

〈 논문 〉

## 측정연산자에 의한 병렬기구 틸팅 테이블의 관측성에 관한 연구

김태성<sup>†</sup> · 박근우\* · 이민기\*

(2004년 7월 30일 접수, 2005년 3월 17일 심사완료)

### Study on the Observability of a Calibration System for a Parallel Tilting Table with Measurement Operator

Tae Sung Kim, Kun Woo Park and Min Ki Lee

**Key Words:** Calibration Configuration(보정형상), Kinematic Parameter(기구학 변수), Measurement Operator(측정연산자), Observation Matrix(관측성 행렬), QR-Decomposition(QR-분리)

#### Abstract

This paper studies the observability of calibration system with a measurement operator. The calibration system needs a simple digital indicator to measure the mobile table movements with respect to the MC coordinate. However, it yields the concern about the poor parameter observability due to measuring only a part of the movements. We uses the QR-decomposition to find the optimal calibration configurations maximizing the linear independence of rows of an observation matrix. The number of identifiable parameter is examined by the rank of the observation matrix, which represents the parameter observability. The method is applied to a 6-axis MC with parallel tilting table and the calibration results are presented. These results verify that all necessary kinematic parameters are observable and the calibration system has robustness to the noise using optimal calibration configurations.

#### 1. 서 론

일반 직교좌표형 공작기계는 가공물이 항상 수직 또는 수평방향으로 고정되어있어 난 형상가공에는 한계가 있다. 난 형상가공의 예로써 경사면에 볼링작업을 할 경우 가공물이 경사면에 수직 방향으로 놓여져야 하나 틀을 X-Y-Z 방향으로 이동시킬 뿐 방향조절은 할 수 없어 경사진 지그 위에 공작물을 올려놓아 틀과 수직이 되게 한다. 그러나 가공체적에 따라 경사각이 변하는 경우

위 방법을 적용할 수 없다. 이러한 문제를 해결하기 위해 가공물의 위치뿐 아니라 방향까지 자유제로 조절할 수 있는 Hexapod형 병렬기구 공작기계가 개발되었다.<sup>(1)</sup> 그러나 개발된 공작기계는 여러 링크들의 간섭으로 틀의 생성각도가 30도를 넘지 못한다. 이민기<sup>(2)</sup>는 링크의 수를 줄여 간섭을 회피하면서 절삭각도를 증대시킬 수 있는 병렬기구 틸팅 테이블을 고안하였다. 틸팅 테이블을 일반직교좌표 공작기계의 베드에 설치함으로써 지그가 가공물을 기울이 듯 병렬기구가 가공물이 놓여있는 테이블의 자세를 기울여 틀과 가공물사이의 경사각도를 맞춘다.<sup>(3)</sup>

병렬기구가 공작기계에 적용되기 위해서는 정밀도를 높이기 위한 보정연구가 절실히 필요하다. 일반직교좌표 공작기계는 직선 또는 평면상

<sup>†</sup> 책임저자, 회원, 창원대학교 대학원 제어계측공학과  
E-mail : tskim@sarim.changwon.ac.kr  
TEL : (055)275-7553 FAX : (055)262-5064  
\* 회원, 창원대학교 메카트로닉스공학부

에서 조립되므로 공차 관리가 용이하고, 기구학적 변수의 수가 작으며, 톨의 각 방향운동이 한 축에 의해서 생성됨으로 톨의 운동으로부터 각 축의 기구학 변수가 분리되어 보정작업이 용이하다. 그러나 병렬기구형 공작기계는 링크, 조인트, 플랫폼, 베이스가 공간상에서 조립되므로 조립 오차가 크고, 기구학적 변수의 수가 많으며, 모든 축이 톨의 각 방향운동에 관여하므로 톨의 운동으로부터 각 축의 기구학적 변수가 분리되지 않아 보정작업이 어렵다. 보정작업은 기구의 실제 운동과 이론운동 사이의 오차를 찾아 이를 최소화하는 기구학적 치수를 찾는 것이다.

병렬기구의 출력운동은 위치뿐 아니라 자세도 포함되므로 직선 또는 평면상으로 나타낼 수 없고 위치와 자세가 포함된 3차원 공간으로 나타내어야 한다. 따라서 출력운동을 측정하는 3D 계측 방법이 주요 쟁점이 되어왔다. 보정 데이터를 획득하는 방법은 기구의 출력운동을 직접 측정하는 방법과 능동조인트의 값으로부터 출력운동을 산출하는 방법이 있다. 직접 측정하는 방법으로 레이저,<sup>(4)</sup> 경위,<sup>(5)</sup> 수평계<sup>(6)</sup>를 사용하여 보정의 목표물인 출력운동을 측정하였다. 이 방법은 센서들이 외부에 설치돼 온 라인 자체보상이 불가능하고 고가여서 현장에서 사용하기 어렵다. 출력운동을 산출하는 방법으로 미리 설정된 공간에 출력운동을 구속하고 그 구속조건이 만족될 때마다 능동 조인트의 운동량을 읽어 기구학 모델의 이론값과 설정값 사이의 오차를 찾아내었다.<sup>(7,8)</sup>

이민기<sup>(9)</sup> 등은 사용하기 간편하고 정밀도가 높은 디지털 인디케이터를 사용하여 병렬기구형 CNC 공작기계의 보정작업을 수행하였다. 출력인 플랫폼을 평면에 구속 이동시키고 구속운동이 만족될 때마다 능동조인트인 선형액추에이터의 길이를 읽어 보정데이터를 획득하였다. 플랫폼의 구속여부를 측정하는 방법으로  $1\mu\text{m}$ 의 정밀도를 가지는 디지털 인디케이터를 사용하여 구속평면에 대한 운동 정밀도를  $150\mu\text{m}$ 까지 높일 수 있었다. 상기연구에서 구속연산자의 개념을 도입하여 출력운동을 구속조건에 맞게 생성하여 보정식을 만드는 수학적 모델링을 유도하였다.

병렬기구 테이블은 직교좌표 공작기계와 동기를 이루면서 가공 작업을 수행하므로 두 기구의 상대적인 정밀도를 높이는 것이 보정의 목표가 된다. 또한 병렬기구 톨링 테이블의 출력운동은

테이블의 자세를 조절하는 것이므로 구속연산자를 적용해 구속운동을 할 경우 이동할 수 있는 공간이 없어 보정데이터를 측정할 수 없다. 이러한 문제를 해결하기 위해 상대 운동량을 측정하여 보정 식을 만드는 새로운 개념이 필요하다. 본 논문에서는 측정연산자를 정의하여 디지털 인디케이터를 사용한 보정시스템을 제안한다. 제안된 시스템은 구현하기 간단하나 병렬기구 톨링 테이블의 일부 자세 좌표값만 측정하므로 기구학 변수의 관측성에 의문을 가질 수 있다. 관측성은 기구학 변수들이 획득된 보정데이터에 잘 반영되는지를 나타내는 것으로 보정형상과 관련된다.<sup>(10)</sup> 보정형상에 관한 연구로는 Borm와 Menq<sup>(11)</sup>이 관측값<sup>(12)</sup>을 제시하고 이를 극대화하는 직렬기구 로봇의 형상을 찾아 보정 결과를 보였다. 시뮬레이션 결과에서 보정 데이터 수보다 보정형상이 더 큰 영향을 미침을 보이고 있다. 최근에 Benard와 Khalil<sup>(13)</sup>은 보정시스템을 Stewart-Gough의 병렬기구 로봇에 적용해 보정시스템에 따라 찾을 수 없는 변수들을 제시하고 그 이유를 설명하고 있다. 이는 충분한 보정형상을 만들어 보정 식을 취한다 할지라도 보정형상에 따라 찾을 수 없는 변수가 존재한다는 것이다.

본 연구에서는 측정연산자 하에서 오차모델과 관측행렬을 정의한다. 관측행렬의 QR-분리로부터 관측지수를 정의하고 이를 최소화시키는 최적보정형상을 얻어 기구학변수의 관측성을 검토한다. 실제 시스템의 보정작업은 변수의 개수보다 많은 보정식을 요구하므로 관측행렬의 상태수 최소화로부터 충분한 최적보정형상을 얻는 방법을 제시한다. 또한 최적보정형상을 보정데이터로 사용할 경우 측정 노이즈가 보정결과에 미치는 영향이 감소함을 보임으로서 보정시스템의 견실함을 입증한다.

## 2. 측정연산자의 관측성

보정의 가장 기본적인 단계는 기구학적 모델에서 계산한 이론값과 실제 측정한 값 사이의 오차를 찾아내는 것이다. 본 논문에서는 기구의 출력운동을 측정하여 보정 데이터를 취한다. 출력운동을 정의하기 위해 트위스트 (Twist) 좌표계를 도입한다.<sup>(14)</sup> 공간상에서 이루어지는 모든 물체의 운동은 트위스트 축을 중심으로 한 회전과 이송

으로 나타낼 수 있다. 이를 6×1의 트위스트 좌표벡터로 나타내면

$$\mathbf{T} = [T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6]^T \quad (1)$$

로  $(T_1, T_2, T_3)$ 와  $(T_4, T_5, T_6)$ 는 각각 X, Y, Z 축에 대한 회전 및 이송성분이다. 계측장치로부터  $\mathbf{T}$ 와 표값의 전부 또는 일부를 측정할 수 있다. 형상  $X$ 가 기구학적 변수 벡터  $\rho$ 와 능동조인트값  $\mathbf{q}$ 의 함수로 나타날 때 측정연산자  $\mathbf{M}$ 을 아래와 같이 정의한다.

$$\mathbf{M}[\mathbf{x}(\mathbf{q}, \rho)] = \mathbf{N} \quad (2)$$

이다. 여기서

$$\mathbf{M} = \text{diag}(m_1, m_2, \dots, m_6)$$

$$\mathbf{N} = [n_1, n_2, \dots, n_6]^T$$

으로  $m_j$ 는 트위스트 좌표의  $j$ 번째 운동이 측정되면 "1" 그렇지 않으면 "0"이다.  $n_j$ 는 측정된 운동량으로

$$n_j = 0 \quad \text{for } m_j = 0, \quad (3a)$$

$$n_j = {}^a n_j + \hat{n}_j \quad \text{for } m_j = 1 \quad (3b)$$

이다. 여기서  ${}^a n_j$ 는 기구의 실제 운동량을 나타내며  $\hat{n}_j$ 는 오차량으로 픽스처의 가공오차 또는 측정 노이즈 등을 나타낸다. 측정운동으로부터 아래와 같은 보정식이 유도된다.

$$\mathbf{G}(\mathbf{Q}, \Sigma, \rho) = \begin{bmatrix} g_1(\mathbf{q}_1, \mathbf{N}_1, \rho) \\ g_2(\mathbf{q}_2, \mathbf{N}_2, \rho) \\ \vdots \\ g_e(\mathbf{q}_e, \mathbf{N}_e, \rho) \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

여기서  $\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_e]^T$ 으로  $e$ 개의 보정형상을 생성하기 위한  $\mathbf{q}$ 의 측정값을 나타내고,  $\Sigma$ 는 측정 운동량을 나타내며,  $g(\cdot)$ 는 순방향 기구학을 포함하는 함수이다. 기구학적 변수의 실제값을  $\rho_0$ , 실제값과 오차를  $\Delta \rho$ 라 하면 아래와 같은 오차 모델이 유도된다.

$$\Delta \mathbf{H}(\mathbf{Q}, \Sigma, \rho_0) = \mathbf{J}(\mathbf{Q}, \Sigma, \rho_0) \Delta \rho \quad (5)$$

여기서  $\Delta \mathbf{H}$ 는 실제시스템과 기구학모델 사이의 오차이고,  $\mathbf{J}$ 는  $(r \times p)$ 의 관측행렬로  $p$ 는 기구학적 변수의 수이고  $r$ 은 보정 식의 수를 나타낸다. 여기서  $r \gg p$ 으로 측정 좌표수가  $k_m = \sum_{j=1}^6 m_j$ ; 일 때  $r = k_m * e$  이다. 행렬  $\mathbf{J}$ 는 수치해석으로 구하는데 기구학적 변수의 작은 변화  $\epsilon = 10^{-6}$ 에 따른 측정운동량의 변화량으로 구한다.

보정데이터를 획득하는 방법에 따라 운동에 관여하지 않거나 다른 변수와 뭉쳐져 분리되지 않는 기구학변수가 있다. 이러한 변수는 상정한 보정시스템에서는 찾을 수 없는 변수가 된다. 지금까지 관측성에 대한 연구<sup>(8)</sup>는 보정데이터를 충분히 취해 관측행렬을 얻은 후 랭크 수와 상태수를 점검해 판별하였다. 그러나 관측성은 보정형상에 따라 결정되는 것이므로 보정작업에 최대한 기여할 수 있는 보정형상을 찾는 것은 매우 중요하다. 형상을 변화시키는 자유벡터  $\mathbf{F}$ 를 트위스트 좌표계 중 전부 또는 일부를 포함한 벡터로 정의한다. 벡터  $\mathbf{F}$ 는 지금까지 만들어졌던 형상과 다른 형상을 생성하여야 하며 차별화가 클수록 보정에 필요한 정보를 더 많이 제공해 관측성을 향상시킨다. 여기서는 QR-분리 방법<sup>(10)</sup>을 이용해 보정데이터를 택할 때마다 지금까지 얻은 관측행렬의 행벡터와 가장 독립적인 행을 얻을 수 있는 최적의 형상을 찾아서 보정데이터를 취한다.  $e$ 개의 보정 형상으로부터 얻어지는 관측행렬  $\mathbf{J}_e^T$ 를 QR-분리하고, 이때 얻어지는 상삼각행렬  $\mathbf{R}$ 에서 대각 요소들의 역수의 합으로 행벡터들의 관측지수를

$$\text{MO}(\mathbf{F}) = \sum_{j=1}^{k_m * e} \left( \frac{1}{r_{jj}} \right) \quad (6)$$

으로 정의한다. 따라서  $\text{MO}(\mathbf{F})$ 값을 최소화할 수 있는 형상이 최적의 형상이 된다.

일반적으로 보정작업은 기구학적 변수의 수보다 3배 이상의 보정식을 요구한다. 따라서 최적화 작업에서 구한 형상에 또 다른 형상을 추가하여야 한다. 본 연구에서는 추가될 형상에 의해 얻어진 관측행렬의 특이값(singular value)을  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_p$ 으로 나열하고, 최대값과 최소값의 비율인 상태수(condition number)<sup>(15)</sup>

$$N(F) = \frac{\sigma_1}{\sigma_p} \quad (7)$$

를 구하여 이를 최소화하는 추가 보정형상을 찾는다. 관측행렬은 행벡터의 순서에 관계없이 일정한 관측성을 가지므로 실제 보정작업에서는 최적형상을 오프라인 상에서 구한 후 인접한 형상을 순서대로 찾아가며 보정데이터를 취한다.

### 3. 병렬기구 틸팅 테이블의 보정

3.1 병렬기구 틸팅 테이블의 구조 및 좌표계정의  
 병렬기구 틸팅 테이블(PT, Parallel tilting Table)은 Fig. 1(a)와 같이 직각좌표공작기계(MC, X-Y-Z 직각좌표공작기계)와 통합되어 사용된다. MC의 베드에 탑재할 경우, PT의 자세(3 자유도)가 추가되어 6 자유도의 동작기계가 된다. PT는 Fig. 1(b)와 같이 가공물을 올려놓는 테이블, 베드에 고정된 삼각 베이스 그리고 그 사이에 설치된 3개의 고정 로드와 중앙축으로 구성된다. 로드의 상단은 유니버설 조인트에 의해 테이블에 연결되고 하단은 볼-소켓 조인트에 의해 삼각 베이스에 연결된다. 유니버설 조인트와 볼-소켓 조인트의 회전 교차점을 각각  $P_i, S_i$  ( $i = 1, 2, 3$ )라 정의한다. 중앙축은 베드에 고정되며 볼-소켓 조인트를 통해 테이블에 연결되고 조인트의 회전 중심점을  $B_0$ 라 한다. 선형액추에이터에 의해 볼-소켓 조인트는 삼각베이스 상부면을 따라 직선으로 상하 이동된다. 볼-소켓조인트의 운동이 로드를 밀고 당기면 테이블은 중앙축 볼-소켓 조인트를 중심으로 회전하게 된다. 테이블의 자세는 선형액추에이터의 길이를 나타내는 (3×1)벡터  $q$ 로 결정된다.

$$q = [q_1, q_2, q_3]^T \quad (8)$$

여기서  $q_i = \|B_i S_i\|$  ( $i = 1, 2, 3$ )으로  $B_i$ 는 각 선형액추에이터가 원점(Homing position)에 있을 때 볼-소켓 조인트의 회전 중심점이며  $q_i$ 는 선형액추에이터 측정길이 이다.

기구학 변수를 정의하기 위해 Fig. 1(b)와 같이 기준좌표계  $\{W\}$ 와 중앙축, 유니버설 조인트, 테이블에 고정된 좌표계  $\{B\}, \{P\}, \{E\}$ 를 부여한다.

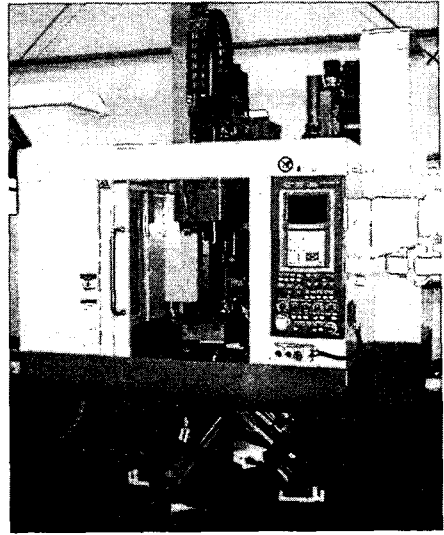


Fig. 1(a) 6-Axis MC with parallel tilting table constructed for complex shape machining

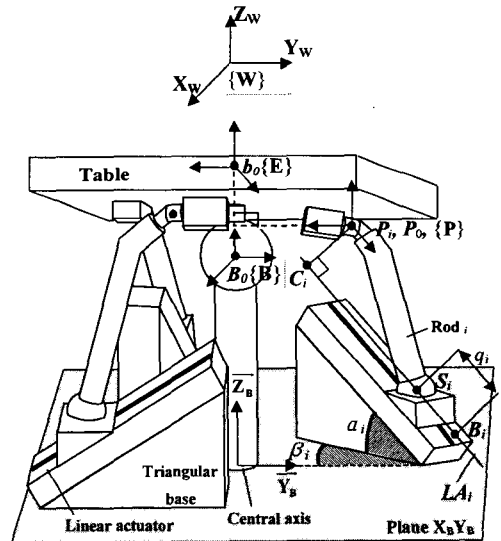


Fig. 1(b) Kinematic structure of the parallel tilting table

- 1)  $\{W\}$ 의 원점은 직각좌표공작기계의 원점에 일치시키고  $X_w, Y_w, Z_w$ 축 방향은 X, Y, Z 축의 운동방향과 같게 한다.
- 2)  $\{B\}$ 의 원점은  $B_0$ 에 일치시키고 자세는  $\{W\}$ 와 같게 한다.
- 3)  $\{P\}$ 의 원점  $P_0$ 는  $P_1$ 에 두고  $Z_p$ 축은 테이블면과 수직으로 하며,  $B_0$ 점을 플랫폼 면에 투영시킨 점을  $b_0$ 라 할 때  $X_p$ 는  $\overline{B_0 b_0}$ 를 교차하도록 한

다.

4) {E}의 원점은  $b_0$ 에 일치시키고 자세는 {P}와 같다.

좌표계 {P}의 정의로부터

$${}^P P_0 \overline{P_1} = 0 \tag{9a}$$

이고, {B}와 {P}의 자세가 일치할 때

$$({}^P P_0 \overline{B_0})_Y = 0 \tag{9b}$$

으로 한다. 여기서 ( $\overline{A}$ )는 좌표계 {i}에 대한 벡터  $\overline{A}$ 의  $j$ 좌표값을 나타낸다.

### 3.2 틸팅 테이블의 기구학 해석과 변수의 정의

틸팅 테이블의 자세가 좌표 {B}에 대한 {P}의 회전행렬  ${}^B R_P$ 로 주어질 때 선형액추에이터의 제어길이  $q$ 는 역방향 기구학으로부터 얻어진다. 선형액추에이터  $LA_i$ , ( $i = 1, 2, 3$ )의 원점으로부터 로드 끝단의 위치는

$${}^B B_i P_i = {}^B R_P ({}^P P_0 P_i - {}^P P_0 B_0) - {}^B B_0 B_i = 0 \tag{10}$$

으로 계산된다.  $LA_i$ 가 평면  $X_B Y_B$ 와  $Y_B Z_B$ 에 대해 경사각  $\alpha_i, \beta_i$ 를 가질 때  $\overline{B_i S_i}$ 의 단위벡터는

$$U_i = [-\sin \beta_i \cos \alpha_i, \cos \beta_i \cos \alpha_i, \sin \alpha_i]^T \tag{11}$$

이다. 단위벡터  $U_i$ 에 점  $P_i$ 를 투영해 교차한 점을  $C_i$ 라 할 때 벡터연산에 의해 제어길이는

$$q_i = \overline{B_i P_i} \cdot U_i - \sqrt{\|{}^B S_i P_i\|^2 - \|{}^B P_i C_i\|^2} \tag{12}$$

이다. 여기서  $\|{}^B S_i P_i\|$ 는 로드의 고정길이 이고

$$\overline{B_i P_i C_i} = (\overline{B_i P_i} \cdot U_i) U_i - \overline{B_i P_i} \tag{13}$$

이다. 선형액추에이터의 길이  $q$ 가 주어질 때 {B}

에 대한 {P}의 자세는 순방향 기구학으로 얻어진다.

식 (10)-(13)에 포함되는 기구학 변수는 테이블의 운동에 관여하는 것으로 보정되어야 할 변수이다. 이를 기구학 변수벡터  $\rho$ 로 나타내면:

$$\rho = [({}^B B_0 B_1)_X, ({}^B B_0 B_1)_Y, \dots, ({}^B B_0 B_3)_Z, ({}^P P_0 B_0)_X, ({}^P P_0 B_0)_Z, ({}^P P_0 P_2)_X, ({}^P P_0 P_2)_Y, \dots, ({}^P P_0 P_3)_Z, \|S_1 P_1\|, \|S_2 P_2\|, \|S_3 P_3\|, \alpha_1, \beta_1, \dots, \alpha_3, \beta_3]^T \tag{14}$$

으로 기구학에 필요한 변수 30개 중 좌표계 정의로부터 식 (9)의 4개 변수가 고정되어 26개의 기구학 변수를 포함한다.

가공작업은 테이블면에서 이뤄지므로 툴의 위치를 정의하는 좌표 {W}와 테이블의 자세를 나타내는 {E} 사이의 위치와 방위를 알아야 한다. 이를 위해 좌표 {W}에 대한 {B}와 {P}에 대한 {E}의 위치벡터가 기구학 변수에 추가되어야 한다. 그러나 이 변수들은 테이블의 형상을 만드는 데 관여하지 않고, 가공물을 테이블면 상에 설치할 경우 {W}, {B}, {P}와 {E} 사이의 자세성분은 알 수 있으므로 {W}를 기준으로 직진도, 평면도, 수직도를 만족하며 가공할 수 있어 기구학 변수에서 제외한다.

## 4. 병렬기구 틸팅 테이블의 관측성 검토 및 보정

보정형상의 최적화 원리를 병렬기구 틸팅 테이블에 적용하고, 테이블의 운동을 측정하기 위해 고정밀의 디지털 인디케이터를 이용할 때 측정연산자하에서 관측성을 검토해 본다. 디지털 인디케이터는  $1 \mu m$ 의 정밀도를 가지며 측정 범위는  $25mm$ 로 산업현장에서 많이 사용되는 것이다.

보정작업을 위해 MC에 대한 PT의 자세를 측정한다. MC가 테이블의 경사면을 따라 이동하는 지 점검하기 위해 디지털인디케이터를 MC의 끝단에 장착하고 눈금이 변하지 않은 상태로 이동하면 테이블의 경사각에 따라 이동량이 달라지므로 경사각을 찾을 수 있다. 좌표 {W}에 대한 테

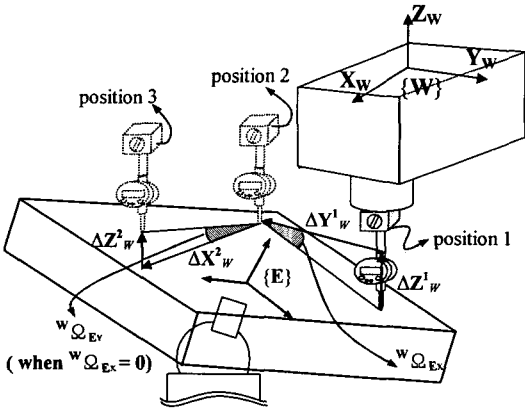


Fig. 2 Measure the table configurations under measurement operator  $M_2$

이들의 평면 경사각  ${}^W\Omega_{E_x}$ ,  ${}^W\Omega_{E_y}$ 은 직각좌표공작기계 이동량의 함수이나 테이블 평면의 회전각  ${}^W\Omega_{E_x}$ 은 이동량으로 직접 측정할 수 없으므로 본 연구에서는 고려하지 않는다. 따라서 식 (2)에 정의된 관측연산자 중  $m_1=m_2=1$  인  $M_2=diag[1, 1, 0, 0, 0, 0]$ 를 사용한다.

Fig. 2와 같이 경사각  ${}^W\Omega_{E_x}$ ,  ${}^W\Omega_{E_y}$ 를 아래와 같은 단계로 측정한다.

1) 틸팅 테이블이 보정형상을 취했을 때 직각좌표공작기계를 시작위치(position 1)로 이동시켜 테이블 면에 인디케이터의 접촉볼을 접촉시킨 후 인디케이터 값을 '0'으로 둔다.

2) 인디케이터의 값을 유지하면서 직각좌표공작기계의 Y와 Z축만 구동하여 측정위치(position 2)로 이동한 후 이동량  $\Delta Y_W^1$ 와  $\Delta Z_W^1$ 을 측정한다.

3) X와 Z축만 구동하여 측정위치(position 3)로 이동하고 이때  $\Delta X_W^2$ 와  $\Delta Z_W^2$ 의 이동량을 측정한다.

4) 틸팅 테이블의 보정형상을 변화시킨 후 1)-3)을 반복한다.

위의 보정데이터로부터  $X_W$ 에 대한 테이블의 경사각은

$${}^W\Omega_{E_x} = \tan^{-1}(\Delta Z_W^1 / \Delta Y_W^1) \quad (15)$$

이다. 단계 3)에서 측정한  $\Delta X_W^2$ 와  $\Delta Z_W^2$ 는  $Y_W$  뿐 아니라  $X_W$ 에 대한 경사각에도 영향을 받으므로 식 (15)에서 구한 경사각  ${}^W\Omega_{E_x}$ 만큼 역방향으로

회전했을 때 직각좌표공작기계의 이동량을 아래와 같이 구한다.

$$[\Delta X_W^{2'}, \Delta Y_W^{2'}, \Delta Z_W^{2'}]^T = {}^WR_{E_x}^T [\Delta X_W^2, 0, \Delta Z_W^2]^T \quad (16)$$

여기서,  $[\Delta X_W^2, \Delta Y_W^2, \Delta Z_W^2]^T$ 은  ${}^W\Omega_{E_x} = 0$ 일 때 테이블 경사면을 따라 이동한 량이고,  ${}^WR_{E_x}^T$ 는  ${}^W\Omega_{E_x}$ 만큼 역회전하기 위한 회전행렬이다. 따라서  ${}^W\Omega_{E_x}$ 의 영향을 제외한  $Y_W$ 에 대한 테이블의 경사각은

$${}^W\Omega_{E_y} = -\tan^{-1}(\Delta Z_W^{2'} / \Delta X_W^{2'}) \quad (17)$$

이다. 인디케이터는 직각좌표공작기계가 테이블 경사면을 잘 따라가지를 점검하는 것으로 눈금의 변화가 없도록 이동하면 정확한 보정데이터를 획득할 수 있다. 따라서 인디케이터의 설치위치 및 방향은 보정결과에 영향을 주지 않는다. 측정데이터의 신뢰도를 높이기 위해 같은 보정형상에서 여러 번 반복 측정한 후 최소제곱법을 이용하여 경사각을 구한다. 식 (2)에서 정의한 측정운동량을 위 방법에 적용하면

$$M_2[x(q, \rho)] = \begin{bmatrix} W\Omega_{E_x} \\ W\Omega_{E_y} \end{bmatrix} = N \quad (18)$$

이고 N을 기구학 모델로부터 계산하면

$$M_2[f(q, \rho)] = \begin{bmatrix} W\Omega_{E_x} \\ W\Omega_{E_y} \end{bmatrix} = \bar{N} \quad (19)$$

이다. 여기서  $f(q, \rho)$ 는 순방향기구학 함수이다. 따라서 식 (18)과 (19)에 의한 모델오차를 보정식으로 나타내면

$$g(q, N, \rho) = N - \bar{N} = 0 \quad (20)$$

으로  $\rho = \rho_0$ 에서 선형화하면 아래와 같은 오차 모델링이 구해진다.

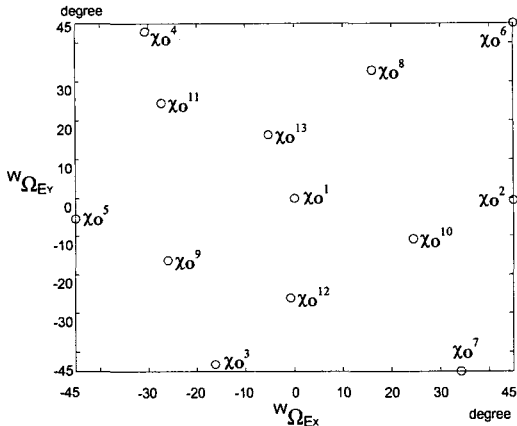


Fig. 3 Optimal configurations on  $W_{\Omega_{Ex}}-W_{\Omega_{Ey}}$  plane by  $F=[W_{\Omega_{Px}}, W_{\Omega_{Py}}]^T$

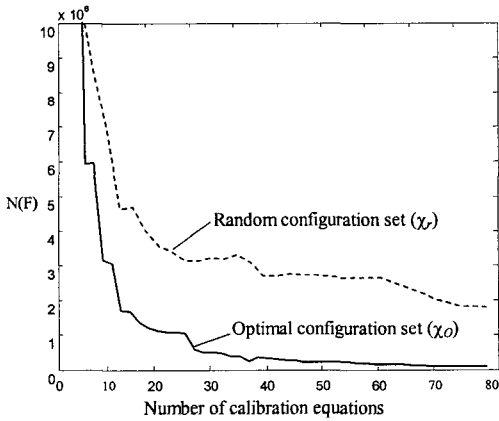
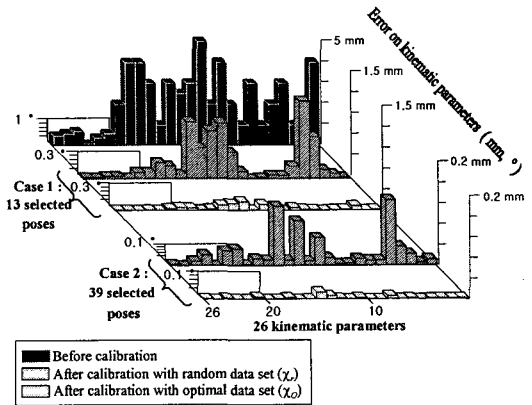


Fig. 4  $N(F)$  is decreased by the augmented calibration configurations under  $M_2$

$$\Delta h = g(\rho) - g(\rho_0) = \Psi(\rho_0) \Delta \rho \quad (21)$$

여기서  $\rho_0$ 는 설계치수이고,  $\Psi(\rho_0)$ 는  $(2 \times 26)$ 으로 관측행렬의 행 벡터들이다.

단원 2에서 언급한 자유 벡터를  $F=[W_{\Omega_{Ex}}, W_{\Omega_{Ey}}]^T$ 로 정의한다. 자유 벡터의 방향을 고정하고 크기만 변화시키면 보정형상을 차별화 할 수 있는 공간이 작아 4번째 형상에서 식 (6)의  $MO(F)$ 는 발산하여 보정을 위한 관측성을 확보할 수 없다. 관측성을 향상시키기 위해 방향까지 변화시키면 Fig. 3과 같이 최적형상  $\chi_o^e$ , ( $e=1, \dots, 13$ )을 찾을 수 있다. 각 형상은 이전의 형상들로부터 최대한



| Error on $\Delta \rho$ |                          | Mean    | Standard deviation |
|------------------------|--------------------------|---------|--------------------|
| Before calibration     |                          | 0.1937  | 2.3860             |
| After calibration with | 13 selected optimal data | 0.01438 | 0.04054            |
|                        | 13 selected random data  | 0.03525 | 0.38789            |
|                        | 39 selected optimal data | 0.00065 | 0.00366            |
|                        | 39 selected random data  | 0.00540 | 0.04416            |

Fig. 5 Comparison of calibration result with random and optimal data under measurement noise amplitude  $0.0002^\circ$

차별화 하도록 변해가고 있다. 따라서  $M_2$  연산자 하에서는 최대 26개의 랭크를 가져 식 (14)에서 정의한 26개의 모든 변수가 관측 가능하다.

충분한 보정데이터를 얻기 위해 식 (7)에서 정의한 상태수의 최적화원리로부터 추가 형상  $\chi_o^e$ , ( $e=14, \dots, 39$ )을 찾고, 같은 개수의 무작위형상  $\chi_r^e$ , ( $e=1, \dots, 39$ )을 정한다. 두 데이터 집단으로부터 상태수를 계산하여 Fig. 4의 결과를 얻었다. 두 종류의 데이터 중 최적보정형상의 상태수가 큰 감소율을 가지며, 보정식의 수가 증가할수록 상태수는 감소하지만 변수개수의 3배가되면 더 이상 감소하지 않음을 확인할 수 있다.

보정시스템을 병렬기구 톨팅 테이블에 적용한다. Fig. 4에 나타난 최적보정형상  $\chi_o$ 과 무작위형상  $\chi_r$ 을 각각 보정 데이터로 적용한다. 변수의 초기값은 설계 값으로 하고 길이 성분변수의 오차는  $\pm 5mm$ , 각도 성분변수의 오차는  $\pm 1^\circ$ 로 한다. 식(5)의  $\Delta H$ 의 제곱을 비용함수로 하고 이를 최소화할 수 있는  $\rho$ 를 Gauss-Newton 기법<sup>(16)</sup>을 이용하여 구한다. 측정 노이즈를  $\pm 0.0001^\circ$ 이내로 설정하고 하나의 형상에서 30회 반복 측정된 값을 최소제곱법에 적용하여 테이블 경사각을 얻는

다. 측정값으로 보정한 결과 Fig. 5와 같은 결과를 나타내었다. 그림의 가로축은 기구학 변수  $\rho$ 를 순서대로 나열한 것이고 수직축은 보정 후 변수값과 기구 설계값의 오차를 절대치로 나타낸 것이다. 표는 평균오차의 절대치와 표준편차를 나타낸다. 그림의 경우 1과 경우 2와 같이 무작위형상  $x_r$ 과 최적보정형상  $x_o$ 의 개수를 취하여 보정 작업을 수행하였다. 같은 수의 보정형상 하에서 무작위형상 보다 최적형상의 보정 결과 데이터가 측정 노이즈의 영향을 10배 이상 줄이는 것을 확인할 수 있다. 경우 1의  $x_o$ 와 경우 2의  $x_r$ 을 비교하면 보정식의 수 보다 관측지수가 보정 결과에 더 많은 영향을 미치는 것을 알 수 있다.

보정 결과로부터 간단한 디지털 인디케이터를 측정장치로 테이블의 자세를 측정하는 제안된 보정시스템이 기구학 변수에 대해 관측성을 확보할 수 있음을 확인할 수 있다. 특히 보정 데이터가 MC를 기준으로 PT의 자세를 측정하여 얻어지므로, PT의 작업공간 전 영역에서 데이터의 획득이 가능한 전체영역 보정(Global calibration)이 가능하고 온-라인 자체 보정이 가능하다. 또한 실제 보정 작업에 적용됐을 때 최적보정형상으로 노이즈의 영향을 최소화하여 보정작업이 가능함을 보여 준다.

## 5. 결 론

병렬기구 톨팅 테이블의 기구학 보정을 위해 측정연산자를 제안하고, 보정시스템의 관측성을 검토하였다. 이를 위해 측정연산자 하에서 오차 모델과 관측행렬을 정의하였다. 보정변수의 관측성을 점검할 수 있는 관측지수를 관측행렬의 QR-분리를 이용하여 정의하였다. 좌표계의 정의 및 기구학해석을 통해 보정해야 할 변수는 26개로 직각좌표공작기계의 기준좌표와 중앙축, 유니버설 조인트와 테이블의 위치벡터는 보정형상 생성에 관여하지 않고 운동정밀도에도 영향을 주지 않으므로 본 연구에서는 제외되었다. 보정데이터 획득을 위해 적용이 용이한 정밀계측기인 디지털 인디케이터를 사용하여 직각좌표공작기계가 테이블의 경사면을 잘 따라가는지 점검하였다. 직각좌표공작기계의 좌표값으로부터 테이블의 운동 중 경사각을 측정하는  $M_2$ 연산자를 사용하였다.

측정연산자  $M_2$ 하에서 관측지수를 최소화시키는 최적보정형상을 찾아 정의된 변수들이 관측가능함을 입증하였다. 이로부터 얻어진 형상에 조건수를 최소화하는 형상을 추가함으로써 충분한 최적 보정형상을 얻을 수 있었다.

3배수의 최적형상과 무작위형상을 사용하고 실제 작업에서 경사각 측정의 신뢰도를 높일 수 있도록 측정 데이터에 최소제곱법 적용하였다. 그 결과 최적형상을 적용했을 때 무작위형상에 비해 10배 이상 향상된 보정결과를 얻을 수 있었고 보정식의 수보다 보정형상이 보정결과에 영향이 큼을 보였다.

본 연구를 통해 산업현장에서 쉽게 적용할 수 있는 디지털인디케이터를 병렬기구 톨팅 테이블에 적용할 경우 구현하기 용이하고 일부 자세 좌표값만을 측정하였다 할지라도 기구학 변수의 관측성을 확보할 수 있으며, 노이즈에 강건한 보정결과를 얻을 수 있음을 보였다.

## 후 기

본 과제는 교육인적자원부와 산업자원부의 출연금 및 보조금으로 수행한 산학협력중심대학 육성사업의 연구결과입니다.

## 참고문헌

- (1) Kim, T. H, 2002, "Current Status of Machining Centers in IMTS 2002," J. of the Korean Society of Precision Engineering, Vol. 19, No. 12, pp. 13~19.
- (2) Lee, M. K, 2004, "Table Orientation Control-Typed Machining Center," Domestic Patent, No. 0441623.
- (3) Final Report, 2004, "Development of Table Orientation Control-Typed Complex Shape Machining Center," Industrial Technique Development Project, Ministry of Commerce, Industry and Energy.
- (4) Decker, S. Prenninger, J. P. Gander, H. and Vincze, M., 1992, " Dynamic Measurement of Position and Orientation of Robots," *IEEE Conf. Robotics and Automation*, pp. 300~304.
- (5) Zhuang, H. Masory, O. and Yan, J., 1995, "Kinematic Calibration of Stewart Platform Using Pose Measurements Obtained by a Single



- Theodolite," in *Proc. IROS*, pp. 329~335.
- (6) Desnard, S. and Khalil, W., 1999, "Calibration of Parallel Robots Using Two Inclinometers," *Proc. of the 1999 IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation Detroit, Michigan*, pp. 1758~1763.
- (7) Bennett, D. and Hollerbach, J. M., 1991, "Autonomous Calibration of Single-Loop Closed Kinematic Chains Formed by Manipulators with Passive Endpoint Constraints," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, Vol. 7, pp. 597~606.
- (8) Zhuang, H. Motaghedi, S. H. and Roth, Z. S., 1999, "Robot Calibration with Planar Constraints," *Proc. of the 1999 IEEE Int. Conf. on Robot. Automat. Detroit, Michigan*, pp. 805~810, May.
- (9) Lee, M. K. and Kim, T. S., 2003, "Constraint Operator for the Kinematic Calibration of a Parallel Mechanism," *KSME Int. J.*, Vol. 17, No. 1, pp. 23~31.
- (10) Lee, M. K., Kim, T. S. and Park, K. W., 2003, "Study on Optimal Calibration Configurations of a Parallel Type Machining Center Under a Single Planar Constraint," *KSME Int. J.*, Vol. 17, No. 12, pp. 1886~1893.
- (11) Borm, J. H. and Menq, C. H., 1991, "Determination of Optimal Measurement Configurations for Robot Calibration Based on Observability Measure," *Int. J. Robot. Res.*, Vol. 10, No. 1, pp. 51~63.
- (12) Menq, C. H. Borm, J. H. and Lai, J. Z., 1989, "Identification and Observability Measure of a Basis Set of Error Parameters in Robot Calibration," *ASME J. Mech. Trans. Automat. Design*, Vol. III, No. 4, pp. 513~518, Dec.
- (13) Besnard, S. and Khalil, W., 2001, "Identifiable Parameters for Parallel Robots Kinematic Calibration," *Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Automat., Seoul, Korea*, pp. 2859~2866.
- (14) HUNT, K. H., 1978, *Kinematic geometry of mechanisms*. Oxford Univ. Press.
- (15) Driels, M. R. and Pathre, U. S., 1990, "Significance of Observation Strategy on the Design of Robot Calibration Experiments," *J. Robot. Syst.*, Vol. 7, No. 2, pp. 197~223.
- (16) Zhuang, H., Yan, J. and Masory, O., 1998, "Calibration of Stewart Platforms and Other Parallel Manipulators by Minimizing Kinematic Residuals," *J. Robot. Syst.*, Vol. 15, No. 7, pp. 395~405.