

# 폐체인 구조 로봇 머니플레이터의 슬라이딩모드 제어

최형식\*, 김무경#, 백창열\*\*, 황이철\*\*\*

## A Sliding Mode Control for a Robot Manipulator with closed-chain Structure

Hyeung Sik Choi\*, Moo Kyung Kim#, Chagny Yul Back\*\*, I Chul Hwang\*\*\*

### ABSTRACT

Conventional robot manipulators actuated by motors with the speed reducer such as the harmonic drive have weakness in the load capacity, since the speed reducer does not have enough strength. To improve this, a new type of robot actuator based on the four-bar-link mechanism driven by the ball screw was constructed. Also, a new type of revolute robot manipulator composed of the developed actuators was developed. But, modelling errors occur due to the off-set from the nominal model since the exact modeling of the complex inertia variation of the four-bar-link actuator is very difficult. To control the proposed robot along the prescribed trajectory, a sliding mode control algorithm was applied with compensation function for the modeling errors. To show performance of the proposed controller, a computer simulation was performed, and its results was presented.

**Key Words** : Four-bar-link Actuator (사절링크 구동기), Robot Manipulator (로봇 머니플레이터), Sliding Mode Control (슬라이드모드 제어), Closed-Chain (폐체인)

### 1. 서론

생산 공정에 적용되는 로봇 머니플레이터(이후부터 로봇으로 표현)의 형태는 크게 저 부하, 단순 반복 작업인 조립작업에 적합한 스칼라 로봇 및 직교 로봇과 제품의 형상이 복잡하고 작업영역이 커질 경우 사용되는 다관절 로봇으로 분류된다<sup>1</sup>. 그런데, 이들 스칼라 및 다관절 로봇의 구조적 공통점은 직렬로 연결된 연쇄적인 링크 구조이다<sup>2</sup>. 연쇄적인 구조의 단점은 상단 링크의 중량이 하단 링크의 관절에 거리에 비례하여 부과되는 것이다. 고 부하가 요구되는 작업을 하기 위해서는

스칼라 및 다관절 로봇들의 모터와 감속기의 용량이 커야하는데 이에 따라서 이들의 부피와 중량이 커질 수밖에 없다. 하지만 상단 관절 링크에 부착된 모터와 감속기의 중량은 하부 관절 링크를 구동하는 모터의 부하가 되는 구조로 상단 관절 구동 모터의 용량이 커질수록 하단 관절의 부하가 증가하는 구조적 단점을 갖는다<sup>4</sup>. 이러한 단점을 해결하기 위해서는 부피와 중량에 비해 상대적으로 고 토크를 낼 수 있는 관절구동기가 요구된다.

접수일: 2004년 8월 4일; 게재승인일: 2005년 4월 15일

\* 한국해양대학교 기계정보공학부

# 교신저자 : 한국해양대학교 기계공학과

E-mail hchoi@hhu.ac.kr Tel. (051) 410-4297

\*\* 한국해양대학교 기계공학과

\*\*\* 동의대학교 메카트로닉스공학과

로봇에 적용되는 모터는 토크 증가를 위해 하모닉 드라이버나 Teijin Seiki 사의 제품인 RV 감속기와 같은 고기어비를 갖는 감속기를 적용하고 있으나 이들의 일정비율 이상의 토크 성능 증가는 불가능하다. 또한, 이 감속기들은 기어로 인한 백래쉬로 로봇 관절들의 위치오차를 발생시키고 이는 로봇의 연쇄적인 구조로 말단부의 누적된 오차를 야기하는 단점도 있다.

이러한 문제를 해결하기 위하여 연쇄적 구조 로봇의 강성을 더욱 높이는 병렬구조로 Stewart Platform<sup>5</sup>이 제안되었고, 이를 로봇에 적용한 연구가 Minsky<sup>6</sup>, Hunt<sup>7</sup>, Mohamed<sup>8</sup> 등에 의해 수행되었다. 하지만 병렬형 로봇은 강성은 매우 높으나 기구메커니즘의 해석이 매우 복잡하고 작업 환경이 작아 현실적인 적용이 어렵다.

본 논문에서는 산업용 로봇의 연쇄적인 구조로 인한 문제점을 보완할 수 있는 새로운 폐쇄인 다관절 로봇의 구조 및 역학적 해석을 수행하고 이의 경로추적제어에 대한 연구를 수행하였다. 폐쇄인 구조의 로봇에 적용하는 사절 링크 구조의 관절 구동기는 고 토크를 구현할 수 있고 병렬로봇에 비하여 훨씬 넓은 작업공간을 갖는 장점이 있다. 반면 연쇄 구조의 관절 구동기에 비하여 구조가 복잡하여 동작 시에 사절링크 관절 구동기의 불나사 변위로 인하여 로봇 링크의 무게변화와 관성모멘트와 같은 파라미터의 변환이 발생하여 제어가 상대적으로 어려운 점이 있다. 본 논문에서는 이로 인한 모델링 오차를 보상하며 원하는 경로를 추종할 수 있도록 강인 제어기의 일종인 슬라이딩모드 제어기를 적용하고 그 성능을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 검증하였다.

## 2. 회전관절 공간의 로봇 동역학식

본 논문에서는 Fig.1 과 같은 사절링크를 이용한 새로운 폐쇄인 구조의 다관절 로봇을 제안하였다. 로봇의 전체적인 구조는 Fig. 1.1과 같이 4축으로 구성된다. 기저 축은 수평 회전운동을 하도록 구성되고 나머지 관절들은 상하방향으로 회전운동을 하는 다관절 형태이다. 일반적인 산업용 다관절 로봇은 회전축에 하모닉 드라이버나 RV와 같은 감속기를 채용한다. 하지만 하모닉 드라이버는 기구적으로 강성이 약해서 머니플레이터의 상단 부에만 사용하고, RV는 기어를 대체한 고강성의 볼베어링

을 이용하여 강성은 상대적으로 높으나 부피가 크고 중량이 무거워 주로 하단 부에만 채용한다.

이러한 문제를 해결하기 위해 불나사 채용의 사절 링크기구로 구성된 고 강성을 갖는 새로운 형태의 구동기를 제안하고 이를 다관절 형태의 로봇에 적용하였다. 구동기의 동작은 구동모터가 직결된 불나사의 직선운동으로 사절 링크기구를 동작시켜 로봇의 어깨, 팔꿈치 및 팔목의 관절에 해당되는 사절링크의 회전관절을 구동한다. 따라서 직선관절 공간에서 로봇의 동역학식을 유도하기 위하여 관절 구동기인 사절링크 기구에서 회전관절과 직선관절의 관계 운동방정식을 유도하여 회전관절 공간에서의 로봇 동역학식을 직선관절 공간에서의 동역학식으로 변환한다.

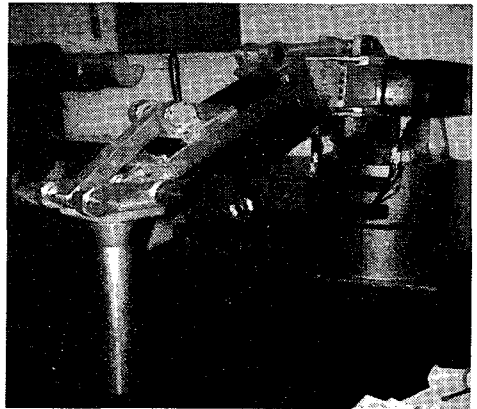


Fig. 1 Appearance of the manipulator

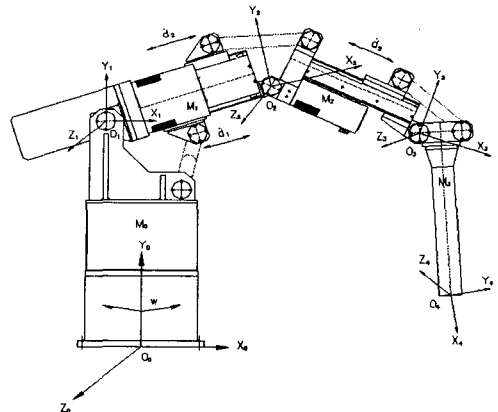


Fig. 1.1 Structure of the developed robot

제안된 다관절 로봇에 대한 회전관절 공간의 동역학식은 일반적인 산업용 로봇의 동역학식의 구성과 유사하다. 이는 Euler-Lagrange 방정식을 사용하여 다음과 같이 표현할 수 있다

$$\sum_j d_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i,j} c_{ijk}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j + h_k(q) = \tau_k \quad (1)$$

여기서  $q$ 는 관절각을 나타내며  $k=1, \dots, 4$ 는 각 축을 나타낸다. 식 (1)의 첫 번째 항은 관절가 가속도와 질량이나 관성모멘트  $d_{kj}$ 로 구성되었고, 두 번째 항은 관절각  $q$ 의 1차 미분의 곱으로 구성된 원심력 및 코리올리 항으로 구성되었으며, 세 번째 항은 중력을 포함하는 항이다. 식 (1)을 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + \Phi(q) = \tau \quad (2)$$

여기서 각 항의 차원은  $D(q) \in R^{4 \times 4}$ ,  $C(q, \dot{q}) \in R^{4 \times 4}$ , 및  $\Phi(q) \in R^{4 \times 1}$ 이다. 이들의 구성을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

$$D(q) = \begin{bmatrix} D_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_{22} & D_{23} & D_{24} \\ 0 & D_{32} & D_{33} & D_{34} \\ 0 & D_{42} & D_{43} & D_{44} \end{bmatrix}$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ 0 & C_{32} & C_{33} & C_{34} \\ 0 & C_{42} & C_{43} & C_{44} \end{bmatrix}$$

$$\Phi(q) = [0, h_2, h_3, h_4]^T$$

여기서

$$D_{11} = I_0 + I_1 + I_2 + I_3$$

$$D_{22} = m_2 l_{c2}^2 + m_3 (l_2^2 + l_{c3}^2 + 2l_2 l_{c3} \overline{C_3}) + m_4 (l_2^2 + l_3^2 + l_{c4}^2 + 2l_2 l_3 \overline{C_3} + 2l_3 l_{c4} \overline{C_4} + 2l_2 l_{c4} \overline{C_{34}}) + I_2 + I_3 + I_4$$

$$D_{23} = D_{32} = m_3 (l_{c3}^2 + l_2 l_{c3} \overline{C_3}) + m_4 (l_3^2 + l_{c4}^2 + l_2 l_3 \overline{C_3} + 2l_3 l_{c4} \overline{C_4} + l_2 l_{c4} \overline{C_{34}}) + I_3 + I_4$$

$$D_{24} = D_{42} = m_4 (l_{c4}^2 + l_3 l_{c4} \overline{C_4} + l_2 l_{c4} \overline{C_{34}}) + I_4$$

$$D_{33} = m_3 l_{c3}^2 + m_4 (l_3^2 + l_{c3}^2 + 2l_3 l_{c4} \overline{C_4}) + I_3 + I_4$$

$$D_{34} = D_{43} = m_4 (l_{c4}^2 + l_3 l_{c4} \overline{C_4}) + I_4$$

$D_{44} = m_4 l_{c3}^2 + I_4$ 이고, 각 파라미터는 다음과 같이 정의된다.

$l_2$ : 어깨 좌표축  $O_1$ 에서 팔꿈치 좌표축  $O_2$  까지 길이

$l_{c2}$ : 좌표축  $O_1$ 에서  $l_2$ 의 무게중심까지 거리

$l_3$ : 팔꿈치 좌표축  $O_2$ 에서 손목좌표 축  $O_3$ 까지 길이

$l_{c3}$ : 좌표축  $O_2$ 에서  $l_3$ 의 무게중심까지 거리

$l_4$ : 손목 좌표축  $O_3$ 에서 말단 좌표 축  $O_4$ 까지 길이

$l_{c4}$ : 좌표축  $O_3$ 에서  $l_4$ 의 무게중심까지 거리

$I_i$ : 각 축의 관성모멘트 ( $i = 1, 2, 3, 4$ )

위의 식에서 표현의 간략화를 위해  $i, j = 2, \dots, 4$ 에 대하여  $\overline{C_i} = \cos(q_i)$ 과  $\overline{C_{ij}} = \cos(q_i + q_j)$ 로 표기하였고, 이 후  $\overline{S_i} = \sin(q_i)$ 과  $\overline{S_{ij}} = \sin(q_i + q_j)$ 로 표기되었다.

식 (2)에서 원심력과 코리올리력을 포함하는 행렬  $C(q, \dot{q})$ 의 각 요소를 Christoffel 기호를 이용하여 다음과 같이 표현하였다.

$$C_{11} = \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2,$$

$$C_{22} = C_{232} \dot{q}_3 + C_{242} \dot{q}_4$$

$$C_{23} = C_{322} \dot{q}_2 + C_{332} \dot{q}_3 + C_{342} \dot{q}_4$$

$$C_{24} = C_{422} \dot{q}_2 + C_{432} \dot{q}_3 + C_{442} \dot{q}_4$$

$$C_{32} = C_{223} \dot{q}_2 + C_{243} \dot{q}_4$$

$$C_{33} = C_{343} \dot{q}_4$$

$$C_{34} = C_{423} \dot{q}_2 + C_{433} \dot{q}_3 + C_{443} \dot{q}_4$$

$$C_{42} = C_{224} \dot{q}_2 + C_{234} \dot{q}_3$$

$$C_{43} = C_{324} \dot{q}_2 + C_{334} \dot{q}_3$$

여기서  $i, j = 1..4$ 에 대해  $C_{ij} = 0$ 이며 구성 요소는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 C_{232} = C_{322} = C_{332} &= h_1 = -\frac{m_3 l_2 l_{c3} \overline{S_3}}{m_4 l_2 l_3 \overline{S_3} - m_4 l_2 l_{c4} \overline{S_{34}}} \\
 C_{242} = C_{422} = C_{342} = C_{432} = C_{442} &= h_2 \\
 &= -\frac{m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_4} - m_4 l_2 l_{c4} \overline{S_{34}}}{m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_4} - m_4 l_2 l_{c4} \overline{S_{34}}} \\
 C_{223} &= h_3 \\
 C_{243} = C_{423} = C_{343} = C_{433} = C_{443} &= h_4 \\
 &= -\frac{m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_4}}{m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_4} - m_4 l_2 l_{c4} \overline{S_{34}}} \\
 C_{224} &= h_5 = \frac{m_4 l_2 l_{c4} \overline{S_{34}} + m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_4}}{m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_4} - m_4 l_2 l_{c4} \overline{S_{34}}} \\
 C_{243} = C_{312} = C_{343} = C_{433} = C_{443} &= -\frac{m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_4}}{m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_4} - m_4 l_2 l_{c4} \overline{S_{34}}} \\
 C_{234} = C_{324} &= \frac{m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_4}}{m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_4} - m_4 l_2 l_{c4} \overline{S_{34}}}
 \end{aligned}$$

중력 항 벡터  $\Phi(q)$ 의 구성요소는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 h_1 &= 0 \\
 h_2 &= (m_2 g l_{c2} + m_2 g l_2 + m_3 g l_3) \overline{C_2} \\
 &\quad + (m_3 g l_{c3} + m_4 g l_3) \overline{C_{23}} + m_4 g l_{c4} \overline{C_{234}} \\
 h_3 &= (m_3 g l_{c3} + m_4 g l_3) \overline{C_{23}} + m_4 g l_{c4} \overline{C_{234}} \\
 h_4 &= m_4 g l_{c4} \overline{C_{234}}
 \end{aligned}$$

### 3. 회전관절과 직선관절 간의 관계식

본 논문에서 제안한 로봇의 2, 3 및 4축 관절의 운동은 각각의 관절에 부착된 사절링크의 볼나사 구동에 의해 이루어진다. 로봇의 관절 운동을 위해서 사절 링크의 구동기인 볼나사의 변위를 변화시키므로 관련 링크들의 질량 및 관성 모멘트의 변화가 발생시키지만 로봇의 링크의 질량이나 관성 모멘트에 비해 매우 작으므로 로봇의 동역학에 미치는 영향은 무시할 정도다. 하지만, 기존의 산업용 로봇은 구동모터가 관절에 직결되어 로봇 동역학식이 관절공간에서 표현되었으나 제안한 로봇에는 사절링크 구동기의 볼나사에 엔코더가 부착된 서보모터가 직결되어 있어서 볼나사의 직선운동 공간에서 로봇의 동역학식이 표현되는 것이 바람직하다. 이를 위해 사절링크로 관계되는 로봇의 관절 운동과 직선 운동 간의 관계를 다음과 같이 해석하였다.

### 3.1 어깨의 회전관절과 직선관절 간의 관계식

직선운동을 회전운동으로 변환하는 사절링크를 이용하여 어깨관절의 회전각  $q_1$ 을 구동하는 구조를 Fig. 2에 나타내었다. 여기서  $a_3$ 는 어깨관절과 팔꿈치관절의 연결부이다. 운동 형태는 사절기구에서  $d_1$ 이 직선운동을 하면  $a_1$ 을 제외한 나머지 내부 각들과 함께 어깨관절이 회전하는 구조이다. 볼나사를 구동하여 제어하는 직선 이동거리  $d_1$ 과 회전각  $q_1$ 의 관계는 다음과 같다.

$$p_1 \cos \phi_1 = d_1 \tag{3}$$

양변을 시간에 관해 미분하면 다음의 관계식을 얻는다.

$$\dot{p}_1 \cos \phi_1 - p_1 \sin \phi_1 \dot{\phi}_1 = \dot{d}_1 \tag{4}$$

또한,  $p_1 = (d_1^2 + a_2^2)^{1/2}$ 의 관계식을 이용하여 양변을 시간에 관해 1차 및 2차 미분하면

$$\dot{p}_1 = (d_1^2 + a_2^2)^{1/2} d_1 \dot{d}_1 = p_1 d_1 \dot{d}_1 \tag{5}$$

$$\ddot{p}_1 = (p_1 d_1^2 + p_1) \dot{d}_1^2 + p_1 d_1 \ddot{d}_1 \tag{6}$$

의 식을 구할 수 있다. 궁극적으로 식 (4)을 시간에 관해 1차 및 2차 미분하고 식 (5)과 (6)을 활용하면 회전관절각과 직선관절의 관계식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{q}_1 = \dot{\phi}_1 = R_{11} \dot{d}_1 \tag{7}$$

$$\ddot{q}_1 = \ddot{\phi}_1 = R_{12} \dot{d}_1^2 + R_{13} \ddot{d}_1 \tag{8}$$

여기서  $q_1 = \phi_1$ 이고,

$$R_{11} = (p_1 d_1 \cos \phi_1 - 1) / p_1 \sin \phi_1,$$

$$R_{12} = ((p_1 d_1^2 + p_1) \cos \phi_1 - 2(p_1 d_1 \cos \phi_1 - 1) d_1 - (p_1 d_1 \cos \phi_1 - 1)^2 \cos \phi_1 / p_1 \sin^2 \phi_1) / p_1 \sin \phi_1$$

$$R_{13} = (p_1 d_1 \cos \phi_1 - 1) / p_1 \sin \phi_1 = R_{11}$$

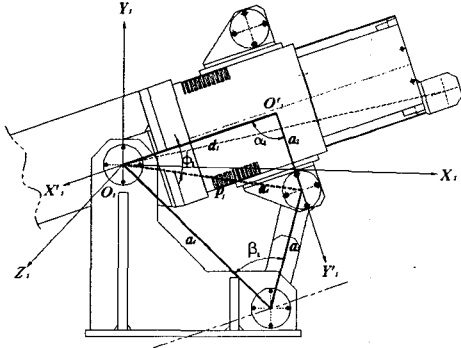


Fig. 2 Four bar link structure for shoulder joint

### 3.2 팔꿈치의 회전관절과 직선관절 간의 관계식

팔목관절 부분에 적용된 사절기구는 Fig. 3에 나타난 바와 같이 어깨관절의 구조와는 좀 다르다. Fig. 3에서 팔꿈치 관절각은  $q_2 = \phi_2 + \gamma_2$ 이며 볼나사 구동의 직선운동 변위는  $d_2$ 이다. 팔목관절의 각을 결정하는  $q_2$ 와 직선운동 변위  $d_2$ 의 관계식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$p_2^2 + b_4^2 - 2p_2 b_4 \cos q_2 = b_3^2 \quad (9)$$

$p_2^2 = b_2^2 + d_2^2$ 에서  $\dot{p}_2 = \dot{d}_2$ 의 관계식을 이용하여 식 (9)을 1차 및 2차 미분하면 회전관절각과 직선관절의 관계식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{q}_2 = \dot{\phi}_2 + \dot{\gamma}_2 = R_{21} \dot{d}_2 \quad (10)$$

$$\ddot{q}_2 = \ddot{\phi}_2 + \ddot{\gamma}_2 = R_{22} \ddot{d}_2^2 + R_{23} \ddot{d}_2 \quad (11)$$

여기서

$$q_2 = \phi_2 + \gamma_2,$$

$$R_{21} = (b_4 \cos \gamma_2 - 1) / p_2 b_4 \sin \gamma_2 + (p_2 d_2 \cos \phi_2 - 1) / p_2 \sin \phi_2,$$

$$R_{22} = -2 - 4(b_4 \cos \gamma_2 - 1) / b_4 - 2(b_4 \cos \gamma_2 - 1) \cos \gamma_2 / (p_2 b_4 \sin^2 \gamma_2) + ((p_2 d_2^2 + p_2) \cos \phi_2 - 2(p_2 d_2 \cos \phi_2 - 1) d_2 - (p_2 d_2 \cos \phi_2 - 1)^2 \cos \phi_2 / p_2 \sin^2 \phi_2) / p_2 \sin \phi_2$$

$$R_{23} = b_4 \cos \gamma_2 - p_2 + (p_2 d_2 \cos \phi_2 - 1) / p_2 \sin \phi_2$$

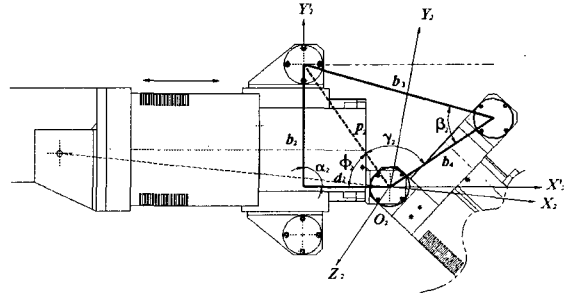


Fig. 3 Four bar link structure for elbow joint

### 3.3 손목의 회전관절과 직선관절 간의 관계식

손목 관절 부분에 적용된 사절기구도 Fig. 4에 나타난 바와 같이 팔목 관절의 구조와 유사하다.  $q_3$ 와  $d_3$ 의 관계식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\dot{q}_3 = \dot{\phi}_3 + \dot{\gamma}_3 = R_{31} \dot{d}_3 \quad (12)$$

$$\ddot{q}_3 = \ddot{\phi}_3 + \ddot{\gamma}_3 = R_{32} \ddot{d}_3^2 + R_{33} \ddot{d}_3 \quad (13)$$

여기서

$$q_3 = \phi_3 + \gamma_3$$

$$R_{31} = (c_4 \cos \gamma_3 - 1) / p_3 b_4 \sin \gamma_3 + (p_3 d_3 \cos \phi_3 - 1) / p_3 \sin \phi_3$$

$$R_{32} = -2 - 4(c_4 \cos \gamma_3 - 1) / c_4$$

$$- 2(c_4 \cos \gamma_3 - 1) \cos \gamma_3 / (p_3 c_4 \sin^2 \gamma_3)$$

$$+ ((p_3 d_3^2 + p_3) \cos \phi_3 - 2(p_3 d_3 \cos \phi_3 - 1) d_3$$

$$- (p_3 d_3 \cos \phi_3 - 1)^2 \cos \phi_3 / p_3 \sin^2 \phi_3) / p_3 \sin \phi_3$$

$$R_{33} = c_4 \cos \gamma_3 - p_3 + (p_3 d_3 \cos \phi_3 - 1) / p_3 \sin \phi_3$$

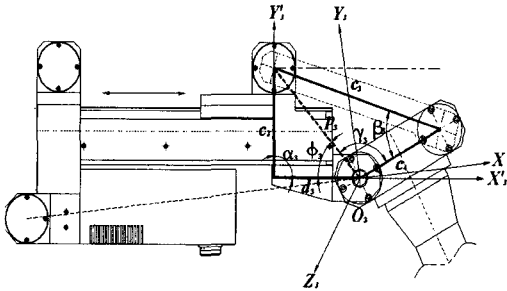


Fig. 4 Four bar link structure for wrist joint

각 관절들의 회전각과 사절기구에 대한 직선운동 변위 사이의 위치, 속도 및 가속도 관계식을 구하였다. 이 관계식들을 이용하여 식 (1)의 각 회전각, 각 속도 및 각 가속도를 사절기구의 직선운동 변위로 표현하면 회전관절 공간으로 표현된 로봇의 동역학 식을 직선운동 관절공간의 동역학 식으로 표현할 수 있다.

### 3.4 직선운동 관절 공간에서의 각 관절의 제어입력

회전관절 공간이 로봇 동역학식이 직선관절 공간에서 표현됨에 따라 회전관절공간의 토크  $\tau$ 도 직선운동 방향의 구동력  $F$ 로 표현 되어야 한다. 이의 관계식을 유도하기 위해 각각의 관절 공간상의 점  $O_1, O_2, O_3$ 에서 각각의 볼나사의 직선운동 방향에 법선을 그렸을 때, 이 법선 길이와 볼나사에 가해지는 구동력  $F_i$ 의 곱이 각 관절에서 발생하는 토크  $\tau_i$ 가 되며 이의 관계식은 다음과 같다.

$$\tau_i = F_i p_i \sin \phi_i \quad (14)$$

여기서,  $\phi_i$ 는 Fig. 2, 3 및 4에 표시된 바와 같이 다음의 식으로 표현된다. 식 (15)의  $x_i$ 에서 관계식을 정리하면 다음과 같다.

$$\phi_i = a \cos(d_i / p_i) \quad (15)$$

여기서  $i = 1, 2, 3$ 는 어깨, 팔목 및 손목관절로 이어지는 순서이다.

### 3.5 직선관절 공간의 동역학식

앞 절에서 관절공간에서의 동역학식을 직선운동 관절 공간의 식으로 표현하고, 직선운동 공간의 입력을 유도하였다. 이를 이용하여 회전관절공간의 로봇 동역학식 (2)를 다음과 같이 직선관절 공간에서 표현하였다.

$$H(d) \ddot{d} + K(d, \dot{d}) \dot{d} + h_f(d) = F \quad (16)$$

여기서

$$H(d) = L^{-1} D(d) R(d),$$

$$K(d, \dot{d}) = L^{-1} (C(d, \dot{d}) \dot{d} + H(d) R_d(d)),$$

$$h_f(d) = L^{-1} h(d), \quad F = [F_1 \ F_2 \ F_3 \ F_4]^T$$

$$R(d) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{33} \end{bmatrix},$$

$$R_d(d) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{12} d_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{22} d_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{32} d_3 \end{bmatrix},$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_1 \sin \phi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_2 \sin \phi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_3 \sin \phi_3 \end{bmatrix}$$

식 (16)에서  $D(d)$ ,  $C(d, \dot{d})$  및  $h(d)$ 는  $D(q)$ ,  $C(q, \dot{q})$  및  $h(q)$ 의 관절각이 직선운동 변위로 표현되었고 관절공간의 입력  $\tau$ 도 직선운동 공간의 힘  $F$ 로 표현되었다.

#### 4. 슬라이딩모드 서보제어기 설계

식 (16)과 같이 불나사 구동기를 고려한 직선관절 공간의 운동식으로 변환된 로봇 시스템은 부정확한 질량이나 관성모멘트를 갖는 다관절 로봇에 사절 링크 구조가 포함되어 시스템의 질량이나 관성과 같은 파라미터의 측정이 어렵고, 마찰력 등이 작용하여 시스템의 비선형성이 증가하여 모델링을 어렵게 한다. 따라서 모델링 오차가 발생하고 이를 보상하며 로봇의 경로제어를 하기위해 슬라이딩 모드 제어기를 적용하였다.

목표 경로에 추종하는 견실 슬라이딩모드 제어기 설계법으로서 Slotine<sup>10</sup>이 제안한 슬라이딩 모드 제어기 이외에 제어기 적분형 가변구조 제어(Chen and Wu)<sup>11</sup>, 적응 명령 추종형 슬라이딩모드 제어(Su, Leung, Stepanenko)<sup>12</sup> 그리고 모델 규범형 슬라이딩 모드(Su, Leung)<sup>13</sup> 등의 제안되어 있으나, 여기서는 Slotine이 제안한 슬라이딩 모드 제어를 이용하여 서보 제어기를 설계하였다.

제어대상으로서는 식 (16)의 로봇 시스템을 고려한다. 즉 식 (16)에서  $\ddot{d}$ ,  $\dot{d}$ ,  $d \in R^n$ 는 로봇 시스템의 상태를 나타내는 가속도, 속도, 위치이며,  $H=H^T$ 는  $4 \times 4$  양의 한정 대칭행렬,  $K$ ,  $h$ 은 각각  $4 \times 1$  벡터이다. 제어기 중에서 절환 초평면을 아래와 같이 설계한다.

$$\sigma = (\dot{d} - \dot{d}_d) + \Lambda(d - d_d) = e + Se \quad (17)$$

여기서  $d_d$ 는 목표경로,  $e = d - d_d$ 는 경로 오차를 나타내고, 파라미터  $S$ 는 다음과 같다.

$$\Lambda = \text{diag}[\Lambda_1, \dots, \Lambda_4], \Lambda_i > 0 (i=1, \dots, 4) \quad (18)$$

$d_d$ 는 원하는 회전각에 대한 불나사의 이동경로이고  $c$ 는 제어이득이다. 슬라이딩 모드 제어기의 안정도는 리야푸노프 함수에서 증명될 수 있다. 리야푸노프 함수가  $V > 0$ 이고 이의 시간에 대한 미분치가  $\frac{dV}{dt} \leq 0$ 이면 페루프 시스템은 안정하다. 식 (16)의 불나사 공간의 관성행렬

$H(d) = D(d)R(d)$ 에서 회전관절공간의 관성행렬인  $D(d)$ 는 구조적으로 양의 한정행렬(positive definite matrix)이고  $R(d)$ 는 양의 대각행렬이므로  $H(d)$ 는 양의 한정행렬이다. 따라서 다음의 식이 성립된다.

$$V = (1/2)s^T Hs > 0 \quad (19)$$

또한,  $\frac{dV}{dt} \leq 0$ , (for  $s \neq 0$ )를 보이기 위해 식을 정리하면 다음과 같이 유도되었다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} S^T H S \right) &= S^T H \dot{S} + S^T \dot{H} S \\ &= S^T (H \dot{S} + \dot{H} S) \\ &= S^T (H(\ddot{d} - \dot{d}_r) + \dot{H} S) \\ &= S^T (F - K\dot{d} - h_l - H\dot{d}_r + \dot{H} S) \\ &= S^T (\tilde{H}\dot{d}_r + \tilde{K}\dot{d} + \tilde{h}_l + \tilde{H}S - ksgn(S)) \end{aligned} \quad (20)$$

이 과정에서 제어입력은 다음과 같이 구성된다.

$$F = \hat{F} - ksgn(S) \quad (21)$$

여기서  $\hat{F} = \hat{H}\dot{d}_r + \hat{K}\dot{d} + \hat{h}_l - \hat{H}S$ 이고,

$$\begin{aligned} \text{sgn}(s) &= +1 \text{ if } (s > 0) \\ &= -1 \text{ if } (s < 0) \end{aligned} \quad (22)$$

이다. 또한, 식 (21)에서

$$\begin{aligned} \dot{d}_r &= \dot{d}_d - ce, \quad \tilde{H} = H - H, \quad \tilde{K} = \hat{K} - K, \\ \tilde{h}_l &= \hat{h}_l - h, \quad \tilde{H} = \hat{H} - H \text{이고, } i = 1, \dots, 4 \text{에 대해} \end{aligned}$$

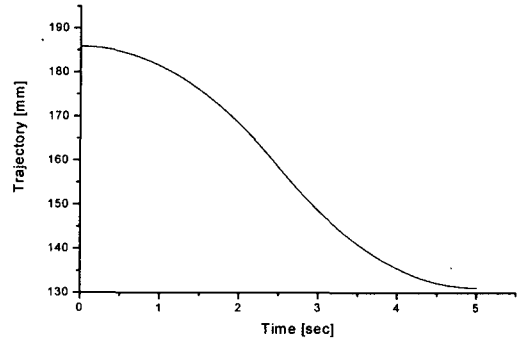
$$k_i \geq \left[ \left| \tilde{H}\dot{d}_r + \tilde{K}\dot{d}_r + \tilde{h}_l - \tilde{H}S \right|_i \right] + \eta_i \quad (23)$$

이고,  $\eta_i > 0$ 이다.

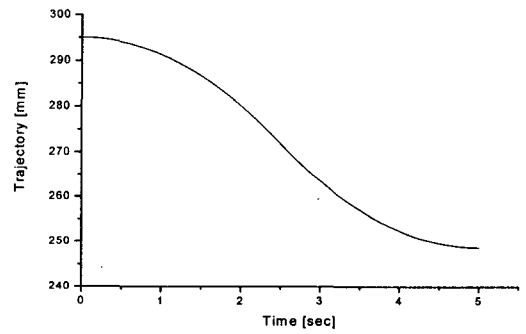
슬라이딩 모드제어를 적용한 로봇의 운동식을 컴퓨터 시뮬레이션한 결과를 Fig. 5, 6 및 7에 나타내었다. 시뮬레이션에 사용한 물성치는 Table 1에 나타내었다. 관절구동기의 동작으로 인한 질량 변화와 부정확한 머니플레이터의 링크에 대한 질량 및 관성모멘트의 추정오차로 인한 오차를 20%로 가정하였다. 경로함수는 구동 볼나사의 이동거리를 3차 스플라인 함수를 사용하여 Fig. 5와 같이 설정하였다. 시뮬레이션은 C언어를 사용하고 Runge-Kutta 4차 함수를 이용하였다. Fig. 5에서 (a), (b), (c) 및 (d)는 각각 손목, 팔목, 어깨 및 몸통 관절부의 경로 함수와 경로를 추적하는 로봇의 사절링크 관절을 구동하는 볼나사의 위치를 나타낸다.

Table 1 Properties of the robot

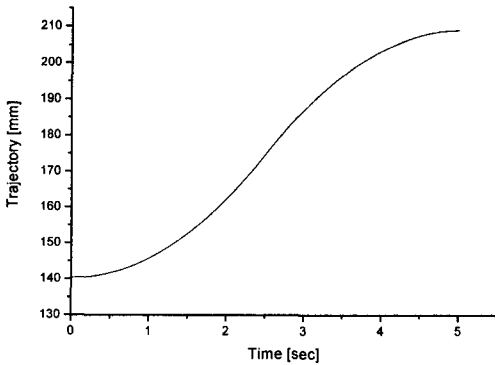
	Mass(Kg)	Moment of Inertia ( $Kgm^2$ )	Length (m)	Centroid (m)
Link1	2.31	0.024	0.535	0.143
Link2	1.17	0.019	0.494	0.181
Link3	1.28	0.040	0.553	0.251



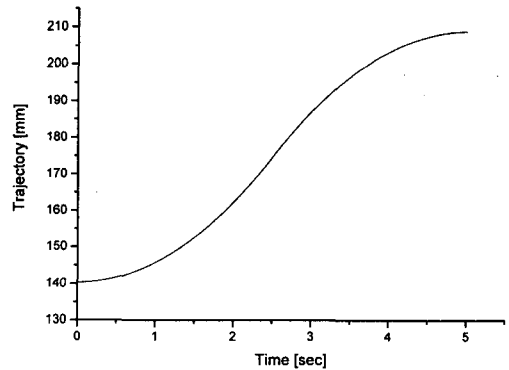
(b) Elbow



(c) Shoulder



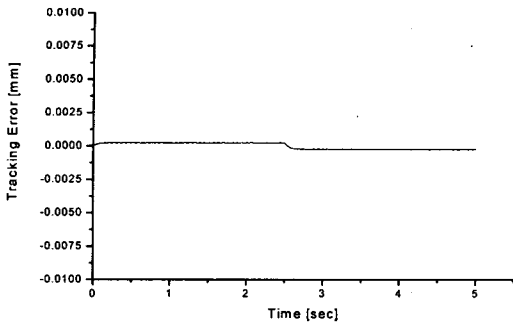
(a) Wrist



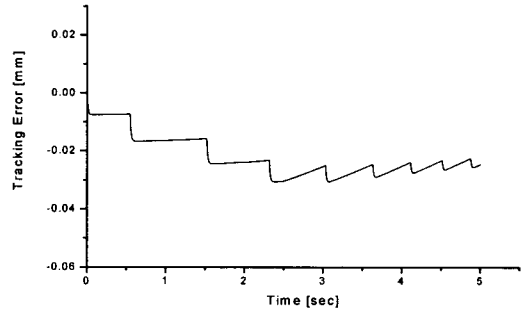
(d) Body

Fig. 5 Tracking of the Desired Trajectories

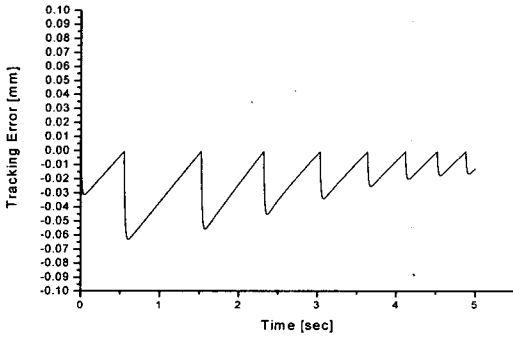




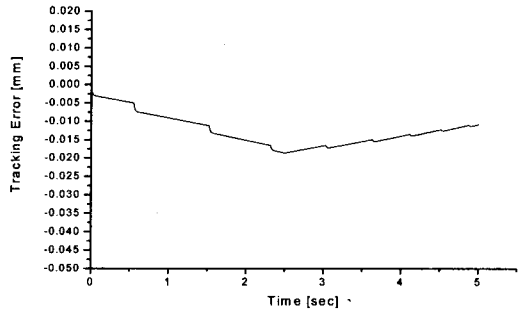
(a) Wrist



(c) Shoulder

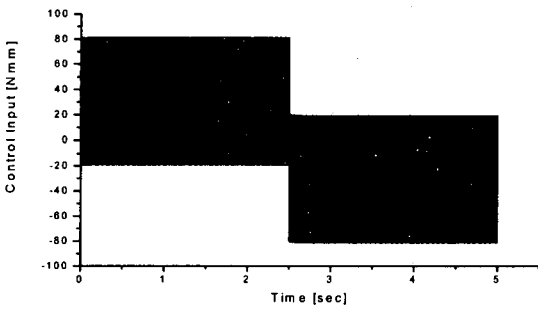


(b) Elbow

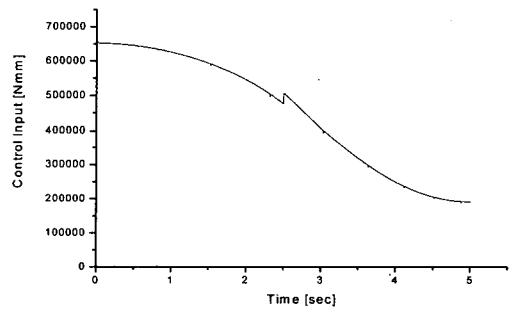


(d) Body

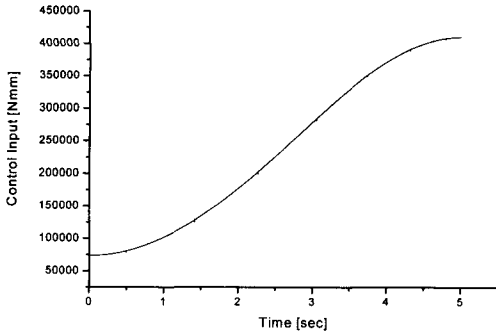
Fig. 6 Tracking error



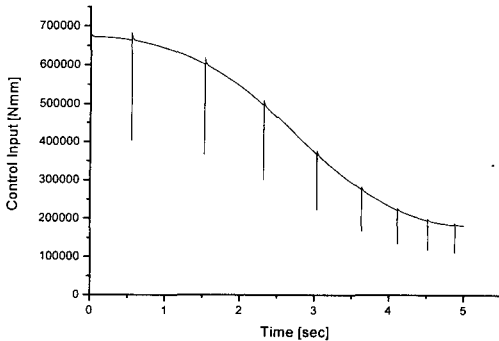
(a) Wrist



(b) Elbow



(c) Shoulder



(d) Body

Fig. 7 Control input

여기서 원하는 경로를 각각의 볼나사는 잘 추적하여 오차가 너무 작아서 로봇의 실제 경로가 원하는 경로에서 잘 구분이 되지 않으므로 추적오차들을 Fig. 6에 도시하였다. Fig. 5의 설정 경로를 추정하는 동안 발생한 추적오차들 (a), (b), (c) 및 (d)는 각각 손목, 팔목, 어깨 및 몸통 관절부의 경로 추적오차를 나타낸다. Fig. 7에서 (a), (b), (c) 및 (d)는 각각 손목, 팔목, 어깨 및 몸통 관절의 구동부에 적용한 슬라이딩 모드 제어기의 입력 크기를 도시한 것이다. 시뮬레이션의 결과를 따르면 슬라이딩 모드 특유의 잔 진동(chattering)은 있으나 추적오차를 크게 감소시킴을 알 수 있다. 따라서, 불확실성이 많은 제안한 로봇에 슬라이딩모드 제어기의 적

용은 로봇의 모델링의 오차를 보상하며 원하는 경로를 추적하는데 적합하다는 것을 알 수 있다.

## 5. 결론

강성과 정밀도가 높은 볼나사를 적용한 4절 링크 구동기를 새로운 로봇 관절구동기로 채택하여 Fig.1과 같은 로봇 기구부와 모터 구동드라이버를 직접 제작하였다. 또한, 로봇의 동역학식을 회전관절 공간에서 유도하고 이를 볼나사 구동기의 직선관절 공간으로 표현하였다. 제안한 로봇은 볼나사의 질량 및 관성 변화가 있는 불확실성이 높은 시스템으로 이의 경로 제어를 위해 강인 제어기의 일종인 기본적인 슬라이딩모드 제어기를 설계하고 적용하였다. 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제안한 슬라이딩모드 제어기가 로봇의 모델링 오차들을 잘 보상하며 우수한 경로 추적성능을 보임을 확인하였다.

볼나사 구동기는 직교 로봇에는 많이 적용되었지만, 본 논문에서 제안한 형태의 사절 링크 구동기 형태로 산업용 로봇의 회전 관절 구동기로 적용된 사례는 없다. 제안한 새로운 구조의 로봇은 고 토크와 병행하여 가공경로의 추적이 요망되는 금속의 연마, 연삭, 다듬질, 절삭 등의 공정에서 그 활용이 적합할 것으로 기대되어 향후 본 논문에서 수행한 이론적 연구를 실험을 통하여 검증하고자 한다.

## 후기

본 논문은 한국해양대학교 두뇌한국 21 사업에 의해 지원되었음.

## 참고문헌

1. Spong, M. W. and Vidyasagar, M., "Robot Dynamics and Control," John Wiley & Sons, 1989.
2. Richard, P. Paul, "Robot Manipulator Mathematic, Programming, And Control," MIT Press, Cambridge, MA, 1982.
3. Craig, J. J., "Introduction to Robotics: Mechanic & Control, Addison-Wesley," Reading, MA, 1985.
4. Tsai, L., "Robot Analysis The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators," John Wiley & Sons, 1999.

5. Stewart, D., "A platform with Six Degree of Freedom," Proc. Instn. Mech. Engrs, London, Vol. 180, No. 15, pp.371-386, 1965.
6. Minsky, M., "Manipulator design vignettes, Research report 267," MIT AI LAB, 1972.
7. Hunt, K. H., "Kinematic Geometry of mechanism, Clarendon Press," Oxford, 1978.
8. Mohamed, M. G., and Duffy, J., "A Direct Determination of Instantaneous Kinematics of Fully Parallel Robotic Manipulators," ASME J. Mech. Trans. Autom. Des., Vol. 107, pp. 226-229, 1985.
9. Slotine, J. J. E. and Li, W., "Applied Nonlinear Control," Prentice-Hall, 1991.
10. Chern, T., Wu, Y., "Integral Variable Structure Control Approach for Robot Manipulators," IEE Proc. Pt. D, Vol. 139, No. 2, pp. 161-166, 1992.
11. Su, C. Y., Leung, T. P., Stepanenko, Y., "Real-Time Implementation of Regressed-Based Sliding Mode Control Algorithm for Robotic Manipulators," IEEE Trans. Ind. Electron., 48-1 pp. 71-79, 1993.