.

Tel : 02-2123-2771

E-mail : moon@yonsei.ac.kr



오 용 택(吳龍澤)

1958년 6월 17일생. 1980년 숭실대학교 전기공학과 졸업. 1982년 연세대 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1987년 동대학원 전기공학과 졸업(공학박). 1987년~1991년 한전 정보처리 과장. 1991년~현재 한국기술교육대학교 정보기술공학부 전기전공 교수.

Tel: 041-560-1161

E-mail: ytoh@kut.ac.kr

부 록

A.1 식 (8)의 증명

n개의 모선이 있는 일반적인 시스템에서, i모선으로부터 전력 시스템에 주입되는 전체전류 \overline{I}_i 는

$$\begin{aligned} \overline{I}_i &= \sum_j \overline{I}_{ij} + y_{ii} e^{j\theta_{sw}} V_i e^{j\theta_i} \\ &= \sum_j \{y_{ij} e^{j\theta_{sw}} (V_i e^{j\theta_i} - V_j e^{j\theta_j})\} + y_{ii} e^{j\theta_{sw}} V_i e^{j\theta_i} \end{aligned} \quad (A.1)$$

로 표현된다.
이것은 다시

$$\begin{aligned} \overline{I}_i e^{-j\theta_i} &= \sum_j \{y_{ij} e^{j\theta_{sw}} (V_i - V_j e^{j(\theta_j - \theta_i)})\} + y_{ii} e^{j\theta_{sw}} V_i \\ &= \sum_j \{y_{ij} V_i e^{j\theta_{sw}} - y_{ij} V_j e^{j(\theta_j - \theta_i + \theta_{sw})}\} + y_{ii} e^{j\theta_{sw}} V_i \\ &= \sum_j \{y_{ij} V_i \cos \theta_{yij} - y_{ij} V_j \cos(\theta_j - \theta_i + \theta_{yij})\} \\ &\quad + y_{ii} V_i \cos \theta_{yii} \\ &\quad + j \sum_j \{y_{ij} V_i \sin \theta_{yij} - y_{ij} V_j \sin(\theta_j - \theta_i + \theta_{yij})\} \\ &\quad + y_{ii} V_i \sin \theta_{yii} \end{aligned} \quad (A.2)$$

으로 나타낼 수 있다.

앞에서 i번째 모선의 위상각 $\theta_i = 0$ 으로 가정하였으므로

$$\theta_i = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \overline{I}_i &= \sum_j \{y_{ij} V_i \cos \theta_{yij} - y_{ij} V_j \cos(\theta_j - \theta_i + \theta_{yij})\} \\ &\quad + y_{ii} V_i \cos \theta_{yii} \\ &\quad + j \sum_j \{y_{ij} V_i \sin \theta_{yij} - y_{ij} V_j \sin(\theta_j - \theta_i + \theta_{yij})\} \\ &\quad + y_{ii} V_i \sin \theta_{yii} \end{aligned} \quad (A.3)$$

이 값의 공액복소수를 취해주면,

$$\begin{aligned} \overline{I}_i^* &= \sum_j \{y_{ij} V_i \cos \theta_{yij} - y_{ij} V_j \cos(\theta_j - \theta_i + \theta_{yij})\} \\ &\quad + y_{ii} V_i \cos \theta_{yii} \\ &\quad - j \sum_j \{y_{ij} V_i \sin \theta_{yij} - y_{ij} V_j \sin(\theta_j - \theta_i + \theta_{yij})\} \\ &\quad + y_{ii} V_i \sin \theta_{yii} \end{aligned} \quad (A.4)$$

그리고,

$$P_{ei} = \text{Re}(\overline{V}_i \overline{I}_i^*) = \text{Re}(P_{ei} + jQ_{ei}) \quad (A.5)$$

여기서 Re 는 실수부를 의미한다.

$$\begin{aligned} P_{ei} + jQ_{ei} &= V_i e^{j\theta_i} (\sum_j \{y_{ij} e^{-j\theta_{sw}} (V_i e^{-j\theta_i} - V_j e^{-j\theta_j})\} \\ &\quad + y_{ii} e^{-j\theta_{sw}} V_i e^{-j\theta_i}) \\ &= V_i [\sum_j \{y_{ij} (V_i e^{-j\theta_{sw}} - V_j e^{j(\theta_i - \theta_j - \theta_{sw})})\} + y_{ii} V_i e^{-j\theta_{sw}}] \\ &= \sum_j \{y_{ij} V_i^2 \cos \theta_{yij} - y_{ij} V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j - \theta_{yij})\} \\ &\quad + y_{ii} V_i^2 \cos \theta_{yii} \\ &\quad - j [\sum_j \{y_{ij} V_i^2 \sin \theta_{yij} + y_{ij} V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j - \theta_{yij})\} \\ &\quad + y_{ii} V_i^2 \sin \theta_{yii}] \end{aligned} \quad (A.6)$$

로 표현될 수 있다.

i모선으로부터 전력시스템에 주입되는 무효전력 Q_{ei} 는 i모선에서의 무효전력 발전량에서 i모선의 무효전력부하를 빼고, 커패시터 설치시에는 이의 무효전력을 더한 양과 같다.

그리고, 추가로 i모선에 설치되어 있는 커패시터의 양을 C_i 라고 하면,

$$Q_{ei} = Q_{Gi} - Q_{Li} + \omega C_i V_i^2 \quad (A.7)$$

으로 나타낼 수 있다.

앞에서의 식 (5)의 Swing equation에서

$$\begin{aligned} M_i \ddot{\omega}_i + D_i \omega_i &= P_{mi} - P_{Li} - P_{ei} \\ &= P_{mi} - P_{Li} - \text{Re}(\overline{V}_i \overline{I}_i^*) \\ &= P_{mi} - P_{Li} - \text{Re}(P_{ei} + jQ_{ei}) \end{aligned} \quad (A.8)$$

이 식 (A.8)에서 무효전력의 부분까지 고려하여 정리하면,

$$M_i \ddot{\omega}_i + D_i \omega_i - jQ_{ei} = P_{mi} - P_{Li} - \overline{V}_i \overline{I}_i^* \quad (A.9)$$

식 (A.7)을 대입하여 정리하면 아래의 관계식이 도출된다.

$$\begin{aligned} M_i \ddot{\omega}_i + D_i \omega_i - j(Q_{Gi} - Q_{Li} + \omega C_i V_i^2) \\ - (P_{mi} - P_{Li}) + \overline{V}_i \overline{I}_i^* = 0 \end{aligned} \quad (A.10)$$

A.2 식 (26)의 증명

식 (25)에 식 (24)를 대입하여 정리하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\begin{aligned}
 dW = & - \sum_i \frac{Q_{Gi} - Q_{Li}}{V_i} dV_i - \sum_i \omega C_i V_i dV_i - \sum_i (P_{mi} - P_{Li}) d\theta_i \\
 & + \sum_i \sum_j \{ y_{ij} V_i^2 \cos \theta_{yij} d\theta_i - y_{ij} V_i V_j \cos(\theta_j - \theta_i + \theta_{yij}) d\theta_i \} \\
 & + \sum_i y_{ii} V_i^2 \cos \theta_{yii} d\theta_i \\
 & - \sum_i \sum_j \{ y_{ij} V_i V_j \sin \theta_{yij} dV_i - y_{ij} V_j \sin(\theta_j - \theta_i + \theta_{yij}) dV_i \} \\
 & - \sum_i y_{ii} V_i \sin \theta_{yii} dV_i \\
 & + \sum_i M_i \dot{\omega}_i d\theta_i + \sum_i D_i \omega_i d\theta_i
 \end{aligned} \tag{A.11}$$

위 식의 우측의 5번째와 8번째 항은 대칭관계와 cos 함수의 우수함수의 특성을 이용하여 아래의 형태로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 dW = & - \sum_i \frac{Q_{Gi} - Q_{Li}}{V_i} dV_i - \sum_i \omega C_i V_i dV_i - \sum_i (P_{mi} - P_{Li}) d\theta_i \\
 & + \sum_i \sum_j y_{ij} V_i^2 \cos \theta_{yij} d\theta_i + \sum_i y_{ii} V_i^2 \cos \theta_{yii} d\theta_i \\
 & - \sum_i \sum_j y_{ij} V_i V_j \sin \theta_{yij} dV_i - \sum_i y_{ii} V_i \sin \theta_{yii} dV_i \\
 & - \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \{ y_{ij} V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j - \theta_{yij}) d\theta_i \\
 & - y_{ij} V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j - \theta_{yij}) d\theta_j \} \\
 & - \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \{ y_{ij} V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j - \theta_{yij}) dV_i \\
 & + y_{ij} V_j \sin(\theta_i - \theta_j - \theta_{yij}) dV_j \} \\
 & + \sum_i M_i \dot{\omega}_i d\theta_i + \sum_i D_i \omega_i d\theta_i
 \end{aligned} \tag{A.12}$$

식 (A.12)를 전미분을 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 dW = & - \sum_i \frac{Q_{Gi} - Q_{Li}}{V_i} dV_i - \sum_i \omega C_i V_i dV_i \\
 & - \sum_i (P_{mi} - P_{Li}) d\theta_i \\
 & + \sum_i \sum_j y_{ij} V_i^2 \cos \theta_{yij} d\theta_i + \sum_i y_{ii} V_i^2 \cos \theta_{yii} d\theta_i \\
 & - \sum_i \sum_j y_{ij} V_i V_j \sin \theta_{yij} dV_i - \sum_i y_{ii} V_i \sin \theta_{yii} dV_i \\
 & - \frac{1}{2} \sum_i \sum_j y_{ij} d(V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j - \theta_{yij})) \\
 & + \sum_i M_i \dot{\omega}_i d\theta_i + \sum_i D_i \omega_i d\theta_i
 \end{aligned} \tag{A.13}$$

이제 식 (A.13)의 양변을 적분하여 정리하면 아래의 식 (A.14)가 도출된다.

$$\begin{aligned}
 W = & - \int \sum_i \frac{Q_{Gi} - Q_{Li}}{V_i} dV_i - \int \sum_i \omega C_i V_i dV_i \\
 & - \int \sum_i (P_{mi} - P_{Li}) d\theta_i \\
 & + \int \sum_i \sum_j y_{ij} V_i^2 \cos \theta_{yij} d\theta_i + \int \sum_i y_{ii} V_i^2 \cos \theta_{yii} d\theta_i \\
 & - \int \sum_i \sum_j y_{ij} V_i V_j \sin \theta_{yij} dV_i - \int \sum_i y_{ii} V_i \sin \theta_{yii} dV_i \\
 & - \frac{1}{2} \int \sum_i \sum_j y_{ij} d(V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j - \theta_{yij})) \\
 & + \int \sum_i M_i \dot{\omega}_i d\theta_i + \int \sum_i D_i \omega_i d\theta_i
 \end{aligned} \tag{A.14}$$

A.3 전력시스템 회로와 커패시터와 관련된 항의 에너지 적분

식 (A.14)의 우측의 네 번째 경로의존적분항에 대해 적분을 취해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & \int_{\theta_0}^{\theta_i} \sum_i \sum_j y_{ij} V_i^2 \cos \theta_{yij} d\theta_i \\
 & = \frac{1}{3} \sum_i \sum_j y_{ij} \cos \theta_{yij} (V_i^2 + V_i V_{\theta_0} + V_{\theta_0}^2) (\theta_i - \theta_{\theta_0})
 \end{aligned} \tag{A.15}$$

식 (A.14)의 우측의 다섯 번째 항도 유사한 결과를 산출한다. 식 (A.14)의 우측의 여섯 번째 항에 대해 적분을 취해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & \int_{V_0}^{V_i} \sum_i \sum_j y_{ij} V_i V_j \sin \theta_{yij} dV_i \\
 & = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j y_{ij} V_i^2 \sin \theta_{yij} - \frac{1}{2} \sum_i \sum_j y_{ij} V_{\theta_0}^2 \sin \theta_{yij}
 \end{aligned} \tag{A.16}$$

식 (A.14)의 우측의 일곱 번째 항도 유사하다. 식 (A.14)의 우측의 여덟 번째 항에 대해 적분을 취해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} \int_0^t \sum_i \sum_j y_{ij} d(V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j - \theta_{yij})) \\
 & = \frac{1}{2} \{ \sum_i \sum_j y_{ij} V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j - \theta_{yij}) \\
 & - \sum_i \sum_j y_{ij} V_{\theta_0} V_{\theta_0} \sin(\theta_{\theta_0} - \theta_{\theta_0} - \theta_{yij}) \}
 \end{aligned} \tag{A.17}$$

식 (A.14)의 커패시터가 포함되어 있는 항에 대해 부분적분을 취해보면 다음과 같다.

$$\int_{V_0}^{V_i} \sum_i \omega C_i V_i dV_i = \sum_i \frac{1}{2} \omega C_i (V_i^2 - V_{\theta_0}^2) \tag{A.18}$$

A.4 부하의 특성에 따른 에너지 적분

전력시스템의 부하를 일반적으로 일정전력부하, 일정임피던스

부하, 일정전류부하로 구분할 수 있으며, P_{Li} 와 Q_{Li} 는 다음과 같이 나타내어진다.

$$P_{Li} = P_{L0} + G_{Li} V_i^2 + I_{LReal} V_i \tag{A.19}$$

$$Q_{Li} = Q_{L0} + B_{Li} V_i^2 + I_{LImag} V_i \tag{A.20}$$

식 (A.14)의 첫째 항과 셋째 항에도 경로의존적분항이 포함되어 있으며 이의 적분은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \sum_i \int_{V_0}^{V_i} \frac{Q_{Li}}{V_i} dV_i &= \sum_i \int_{V_0}^{V_i} \frac{Q_{L0} + B_{Li} V_i^2 + I_{LImag} V_i}{V_i} dV_i \\ &= \sum_i Q_{L0} \ln \frac{V_i}{V_0} + \sum_i \frac{B_{Li}}{2} (V_i^2 - V_0^2) \\ &\quad + \sum_i I_{LImag} (V_i - V_0) \end{aligned} \tag{A.21}$$

$$\begin{aligned} \sum_i \int_{\theta_0}^{\theta_i} P_{Li} d\theta_i &= \sum_i \int_{\theta_0}^{\theta_i} (P_{L0} + G_{Li} V_i^2 + I_{LReal} V_i) d\theta_i \\ &= \sum_i P_{L0} (\theta_i - \theta_0) + \sum_i \frac{1}{3} G_{Li} (\theta_i - \theta_0) (V_i^2 + V_i V_0 + V_0^2) \\ &\quad + \sum_i \frac{1}{2} I_{LReal} (\theta_i - \theta_0) (V_i + V_0) \end{aligned} \tag{A.22}$$

A.5 에너지 함수의 특성 고찰

위의 식 (28)의 에너지함수 E를 미분해보면 다음과 같다.

$$\frac{dE}{dt} = - \sum_i D_i \omega_i^2 \tag{A.23}$$

여기에서, 에너지함수 E의 시간도함수가 0 이하의 값을 가지는 즉, $\frac{dE}{dt} \leq 0$ 인 Lyapunov함수의 조건을 만족시킬 수 있음을 알 수 있다.

위에서 구한 에너지함수의 시간도함수는 다음과 같다.

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\partial E}{\partial \omega} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\partial E}{\partial V} \frac{dV}{dt} + \frac{\partial E}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} \tag{A.24}$$

위의 식 (A.24)에서 $\frac{dE}{dt} = 0$ 을 만족시키는 경우가 바로 계통의 평형상태가 된다. 이러한 계통의 평형상태는 식 (A.24)로부터 다음의 식 (A.25)-(A.27)의 조건들이 만족될 때이다.

$$\frac{\partial E}{\partial \omega} = 0 \tag{A.25}$$

$$\frac{\partial E}{\partial V} = 0 \tag{A.26}$$

$$\frac{\partial E}{\partial \theta} = 0 \tag{A.27}$$

식 (28)에서의 E를 V_i 에 대해 편미분해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial V_i} &= - \frac{Q_{Gi} - Q_{Li}}{V_i} - \omega C_i V_i \\ &\quad - \sum_j \{ y_{ij} V_i \sin \theta_{yij} + y_{ij} V_j \sin (\theta_i - \theta_j - \theta_{yij}) \} \\ &\quad - y_{ii} V_i \sin \theta_{yii} \\ &= 0 \end{aligned} \tag{A.28}$$

식 (A.28)에 V_i 를 곱하면 계통의 무효전력방정식과 일치함을 알 수 있다. (식 (A.6) 참조)

E를 θ_i 에 대해 편미분해보면

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \theta_i} &= - (P_{mi} - P_{Li}) \\ &\quad + \sum_j \{ y_{ij} V_i^2 \cos \theta_{yij} - y_{ij} V_i V_j \cos (\theta_i - \theta_j - \theta_{yij}) \} \\ &\quad + y_{ii} V_i^2 \cos \theta_{yii} \\ &= 0 \end{aligned} \tag{A.29}$$

식 (A.29)는 정확히 계통의 유효전력방정식과 일치한다. (식 (A.6) 참조)

결과적으로 위에서 언급했듯이 식 (A.28)과 식 (A.29)를 만족시키는 경우가 계통의 평형상태가 된다. 따라서 식 (A.28)과 (A.29)를 이용하면 계통의 안정평형점(Stable Equilibrium Point)과 불안정 평형점(Unstable Equilibrium Point)을 구할 수 있다.