

초등학교 수학 교과서에서 사용되는 무정의 용어 연구

박 교 식* · 임 재 훈**

초등학교 수학 교과서에서는 적지 않은 수의 용어가 정의 없이 사용되고 있다. 이 연구에서는 초등학교 수학 교과서에서 무정의 용어로 사용되는 용어들을 추출하고 그 사용의 적절성을 비판적으로 검토하였다. 검토 결과 도출된 시사점을 제시하면 다음과 같다.

첫째, '등식'과 같이 교육과정에서 초등학교의 해당 단계에서 사용하게 되어 있지 않은 용어를 교과서에서 무정의 용어로 사용하는 것은 지양해야 한다. 둘째, 일상 기반 용어라 하더라도, 그 용어가 나타내는 일상적 실재물과 수학적 실재물 사이에 괴리가 있는 경우에는 그 용어를 정의하여야 한다. 셋째, 학교수학에서 무정의 용어의 사용에 있어, 일관성과 형평성을 고려해야 한다. 넷째, 용어가 사용되는 맥락이 바뀌거나 확장되는 경우에는 그 용어를 새롭게 정의하여야 한다. 다섯째, 학생들이 정의 없이도 그 의미를 잘 포착할 수 있다고 볼 근거가 없는 순수 용어는 정의하여야 한다.

1. 서 론

초등학교 수학 교과서에서는 상당히 많은 수학 용어(이하, 간단히 '용어')가 사용되고 있다. 용어는 대개 수학적 실재물(實在物, entity)이나 그와 관련된 수학적 행위를 나타내기 위해 사용된다.¹⁾ 용어는 그 뜻이 분명해야 하므로, 수학 교과서에서는 대부분의 용어를 정의하고 있다. 그러나 현재의 초등학교 수학 교과서에서 모든 용어가 정의되고 있는 것은 아니다.

학교수학에서 사용되는 용어에 대한 연구는 여러 편이 있다(김연식, 박교식, 1994; 박경미,

임재훈, 1998; 박교식, 1995, 2001, 2003a, 2003b; 한대회, 1998). 그러나 학교수학에서의 무정의 용어에 초점을 맞춘 연구는 찾기 어렵다. 이 연구에서는 초등학교 수학 교과서에서 사용되는 무정의 수학 용어(이하 간단히 '무정의 용어')에 초점을 맞춘다.

일반적으로 무정의 용어는 정의되지 않은 채 사용되는 용어를 의미한다. 예를 들면, '점'과 '선'은 수학의 대표적인 무정의 용어이다. 수학에서 사용되는 모든 용어를 정의할 수는 없다. 어떤 용어를 정의하기 위해서는 다른 용어가 필요하고, 그것을 정의하기 위해서는 또 다른 용어가 필요하다. 이러한 환원 과정을 무한히

* 경인교육대학교, pkspark@ginue.ac.kr

** 경인교육대학교, jhyim@ginue.ac.kr

1) 이하, 용어가 수학적 실재물을 나타내거나 그것과 관련된 행동을 나타낸다는 것을 간단히 "수학적 실재물을 나타낸다."로 통합한다. 예를 들면, '방정식을 푼다'는 수학적 실재물인 '방정식'과 관련된 행위를 나타내지만, 이 연구에서는 이 경우도 수학적 실재물을 나타낸다고 표현하기로 한다. 여기서 '용어'라고 할 때 그것은 한 단어만으로 이루어진 것을 의미하지는 않는다. '수를 가르다', '크기가 같은 분수' 등도 용어로 본다.

계속할 수는 없으므로, 기본적인 몇 개의 용어는 정의하지 않고 사용할 수밖에 없다(Greenberg, 1990). 정의, 공리, 공준으로부터 시작하는 엄밀한 공리적 체계로서의 수학에서는 무정의 용어가 필요할 수밖에 없다.

그런데 수학에서의 무정의 용어와 학교수학에서의 무정의 용어 사이에는 중요한 차이가 있다. 수학에서의 무정의 용어 즉, '점', '선'과 같은 용어는 공리에 의해 일정한 조건을 부여 받은 변수로 취급된다. 임의의 두 점에 대해서 그들을 포함하는 직선이 적어도 하나 존재한다는 진술은 구체적인 의미를 지니지 않으며, 다만 임의의 a, b 에 대해서 그것에 r 이라는 관계를 가지는 l 이 적어도 하나 존재한다는 것을 뜻할 뿐이다. 학교수학, 특히 초등학교수학은 엄밀한 공리적 체계가 아니다. 또, 아동들의 일상적인 구체적 경험 세계에 기반한 학습을 도모하는 초등학교 수학에서 위와 같은 형식주의적인 의미에서의 무정의 용어를 사용하는 것은 적절하지 않다. 초등학교 수학에서의 무정의 용어의 사용은 그 용어를 정의하지 않더라도 아동들이 그 용어가 의미하는 바를 일상의 경험이나 이전의 학습에 기초해 오해 없이 수용할 수 있는 한 허용될 수 있다.

이 연구에서는 현재의 초등학교 수학 교과서에서 사용되는 무정의 용어를 찾고, 각각의 용어가 초등학교수학에서 무정의 용어로 사용되기 충분한, 나름의 자격을 갖추고 있는지, 무정의 용어로 사용하기에 부적절한 용어가 없는지 검토한다. 학생들이 일상의 경험에 기초해 그 의미를 포착하기 어려운 용어는 학교수학에서 무정의 용어로 사용되어서는 안 된다. 초등

학교수학에서 무정의 용어를 비판적으로 검토하기 위해, 먼저 이 연구에서 무엇을 용어로 볼 것인지 그리고 무엇을 정의로 볼 것인지에 관해 논의한다. 그 다음 초등학교 수학 교과서에서 사용되는 무정의 용어를 추출하고, 그 각각을 비판적으로 검토한다. 그리고 그 비판적 검토의 결과가 시사하는 점을 결론으로 제시한다.

II. 용어와 무정의 용어의 의미

이 연구에서는 어떤 용어가 수학적 실재물을 나타낼 때 그 용어를 수학 용어로 보기로 한다. 수학 용어 중에는 순수하게 수학적 실재물만 나타내는 것도 있고, 일상적 실재물을 나타내면서 수학적 실재물을 나타내는 것도 있다.

예를 들어, 수학 용어 '점'과 '선'은 각각 '작고 등글게 찍은 표'와 '그어 놓은 금이나 줄'이라고 하는 일상적 실재물을 나타내는 일상 용어 '점'과 '선'을 차용한 것이다. 수학적 실재물로서의 '점'과 '선'은 일상적 실재물로서의 '점'과 '선'을 추상한 결과 얻어진 것으로, 일상적 실재물의 이미지가 수학적 실재물에 덧씌워져 있다. 한편, 일상적 실재물이 구체적 실재물에 한정되는 것은 아니다. '식', '수', '값' 등은 추상적인 일상적 실재물을 나타내는 동시에 수학적 실재물을 나타내는 용어이다.²⁾ '자리'와 같이 구체적 실재물, 추상적 실재물, 수학적 실재물을 동시에 나타내는 용어도 있다. 이 연구에서는 이러한 용어들을 '일상에 기반을 둔 수학 용어(이하 간단히 '일상 기반 용어')라고 지칭하기로 한다. '식', '자리', '수'는 일상 기반 용

2) '식'은 '일정한 전례, 표준 또는 규정, 일정한 방식이나 투'라는 일상적 실재물과 '숫자, 문자, 기호를 써서 이들 사이의 수학적 관계를 나타낸 것'이라는 수학적 실재물을 나타낸다. '수'는 '셀 수 있는 사물의 크기를 나타내는 값(사람 수, 자녀 수)'이라는 일상적 실재물과 '자연수, 정수, 분수, 유리수, 무리수, 실수, 허수 따위를 통틀어 이르는 말'이라는 수학적 실재물을 나타낸다(표준국어대사전(인터넷판) <http://korean.go.kr>).

어이지만, ‘덧셈식’과 ‘한 자리 수’는 일상 기반 용어라고 보기 어렵다. 일상에서는 덧셈식이나 한 자리 수라는 용어를 사용하지 않는다. 그러므로 이 두 용어는 일상적 실재물을 나타내지 않고, 수학적 실재물만을 나타낸다고 볼 수 있다. 이와 같이 수학적 실재물만을 나타내는 용어를 순수한 수학 용어(이하 간단히 ‘순수 용어’)라고 부르기로 한다.

초등학교 수학 교과서에는 수학 개념을 설명하기 위한 여러 가지 교구, 예를 들면 ‘쌓기 나무’, ‘점판’, ‘날개 모형’, ‘십 모형’ 등이 나온다. 이러한 교구는, 학생들이 수학적 실재물을 수용하는데 도움을 주지만, 수학적 실재물 그 자체를 나타내지는 않는다. 그러므로 이 연구에서는 교구의 이름은 용어로 간주하지 않는다.

초등학교 수학 교과서에는 양을 나타내는 ‘길이’, ‘넓이’, ‘부피’, ‘높이’, ‘둘이’, ‘무게’, ‘시간’과 같은 용어가 나온다. ‘길이’, ‘넓이’, ‘부피’, ‘높이’, ‘둘이’는 수학적 실재물인 도형과 관련된 것으로, 일상적 실재물인 동시에 수학적 실재물을 나타내는 것으로 볼 수 있으므로 용어로 간주할 수 있다. 그러나 ‘무게’, ‘시간’은 일상적 실재물을 추상한 수학적 실재물을 나타내는 것으로 보기 어려우므로 수학 용어로 간주하지 않는다.

다음으로 이 연구에서 무엇을 정의로 볼 것인지에 대해 생각해 보자. 일반적으로, ‘정의’는 용어의 뜻을 명백히 밝혀 규정한 것이다. ‘정의한다’ 또는 ‘정의를 내린다’는 “용어의 뜻을 명백히 밝혀 규정한다.”를 의미한다. 예를 들면, “세 각이 모두 예각인 삼각형을 예각삼각형이라고 합니다.”라는 진술은 예각삼각형을 정의한 것이다. “ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$ 과 같은 수를 분수라고

합니다.”라는 진술은 학교수학에서 많이 사용되는 정의 유형인 예시적 정의이다. 이 연구에서는 현재 초등학교 수학 교과서의 ‘약속하기’란 용어의 뜻이나 용어가 어떤 경우에 사용되는지를 ‘약속’한 경우, 그 용어가 정의된 것으로 본다. 한편, ‘약속하기’라는 난을 통해 용어의 뜻이나 용어가 어떤 경우에 사용되는지를 약속하지는 않았지만, 나름대로 정의의 역할을 한다고 볼 수 있는 내용이 교과서에 제시된 경우가 있다. 예를 들면, <2-가 단계> 교과서에서는(p.12) 376을 사례로 ‘백의 자리의 숫자’, ‘십의 자리의 숫자’, ‘일의 자리의 숫자’를 설명하고, 표에 ‘백의 자리’, ‘십의 자리’, ‘일의 자리’라는 용어를 제시하고 있다. 이 연구에서는 이와 같은 경우에도 용어가 정의되고 있는 것으로 간주한다. 즉, 용어가 적당한 장면에서 적절한 사례를 통해 설명되고 있는 경우에는 그 용어가 정의되고 있는 것으로 간주한다.

이 연구에서는 ‘약속하기’라는 난에서 용어의 뜻이나 용어가 어떤 경우에 사용되는지를 약속하지 않고, 나름대로 정의의 역할을 한다고 볼 수 있는 내용도 없는 경우, 그 용어는 초등학교수학에서 무정의 용어로 사용된 것으로 본다. 이런 입장에서 보면, 앞에서 예로 든 ‘점’, ‘선’, ‘식’, ‘수’, ‘값’, ‘자리’, ‘덧셈식’, ‘한 자리 수’ 등은 무정의 용어이다.

다음에서는 이러한 관점에서 초등학교 수학 교과서에서 사용되는 무정의 용어를 확인하고, 그 각각의 용어가 무정의 용어로서 나름대로의 자격을 갖추고 있는지에 대해 논의한다. 무정의 용어로서 자격을 갖추고 있다는 것은, 예를 들면 ‘점’과 ‘선’과 같이, 정의하지 않아도 학생들이 그 뜻, 또는 그것이 사용되는 경우를 혼동할 가능성이 거의 없다는 것을 의미한다.³⁾

3) 일상적 실재물로서의 ‘점’과 ‘선’을 경험하고, 그 경험한 것이 마음 속에 시각적으로 떠오르는 상 즉, 심상(心象)과 거의 일치한다. 이 점에서 ‘점’과 ‘선’은 무정의 용어로서의 자격이 있다.

Ⅲ. 초등학교 수학 교과서에 사용된 무정의 용어

여기서는 앞 장에서 제시한 관점에 따라, 초등학교 각 단계별 수학 교과서에서 사용되는 무정의 용어를 교과서에 나타나는 순서대로 확인하여 제시한다. 현재 초등학교의 각 단계별 수학 교과서는 몇 개의 단원으로 이루어져 있다. 여기서는 각 교과서의 목차에 나타난 용어

를 제외하고 단원별로 단원명과 소주제명을 포함한 본문과 문제 등에 나타난 용어를 대상으로 무정의 용어 여부를 확인한다. 또, ‘수를 모아 봅시다’와 같은 것은 ‘수를 모으다’와 같이 기본형으로 나타낸다. 또, ‘한 자리 수’와 같이 ‘자리’와 ‘수’로 이루어진 복합 용어는 독립적인 용어로 간주한다. 이하 괄호안의 쪽수는 그 용어가 처음 나오는 쪽을 의미한다.

초등학교의 각 단계 수학 교과서에서 사용되는 무정의 용어는 다음 <표 Ⅲ-1>과 같다.

<표 Ⅲ-1> 무정의 용어

단계	무정의 용어
1-가	수(p.1), 수를 모으다(p.48), 덧셈(p.60), 덧셈식(p.62), 뺄셈(p.65), 뺄셈식(p.67), 식(p.76)
1-나	두 자리 수(p.19), 십의 자리(p.85), 일의 자리(p.85)
2-가	세 자리 수(p.5), 자리값(p.12), 뛰어세기(p.17), 한 자리 수(p.30), 점(p.37), 선(p.37), 도형(p.38), 길이(p.79), 값(p.88), 묶어세기(p.108), 곱셈(p.110)
2-나	곱셈구구(p.5), 곱(p.19), 그래프(p.96)
3-가	네 자리 수(p.18), 평면도형(p.37), 나눗셈(p.56), 도형의 꼭지점(p.66), 도형 옮기기(p.66), 도형 뒤집기(p.68), 도형 돌리기(p.70) ⁴⁾ , 시간셈(p.120)
3-나	가로(p.49), 세로(p.51), 중간점(p.52), 점산(p.62)
4-가	다섯 자리 수(p.6), 자리(p.8), 13자리 수(p.19), (어느) 각이 더 크다(p.41), 자연수(p.99)
4-나	분수 부분(p.15), 수직선(p.27), 소수 한 자리 수(p.34), 소수 두 자리 수(p.36), 자연수가 있는 소수(p.38), 자연수 부분(p.38), 소수 부분(p.38), 소수의 덧셈식(p.46), 만나서 이루는 각(p.50), 같은 쪽의 각(p.59), 반대쪽의 각(p.59), 마주 보는 변(p.67), 마주 보는 각(p.67), 어림수(p.88)
5-가	홀수(p.11), 짝수(p.11), 크기가 같은 분수(p.38), 평면(p.62), 넓이(p.88), 단위넓이(p.90), 단위분수(p.119)
5-나	등식(p.13), 변 사이의 각(p.45), 끝각(p.46), 세로셈(p.53), 선대칭도형의 대응점(p.72), 선대칭도형의 대응변(p.72), 선대칭도형의 대응각(p.72), 점대칭도형의 대응점(p.78), 점대칭도형의 대응변(p.82), 점대칭도형의 대응각(p.82)
6-가	부피(p.73), 밑넓이(p.74), 할푼리(p.93), 확률(p.97), 비율그래프(p.111)
6-나	반원(p.33), 반원의 반지름(p.33), 원 안(p.66), 원 밖(p.66), 원기둥의 겹넓이(p.69), 사건(p.104)

4) 한편, <5-가 단계> 교과서에서는 ‘도형옮기기(p.24)’, ‘도형뒤집기(p.25)’, ‘도형돌리기(p.26)’와 같이 붙여 쓰고 있다. 어느 한 쪽으로 통일하는 것이 바람직하다.

<1-가 단계> 용어 중에서 ‘수’, ‘식’은 일상 기반 용어이고, ‘수를 모으다’⁵⁾, ‘덧셈’, ‘덧셈식’, ‘뺄셈’, ‘뺄셈식’은 순수 용어이다. <1-가 단계> 교과서에서 ‘숫자(p.18)’, ‘길이(p.78)’, ‘높이(p.80)’, ‘넓이(p.84)’도 정의 없이 사용되고 있지만, 이것들은 수학적 실재물을 나타내지 않는다고 보아 용어로 간주하지 않는다.⁶⁾ <1-가 단계> 교과서에서 ‘수를 가르다(p.48)’의 경우는 예를 제시하여 나름대로 정의를 하고 있어 무정의 용어로 보지 않았다. 교육과정에 따르면 (p.36) ‘식’은 <1-나 단계>에서 사용하게 되어 있다. 따라서 <1-가 단계> 교과서에서 ‘식’을 사용하는 것은 교육과정을 준수한 것이 아니다. <1-나 단계> 교과서에서도 ‘식’은 정의되지 않고 있다.

<1-나 단계> 교과서에서 새로 사용되는 무정의 용어는 모두 순수 용어이다. ‘두 자리 수’, ‘십의 자리’, ‘일의 자리’의 경우 ‘자리’를 포함하고 있지만, ‘자리’가 단독으로 사용되는 것은 아니기에, 여기서 ‘자리’를 무정의 용어로 취급하지는 않는다. ‘십의 자리’, ‘일의 자리’는 <2-가 단계> 교과서에서(p.12) 나름대로 정의되고 있는 것으로 볼 수 있으나, <1-나 단계> 교과서에서는 정의되고 있지 않다. ‘십의 자리’, ‘일의 자리’는 초등학교 수학 전체로 보면 본질상 무정의 용어는 아니지만, <2-가 단계> 교과서에서 정의되기에 앞서, <1-나 단계> 교과서에서 정의될 필요가 있다. <1-나 단계> 교과서에서는, 교육과정에 의하면(p.47) <3-가 단계>에서 사용하게 되어 있는 ‘시각’이 정의 없이 사용

된다(65쪽). ‘시각’은 수학적 실재물을 나타낸다고 볼 수 없기에, 무정의 용어로 간주하지 않는다. 또, ‘선’도 사용되고 있지만(p.114), 이 장면에서는 ‘선’이 수학적 실재물을 나타내는 것이 아니기에 무정의 용어로 간주하지 않는다.

<2-가 단계>의 무정의 용어 중에서 ‘점’, ‘선’, ‘도형’⁷⁾, ‘값’은 일상 기반 용어이고, ‘세 자리 수’, ‘자리값’, ‘뛰어세기’, ‘한 자리 수’, ‘뮌어세기’, ‘곱셈’은 순수 용어이다. ‘뛰어세기’, ‘뮌어세기’라는 표현은 일상적으로는 사용되지 않는 용어로, 초등학교 수학 교과서에서 만들어낸 용어이다. ‘길이’는 여기서 처음으로 ‘선분의 길이’와 같이 수학적 실재물을 나타내는데 사용된다.

<2-나 단계>의 무정의 용어 ‘곱’은 일상 기반 용어이고, ‘곱셈구구’는 순수 용어이다. 여기서 ‘곱’이 <2-나 단계>의 무정의 용어인 이유를 설명할 필요가 있다. <2-가 단계> 교과서에서(p.113) 이미 곱이라는 용어가 등장하며, $7 \times 3 = 21$ 에서 21이 7과 3의 곱이라는 식으로 정의된다. 그러나 <2-나 단계> 교과서에서는(p.19) ‘곱’은 <2-가 단계>에서와는 다른 의미로 사용되고 있다. <2-나 단계>에서는 “어떤 수와 0의 곱은 얼마라고 생각합니까?”라는 문제에서 ‘곱’이 사용되고 있다. 이 문제에서 ‘곱’은 ‘어떤 수 $\times 0$ ’ 자체를 의미한다. 그러나 이러한 의미의 ‘곱’은 앞에서 정의된 적이 없다. 그래서 여기서는 이러한 의미의 ‘곱’을 무정의 용어로 간주한다.

<3-가 단계>의 무정의 용어는 모두 순수 용

5) ‘수를 모으다’는 <1-가 단계> 교과서에서는 단지 소주제명으로만 나타나며, 실제 용례는 <1-나 단계> 교과서에서(p.42) 나타난다. 그러나 소주제명으로 사용되는 용어도 조사 대상으로 하기에, ‘수를 모으다’는 <1-가 단계> 교과서에서 사용된 것으로 간주한다.

6) 앞에서 ‘길이’, ‘넓이’, ‘부피’를 용어로 간주한다고 하였다. 그러나 이것은 그것이 수학적 실재물을 나타낼 때 그렇게 본다는 것을 의미한다. <1-가 단계>에서는 이 단어들 이 아직 수학적 실재물인 도형과 관련되어 사용된 것이 아니기에 수학 용어로 간주하지 않는다.

7) 일상적으로 도형은 그림의 모양이나 형태를 의미하며, 수학적으로는 점, 선, 면, 입체 또는 그것들의 집합을 통틀어 이른다(표준국어대사전(인터넷판) <http://korean.go.kr>).

어이다. ‘평면도형’은 단위명으로만 사용될 뿐, 본문에서는 사용되고 있지 않다. 실제로 <3-가 단계> 교과서 전체의 본문에서도 ‘평면도형’을 사용하고 있지 않다. <3-가 단계> 교과서에서 ‘점선(p.92)’도 정의 없이 사용되고 있으나, ‘점선’이 일상적 실재물을 추상한 수학적 실재물을 나타낸다고 볼 수 없기에 무정의 용어로 간주하지 않는다.

<3-나 단계> 교과서에서 새로 사용되는 무정의 용어 중 ‘중간점’, ‘점산’은 순수 용어이고, ‘가로’와 ‘세로’는 일상 기반 용어이다. 표준국어대사전에 의하면, ‘가로’와 ‘세로’는 ‘왼쪽에서 오른쪽으로 나 있는 방향 또는 그 길이’와 같은 일상적 실재물을 나타낸다. <3-나 단계> 교과서에서는 ‘가로’와 ‘세로’를 “직사각형의 가로는 몇 cm인지 알아보시오.(p.49)”, “직사각형의 세로 길이는 몇 cm입니까?(p.51)”와 같이 사용하고 있다. 이때 ‘가로’와 ‘세로’는 각각 직사각형 또는 정사각형의 ‘가로로 놓여진 변’, ‘세로로 놓여진 변’이라는 수학적 실재물을 나타낸다. ‘중간점’은 ‘중점’을 풀어서 제시한 것으로 보인다. <3-나 단계> 교과서에서는 ‘밀리리터(p.68)’를 정의 없이 처음 사용한다. 그러나 ‘밀리리터’가 수학적 실재물을 나타내지 않기에 무정의 용어로 간주하지 않는다.

<4-가 단계>의 무정의 용어 중 일상 기반 용어는 ‘자리’이고, 순수 용어는 ‘다섯 자리 수’, ‘13자리 수’, ‘(어느) 각이 더 크다’, ‘자연수’이다. <4-가 단계> 교과서에서 ‘그램(p.71)’과 ‘돈(p.78)’을 정의 없이 사용하지만, 이들이 수학적 실재물을 나타내지 않기에 무정의 용어로 간주하지 않는다. ‘팔호(p.87)’도 일상적 실재물을 추상한 수학적 실재물을 나타낸다고 볼 수 없기에 무정의 용어로 간주하지 않는다.

<4-나 단계> 교과서의 무정의 용어 중 ‘어림수’는 일상 기반 용어이고 나머지는 순수 용어

이다. 표준국어대사전에서는 ‘어림수’의 의미로 ‘대강 짐작으로 잡은 수’가 제시되어 있을 뿐, 수학에서 사용되는 특별한 의미는 제시되어 있지 않다. 일상적 의미의 어림수와 수학적 의미의 어림수는 차이가 있지만, 이 연구에서는 일상적 의미의 ‘어림수’와 수학적 맥락에서의 ‘어림수’가 ‘어림’을 공유하고 있는 것으로 보아, ‘어림수’를 일상 기반 용어로 간주한다.

‘자연수가 있는 소수’, ‘만나서 이루는 각’, ‘같은 쪽의 각’, ‘반대쪽의 각’, ‘마주 보는 변’, ‘마주 보는 각’을 용어로 간주할 수 있는지에 대해서는 다른 견해가 있을 수 있다. 왜냐하면 이들은 각각 ‘대소수’, ‘교각’, ‘동위각’, ‘엇각’, ‘대변’, ‘대각’을 풀어서 제시한 것이기 때문이다. 그러나 이렇게 풀어서 제시한다고 하더라도 그 각각이 특정한 수학적 실재물을 나타내고 있기에 용어로 간주한다.

<5-가 단계>의 무정의 용어 중 일상 기반 용어는 ‘평면’, ‘넓이’이고, 순수 용어는 ‘홀수’, ‘짝수’, ‘크기가 같은 분수’, ‘단위넓이’, ‘단위분수’이다. ‘크기가 같은 분수’는 ‘동치분수’를 풀어서 나타낸 용어이다. ‘넓이’는 여기서 처음으로 ‘도형의 넓이’와 같이 수학적 실재물을 나타내기 위해 사용된다. <5-나 단계> 교과서에서 새로 사용되는 무정의 용어는 모두 순수 용어이다. ‘변 사이의 각’은 ‘끼인각’을 풀어서 나타낸 용어이다. ‘등식’은 “ $24 \times 128 = 3072$ 입니다. 이를 이용하여 다음 등식이 성립하도록 곱에 소수점을 찍어 보시오.”(p.13)라는 문제 맥락에서 정의 없이 처음 사용되고 있다. 교육과정예따르면(p.68) ‘등식’은 <7-가 단계>에서 사용하게 되어 있는 용어이다.

<6-가 단계>의 무정의 용어 중에서 일상 기반 용어는 ‘부피’이고, 순수 용어는 ‘밀넓이’, ‘할푼리’, ‘비율그래프’이다. ‘확률’은 <6-가 단계> 교과서에서 정의 없이 처음 사용되고 있

다. 교육과정에 따르면(p.65) ‘확률’은 <6-나 단계>에서 사용하게 되어 있다. <6-가 단계> 교과서에서는 ‘실선(p.30)’, ‘안치수(p.80)’, ‘타올(p.93)’, ‘예상과 확인의 방법(p.130)’, ‘거꾸로 풀기(p.131)’, ‘표만들기(p.137)’도 정의 없이 사용되지만, 이들이 수학적 실재물을 나타낸다고 볼 수 없기에 무정의 용어로 간주하지 않는다.

<6-나 단계> 교과서에서 새로 사용되는 무정의 용어 중 ‘사건’은 일상 기반 용어이고, 순수 용어는 ‘반원’, ‘원 안’, ‘원 밖’, ‘반원의 반지름’, ‘원기둥의 겉넓이’이다. <6-나 단계> 교과서에서는 ‘식만들기(p.127)’, ‘그림그리기(p.127)’도 정의 없이 사용되지만, 이들이 수학적 실재물을 나타낸다고 볼 수 없기에 용어로 간주하지 않는다. ‘사건’은 <6-나 단계> 교과서에서 ‘확률’을 정의하는 맥락에서 정의 없이 처음 사용되고 있다. 그런데 교육과정에 따르면(p.74) ‘사건’은 <8-나 단계>에서 사용하게 되어 있다.

IV. 초등학교수학에서 사용되는 무정의 용어의 비판적 검토

지금까지 초등학교의 각 단계 수학 교과서에 사용된 무정의 용어를 확인하였다. 여기서는 이 용어들이 무정의 용어로서 나름대로의 자격을 갖추고 있는지에 대해 비판적으로 검토한다.

1. 일상 기반 용어의 비판적 검토

초등학교 수학 교과서에서 사용되는 무정의 용어 중에서 일상 기반 용어에 해당하는 것은 ‘가로’, ‘값’, ‘곱’, ‘넓이’, ‘도형’, ‘부피’, ‘선’, ‘세로’, ‘수’, ‘식’, ‘어림수’, ‘자리’, ‘점’, ‘평면’이다.

먼저 ‘곱’에 대해서 살펴 보자. 앞에서 ‘곱’

은 <2-가 단계>에서 정의된 대로 사용되지 않는 새로운 의미를 가지고 있다는 점에서, <2-나 단계> 교과서의 무정의 용어로 조사되었다. <2-가 단계>의 ‘곱’의 원래의 정의를 준수한다면, <2-나 단계> 교과서에서의(p.19) 용례 “어떤 수와 0의 곱은 얼마라고 생각합니까?”는 수정될 필요가 있다. 그런데 ‘곱’의 이러한 의미는 <2-나 단계> 교과서에서뿐만 아니라, <5-나 단계> 교과서에서도, 예를 들면 “0.5×3을 자연수의 곱 5×3과 비교하여 보시오.”(p.7)와 같이 사용되고 있다. 즉, ‘5×3’을 계산한 결과인 15를 ‘곱’으로 보는 동시에, ‘5×3’ 그 자체를 또한 ‘곱’으로 보고 있는 것이다. ‘곱’의 이러한 의미를 초등학교수학에서 포기할 것인지에 대해서는 새로운 논의가 필요하다. 나중에 중학교수학에서 문자식을 취급하는 경우 $a \times b$ 그 자체를 두 수 a, b 의 ‘곱’으로 보아야 할 필요가 있기 때문에, 초등학교수학에서 ‘곱’의 그러한 의미를 미리 알 필요가 있다고 주장할 수 있다. 이렇게 생각하면 ‘합’, ‘차’, ‘몫’에 대해서도 동일한 주장을 할 수 있지만, 현재의 초등학교 수학 교과서에서 ‘합’, ‘차’, ‘몫’의 그러한 용례는 보이지 않는다. 따라서 ‘곱’의 경우에만 그런 이중적 정의를 인정하는 것은 일관적이지 못하다.

일상 기반 용어는, 순수 용어에 비해, 대개 일상적 실재물을 나타내는 것에서 비롯되었기에 정의가 없어도 학생들이 그 뜻을 이해하기 쉬울 가능성이 높으나, 초등학교생들이 일상 기반 용어가 나타내는 수학적 실재물을 접하기에 앞서 그것이 나타내는 일상적 실재물을 이미 경험했다고 단언할 수는 없다. 또, 실제적으로 그 일상적 실재물에 대한 경험은 초등학교생 개인에 좌우된다. 각 용어가 무정의 용어로서의 자격을 갖추었는지를 논의하기 위해서는 초등학교생들이 이러한 일상적 실재물을 충분히 잘

경험하고 있는가를 판정하는 것이 필요하고, 또 각 용어가 나타내는 수학적 실재물과 일상적 실재물을 심적으로 피리 없이 연결하고 있는가를 판정하는 것이 필요하다. 그러나 이러한 것을 판단할 수 있게 해주는 실제적인 기준은 사실상 없다.

이에 이 연구에서는 국립국어연구원(현재는 '국립국어원'으로 명칭 변경)의 보고서 《한국어 학습용 어휘 선정 결과 보고서》(2003)를 이용하여, 간접적으로 그 여부를 확인해 보고자 한다. 이 보고서에서는 5,965개의 국어 어휘를 A, B, C의 3등급으로 나누어 제시하고 있다. 이들은 본래 외국어 화자를 위한 한국어 교육에 필요한 어휘로 선정된 것이다. 이 보고서에 의하면, 이 어휘 선정은 사용 빈도 조사를 바탕으로 이루어진 것이다. 일상 기반 용어가 이 5,965개의 어휘군에 속하는지를 기준으로 무정의 용어의 적절성을 판단할 수 있다. 예를 들어, 일상 기반 용어가 이 어휘군에 속하지 않으면 그 용어는 초등학교수학에서 무정의 용어로서의 자격을 갖춘 것으로 보기 어렵다고 판단할 수 있다.⁸⁾

먼저 다음 각 용어가 나타내는 일상적 실재물은, 표준국어대사전에 따르면, 다음과 같다.

- [가로] 왼쪽에서 오른쪽으로 나 있는 방향. 또는 그 길이
- [값] 사고파는 물건에 일정하게 매겨진 액수, 물건을 사고팔 때 주고받는 돈
- [넓이] 일정한 평면에 걸쳐 있는 공간이나 범위의 크기
- [부피] 넓이와 높이를 가진 물건의 공간에서 차지하는 크기
- [세로] 위에서 아래로 나 있는 방향. 또는 그 길이

- [수] 셀 수 있는 사물의 크기를 나타내는 값
- [식] 일정한 전례, 표준 또는 규정
- [어림수] 대강 짐작으로 잡은 수
- [자리] 사람이나 물체가 차지하고 있는 공간
- [도형] 그림의 모양이나 형태
- [평면] 평평한 표면

위의 기준에 의하면 '값'과 '자리'는 A등급에 속한다. '가로', '세로', '식'은 B등급에 속한다. '부피'와 '수'는 C등급에 속한다. '넓이', '도형', '어림수', '평면'은 어느 등급에도 속하지 않는다. 여기서 우선 '넓이', '도형', '어림수', '평면'과 같은 용어는 초등학교수학의 무정의 용어로 사용하는 것이 적절치 않은 것으로 판단할 수 있다.

그러나 A, B, C 등급에 속하는 용어라고 해서 학교수학의 무정의 용어로 사용하는 것이 적절하다고 단정하기 어렵다. 그 용어의 일상적 의미와 수학적 의미 사이에 차이가 있을 수 있기 때문이다.

'값'의 경우, 교과서에서 다음 두 가지 용례를 확인할 수 있다. 각각의 맥락에서 사용되는 '값'은 수학적 실재물을 나타내지만, 학생들이 그것을 일상적 실재물(즉, 사고파는 물건에 일정하게 매겨진 액수, 물건을 사고팔 때 주고받는 돈)과 잘 연결시킬 수 있는지 판단하기는 어렵다. 수학적 실재물로서의 '값'과 일상적 실재물로서의 '값'은 차이가 있다. □의 '값'은 물건의 '값'과 뉘앙스가 같지 않다.

“덧셈식에서 □의 값을 구하여 봅시다.”(2-가 단계, p.88)

“뒤집은 카드 2장이 나타내는 값이 같으면 카드를 가져가고, 값이 같지 않으면 카드를 다시 얹어 놓습니다.”(3-나 단계, p.89)

8) 이러한 판단은 '감정적'이다. 판단을 가능하게 해 줄 수 있는 적절한 준거가 제시된다면, 이 연구에서 내린 판단은 검토되어야 한다.

사실 위의 두 맥락에서 ‘값’의 사용이 불가피한 것은 아니다. 흔히 ‘값’은 ‘식의 값’의 형태로 또는 ‘ x 의 값’의 형태로 <7-가 단계> 교과서에서 사용되고 있다. 그런 만큼 초등학교의 이러한 맥락에서 굳이 ‘값’을 사용해야 하는 것은 아니다.⁹⁾

다음으로 ‘식’에 대해 살펴 보자. ‘식’은 <1-가 단계> 교과서에서 ‘덧셈식(p.62)’, ‘뺄셈식(p.67)’의 형태로 등장한다. 교과서에서 ‘식’이 단독으로 쓰이는 용례로는 다음이 있다. 첫째 용례에서의 ‘식’은 정황상 ‘덧셈식’과 ‘뺄셈식’을 의미하고 있으나 둘째 용례에서의 ‘식’은 ‘37·5’와 같은 것을 의미하고 있다.

“보기와 같이 식에 알맞은 이야기를 해 보시오.”(1-가 단계, p.76)

“보기와 같이 식에 알맞은 이야기를 꾸며 보시오.”(1-나 단계, p.86)

각각의 맥락에서 사용되는 ‘식’은 수학적 실재물을 나타내지만, 학생들이 그것을 일상적 실재물(즉, 일정한 전례, 표준 또는 규정)과 잘 연결시킬 것이라고 단언하기 어렵다. ‘식’의 일상적 의미와 수학적 의미 사이에 차이가 있기 때문이다. ‘덧셈식’과 ‘뺄셈식’을 ‘식’과 관련시키지 않은 채 먼저 도입하고, 나중에 ‘식’을 그것들과 관련하여 도입할 수도 있을 것이다.

용어 ‘자리’는 ‘십의 자리’, ‘일의 자리’, ‘한 자리 수’, ‘두 자리 수’, ‘자리값’과 같은 형태로 사용된다. ‘자리’가 독립적으로 “27485의 각 자리의 숫자와 수는 얼마입니까?”(4-가 단계 교과서, p.8)와 같이 사용되기도 한다. 이때의 ‘자리’는 ‘일의 자리’, ‘십의 자리’, ..., ‘만의 자리’를 통칭한 것이다. ‘십의 자리’와 ‘일의 자리’가

<1-나 단계> 교과서에서 정의될 필요가 있다. 이때 ‘자리’를 같이 언급할 수 있을 것이다. ‘자리’를 나름대로 미리 정의함으로써 학생들이 ‘한 자리 수’, ‘두 자리 수’, ... 등과 ‘자리값’에 쉽게 접근할 수 있을 것이다.

‘도형’과 ‘평면’은 C등급에도 속하지 않는다는 점에서 학교수학에서 무정의 용어로서 자격을 갖추지 않았다고 말할 수 있다. 그러나 이 용어들을 정의하는 것이 결코 쉬워 보이지 않는다. ‘어림수’는 4-나 단계 교과서에서(p.88) “주사위 2개를 던져 나온 면에 따라 숫자 카드의 수를 어림수로 나타냅니다.”와 같이 사용되고 있다. 이때 ‘어림수’는 반올림, 올림, 버림의 결과로 얻어진 것이다. ‘어림수’는 일상적으로 사용되는 단어로서 ‘대강 짐작으로 잡은 수’를 의미한다. 그러나 이러한 일상적 실재물과 ‘반올림, 올림, 버림의 결과로 얻어진 수’라는 수학적 실재물 사이에는 괴리가 있다. 이와 같이 일상적 실재물과 수학적 실재물 사이에 적지 않은 의미 차이가 있는 경우, 그 용어를 학교수학에서 무정의 용어로 사용해서는 곤란하다. 학생들이 일상적 의미의 어림수를 잘 알고 있다가 어림수의 일상적 의미로부터 그와 다른 수학적 의미를 포착할 수 있을 것이라고 가정할 실질적 근거가 없는 만큼, ‘어림수’를 정의할 필요가 있다. ‘넓이’는 C등급에도 속하지 않지만, ‘넓이’의 한자어인 ‘면적’은 C등급에 속한다. ‘부피’도 C등급에 속한다. A등급에 속하는 용어의 일상적 의미와 수학적 의미 사이에 별다른 차이가 없다면 그 용어가 무정의 용어의 자격을 갖추었다고 판단할 수 있을 것이나, C등급에 속하는 용어의 경우에는 그와 같이 판단하기 어렵다.

9) <2-가 단계> 교과서에서 ‘자리값’이 사용되는데, 이것을 학생용 용어로 본다면, ‘값’의 사용에 대해서 재론할 필요가 있다. 이때 ‘값’과 관련시키지 않은 채 ‘자리값’을 도입할 수도 있다.

2. 순수 용어의 비판적 검토

초등학교 수학 교과서에서 사용되는 무정의 용어 중에서 순수 용어에 해당하는 것은 아래에 제시한 것과 같다. 순수 용어는 일상 기반 용어와는 다르게, 일상적 실재물을 나타내지 않으며 오직 수학적 실재물을 나타낸다. 그런 만큼, 학생들이 정의가 제시되지 않은 상태에서 일상의 구체적 경험으로부터 그 용어의 의미를 파악할 가능성이 낮다. 따라서 순수 용어는 각 용어 나름대로 적절한 방법으로 정의되는 것이 바람직하다. 그러나 현재의 초등학교 교과서에서는 이 용어들에 대해 어떤 정의도 제공하고 있지 않다.

13자리 수, (어느) 각이 더 크다, 같은 쪽의 각, 검산, 곱셈, 곱셈구구, 끝각, 나눗셈, 네 자리 수, 다섯 자리 수, 단위넓이, 단위분수, 덧셈, 덧셈식, 도형 돌리기, 도형 뒤집기, 도형 옮기기, 도형의 꼭지점, 두 자리 수, 등식, 뛰어세기, 마주 보는 각, 마주 보는 변, 만나서 이루는 각, 묶어세기, 밑넓이, 반대쪽의 각, 반원, 반원의 반지름, 변 사이의 각, 분수 부분, 비율그래프, 뿔셈, 뿔셈식, 사건, 선대칭도형의 대응각, 선대칭도형의 대응변, 선대칭도형의 대응점, 세 자리 수, 세로셈, 소수 두 자리 수, 소수 한 자리 수, 소수 부분, 소수의 덧셈식, 수를 모으다, 수직선, 시간셈, 원 밖, 원 안, 원기둥의 겉넓이, 자리값, 자연수, 자연수가 있는 소수, 자연수 부분, 점대칭도형의 대응각, 점대칭도형의 대응변, 점대칭도형의 대응점, 중간점, 짝수, 크기가 같은 분수, 평면도형, 한 자리 수, 할푼리, 홀수, 확률

먼저 초등학교 수학에서 그 용어를 사용하는 것 자체가 문제가 되는 경우에 대해 살펴보자. ‘등식’의 경우, <5-나 단계> 교과서에서 “ $24 \times 128 = 3072$ 입니다. 이를 이용하여 다음 등식이 성립하도록 곱에 소수점을 찍어 보시오.”(p.13)라

는 문제 맥락에서 정의 없이 처음 사용되고 있다. ‘등식’은 교육과정에 따르면(p.68) <7-가 단계>에서 사용하게 되어 있다. 따라서 그 이전 단계에서 ‘등식’을 사용하는 것은 교육과정을 준수하는 것이 아니다. 현재의 교육과정을 준수하려면 <7-가 단계>가 되기까지는 ‘등식’을 사용해서는 안 된다. 초등학교에서 ‘등식’을 꼭 사용해야 한다면 교육과정을 개정해야 한다.

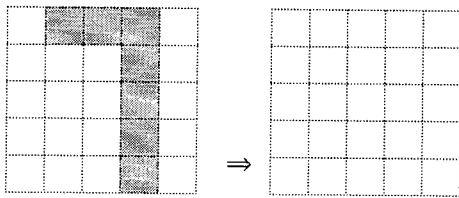
‘확률’은 <6-가 단계> 교과서에서(p.97) “진수 네 가족이 어디로 여행을 해야 할지 알아보시오. 자료를 보고, 각 지역의 비율 확률을 알아보시오.”와 같이 정의 없이 처음 사용되고 있다. 이 문제에서는 자료가 주어져 있기 때문에, 그것을 보고 답을 하는 것이 불가능하지는 않다. ‘확률’은 수학에서 만들어진 용어로, 근래에는 TV의 일기예보 등에서 자주 사용되고 있기 때문에 학생들이 이 용어를 잘 알고 있을 것으로 생각할 수도 있다. 그러나 교육과정에 따르면(p.65) ‘확률’은 <6-나 단계>에서 사용하게 되어 있다. 따라서 그 이전 단계에서 ‘확률’을 사용하는 것은 교육과정을 준수하는 것이 아니다. 현재의 교육과정을 준수하려면 <6-나 단계>가 되기까지는 ‘확률’을 사용해서는 안 된다.

‘사건’은 <6-나 단계> 교과서에서, “모든 경우의 수에 대한 어떤 사건이 일어날 경우의 수의 비율을 확률이라고 합니다.”와 같이 ‘확률’을 정의하는 맥락에서 정의 없이 처음 사용되고 있다. 그러나 그 이후로 초등 수학 교과서에서 ‘사건’이 다시 사용되는 것은 아니다. 이 정의에서 ‘사건’이 오직 일상적 실재물을 나타내는 것으로 생각할 수도 있지만, ‘사건’이 확률 영역에서 이미 잘 정의된 수학 용어로 쓰이고 있는 것을 감안하면, ‘사건’을 이렇게 초등 학교수학에서 무정의 용어로 사용하는 것은 바람직하지 않다. 또한 현재의 교육과정에 따르면(p.74) ‘사건’은 <8-나 단계>에서 사용하게 되

어 있다. 따라서 그 이전 단계에서 '사건'을 사용하는 것은 교육과정을 준수하는 것이 아니다. '사건'은 대개 <8-나 단계> 교과서에서 "실험이나 관찰에 의하여 일어나는 결과를 사건이라고 한다."와 같이 정의된다. 그러므로 <6-나 단계>에서 '사건'을 사용하는 것은 지양해야 한다.

'비율그래프'의 경우, 교과서에서 단원명에서만 사용되고 있다. 교과서에서 '비율그래프'는 '띠그래프'와 '원그래프'를 동시에 나타내는 용어이지만, 학생들이 띠그래프와 원그래프가 비율그래프라는 것을 학습하는 것은 아니다. 즉, '비율그래프'를 사용해야 할 이유가 없다. 교과서의 단원명을 '띠그래프와 원그래프'로 하된다. 더욱이 교육과정에서도(p.62) 이 용어를 <6-가 단계>에서 사용해야 하는 용어로 제시하지 않고 있다.

<3-가 단계> 교과서에서는 '도형의 꼭지점(p.66)'이 정의 없이 처음 사용되고 있다. '도형의 꼭지점'은 다음과 같은 도형을 옆으로 뒤집었을 때 생기는 도형을 알아보는 활동 맥락에서 "연필로 도형의 꼭지점을 찍어 흔적을 남기시오."와 같이 사용되고 있다.



학생들이 이 장면 이전에 꼭지점과 관련해서 배운 것은 '삼각형의 꼭지점', '사각형의 꼭지점', '각의 꼭지점'의 세 가지이다. 즉, '꼭지점'

을 '삼각형', '사각형', '각'의 세 맥락에서만 사용할 수 있다는 것을 학습했을 뿐이며, 일반적으로 '도형'의 맥락에서 '꼭지점'을 사용할 수 있다는 것을 학습한 적이 없다. 특히 이 그림과 같이 오목한 도형을 앞에서 도형으로 취급한 적이 없다. 따라서 이 장면에서 '도형의 꼭지점'을 사용하는 것은 옳지 않다.

'세로셈'이나 '시간셈'은 초등학교수학에서만 사용된다. 그런데 교과서에서 '세로셈'의 짝이 될 수 있는 '가로셈'을 사용하는 용례를 찾을 수 없다. 또, '시간셈'과 유사한 '길이셈', '넓이셈', '무게셈' 등의 용례도 찾을 수 없다. 따라서 일관성과 형평성을 고려하여 '세로셈', '시간셈'을 사용하지 말아야 한다. 사실상 이러한 두 용어의 사용이 불가피한 것도 아니다.

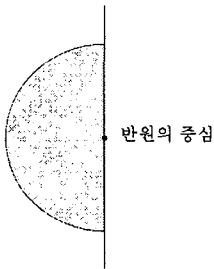
다음으로, 학교수학에서 무정의 용어의 자격을 어느 정도 갖춘 것으로 보이는, 원래의 용어를 쉽게 풀어 쓴 용어들에 대해 살펴 보자. 이 용어들은 그 자체로 정의의 역할을 어느 정도 하고 있으므로 학교수학에서 무정의 용어의 자격을 어느 정도 갖춘 것으로 볼 수 있다. 이러한 용어에 해당하는 것은 다음과 같다.¹⁰⁾ ()은 원래의 용어이다.

같은 쪽의 각(동위각), 도형 돌리기(도형의 회전), 도형 뒤집기(도형의 반사), 도형 옮기기(도형의 평행이동), 마주 보는 각(대각), 마주 보는 변(대변), 만나서 이루는 각(교각), 반대쪽의 각(엇각), 변 사이의 각(끼인각), 자연수가 있는 소수(대소수), 중간점(중점), 크기가 같은 분수(동치분수)

이외에 '끝각', '원 밖', '원 안'과 같은 용어도 나름대로 초등학교수학에서 무정의 용어의 자격을 갖추었다고 볼 수 있다. 이 용어들은

10) 단, 여기서 '각', '변', '소수', '분수'는 미리 정의된 것임을 가정한다. 이 기본 용어들이 정의되지 않았다면 '크기가 같은 분수'와 같은 용어들 또한 정의되지 않은 것이다. '자연수'의 경우도 미리 정의되어야 하는 것이지만, 현재 초등학교수학에서 자연수는 무정의 용어의 상태로 있다.

스스로 시각적 이미지를 드러내며, 그것과 수학적 실재물 사이에 괴리가 거의 없는 것으로 보인다. ‘반원’과 ‘반원의 반지름’은 <6-나 단계> 교과서에서(p.33) 정의 없이 처음 사용되고 있다. 이때 다음과 같은 그림과 함께¹¹⁾ “반원의 지름을 회전축으로 하여 1회전 한 회전체를 구라고 합니다. 이때 반원의 중심은 구의 중심이 되고, 반원의 반지름은 구의 반지름이 됩니다.”와 같이 사용되고 있다. 학생들이 이미 ‘원’을 알고 있으므로, 학생들이 ‘원의 반’ 또는 ‘반으로 나누어진 원’이라는 의미로서의 ‘반원’을 학생들이 잘 포착할 수 있을 것이라고 가정할 수 있다.¹²⁾



‘뛰어세기’, ‘뭉어세기’의 경우도 나름대로 동작 이미지를 드러내고, 그것과 수학적 실재물 사이에 괴리가 없는 것으로 보인다는 점에서 무정의 용어로서의 자격을 갖추고 있다고 볼 수 있다. 초등학교 교과서에서 ‘덧셈’, ‘뺄셈’, ‘곱셈’, ‘나눗셈’을 정의하지는 않으나, 정황상 ‘덧셈’, ‘뺄셈’, ‘곱셈’, ‘나눗셈’이 무엇을 의미하는지 알 수 있으므로, 이들 역시 나름대로 학교수학에서 무정의 용어의 자격을 갖추었

다고 할 수 있다.

이들을 제외한 용어들은 모두 정의¹³⁾되어야 하는 용어로 보인다. 먼저 일관성 면에서 볼 때, ‘곱셈식’과 ‘나눗셈식’이 정의되어 있다는 점에서 ‘덧셈식’과 ‘뺄셈식’도 정의될 필요가 있다. ‘수를 가르다’가 예를 사용하여 나름대로 정의되어 있다는 점에서 ‘수를 모으다’도 예를 사용하여 나름대로 정의될 필요가 있다. ‘단위 길이’가 정의되어 있다는 점에서 ‘단위 넓이’도 정의될 필요가 있다. ‘입체도형’이 정의되어 있다는 점에서 ‘평면도형’도 정의될 필요가 있다.

용어가 사용되는 맥락의 변화도 고려할 필요가 있다. 초등학교 수학 교과서를 보면, 자연수 맥락에서 사용되는 용어가 소수와 분수 맥락에서도 사용되는 경우가 있다. 이런 경우에는 용어를 다시 정의할 필요가 있다. 이런 경우, 같은 용어를 그대로 사용하는 것도 한 방법이고, 용어 자체가 새로운 맥락을 포함하게 하는 것도 한 방법이다.

예를 들면, 교과서에서는 ‘덧셈식’과 함께 ‘소수의 덧셈식’이 사용되고 있다. 이렇게 보면, 비록 교과서에서 용례를 찾을 수는 없지만, ‘분수의 덧셈식’도 가능하다. 그러나 이렇게 ‘덧셈식’, ‘소수의 덧셈식’, ‘분수의 덧셈식’이라고 따로따로 말하기보다는 ‘덧셈식’을 자연수, 소수, 분수의 모든 맥락에서 사용할 수 있는 용어로 정의하는 것이 바람직하다. 그러나 ‘한 자리 수’는 오히려 그렇게 하지 않는 것이 바람직하다. ‘한 자리 수’와 ‘소수 한 자리 수’를 구별하는 것이 정당하다.

11) 이 그림이 ‘반원’을 정의하기 위한 것은 아니지만, 나름대로 ‘반원’의 정체를 짐작할 수 있게 해 준다. 이 그림에 의하면, 색칠된 부분이 ‘반원’에 해당하는 것으로 보인다. 수학적으로는 ‘원’이 그 내부를 포함하지 않는다는 점에서, ‘반원’ 역시 그 내부를 포함하지 않는다고 해야 하나, 초등학교수학에서는 원이 경계만 의미하는지 내부까지 포함하는지의 문제를 드러내어 취급하지 않는다. 이에 대해서는 박교식과 임재훈(2004)의 논의를 참고할 수 있다.

12) 그러나 ‘반원의 지름’, ‘반원의 중심’, ‘반원의 반지름’은 정의할 필요가 있다.

13) 여기서 정의에는 예시적 정의 등 다양한 유형의 정의가 포함될 수 있다.

<5-나 단계> 교과서에서는(p.41) “합동인 두 도형을 완전히 포개었을 때, 겹쳐지는 꼭지점을 대응점, 겹쳐지는 변을 대응변, 겹쳐지는 각을 대응각이라고 합니다.”와 같이 ‘합동인 두 도형의 맥락’에서 ‘대응점’, ‘대응변’, ‘대응각’을 정의하고 있다. 그런데 <5-나 단계> 교과서에서는(p.72, p.82)에서 각각 “선대칭도형의 대응점, 대응변, 대응각을 알아보시오.”, “점대칭도형의 대응점, 대응변, 대응각을 알아보시오.”와 같이 선대칭도형과 점대칭도형의 맥락에서 ‘대응점’, ‘대응변’, ‘대응각’을 사용하고 있다. 그러나 이렇게 사용할 수 있기 위해서는 선대칭도형과 점대칭도형의 맥락에서도 각각 ‘대응점’, ‘대응변’, ‘대응각’을 정의하여야 한다. 선대칭도형과 점대칭도형의 맥락은 모두 합동인 두 도형의 맥락이 아니기 때문이다.¹⁴⁾

<6-가 단계> 교과서에서는(p.68) “직육면체의 여섯 면의 넓이의 합을 직육면체의 겹넓이라고 합니다.”와 같이 ‘겹넓이’를 ‘직육면체의 맥락’에서 정의하고 있다. ‘겹넓이’를 이렇게 특정한 맥락에서 정의한다면, ‘원기둥의 겹넓이’도 정의하여야 한다. ‘겹넓이’는 일반적인 입체도형의 맥락에서 다시 정의될 필요가 있다.

일상적으로 사용되는 단어가 아니라 수학에서 만들어진 용어로서, 학생들이 그 의미를 잘 알고 있다고 가정할 실질적인 근거가 없는 용어들은 정의될 필요가 있다. 예를 들어, ‘자연수’는 <4-가 단계> 교과서에서(p.99), 다음과 같이 대분수를 가분수로 고치는 맥락에서 처음 도입되고 있다.

$$2\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{9}{4}, \quad 3\frac{5}{8} \Rightarrow \frac{29}{8}$$

이때 “자연수는 어떻게 되었습니까?”라는 질문에서 ‘자연수’를 정의 없이 처음 사용하고

있다. 이 장면 이후로 교과서에서 ‘자연수’가 여러 번 사용되지만, 교육과정상의 어느 단계에서도 정의되지 않고 있다. 교과서에서는 학생들이 이 용어를 잘 알고 있는 것으로 가정하고 있으나, ‘자연수’는 일상적으로 사용되는 단어가 아니며, 수학에서 만들어진 용어이다. 학생들이 ‘자연수’를 잘 알고 있다고 가정할 수 있는 실질적 근거가 없는 만큼, ‘자연수’를 초등학교생들이 받아들일 수 있는 형식으로 정의하는 것이 필요하다.

‘단위분수’는 <5-가 단계> 교과서에서(p.119) 정의 없이 처음 사용된다. 사실 ‘단위분수’는 교육과정상의 어느 단계에서도 정의되지 않은 채 사용되고 있다. <5-가 단계> 교과서에서 이 용어는 “단위분수의 곱셈을 알아봅시다.”, “단위분수와 단위분수의 곱을 구하는 방법을 말하여 보시오.”(p.120)와 같은 맥락에서 사용되고 있다. 이때 교과서에 제시된 분수가 모두

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$$

과 같은 분수이므로, 학생들이 ‘단위분수’의 정체를 나름대로 짐작할 수 있을지도 모른다. 그러나 교과서가 학생들이 스스로 ‘단위분수’의 정체를 짐작하게 하는 것을 의도하고 있다고 보기는 어렵다. 또, 학생들이 그러한 짐작을 할 수 있다고 하더라도, 짐작을 넘어 확신할 수 있다고 보기 어렵다. 교과서에서는 학생들이 ‘단위분수’를 잘 알고 있는 것으로 가정하고 있으나, ‘단위분수’는 일상적으로 사용되는 단어가 아니며, 수학에서 만들어진 용어이다. 학생들이 ‘단위분수’를 잘 알고 있다고 가정할 수 있는 실질적 근거가 없는 만큼, ‘단위분수’를 초등학교생들이 받아들일 수 있는 형식으로 정의하는 것이 필요하다.

14) 이에 비해 ‘선대칭도형의 위치에 있는 도형’과 ‘점대칭도형의 위치에 있는 도형’은 합동인 두 도형의 맥락이기에 ‘대응점’, ‘대응변’, ‘대응각’을 사용하는 것이 가능하다.

<2-가 단계> 교과서의 ‘자리값’¹⁵⁾, <2-나 단계> 교과서의 ‘곱셈구구’¹⁶⁾, <3-나 단계> 교과서의 ‘검산’¹⁷⁾, <4-나 단계> 교과서의 ‘수직선’¹⁸⁾, <5-가 단계> 교과서의 ‘홀수’와 ‘짝수’¹⁹⁾, <6-나 단계> 교과서의 ‘밀넓이’²⁰⁾와 같은 용어도 교과서에서 정의 없이 사용되고 있다. 그러나 이 용어들 역시 일상적으로 사용되는 단어가 아니라 수학에서 만들어진 용어로서, 학생들이 그 의미를 잘 알고 있다고 가정할 수 있는 실질적 근거가 없는 만큼, 정의할 필요가 있다.

‘할푼리’는 <6-가 단계> 교과서(p.93)에서 “비율을 할푼리로 나타내어 보시오.”와 같이 정의 없이 처음 사용되고 있다. 이것은, 예를 들면, 0.625를 6할 2푼 5리와 같이 나타내는 것을 의미한다. 이것은 “비율을 할, 푼, 리를 사용하여 나타내어 보시오.”와 같이 해야 할 것을 그렇게 나타낸 것이다. ‘할푼리’가 올바른 용어로 보이지는 않지만, 그래도 사용하여야 한다면, 나름대로 정의할 필요가 있는 것으로 보인다.

‘(어느) 각이 더 크다’는 <4-가 단계> 교과서(p.41)에서 “어느 각이 더 큼니까?”와 같이 정의 없이 처음 사용되고 있다. 학생들이 각의 크기를 알아보는 맥락에서 이 용어가 사용되고 있으나, 이때 각도를 기준으로 각의 크기를 판단하는 것은 아니며, 단지 각의 두 변이 벌어진

정도나 정도를 보고 비교하여 판단하는 것이다. 두 변이 벌어진 정도를 비교하여, 그것이 큰 것이 더 큰 각이라는 것을 나름대로 정의할 필요가 있다. 또, ‘(어느) 각이 더 크다’를 사용할 수 있다면, ‘(어느) 각이 더 작다’와 ‘두 각이 같다’도 사용할 수 있다.

<1-나 단계> 교과서에서는(p.19) “나온 수로 두 자리 수를 만듭니다.”와 같이 ‘두 자리 수’가 ‘한 자리 수’보다도 먼저 정의 없이 처음 사용되고 있다. 이 용어를 사용하기에 앞서 미리 ‘자리’를 정의할 필요가 있다. 그러한 정의를 바탕으로 ‘한 자리 수’, ‘두 자리 수’, …를 일관성 있게 정의하는 것이 바람직하다. 또, 이 정의를 바탕으로 ‘소수 한 자리 수’, ‘소수 두 자리 수’ …도 일관성 있게 정의할 수 있다.

‘분수 부분’은 4-나 단계 교과서에서 대부분과 관련하여 다음과 같이 정의 없이 처음 사용되고 있다. 또, ‘자연수가 있는 소수’의 맥락에서 다음과 같이 ‘자연수 부분’과 ‘소수 부분’을 정의 없이 처음 사용하고 있다.

“(활동 2) $4\frac{1}{6} - 1\frac{3}{6}$ 을 어떻게 계산하는지 알아보시오. 분수 부분 $\frac{1}{6}$ 에서 $\frac{3}{6}$ 을 지울 수 있습니까?”(p.15)

“각 수를 자연수 부분과 소수 부분으로 나누어 보시오.”(p.38)

-
- 15) ‘자리값’은 <2-가 단계> 교과서에서(p.12) 정의 없이 처음 사용되고 있다. 이때 단지 소주제명으로 ‘자리값 알아보기’의 형태로만 사용되고 있고, 본문에서는 다시 언급되고 있지 않다. <3-가 단계> 교과서(p.12)와 <4-가 단계> 교과서에서도(p.8) 마찬가지이다.
 - 16) ‘곱셈구구’는 <2-나 단계> 교과서에서(p.5) 정의 없이 처음 사용된다. ‘2의 단 곱셈구구’, ‘5의 단 곱셈구구’, … 등과 같이 사용되고 있다.
 - 17) ‘검산’은 <3-나 단계> 교과서에서(p.62) “나눗셈이 맞았는지 검산하여 봅시다.”와 같이 정의 없이 처음 사용되고 있다.
 - 18) ‘수직선’은 <4-나 단계> 교과서(p.27)에서 “수직선 위에 0.2를 표시하십시오.”와 같이 정의 없이 처음 사용되고 있다.
 - 19) ‘홀수’와 ‘짝수’는 <5-가 단계> 교과서에서(p.11) “바둑돌을 가지고 홀짝놀이를 하면서, 홀수와 짝수에 대하여 알아보시오.”와 같이 정의 없이 처음 사용되고 있다.
 - 20) ‘밀넓이’는 <6-나 단계> 교과서에서(p.74) “직육면체의 부피를 구하는 방법을 알아보시오. 밀넓이는 몇 cm 입니까?”와 같이 정의 없이 처음 사용되고 있다.

이렇게 보면 대분수에서도 ‘자연수 부분’과 ‘분수 부분’을 생각할 수 있다. 그러나 교과서에서 대분수의 맥락에서 ‘자연수 부분’을 사용하고 있지는 않다. 대한수학회의 《수학용어집》에는 ‘분수부분’과 ‘소수부분’이 등재되어 있다. ‘정수부분’도 등재되어 있다.²¹⁾ 초등학교 수학에서는 ‘정수’를 취급하지 않으므로 ‘자연수 부분’이라고 한 것이다. 이렇게 보면, 대분수의 맥락에서 ‘자연수 부분’과 ‘분수 부분’, 그리고 ‘자연수가 있는 소수’ 맥락에서 ‘자연수 부분’과 ‘소수 부분’을 학생들의 수준에 맞도록 예를 사용하여 정의하는 것을 생각해 볼 수 있다.

V. 결 론

이 연구에서는 초등학교 수학 교과서에서 정의 없이 사용되는 용어를 확인하고, 그것을 비판적으로 검토하였다. 흔히 ‘점’, ‘선’ 정도를 제외한 대부분의 학교수학 용어는 잘 정의되어 사용되는 것으로 믿어지지만, 초등학교 수학 교과서에서는 ‘점’, ‘선’ 이외에도 적지 않은 수의 용어가 정의 없이 사용되고 있다. 이 연구에서는 먼저 어떤 표현이 수학적인 실재물을 나타내면 그것을 용어로 간주한다는 기준 아래, 초등학교 수학 교과서에서 사용되는 무정의 용어를 확인하고, 그들을 일상 기반 용어와 순수 용어로 구분하였다. 다음으로 그 용어들이 각각 무정의 용어로서 자격을 갖추고 있는가를 비판적으로 검토하였다. 이러한 비판적 검토의 결과가 시사하는 점을 제시하면 다음과 같다.

첫째, 교과서에서는 교육과정에 제시된 용어를 단계에 맞도록 사용하여야 한다. 예를 들어,

‘등식’, ‘확률’, ‘사건’은 교육과정에 제시된 단계에 앞서, 교과서에서 나름대로 정의되지 않은 채 사용되고 있다. 그러나 이 용어들이 교육과정을 준수하지 않은 채 사용해야 할 정도로 불가피한 것은 아니다. ‘확률’, ‘사건’의 용례는 단지 한 건씩이다. 따라서 이런 경우는 교과서를 수정하는 것으로 쉽게 해결될 수 있을 것이다. 이에 비해 ‘등식’은, 교육과정에 의하면, <7-가 단계>에서 사용하도록 되어 있으나, 실제로는 <5-나 단계>, <6-가 단계>, <6-나 단계> 교과서에서 두루 사용되고 있다. ‘시간셈’, ‘세로셈’, ‘비율그래프’ 등과 같이 불가피하지도 않고, 교육과정에 제시되지 않은 용어를 무정의 용어로 사용하는 것은 지양해야 한다.

둘째, 일상 기반 용어라 하더라도, 그 용어가 나타내는 일상적 실재물과 수학적 실재물 사이의 괴리가 있는 경우에는 그 용어를 정의하여야 한다. 예를 들면, ‘값’, ‘도형’, ‘식’, ‘어림수’, ‘자리’, ‘평면’은 나름대로 정의되어야 한다.

셋째, 학교수학에서 무정의 용어의 사용에 있어, 일관성과 형평성을 고려해야 한다. 예를 들면, 초등학교 수학 교과서에서 ‘곱셈식’과 ‘나눗셈식’은 정의되어 있으나, ‘덧셈식’과 ‘뺄셈식’은 그렇지 않다. ‘단위길이’는 정의되어 있으나 ‘단위넓이’는 그렇지 않다. ‘입체도형’은 정의되어 있으나 ‘평면도형’은 그렇지 않다. ‘직육면체의 겉넓이’는 정의되어 있으나, ‘원기둥의 겉넓이’는 그렇지 않다. ‘수를 가르다’는 나름대로 정의되어 있으나, ‘수를 모으다’는 그렇지 않다. 정의의 일관성과 형평성을 유지하기 위해서는 ‘덧셈식’, ‘뺄셈식’, ‘단위넓이’, ‘평면도형’, ‘원기둥의 겉넓이’, ‘수를 모으다’를 정의하여야 한다.

넷째, 용어가 사용되는 맥락이 바뀌거나 확

21) 대한수학회의 《수학용어집》에는 ‘분수부분’, ‘소수부분’을 붙여 쓰고 있다.

장되는 경우에는 그 용어를 새롭게 정의하여야 한다. 예를 들면, ‘대응점’, ‘대응변’, ‘대응각’은 본래 ‘합동인 두 도형의 맥락’에서 정의된다. 그런데 선대칭도형과 점대칭도형의 맥락에서 사실상 ‘합동인 두 도형의 맥락’과는 무관하게 ‘대응점’, ‘대응변’, ‘대응각’을 정의 없이 사용하고 있다. 또, ‘소수 한 자리 수’ 등과 ‘소수의 덧셈식’도, 맥락이 자연수에서 소수로 확장되었으나, 정의 없이 사용하고 있다. ‘덧셈식’ 등은 자연수, 소수, 분수의 모든 맥락에서, ‘겉넓이’는 모든 입체도형의 맥락에서, ‘밑넓이’는 밑면을 가지는 모든 입체도형의 맥락에서 사용할 수 있는 용어임을 나름대로 다시 정의하여야 한다.

다섯째, 학생들이 잘 알고 있다고 볼 근거가 없는 순수 용어의 경우에는 그 용어를 정의하여야 한다. 예를 들면, 학생들이 ‘단위분수’, ‘밑넓이’, ‘수직선’, ‘자리값’, ‘자연수’, ‘짝수’, ‘할분리’, ‘홀수’를 잘 알고 있다고 간주할 근거가 없으므로, 이들은 정의되어야 한다.

참고문헌

- 교육부(1997). **수학과교육과정**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(2004). **수학 1-가**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(2004). **수학 1-나**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(2004). **수학 2-가**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(2004). **수학 2-나**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(2004). **수학 3-가**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(2004). **수학 3-나**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(2004). **수학 4-가**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(2004). **수학 4-나**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(2004). **수학 5-가**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(2004). **수학 5-나**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(2004). **수학 6-가**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(2004). **수학 6-나**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 김연식·박교식(1994). 우리나라의 학교수학 용어의 재검토. **대한수학교육학회논문집**, 4(2), 1-10.
- 대한수학회(2001). **수학용어집(증보판)**. 서울: 청문각.
- 박경미·임재훈(1998). 학교수학 기하 용어의 의미론적 탐색: 기하 용어의 역사적 변천 및 국제 비교를 중심으로. **대한수학교육학회논문집**, 8(2), 565-586.
- 박교식(1995). 우리나라의 학교수학 용어에 대한 의미론적 탐색. **대한수학교육학회논문집**, 5(1), 231-242.
- 박교식(2001). **수학용어 다시보기(초·중·고교)**. 서울: 수학사랑.
- 박교식(2003a). 고등학교 수학 용어에 대한 의미론적 탐색: 한자 용어를 중심으로. **수학교육학연구** 13(3), 227-246.
- 박교식(2003b). **수학용어 다시보기(고등학교)**. 서울: 수학사랑.
- 박교식·임재훈(2004). 다각형, 다면체, 면에 대한 교수학적 분석. **수학교육학연구**, 14(1), 19-37.

조남호(2003). 한국어 학습용 어휘 선정 결과 보고서. 서울: 국립국어연구원.
한대회(1998). 미분법 단원에서 용어의 문제. 대한수학교육학회논문집, 8(2), 495-507.

Greenberg, M. J. (1990). Euclid 기하학과 비 Euclid 기하학. (이우영, 역). 서울: 경문사. (영어 원작은 1974년 출판)
표준국어대사전(인터넷판) <http://korean.go.kr>

A Critical Examination of Undefined Mathematical Terms Used in Elementary School Mathematics Textbooks of Korea

Park, Kyosik (Gyeongin National University of Education)

Yim, Jaehoon (Gyeongin National University of Education)

There are not a few mathematical terms used as the undefined terms in school mathematics. The purpose of this study is to investigate critically the undefined mathematical terms in elementary school mathematics textbooks of Korea.

As the result, the following suggestions are proposed. Firstly, It is not proper to use the terms which mathematics curriculum does not allow to use in elementary school math as the undefined terms in elementary school mathematics textbooks. Secondly, everyday-based undefined terms must be

defined in elementary school mathematics textbook if their mathematical meanings are different from their everyday-based meanings. Thirdly, we need to consider the consistency when we use the undefined terms in elementary school mathematics. Fourthly, undefined terms should be define newly when the contexts in which they are used are changed or expanded. Finally, in elementary school mathematics textbooks, it is needed to define some purely mathematical undefined terms that there is no evidence which shows students grasp well their meaning.

* **Key words** : undefined terms(무정의 용어), everyday-based mathematical terms(일상 기반 수학 용어), purely mathematical terms(순수 수학 용어), analysis of textbooks(교과서 분석), mathematical terms(수학 용어), mental image(심상)

논문접수 : 2005. 4. 9.

심사완료 : 2005. 4. 30.