

# 코깅 토크의 영향 저감을 위한 서보 모터 적응제어

이수한\*, 신규현#, 허상진\*\*

## An Adaptive Control of Servo Motors for Reducing the Effect of Cogging Torques

Soo Han Lee\*, Kyu Hyeon Shin# and Sang Jin Heo\*\*

### ABSTRACT

Many researches have been focused on optimal designs of a pole shape in order to reduce cogging torques, which are generated between permanent magnets and slots. In this paper, an adaptive controller is proposed for reducing the effect of cogging torques in servo motors. The controller stabilizes the control system and shows an excellent trajectory tracking performance compared to the conventional PD controller.

**Key Words** : Cogging torque (코깅 토크), Servo motor (서보 모터), Adaptive control (적응 제어)

### 1. 서론

모터는 산업계에서 가장 흔히 사용되는 작동체 중의 하나이다. 정밀한 위치, 혹은 속도 제어용의 작동체 중에서 가장 일반적으로 사용되는 것이 서보 모터이다. 서보 모터의 제어 정밀도를 높이기 위해서는 모터의 기계적 마찰, 외란, 동적 변수의 변화 등의 불확실한 동적 요소에 의한 영향을 고려하여야 한다. 코깅 토크는 이러한 불확실한 요소들 중의 하나이다. 코깅 토크는 모터 회전 시에 회전자와 고정자 사이의 자기장 변화에 의해서 자속이 불균형을 이룰 때, 회전자는 자속이 균형을 이루는 안정위치로 움직이려 하기 때문에 발생한다. 즉, 자기 저항이 최소가 되는 경로로 자속이 움직이려 하는 자속의 특성 때문에 코깅 토크는 발생

하게 된다. 일반적으로 저토크 상태에서는 코깅 토크가 제어계에 가장 큰 영향을 끼친다고 알려져 있다.<sup>1</sup>

코깅 토크에 대한 연구는 코깅 토크 자체에 대한 연구인 자기장에 대한 이론적 연구와 유한 요소법 등에 의한 수치 해석적 연구가 주를 이루고 있다.<sup>1,2</sup> 유한 요소법과 맥스웰 응력 텐서를 이용한 고정자의 스큐잉(Skewing)과 비대칭적 공극 형상의 설계 등과 같이 코깅 토크를 줄이거나 없애기 위한 최적 형상 설계에 대한 연구도 있다.<sup>3,4</sup>

이러한 최적 형상 설계의 또 다른 방법으로 진화전략(Evolution Strategy)을 이용하여 진화단계마다 유한 요소법과 맥스웰 응력 텐서를 통해 최소의 코깅 토크가 발생하는 최적 형상을 선택하는 것이다.<sup>5,6</sup> 다른 방향의 연구로는 선형 제어를 이용하여 제어계에 미치는 코깅 토크의 영향을 줄

... 접수일: 2004 년 12 월 14 일, 게재승인일: 2005 년 3 월 11 일

\* 울산대학교 기계자동차공학부

# 교신저자: 울산대학교 대학원 기계자동차공학과

E-mail : khshin11@mail.ulsan.ac.kr Tel. 052-259-2149

\*\* 현대자동차 남양종합기술연구소

이려는 연구도 있다.<sup>7</sup> 하지만 비교적 큰 코깅 토크의 비선형성 때문에 높은 정밀도를 실현하지는 못하였다.

본 연구에서는 제어계에 미치는 코깅 토크의 비선형적 영향을 줄여서 제어 정밀도를 높이기 위한 적응제어기를 제안한다. 제안한 적응제어기는 모터를 저토크로 작동할 때에 코깅 토크를 잘 보상하여 선형 제어기의 경우에 비하여 높은 궤적추적 정밀도를 보이며, 또 서보 모터의 수학적인 모델이나 동적 매개변수를 제어기에 사용하지 않는다. 제어 토크를 위치 오차와 속도 오차만으로 계산하기에 기준모델 적응제어기에 비하여 계산량이 적다. 또한 동적 변수의 불확실성과 비선형성을 포함한 서보 모터의 운동방정식과 리아푸노프 이론을 이용하여 제어기의 안정성을 증명하고 이를 실험적으로 검증한다. 기준궤적으로 주어진 사이클로이드 궤적 추적을 통해 제어계에 미치는 코깅 토크의 영향과 제안한 적응 제어기의 궤적추적 정밀도를 실험을 통하여 확인한다. 그리고, 모터 축에 편심 하중을 가하여 제어기의 궤적 추적 성능과 안정성을 선형제어기와 비교하여 제안한 제어기의 강인성을 검증한다.

## 2. 본론

### 2.1 운동방정식

서보 모터의 운동방정식은 일반적으로 아래와 같이 나타낼 수 있다.<sup>8</sup>

$$J\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + T_l = T. \quad (1)$$

여기서,  $J$  는 모터 축에 대한 질량 관성 모멘트,  $B$  는 점성 마찰계수,  $\theta$  는 모터 축의 회전각,  $T_l$  은 부하 토크 및 외란을 의미하며, 이러한 부하 토크 및 외란은 기계적 마찰, 코깅 토크, 잡음 등이 있고, 이러한 요소들이 서보 모터의 동적 변수에 대한 불확실성을 만든다. 코깅 토크의 푸리에 전개식은  $T_{cog}(\theta) = \sum_{k=1}^{\infty} T_k \sin(kQ\theta + \varphi_k)$  로 표시할 수 있는데, 여기서  $Q$  는 슬롯의 개수,  $T_k, \varphi_k$  는 해석적 또는 수치적으로 결정되는 값이다.<sup>3</sup> 즉, 코깅 토크의 크기와 주기는 회전각  $\theta$  에 따라 비선형적으로 발생된다.

### 2.2 적응 제어기 설계

제어 입력 토크를 다음과 같이 정의한다.

$$T = f + K_p e + K_d \dot{e} \quad (2)$$

여기서,  $f$  는 뒤에서 유도될 적응법칙에 의해 결정되는 항이고,  $K_p, K_d$  는 각각 비례, 미분 이득을 나타낸다. 그리고  $e = \theta_d - \theta$ ,  $\dot{e} = \dot{\theta}_d - \dot{\theta}$  이다.

식(2)를 식(1)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 오차방정식으로 표현할 수 있다.

$$m\ddot{e} + K_d \dot{e} + K_p e = d - f. \quad (3)$$

여기서,

$$d = m\ddot{\theta}_d + J\ddot{\theta}_d + B\dot{\theta}_d + T_l \quad (4)$$

이다.

식(3)을 상태방정식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\dot{E} = AE + Bu. \quad (5)$$

여기서,

$$E = \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K_p}{m} & -\frac{K_d}{m} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ m \end{bmatrix},$$

그리고  $u = d - f$  이다.

제어계의 안정성을 증명하기 위하여 아래와 같은 양의 한정인 리아푸노프 함수 후보를 정의한다.

$$V = E^T P E + \frac{1}{ma} (u + \rho r^{2n_1-1} + \delta r^{2n_2-1} \int r^{2n_3} dt)^2, \quad (6)$$

$$n_1, n_2, n_3 = 1, 2, 3, \dots$$

여기서,  $\delta, \rho, a, m$  은 임의의 양의 상수이다. 그

리고  $Q$  와  $P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix}$  는 리아푸노프 방정식,

$PA + A^T P = -Q$  를 만족하는 양의 한정 대칭행렬이며,  $r$  은 위치오차와 속도오차에 가중치를 준

것으로  $r = p_2e + p_3\dot{e}$  으로 표시된다.

식(6)을 식(5)의 경로에 따라 미분한 후 정리하면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -E^TQE + 2\frac{u}{ma} \left[ \dot{u} + \frac{d}{dt}(\rho r^{2n-1}) + \frac{d}{dt}(\delta r^{2n-1} \int r^{2n} dt) + ar \right] \\ & + 2\frac{\rho r^{2n-1}}{ma} \left[ \dot{u} + \frac{d}{dt}(\rho r^{2n-1}) + \frac{d}{dt}(\delta r^{2n-1} \int r^{2n} dt) \right] \quad (7) \\ & + 2\frac{\delta r^{2n-1} \int r^{2n} dt}{ma} \left[ \dot{u} + \frac{d}{dt}(\rho r^{2n-1}) + \frac{d}{dt}(\delta r^{2n-1} \int r^{2n} dt) \right]. \end{aligned}$$

적응제어 항,  $f$ , 의 시간에 대한 변화율이 적응 대상인 모터의 동적 거동과 관련된 항,  $d$ , 의 변화율에 비하여 충분히 크다면,  $\dot{u} \approx -f$  으로 표시할 수 있다.

적응제어 항,  $f$ , 의 시간에 대한 변화율을 다음과 같이 정의하고

$$\dot{f} = \frac{d}{dt}(\rho r^{2n-1}) + \frac{d}{dt}(\delta r^{2n-1} \int r^{2n} dt) + ar, \quad (8)$$

식(8)을 식(7)에 대입 후 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{V} = -E^TQE - 2\frac{\rho r^{2n-1}}{m} - 2\frac{\delta r^{2n-1}}{m} \int r^{2n} dt < 0. \quad (9)$$

이 식은  $E$  와  $r$  에 대해 음의 한정이므로 이 제어계는 점근 안정하다. 따라서 식(2)에 정의된 적응제어항,  $f$ , 는 식(8)로부터 다음과 같이 정의된다.

$$f(t) = f(0) + \rho r^{2n-1} + \delta r^{2n-1} \int_0^t r^{2n} dt + a \int_0^t r dt. \quad (10)$$

초기값  $f(0)$  는 0 으로 둘 수 있으므로 제어 토크는 다음과 같이 정의된다.

$$T = \rho r^{2n-1} + \delta r^{2n-1} \int_0^t r^{2n} dt + a \int_0^t r dt + K_p e + K_d \dot{e}. \quad (11)$$

단,  $n_1, n_2, n_3 = 1, 2, 3, \dots$  이다.

실험 중에는 식(11)에 있는 미분항,  $\dot{e}$ , 을 Euler 방법에 의한 근사식  $\dot{e} \approx [e(k\Delta t) - e((k-1)\Delta t)] / \Delta t$  를, 그리고 적분항은  $\int_0^t r dt \approx \sum r(i)\Delta t$  로 근사화하여 이산제어 토크를 계산하였다. 여기서  $\Delta t$  는 제어시간 간격을 뜻한다.

### 3. 실험 및 실험 결과

#### 3.1 실험 장치 구성

실험에 사용한 제어계는 크게 제어부, 구동부와 인터페이스부로 이루어져 있고 전체 제어계의 구성도를 Fig. 1 에 나타내었다.

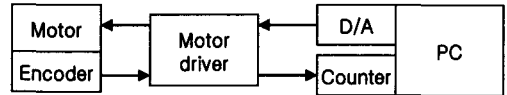


Fig. 1 Configuration of the control system

제어부에 해당하는 PC 는 서보 모터의 위치 신호의 입력과 처리 그리고, 제어 토크를 연산한다. 이를 위하여 펜티엄 II 급을 사용하였고 제어 주기를 1ms 로 실험하였다.

인터페이스부는 PC 로의 입력을 위해 엔코더 신호를 변환하는 카운터 보드와 PC 의 디지털 제어 신호를 아날로그 신호로 변환시키는 D/A 보드로 구성되어 있다. 카운터 보드는 엔코드 신호를 4 배체의 정밀도로 작동하게 설정하였고, D/A 보드는 12bit 의 분해능을 가진 것을 사용하였다.

구동부는 모터와 모터 드라이브로 구성되어 있으며 모터의 정격 출력은 100W, 정격 토크는 0.32Nm, 그리고 순시 최대 토크는 0.95Nm 이었고, 모터에 직결된 엔코더는 1 회전에 2048 펄스가 발생하는 것을 사용하였다. 서보 모터 드라이브는 32bit 고속 디지털 신호 처리(DSP)를 이용한 것이었으나 실험 중에는 단순 동력증폭기로 작동하도록 설정하여 사용하였다.

실험을 위하여 모터 축을 수평으로 배치하였으며, 편심하중을 축에 부착했을 경우는 중력에 의하여 모멘트가 발생하도록 하였다.

#### 3.2 기준 궤적

기준 궤적은 사이클로이드 함수로 아래와 같다.

$$\theta(t) = \theta(0) + \frac{\theta(t_c) - \theta(0)}{2\pi} (\omega t - \sin \omega t), \quad (0 \leq t \leq t_c)$$

$$\theta(t) = \theta(t_c), \quad (t_c \leq t)$$

여기서,  $t_c = 4\text{sec}$ ,  $\theta(t_c) = 2\pi$  이고  $\omega = 2\pi/t_c$  이다. 또, 초기위치는  $\theta(0) = 0$  으로 두었다.

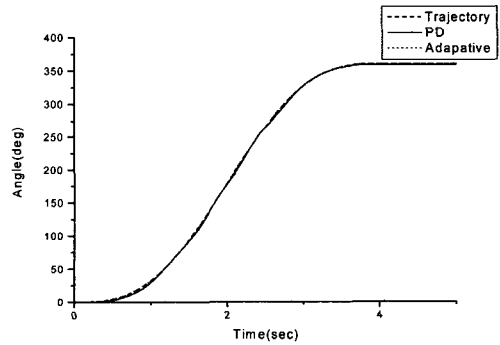
### 3.3 실험결과

식(11)의 차수  $n_1, n_2, n_3$  모두를 편의상 '1'로 선정하여 실험을 하였다. 부하 변화에 대한 강인성을 보기 위해 모터축 직경 0.008m 에 질량 400g 의 편심하중을 가한 경우에도 가하지 않은 경우와 같은 제어 이득을 두고 실험을 하였다. 이 편심하중은 모터 정격토크의 약 10%에 해당된다.

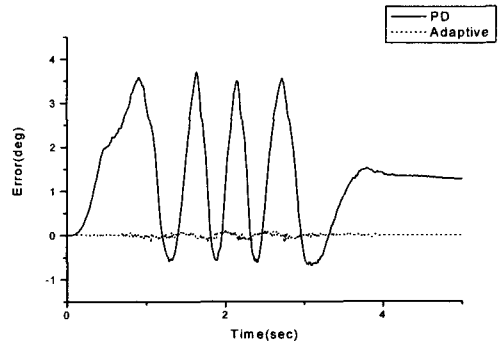
Fig. 2 은 편심하중을 가하지 않은 상태에서의 사이클로이드 궤적 추적실험 결과이다. Fig. 2(a)에 기준 궤적과 두 경우의 궤적 추적 결과를 나타내었다. 기준 궤적에 대한 위치 오차를 자세히 볼 수 있도록 Fig. 2(b)에 오차 만을 나타내었다. 제안한 적응 제어기가 비례-미분 제어기에 비해 매우 정밀한 궤적 추적 정밀도를 보이는 것을 알 수 있다. 적응 제어기의 경우에는 정상 상태 오차가 영으로 수렴하는데 비해 비례-미분 제어기는 약  $1.4^\circ$ 의 정상 상태 오차를 남기는데, 이는 모터 축의 마찰력과 코깅 토크에 기인한다고 추정된다. 입력 토크를 나타낸 Fig. 2(c)를 보면 비슷한 크기의 입력 토크가 주기적으로 발생함을 알 수 있다. 이러한 파동의 주 원인은 코깅 토크이다. 실험 결과로부터 제안한 적응제어기가 제어계에 미치는 코깅 토크의 비선형적 영향을 적절히 보상하여 선형 제어기인 미분-비분제어기 보다 우수한 궤적 추적 성능을 가짐을 알 수 있다.

Fig. 3 는 편심하중을 가한 상태에서의 사이클로이드 궤적 추적의 실험 결과이다. Fig. 3(a)에 기준 궤적과 전체적인 궤적 추적 결과를 나타내었다. 위치 오차를 나타낸 Fig. 3(b)를 보면 제안한 적응 제어기는 궤적추적 정밀도와 정상 상태 오차가 시스템의 변화에 상관없이 거의 같은 성능을 보였다. 그러나 비례-미분 제어기는 편심하중이 없는 경우에 비하여 더 큰 정상 상태 오차가 났다. 또한 제어 입력을 나타낸 Fig. 3(c)에서는 Fig. 2(c)의 경우에 비하여 편심하중의 영향으로 입력 토크가 전체적으로 증가하였다. 하지만 입력 토크의 파형은 편심하중을 가하지 않은 경우와 거의 같음을 확인할 수 있다. Fig. 3 의 결과로부터 제안한 적응 제어기는 비례-미분 제어기에 비해 시스템의 변화에 대하여서도 강인함을 알 수 있다.

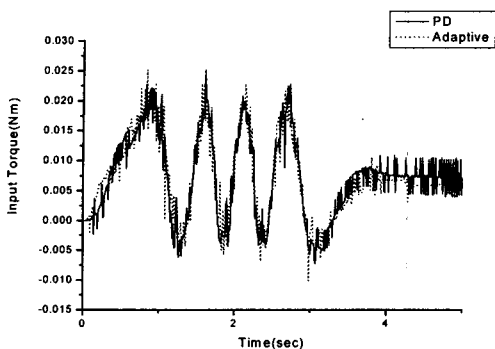
위의 실험 중에 각 제어기의 제어 이득은 편심하중의 유무에 관계없이 동일하게 두었고, 비례-미분 제어에 사용한 제어 이득을 적응 제어기의 비례-미분 부분에 동일하게 사용하였다. 본 실험에서는 제어기 변수를  $K_p = 30, K_d = 0.35, \rho = 1.0, \delta = 10.0, a = 8000.0$  그리고  $n_1 = n_2 = n_3 = 1$  로 선정하여 실험하였다. 비례-미분 제어기의 궤적 추적 성능은 선정한 비례 및 미분 제어이득에 따라 달라지고, 또 본 적응 제어기의 경우에도 선정한 제어상수와 차수,  $n_1, n_2, n_3$  의 값에 따라서 궤적 추적 성능은 달라진다. 하지만 제어기 유도 시에 설정한 조건을 만족하는 경우에는 전체 제어계의 안정성은 보장된다.



(a) Trajectory tracking

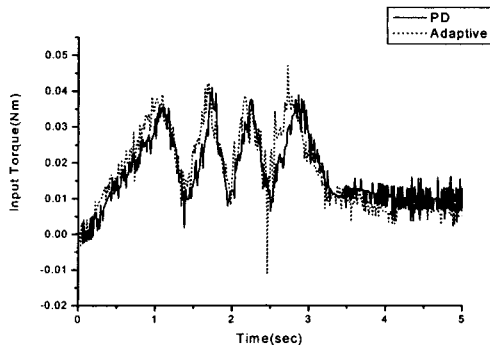


(b) Position error



(c) Input torque according to time

Fig. 2 Trajectory tracking performance without eccentric load



(c) Input torque according to time

Fig. 3 Trajectory tracking performance with eccentric load

#### 4. 결론

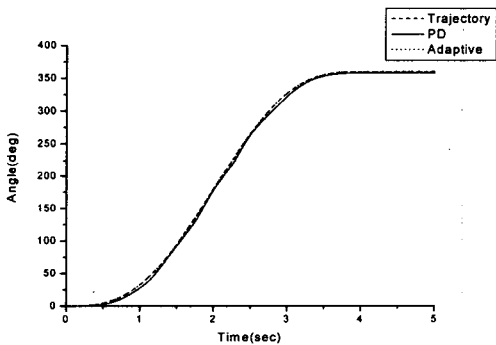
본 연구에서는 서보 모터의 수학적 모델이나 동적 매개변수를 제어 중에 사용하지 않고, 제어계에 미치는 코깅 토크의 비선형적 영향을 줄일 수 있는 적응 제어기를 제안했다. 리아푸노프 이론을 이용하여 제안한 적응 제어기의 점근 안정성을 증명했다. 실험을 통하여 이를 검증하였고 제어계에 미치는 코깅 토크의 영향을 저감시킴에 있어 제안한 적응 제어기가 선형 제어기에 비해 우수하다는 것을 보였다. 또한 시스템의 변화에 대한 각 제어기의 강인성을 검증하기 위해 편심하중을 가했고, 그 결과 제안한 적응 제어기는 편심하중의 유무에 관계없이 우수한 궤적 추적 정밀도를 보인 반면에 선형 제어기는 시스템의 변화에 대하여 비교적 큰 궤적 추적 오차와 정상 상태 오차를 보였다.

#### 후 기

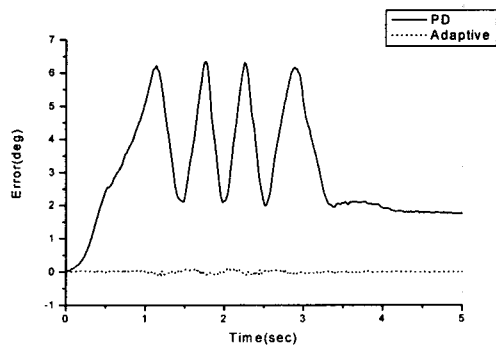
이 논문은 2004 년 울산대학교 학술연구비에 의하여 연구되었음.

#### 참고문헌

1. Ko, H. S. and Kim, K. J., "Analytical Analysis of Cogging Torque in Motors of Permanent Magnetic Type," J. of the KSME, Vol. 24, No. 7, pp.1795-1800,



(a) Trajectory tracking



(b) Position error

- 2000.
2. Zhu, Z. Q. and Howe, D., "Analytical Prediction of the Cogging Torque in Radial-field Permanent Magnet Brushless Motors," IEEE Trans. Magn., Vol. 28, No. 2, pp. 1371-1374, 1992.
  3. Bianchi, N. and Bologani, S., "Design Techniques for Reducing the Cogging Torque in Surface-Mounted PM motors," IEEE Trans. Magn., Vol. 38, No. 5, pp. 1259-1265, 2002.
  4. Hamler, A. and Bribernik, B., "Impact of Shape of Stator Pole of One Phase Brushless Motor on Cogging Torque," IEEE Trans. Magn. Vol. 32, No. 3, pp. 1545-1548, 1996.
  5. Chun, J. S. and Jung, H. K., "Shape Optimization of Closed Slot Type Permanent Magnet Motors for Cogging Torque Reduction using Evolution Strategy," IEEE Trans. Magn. Vol. 33, No. 2, pp. 1912-1915, 1997.
  6. Chung, T. K. and Kim, S. K., "Optimal Pole Shape Design for the Reduction of Cogging Torque of Brushless DC Motor Using Evolution Strategy," IEEE Trans. Magn., Vol. 33, No. 2, pp. 1908-1911, 1997.
  7. Bodika, N. and Cruise, R. J. and Landy, C.F., "Design of a PI Controller to Counteract the Effect of Cogging Forces in a Permanent Magnet Synchronous Linear Motor," IEEE Africon, Vol. 2, No. 2, pp. 893-896, 1999.
  8. Franklin, Gene F., David, Powel and Abbas, Emami-Naeini, "Feedback Control of Dynamic Systems," Addison-Wesley Publishing Company, pp. 167-179, 1995.