

< 논문 >

CF8M 주조 스테인리스강의 2축 피로수명 예측을 위한 파라미터의 제안

박 중 철* · 권 재 도†

(2004년 9월 10일 접수, 2005년 3월 22일 심사완료)

A Proposal of Parameter to Predict Biaxial Fatigue Life for CF8M Cast Stainless Steels

Joong Cheul Park and Jae Do Kwon

Key Words: Biaxial fatigue(2축 피로), Low Cycle Fatigue(저주기 피로), Cast Stainless Steels(주조 스테인리스강), Degraded Material(열화재), Thin Walled Tubular Specimen(얇은 튜브형 시편), In-Phase(2축동위상), Out-of-Phase(2축이위상), Critical Plane(임계면), Effective Shear Stress(유효 전단응력)

Abstract

Biaxial low cycle fatigue test was carried out to predict fatigue life under combined axial-torsional loading condition which is that of in-phase and out-of-phase for CF8M cast stainless steels. Fatemi-Socie(FS) parameter which is based on critical plane approach is not only one of methods but also the best method that can predict fatigue life under biaxial loading condition. But the result showed that, biaxial fatigue life prediction by using FS parameter with several different parameters for the CF8M cast stainless steels is not conservative but best results. So in this present research, we proposed new fatigue life prediction parameter considering effective shear stress instead of FS parameter which considers the maximum normal stress acting on maximum shear strain and its effectiveness was verified.

1. 서론

다축(multiaxial) 응력 하에서 수명을 예측할 수 있는 파라미터에는 응력, 변형률, 에너지 등 여러 가지 개념들을 적용한 것들이 제안 되어있다. 이러한 방법들 중 임계면 접근법(critical plane approach)은 피로균열의 생성과 진전에서 임계면을 정의함으로써 피로손상 과정의 물리적인 해석을 가능하게 하고 있다.^(1,2) 또한 임계면 이론은 피로수명은 물론 균열의 진전방향을 예측할 수 있

게 하여 이에 대한 많은 연구가 이루어지고 있다.

본 논문에 앞서 기존의 von Mises 등가 변형률(equivalent strain),⁽³⁾ 임계면 접근법의 한 방법인 Fatemi-Socie(FS) 파라미터⁽⁴⁾와 Smith-Watson-Topper (SWT) 파라미터^(5,6)를 이용하여 2축 하중(combined axial-torsional loading) 하에서의 피로수명 예측을 수행하였다.⁽⁷⁾ 그 결과 FS 파라미터에 의한 수명 예측이 실험결과와 가장 잘 일치하였고 반면에 SWT 파라미터를 이용한 방법은 가장 많은 오차를 보여주었다. 그러나 3가지 파라미터 모두 보수적인 수명예측은 보여주지 못하였다.

따라서 본 논문의 목적은 in-phase 및 out-of-phase 조건에서의 응력-변형률 거동 특성과 FS 파라미터와 비교하여 실험결과와 잘 일치하면서도 좀더 보수적인 수명예측을 위한 새로운 파라미터를 제안하는 것이다.

* 책임저자, 회원, 영남대학교 기계공학부

E-mail : jdkwon@yu.ac.kr

TEL : (053)810-2462 FAX : (053)813-3703

* 회원, 한국원자력연구소 중수로압력관 재료팀

2. 실험재료 및 방법

2.1 실험재료 및 시편

본 연구에 사용된 재료는 원자력 발전소의 1차 배관계통에 사용되는 재료로서, 2상 주조 스테인리스강(ASTM A351 Grade CF8M)이다.

CF8M 건전재와 열화가 2축 피로 수명에 미치는 영향을 평가하기 위해서 430°C에서 3600시간 동안 등은 열처리하여 제작한 열화재를 사용하였다.^(7,8) 실험에 사용된 시편은 평행부의 길이 30mm, 지름 12.5mm, 두께 1.25mm인 얇은 튜브형 시편(thin-walled tubular specimen)이다.

2.2 실험방법 및 조건

건전재 및 열화재에 대한 2축 하중 하에서의 저주기 피로 거동을 알아보기 위해 축방향과 비틀림 방향의 조합으로 변형률 제어 하에서 피로 시험을 수행하였다.

실험은 상온에서, In-phase 조건과 out-of-phase 조건 하에서 수행하였다. 자세한 실험조건은 Table 1에 나타내었다. 여기서 ϕ 는 축과 비틀림 방향의 축에 대한 변형률 사이의 위상각(phase angle)이고, λ 는 전단변형률(γ_a)과 축 변형률(ϵ_a)의 비(ratio)이다.

사이클의 파형은 삼각파형(triangular waveform)으로 하였고, 주파수는 0.1hz로 각 시편마다 동일하게 적용하였다. 변형률 제어를 위한 신장계(extensometer)는 최대변형률이 5%, 최대비틀림각이 $\pm 5^\circ$ 인 축/비틀림(axial/torsional) 신장계를 사용하였고, 시편의 중간부분에 부착하였다.

실험 시작 후 초기에는 가공경화(strain hardening)

로 인해 하중과 토크(torque)는 증가하다가 최대점에 도달 후 점차 감소하게 된다. 여기서 피로수명은 축방향이나 비틀림 방향에서 먼저 최대 하중의 80%가 되는 지점으로 정의하였다. 사용된 시험기는 MTS 809 Axial/Torsional Test System이고, 사용된 소프트웨어는 Test Star II이다.

수명예측에 사용된 데이터 및 재료물성치는 Table 2와 같이 Kwon and Park^(7,8)의 실험결과를 사용하였다.

3. 2축 하중 하에서의 응력-변형률 상태

Fig. 1은 얇은 튜브형 시편에 축방향-비틀림 방향의 피로하중이 작용될 때의 변형률 상태를 보여주고 있다. 이 얇은 튜브형 시편에 2축의 피로하중이 작용될 때의 변형률의 텐서(tensor)는 아래 식 (1)처럼 주어진다.

Table 1 Conditions of axial-torsional fatigue test

| Specimen No. | $\epsilon_a(\%)$ | $\gamma_a(\%)$ | $\lambda(\gamma_a/\epsilon_a)$ | ϕ |
|--------------|------------------|----------------|--------------------------------|--------|
| 1 | 0.20 | 0.30 | 1.50 | 0° |
| 2 | 0.30 | 0.50 | 1.67 | 0° |
| 3 | 0.80 | 0.90 | 1.13 | 0° |
| 4 | 0.45 | 1.10 | 2.44 | 0° |
| 5 | 0.40 | 0.45 | 1.13 | 30° |
| 6 | 0.50 | 0.65 | 1.30 | 60° |
| 7 | 0.45 | 0.75 | 1.67 | 90° |
| 8 | 0.25 | 0.55 | 2.20 | 90° |
| 9 | 0.20 | 0.40 | 2.00 | 90° |
| 10 | 0.30 | 1.20 | 4.00 | 90° |

Table 2 Properties of low cycle fatigue for virgin and 3600 hrs degraded materials

| | Virgin material | | 3600 hrs degraded | |
|--|-----------------|----------------|-------------------|----------------|
| | Axial property | Shear property | Axial property | Shear property |
| Elastic modulus (E, G), MPa | 198 | 77 | 199 | 78 |
| Elastic Poisson's ratio (ν_e) | 0.28 | | | |
| Plastic Poisson's ratio(ν_p) | 0.50 | | | |
| Fatigue strength coefficient (σ'_f, τ'_f), MPa | 822 | 570 | 840 | 692 |
| Fatigue ductility coefficient (ϵ'_f, γ'_f) | 0.175 | 0.5701 | 0.1007 | 0.8175 |
| Fatigue strength exponent (b, b_t) | -0.111 | -0.125 | -0.116 | -0.137 |
| Fatigue ductility exponent (c, c_t) | -0.430 | -0.498 | -0.398 | -0.557 |

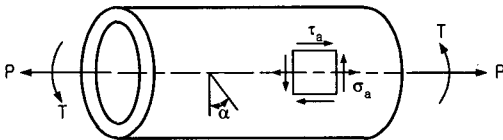
$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \frac{1}{2} \gamma_{xy} & 0 \\ \frac{1}{2} \gamma_{xy} & -\nu_{eff} \epsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & -\nu_{eff} \epsilon_{xx} \end{bmatrix} \quad (1)$$

2축 하중이 작용할 때의 최대 전단변형을 진폭은 모아원(Mohr circle)에서 아래 식 (2)과 같이 계산되어진다.

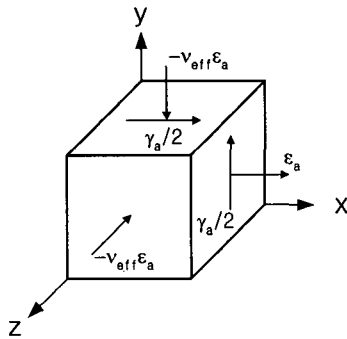
$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} = \left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2}\right)_{\theta_1} - \left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2}\right)_{\theta_2} \quad (2)$$

여기서 θ_1, θ_2 는 각각 하중을 가하고 제거하는 동안 한 사이클에서 모아원이 가장 클 때의 경로 각이다. 또한 ϵ_1, ϵ_2 및 ϵ_3 는 아래의 식 (3)~(5)의 주변형률(principal strain : $\epsilon_1 > \epsilon_3 > \epsilon_2$)이다.

$$\epsilon_1 = (1 - \nu_{eff}) \frac{\epsilon_a}{2} + \frac{1}{2} [\epsilon_a^2 (1 + \nu_{eff})^2 + \gamma_a^2]^{1/2} \quad (3)$$



(a)



(b)

Fig. 1 (a) Strain state of the thin walled tubular specimen for the tension-torsion loading and (b) 3D presentation of strain state

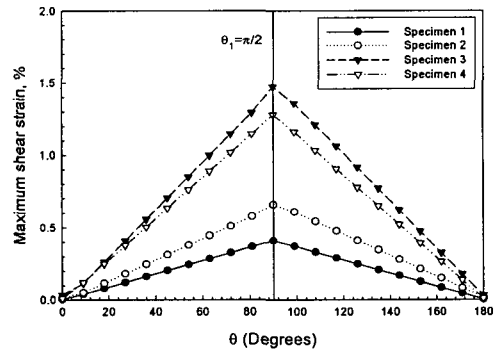
$$\epsilon_2 = (1 - \nu_{eff}) \frac{\epsilon_a}{2} - \frac{1}{2} [\epsilon_a^2 (1 + \nu_{eff})^2 + \gamma_a^2]^{1/2} \quad (4)$$

$$\epsilon_3 = -\nu_{eff} \epsilon_a \quad (5)$$

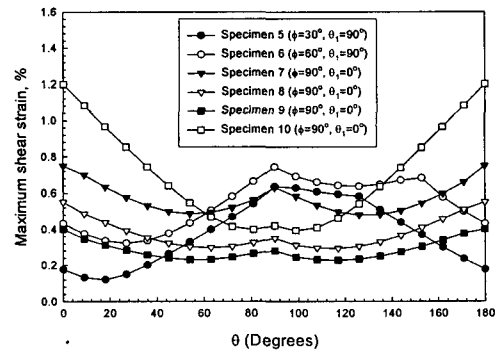
여기서, ϵ_a, γ_a 는 각각 축 및 전단변형을 진폭이고, ν_{eff} 는 유효 프아송비(effective Poisson's ratio)로서 식 (6)을 사용하여 안정상태 영역(steady state stage)인 피로 수명의 1/2 지점에서의 축방향(uniaxial) 히스테리시스 루프로부터 구하여진다.

$$\nu_{eff} = \left[\frac{\epsilon_e \nu_e + \epsilon_b \nu_b}{\epsilon_a} \right] \quad (6)$$

$$\epsilon_e = \sigma/E, \quad \epsilon_b = \epsilon_a - \epsilon_e$$



(a) In-phase loading



(b) Out-of-phase loading

Fig. 2 Variations of shear strain amplitude during one cycle for virgin materials

여기서 ϵ_e, ϵ_p 는 각각 탄성, 소성 변형률이다.

앞서 설명한 것처럼 건전재에 대해 2축 피로수명의 1/2 되는 지점의 히스테리시스 루프로부터 in-phase와 out-of-phase 경로에 대한 1사이클 동안의 최대 전단변형률의 변화를 Fig. 2에 나타내었다.

In-phase 하중과 위상각(ϕ)이 30°와 60°인 경우에는 모두 변형률 경로, $\theta=90^\circ$ 에서 최대 전단변형률이 나타남을 알 수 있다. 그러나 $\phi=90^\circ$ 일 때는 $\theta=0^\circ$ 또는 $\theta=180^\circ$ 일 때 최대가 되고 있는데, 이는 축방향 변형률에 비해 비틀림 방향의 변형률이 훨씬 크기 때문이다. 따라서 축방향 변형률을 비틀림 방향의 변형률보다 크게 가하면 90°에서 최대가 될 수도 있다.

이러한 결과와는 달리 Varvani-Farahani⁽⁹⁾와, Stephens et al.⁽¹⁰⁾에 의하면 다른 결과를 보이고 있다. In-phase 하중일 때는 최대 전단변형률이 발생하는 각도는 90°로 같지만, out-of-phase 하중일 때는 즉, 위상각(ϕ)이 30°일 경우는 120°, $\phi=60^\circ$ 일 경우는 130°, $\phi=90^\circ$ 일 경우는 90°이다. 이러한 결과는 본 연구 결과와는 달리 $\phi=90^\circ$ 를 제외하고는 다른 결과를 보여주고 있다.

이러한 현상이 나타나는 원인은 하중의 파형이 삼각파형이 아니고 정현파이기 때문이다. Out-of-phase 조건일 때는 응력-변형률의 관계를 보면 본 연구결과와는 달리 히스테리시스 루프가 타원의 형태로 된다. 따라서 가해진 변형률이 최대가 되더라도 그때의 응력은 최대가 되지 않는다. 따라서 최대 변형률과 최대 응력과는 위상차가 생기게 되어 최대 전단변형률이 되는 각도는 위상차에 따라 달라지게 된다.

그리고 Fig. 2의 위상각이 30°와 60°인 경우를 보면 각각 약 126°, 154°에서 2번째의 최대 전단변형률을 확인 할 수 있다. 이는 비틀림 방향의 변형률을 더 크게 적용시키면 이 각도에서 최대 전단변형률이 발생하게 됨을 의미한다.

4. 2축 피로 수명예측

4.1 FS 파라미터

Fatemi-Socie⁽⁶⁾에 의해 제안된 피로손상 파라미터는 최대 전단변형률 진폭($\Delta\gamma_{\max}/2$)과 이 면에 작용하는 최대 수직응력(σ_n^{\max})으로 구성되어

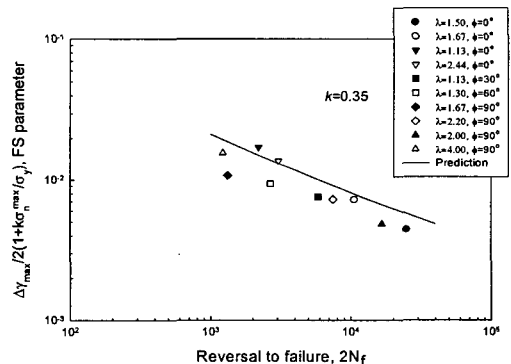
있고 완전양진의 비틀림 피로시험의 결과를 이용하여 아래 식 (7)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} (1 + k \frac{\sigma_n^{\max}}{\sigma_y}) \\ & = \frac{\tau_f'}{G} (2N_f)^{b_i} + \gamma_f' (2N_f)^{c_i} \end{aligned} \quad (7)$$

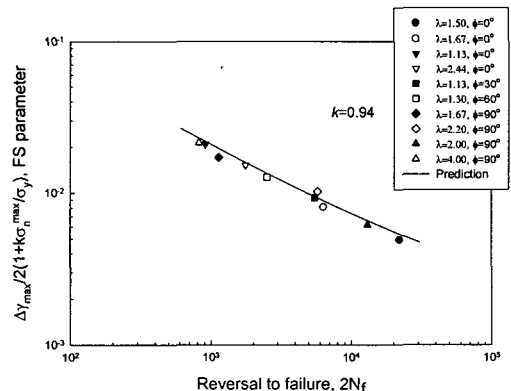
여기서, σ_y 는 항복응력, k 는 재료상수 이다.

재료상수, k 는 완전양진의 축방향 피로 데이터를 완전양진의 비틀림 피로 데이터에 맞춤으로서 결정된다.⁽¹¹⁾ 그 결과 건전재의 $k=0.35$, 열화재의 $k=0.94$ 라는 값을 얻었다. 만일 이러한 피로 데이터를 사용할 수 없을 경우에는 $k \approx 1$ 로 하여도 만족할 만한 결과를 얻을 수 있다고 알려져 있다.

In-phase와 out-of-phase 하중조건일 때의 피로수



(a) Virgin materials



(b) 3600 hrs degraded materials

Fig. 3 Life prediction by FS parameter

명파 FS 파라미터와의 관계를 건전재는 Fig. 3(a), 열화재는 Fig. 3(b)에 각각 나타내었다.

건전재의 경우 $\lambda=1.13$, $\phi=0^\circ$ 와 $\lambda=2.44$, $\phi=0^\circ$ 를 제외한 모든 데이터는 측정된 피로수명이 예측된 피로수명보다 매우 짧게 나타났고 데이터의 오차도 다소 크게 나타났다. 반면에 열화재의 경우에는 예측수명에 매우 근접한 결과를 보이고 있다. 열화재에서 이러한 실험결과가 나타나므로 열화현상으로 인한 피로 수명 예측이라는 관점에 있어서 매우 다행스런 결과라 할 수 있겠다.

만약 피로 데이터가 없어 $k=1$ 로 가정하여 수명 예측을 하면 열화재는 큰 차이가 없지만 건전재의 경우는 식 (7) 우변의 값 변화 없이 FS 파라미터의 값(식 (7)좌변)만 크게 하는 결과를 가져와 더 위험한 수명예측 결과를 초래 할 수도 있게된다.

4.2 새로운 수명예측 파라미터 제안

새로운 2축 피로수명 예측 파라미터를 제안하기 위해 FS 파라미터의 개념을 소개하면 다음과 같다. Fig. 4에 나타낸 FS 파라미터의 물리적인 의미는 최대 전단변형률 면에 작용하는 최대 수직응력의 영향을 항복응력으로 무차원화 하여 순수 비틀림 저주기 피로수명의 예측식에 적용한

것이다. In-phase 하중일 경우에는 최대 전단변형률일 때 이 면에 작용하는 최대 수직응력도 동시에 발생하나, out-of-phase 하중일 경우에는 그렇지 못하다. 따라서 out-of-phase 하중 조건일 경우 FS 파라미터에서는 최대 전단변형률이 작용할 때 한번의 피로손상을, 또 이 임계면에 최대 수직응력이 작용할 때 또 한번이 피로 손상을 줌으로서 1사이클 동안에 2번의 피로 손상을 주게된다.

본 연구에서 새로운 파라미터를 제안하고자 하는 이유는 다음과 같다. FS 파라미터에서 따로 따로 발생하는 최대 전단변형률과 수직응력 대신에 동시에 일어나는 새로운 파라미터를 찾음으로써 좀더 효율적인 수명예측을 하는데 있다. 이를 설명하기 위한 그림을 Fig. 4에 FS 파라미터와 함께 나타내었다. 그림을 보면 FS 파라미터의 최대 수직응력(σ_n^{\max}) 대신에 새로운 파라미터인 유효 전단응력($p\tau_{eff}$)이 표시되어 있다. 여기서 τ_{eff} 는 최대 전단응력이다. 이 최대 전단응력은 가해지는 하중이 정현파가 아니면 항상 최대 전단변형률과 동시에 최대가 된다.

새로운 파라미터의 제안식은 다음과 같다. 2축 하중 하에서 발생하는 전단응력 즉, 유효 전단응력이 작용할 때의 피로 수명식은 Basquin⁽¹²⁾의 식인 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다. 이 유효 전단응력을 2축 하중에서의 피로수명에 적용하기 위해 저주기 순수 비틀림 피로수명의 관계식에 곱하면 식 (9)를 얻을 수 있다.

$$p\tau_{eff} = \tau_f'(2N_f)^{b_i} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} (p\tau_{eff}) \\ & = \frac{\tau_f'^2}{G} (2N_f)^{2b_i} + \tau_f' \gamma_f' (2N_f)^{b_i+c_i} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서, p 는 보정계수, τ_{eff} 는 최대 전단응력이며, 본 논문에서는 식 (9)의 좌변항인 $\Delta\gamma_{\max}/2 \cdot (p\tau_{eff})$ 를 PK(Park-Kwon) 파라미터로 정의하였다.

p 의 값을 결정하기 위해서는 복잡한 FS 파라미터에서와 달리 아주 간단하다. 먼저 순수 비틀

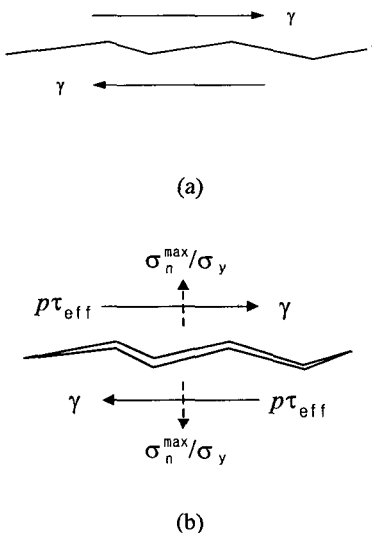


Fig. 4 Physical basis of the Park-Kwon model. (a) Shear loading of a crack. (b) Effect of effective shear stress on the shear crack.

림 하중일 경우에는 $p=1$ 이다. 왜냐하면 비틀림 피로수명 예측식을 바탕으로 제안되었기 때문이다. 그리고 순수 축방향 하중일 경우에는 $p=2$ 이다. 왜냐하면 축방향 하중만 작용하면 그때 발생하는 최대 전단응력과는 2배($\sigma_a = 2\tau_{max}$)의 관계가 되기 때문이다. 그 결과를 건전재는 Fig. 5(a)에, 열화재는 Fig. 5(b)에 각각 나타내었다.

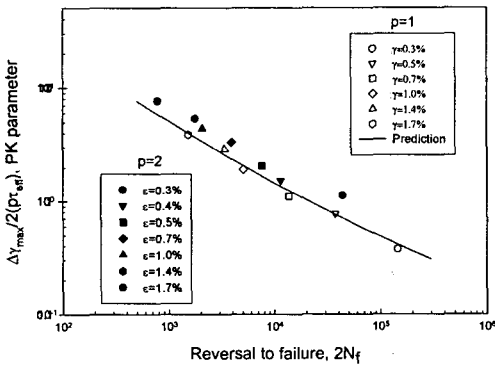
그리고 2축 하중일 경우에는 FS 파라미터에서와 마찬가지로 p 값은 축방향 응력이 작용할 때를 만족하는 값으로 하면 된다.

따라서 새로이 제안하는 피로수명 예측식의 보정계수 p 값은 "1" 아니면 "2"가 되기 때문에 아주 편리하면서도 간편하다. 또한 FS 파라미터에서는 p 값을 구하기 위해 축방향 및 비틀림 방

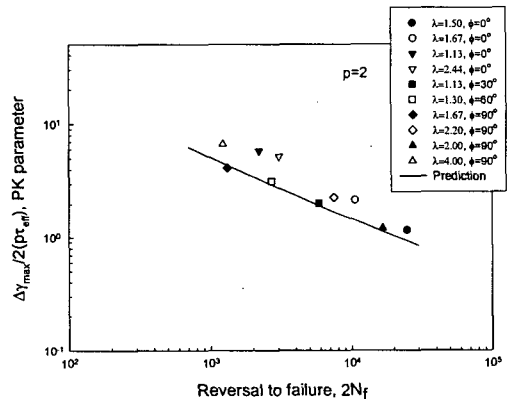
향의 피로 데이터가 모두 있어야 되지만 PK 파라미터에서는 비틀림 방향의 피로 데이터만 있으면 된다.

본 연구에서 제안한 PK 파라미터를 사용하여 2축 피로 수명예측 한 결과를 건전재는 Fig. 6(a), 열화재는 Fig. 6(b)에 각각 나타내었다. 그 결과 건전재의 경우에는 $\lambda=1.67, \phi=90^\circ$ 를 제외한 모든 데이터에서 보수적인 결과를 나타내었다. 열화재의 경우에는 $\lambda=1.30, \phi=60^\circ, \lambda=1.67, \phi=90^\circ$ 를 제외한 모든 데이터에서 보수적인 결과를 나타내었다.

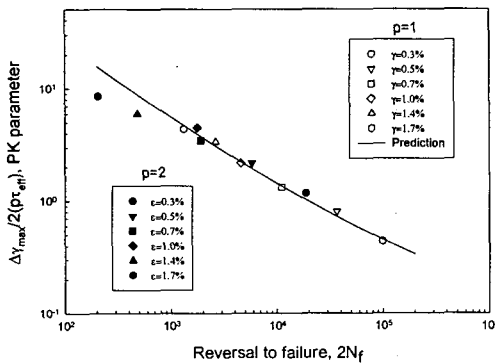
특히 FS 파라미터에서는 그 값이 가장 작은 $\lambda=1.50, \phi=0^\circ$ 인 데이터는 항상 예측수명보다 짧게 측정되었는데, PK 파라미터에서는 아주 보수적인 결과가 나오게 됨으로서 작은 변형률이 작용하는



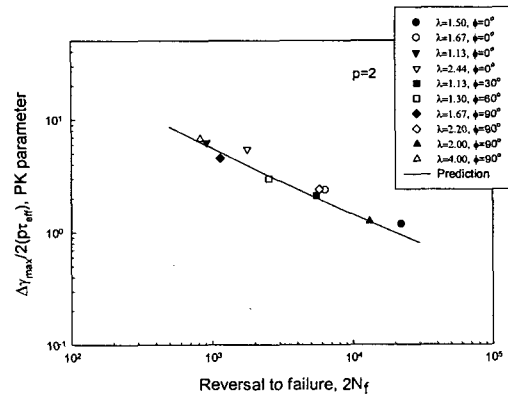
(a) Virgin materials



(a) Virgin materials



(b) 3600 hrs degraded materials



(b) 3600 degraded materials

Fig. 5 Life prediction by PK parameter for pure torsional and axial loading

Fig. 6 Life prediction by PK parameter for combined axial-torsional loading

구조물이나 기계부품들의 수명평가에 많은 도움이 될 것으로 사료된다.

이러한 결과는 앞서 평가한 다른 방법들보다도 매우 우수한 수명예측 결과를 나타내는 것으로서 향후 보다 다양한 재료에 대해 검증해 볼만한 충분한 가치가 있다고 사료된다.

5. 결 론

2상 주조 스테인리스강의 건전재와 열화재를 사용하여 In-phase와 out-of-phase 하중 하에서 2축 피로 실험 결과를 이용하여 임계면 접근법에 의한 새로운 파라미터를 제안하였다. 그 결과 아래와 같은 결과를 얻었다.

(1) FS 파라미터를 사용한 수명예측

여러 파라미터를 사용하여 수명예측을 수행한 결과 임계면 접근법인 FS 파라미터를 이용한 수명예측이 실험결과와 가장 좋은 일치율을 보여주었다. 그러나 재료상수, k 의 값에 따라 수명예측선의 변화 없이 FS 파라미터의 값만 변하게 되어 정확한 수명예측을 못하는 경우도 생기게 된다.

(2) PK 파라미터의 제안

보다 정확한 수명예측을 위해 FS 파라미터는 축방향 및 비틀림 방향의 피로 물성치 모두를 알아야 한다. 그러나 본 연구에서 제안한 PK 파라미터는 비틀림 방향의 피로 데이터만 필요하므로 더 편리할 뿐만 아니라 보수적인 경향의 수명예측을 보여주었다.

후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들께 감사 드립니다.

참고문헌

(1) Brown, M. W. and Miller, K. J., 1989, *Biaxial and Multiaxial Fatigue*, Mechanical Engineering Publications, London.
 (2) Socie, D. F. and Marquis, G. B., 2000, *Multiaxial Fatigue*, Society of Automotive

Engineers, Warrendale, Pa.

- (3) CASE 1592-7, 1978, *Cases of ASME Boiler and Pressure Vessel Code*, American Society of Mechanical Engineers, New York, pp. 388~389.
 (4) Fatemi, A. and Socie, D. F., 1988, "A Critical Plane Approach to Multiaxial Fatigue Damage Including Out-of-Phase Loading," *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol. 11, No. 3, pp. 149~165.
 (5) Smith, D. F., Watson, P. and Topper, T. H., 1970, "A Stress-Strain Function for the Fatigue of Metals," *Journal of Materials*, JMSLA, Vol. 5, No. 4, pp. 767~778.
 (6) Socie, D. F., 1987, 2000, "Multiaxial Fatigue Damage Model," *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 109, pp. 293~298.
 (7) Kwon, J. D. and Park, J. C., 2004, "A Change and Prediction of Biaxial Fatigue Life of Cast Duplex Stainless Steels by Degradation," *Trans. of the KSME (A)*, Vol. 28, No. 4, pp. 410~418.
 (8) Kwon, J. D. and Park, J. C., 2002, "Low Cycle Fatigue Characteristics of Duplex Stainless Steel with Degradation under Pure Torsional Load," *Trans. of the KSME (A)*, Vol. 26, No. 9, pp. 1897~1904.
 (9) Varvani-Farahani, A., 2000 "A New Energy-Critical Plane Parameter for Fatigue Life Assessment of Various Metallic Materials Subjected to In-Phase and Out-of-Phase Multiaxial Fatigue Loading Conditions," *International Journal of Fatigue*, Vol. 22, pp. 295~305.
 (10) *Metal Fatigue in Engineering* 2nd Edition, Stephens, Ralph I., Fatemi, Ali., Stephens, Robert R. and Fuchs, Henry O., A Wiley-Interscience Publication, 2001, pp. 333~337.
 (11) Park, J. S. and Nelson, D., 2002, "Evaluation of an Energy-based Approach and a Critical Plane Approach for Predicting Constant Amplitude Multiaxial Fatigue Life," *International Journal of Fatigue*, Vol. 22, pp. 23~39.
 (12) Basquin, O. H., 1910, "The Experimental Law of Endurance Tests," *Proc. ASTM*, Vol. 10, Part 11, ASTM, West Conshohocken, PA, p. 176.