

이산 환형 방식의 비구면 렌즈 연마 경로에서 체재 시간 계산 알고리즘

이호철*, 양민양⁺

(논문접수일 2004. 11. 24, 심사완료일 2005. 1. 13)

Dwell time calculation algorithm in aspherical lens polishing
with discrete annular tool path

Ho-Cheol Lee*, Min-Yang Yang⁺

Abstract

This paper describes a dwell time calculation algorithm for polishing tool path generation in the small tool polishing process of the axis-symmetrical lens. Generally dwell time control in the polishing machines means that small polishing tool stays for a dwell time at the specific surface position to get the expected polishing depth. Polishing depth distribution on an aspherical lens surface consists of the superposition of the local polishing depth at the each dwell position. Therefore, tool path generation needs each dwell time together with tool positioning data during the polishing tool movements on the aspherical lens surface. The linear algebraic equation of removal depth, removal matrix, and dwell time is formulated. Parametric effects such as the dwell grid interval are simulated to validate the dwell time calculation algorithm.

Key Words : polishing(연마), aspherical lens(비구면 렌즈), tool path generation(공구경로 생성), dwell time control(체재시간 제어)

1. 서론

광전자산업의 발전은 보다 정밀한 광학적 표면에 대한 생산기술의 발전을 요구하여 왔으며, 특히 비구면 렌즈(aspherical lens)는 광학시스템의 성능 향상과 부피, 무게를 줄이는 데에 큰 역할을 하고 있다. 광학적 표면을 가지는 부

품은 표면거칠기의 확보와 더불어 형상정밀도(form accuracy)의 두 가지 조건을 필수적으로 만족하여야만 한다. 이를 위해서는 최종적인 마무리 가공으로서 초정밀 연마(polishing) 공정이 많이 사용되고 있다⁽¹⁾. 초정밀 연마가 공에 있어서, 연마가공의 재료 제거율(material removal rate or polishing rate)이 가공압력, 가공속도 및 공구의

* 한밭대학교 기계공학부(hclee@hanbat.ac.kr)

주소: 305-719 대전시 유성구 덕명동 산 16-1

+ 한국과학기술원 기계공학과

체재시간(dwell time)에 따라 결정되는 Preston식이 일반적으로 사용되어 왔다⁽²⁾. 따라서 연마경로에는 절삭가공과 다르게, 연마공구의 위치와 함께 공구의 연마 체재시간(dwell time)이 미리 결정되는 것이 요구된다. 공구의 체재시간 산출방법은 사용되는 연마장치의 연마기구(polishing mechanism)에 따라서, 다양한 방법이 사용되어 왔다^(3~6). 한편, 회전대칭의 소형 렌즈에는 공구와 가공물의 일정 각속도(angular velocity) 회전에 의해서만 상대운동을 달성하는 연마기구(polishing mechanism)가 제시되었다⁽⁷⁾. 본 연구에서는 회전대칭 형상의 비구면 렌즈 금형의 연마를 위해서, 이산 환형(discrete annular) 방식의 연마경로 생성방법을 제안하고, 체재시간 산출방법을 기술하였다. 또한 주요 공정 조건에 따른 잔류 형상 오차(residual form error)의 영향을 시뮬레이션(simulation)으로 분석하고, 이에 따른 체재시간 분포의 계산 예를 제시하였다.

2. 체재시간 산출 알고리즘

2.1 연마장치

연마장치로서, 폴리우레탄(polyurethane)으로 된 구형(spherical type) 공구를 비구면 렌즈 위에서 그 위치를 제어하는 Fig. 1의 PC-NC 연마장치를 사용하였다. 소형 오목의 작은 곡률 반경의 비구면에도 대응할 수 있게 하기 위해서 구형의 공구를 사용하고 있다.

공구와 공작물(workpiece)은 일정 각속도로 회전하고, 공구와 공작물 사이에서는 상대운동에 따라서 연마입자의 운동이 일어나게 된다. 결과적으로 공작물 표면의 요철이 디스펜서(dispenser)에 의해 공급된 연마입자에 의해 제거된다. 연마압력은 와이어(wire)에 의해 연결된 균형추(balance weight)에 의해 일정하게 유지되고, 공구는 수직방향으로 구속 없이 자유롭게 움직인다. 렌즈 위의 연마 공구의 위치는 X, B 축의 선형보간(linear interpolation)에 의해 제어된다.

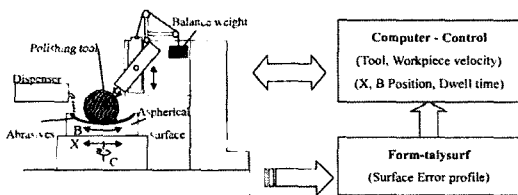


Fig. 1 PC-NC polishing machine for the axis-symmetrical aspherical lens

2.2 이산 환형 정수배(discrete annular integer-times) 방식의 연마경로

연마공구가 비구면 렌즈 위를 이동하는 연마 경로 방법으로서, 회전 대칭성을 확보하는 데에 유리한 Fig. 2와 같은 이산 환형 정수배 회전에 의한 연마경로 방식을 본 연구에서는 제안한다. 정수배 회전은 연마공구가 렌즈 직경을 따라서 좌우로 왕복 이동할 때, 임의 반경 위치에서 렌즈의 회전 주기의 정수배 만큼 체재한다. 예를 들어, 공구가 접촉위치 r_1 에서 $T_1 (=N_1)$ 시간 만큼 체재하면, H_1 의 연마량 분포가 연마영역 A_1 에서 발생한다. 다음에 r_2 위치로 급속 이송을 하고서, 다시 특정 정수배 회전에 해당하는 $T_2 (=N_2)$ 만큼 체재한다. 따라서, H_2 의 연마량 분포가 연마영역 A_2 에서 발생한다. 급속이송에 의한 연마량의 크기는 고려되지 않는다. 결과적으로, 각 격자 위치에서의 국부적인 연마량(local removal depth)들의 중첩(superposition)에 의해 전체 연마량 분포(total removal depth distribution)가 얻어질 수 있다. 역으로, 전체 연마량 분포가 지시 연마량으로 설정되면, 각 국부 위치에서의 연마량과 정수배 회전수를 계산에 의해 구하는 것이 필요하다.

2.3 단위회전제거함수(unit revolution removal function)의 결정

연마입자에 의한 연마깊이 H 의 연마제거율에 관해서는 대부분 Preston 식이 적용되며 다음과 같다⁽²⁾.

$$\frac{dH}{dt} = kPV \quad (1)$$

k 는 비례 상수이고 P 는 연마 압력, V 는 상대속도이다.

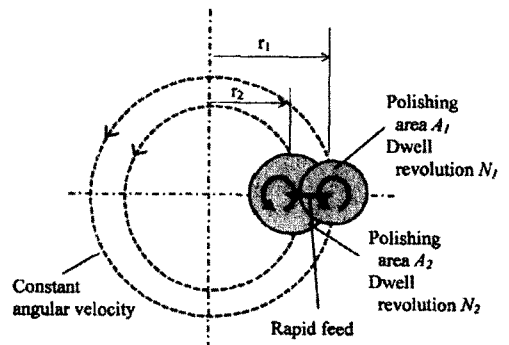


Fig. 2 Discrete annular tool path using integer-times revolution control

Fig. 3에서와 같이 공구가 체재하는 위치 r_i 에는 연마영역 A_i 가 형성된다. r 과 θ 는 가공물의 회전축을 중심으로 하는 극좌표계(polar coordinate) 위치이다. 식 (1)의 연마영역에서 단위시간당 가공깊이는 제거율함수(removal rate function, $R(r, \theta)$)으로 정의된다.

가공물의 회전주기의 정수배 시간인 T_i 동안 공구가 체재하면, 가공 영역내의 연마량 분포는 $H_i(r)$ 은 제거율함수 $R_i(r, \theta)$ 와 연마시간 T_i 의 곱에 의해 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$H_i(r) = R_i(r, \theta) T_i \quad (2)$$

정수배 회전으로 인해서, 반경위치 r 에 있는 점 $P(r, \theta)$ 는 θ 에 관계없이 동일한 연마량을 가진다. 따라서, 단위회전당 제거량을 의미하는 단위회전제거함수(unit revolution removal function) $R_i(r)$ 는 반경위치 r 에서의 원호 구간 (θ_1, θ_2) 내의 제거율함수를 원호를 따라 적분하여 얻어질 수 있다. 결과적으로, 연마연마량 분포 $H_i(r)$ 은 다음 식 (3)과 같이 단위회전제거함수 $R_i(r)$ 과 정수배 회전 N_i 의 선형적인 곱으로 구해진다. Ω 는 가공물의 각속도이다.

$$H_i(r) = R_i(r, \theta) T_i = R_i(r) N_i$$

$$R_i(r) = \frac{1}{\Omega} \int_{\theta_1}^{\theta_2} R_i(r, \theta) d\theta \quad (3)$$

한편, 연마영역내의 원호를 따라가는 적분 경로는 연마공구의 렌즈 위의 위치에 따라서 달라진다. Fig. 4는 단위회전

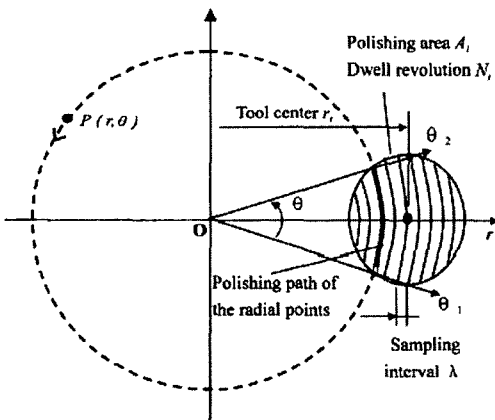
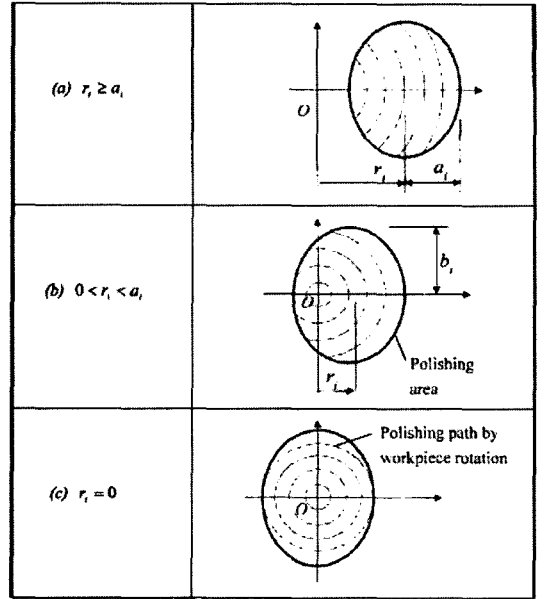


Fig. 3 Abrasive path trajectory on the polished area of the workpiece



* r_i : Tool dwell position, O : Workpiece center
 a : Minor radius, b : Major radius

Fig. 4 Polishing path according to the tool dwell position on the workpiece

제거함수를 구하기 위한 연마영역 내의 원호인 적분경로를 표시한다. 공구가 체재하는 연마영역이 가공물의 회전 중심을 포함하는 경우, 적분경로는 Fig. 4(b)와 Fig. 4(c)에서와 같이 원을 형성한다.

2.4 제거행렬(removal matrix)

단위회전제거함수를 연마영역 내에서 샘플링(sampling)하여 이산화(discretization)한 행렬을 구한다. 비구면렌즈 직경이 D 일때, Fig. 5에서 n 을 격자수(grid number)라고 정의하면, 공구가 체재하는 위치의 총 개수는 모두 $(2n+1)$ 개로

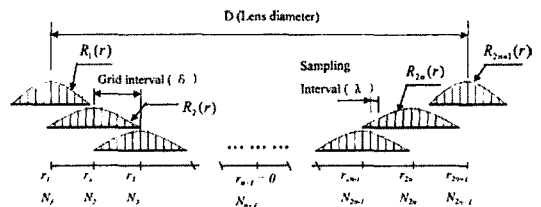


Fig. 5 Discrete removal function for superposition at the sampling point

되고, 체재 격자간격(grid interval) $\delta = D/(2n)$ 이다. 이산화된 표현식을 구하기 위해서 회전축 중심을 포함해서 $(2m+1)$ 개의 샘플수(sample number)를 취하면, 샘플간격(sampling interval) $\lambda (= D/2m)$ 가 된다.

Fig. 4에서의 a_i 가 연마영역의 하나의 반경이면, 연마영역 내의 샘플수 k_i 가 정수값 $(2a_i/\lambda + 1)$ 을 가지도록 충분히 작은 λ 을 취한다. Fig. 4(a)에서와 같이, 공구가 위치 r_i 에서 체재하면, 구간 $(r_i - a_i, r_i + a_i)$ 내에서 이산화된 단위회전 제거함수를 이용한다. 따라서, 식 (3)은 임의 위치 r_j 에서의 가공깊이의 요소(element) H_j^i 와 단위회전 제거함수의 요소 R_j^i 로 식 (4)와 같이 다시 표시된다. r_j 는 연마영역 내의 j 번째의 샘플위치이다.

$$H_j^i(r) = R_j^i N_i \quad j=1, 2, \dots, k_i \quad (4)$$

$$R_j^i(r) = \frac{1}{\Omega} \int_{\theta_1}^{\theta_2} R_i(r_j, \theta) d\theta$$

따라서, 공구 체재 위치 r_i 에서 k_i 개의 요소를 가지는 단위회전 제거벡터(unit revoution removal vector) R_i 의 표현을 식 (5)와 같이 구할 수가 있다.

$$R_i = \begin{pmatrix} R_i^1 \\ \vdots \\ R_i^{k_i} \end{pmatrix}_{k_i \times 1} \quad (5)$$

이산화된 단위회전 제거벡터 R_i 은 국부적인 공구 체재 위치 r_i 의 연마 영역에서의 값이다. 연마 전영역에 걸친 제거벡터(removal vector)를 구하기 위해서, 식 (5)를 $(2m+1)$ 개의 샘플 모두에서의 값으로 변환해야 한다. 국부(local) 연마영역밖의 부분에는 영(zero)을 삽입하여, 전체 구간의 제거벡터로 확장한다. 공구 체재위치 r_i 에서, 삽입되는 영의 개수는 모두 $(2m+1-k_i)$ 개이고, k_i 주위로, 순차적으로 삽입된다. 총 요소 개수가 $(2m+1)$ 를 갖는 확장된 제거벡터 \overline{R}_i 는 다음 식 (6)과 같이 표시된다.

$$\overline{R}_i = \text{expansion}(R_i) = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ R_i^1 \\ \vdots \\ R_i^{k_i} \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}_{2m+1} \quad (6)$$

따라서, 총연마량 H 의 j 번째 성분 H_j 은 각 체재 위치에서

의 연마량의 합에 의해 다음 식 (7)과 같이 표현된다.

$$H^j = \sum_i^{2m+1} H_i^j = \sum_i^{2m+1} R_i^j H_i$$

$$= R_1^j H_1 + R_2^j H_2 + \dots + R_{2n}^j H_{2n} + R_{2n+1}^j H_{2n+1}$$

$$j = 1, \dots, (2m+1) \quad (7)$$

결국, 총연마량 벡터 H 는 확장된 형태의 확장제거행렬 \overline{R} $(2m+1, 2n+1)$ 과 체재회전수 벡터 N 의 선형적인 곱으로 표현할 수가 있다. 기호 $c(=n+1)$ 는 공작물 중심점을 의미한다.

$$H = \overline{R}N = (R_1 \cdots R_c \cdots R_{2n+1}) \begin{pmatrix} N_1 \\ \vdots \\ N_c \\ \vdots \\ N_{2n+1} \end{pmatrix} \quad (8)$$

회전대칭의 비구면 렌즈 형상은 가공물 원점을 기준으로 공구가 가공면을 좌우로 왕복 운동하므로 가공깊이도 렌즈 내에서 회전대칭성을 가져야 한다. 따라서, (8)에서의 H^i 과 H^{2m+1} 은 결국 하나의 가공 깊이를 의미하므로, 계산량을 줄이기 위해서 식 (9)와 같은 연마량벡터 H_s 를 정의한다.

$$H_s = \begin{pmatrix} H_s \\ \vdots \\ H_s^c \\ \vdots \\ H_s^{2m+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H^1 + H^{2m+1} \\ \vdots \\ H^c \\ \vdots \\ H^1 + H^{2m+1} \end{pmatrix} \quad (9)$$

또한, 해를 단순하게 구하기 위해서 체재회전수도 원점을 기준으로 좌우 대칭의 값으로 취한다.

$$N_i = N_{(2n+2-i)} \quad i = 1, \dots, n \quad (10)$$

$$N_s = \begin{pmatrix} N_1 \\ \vdots \\ N_c \end{pmatrix} \quad (11)$$

결과적으로 연마량 벡터 H_s 의 요소수는 원점을 포함해서 $(m+1)$ 개로 줄어든다. 따라서, 식 (8)은 회전 대칭성을 고려해서 변환된 식 (12)과 같이 표현된다.

$$H_s = R_s N_s \quad (12)$$

그리고, 제거행렬 R_s 의 각 행 벡터는 식 (13)과 같다.

$$R_{S_i}^j = R_i^j + R_i^{(2m+2-j)}$$

$$R_{S_i}^c = R_i^c$$

$$i = 1, \dots, n \quad j = 1, \dots, m+1 \quad c = n+1 \quad (13)$$

2.5 체재시간 계산법

식 (12)의 제거행렬은 정방행렬(square matrix)이 아니므로, 역행렬이 존재하지 않는다. 따라서 연마량 분포 H에 해서, 최소의 잔류오차를 가지도록 하는 최적의 해를 구하는 것이 필요하다. 여기서 α 는 잔류오차를 나타낸다.

$$H_s = R_s N_s + \alpha \quad (14)$$

체재 회전수는 공작물 회전주기의 양의 정수배 값이므로 양의 실수 해를 먼저 구하기 위해 비음수 최소자승(non-negative least-squares) 알고리즘을 이용한다⁽⁹⁾. 체재회전수 벡터 N_s 의 모든 요소가 음이 아닌 조건에서 잔류오차를 최소화하는 해를 구한다. 양의 실수로 구해진 체재회전수 벡터 N_s 는 사사오입에 의해 양의 정수로 변환한다.

3. 시뮬레이션 및 토의

제한된 연마경로 방식과 최소의 잔류오차를 만드는 체재 회전수 벡터 N을 구하는 과정에 대해서, 시뮬레이션에 의해 그 타당성 및 주요 변수의 영향을 분석한다.

3.1 제거율함수(removal rate function)의 가정

시뮬레이션을 위해 제거율 함수(removal rate function)를 타원의 연마영역 A(x, y)에서 종형(bell shape)으로 식 (15)와 같이 가정한다⁽¹⁰⁾.

$$R(x, y) \cong R_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right)^{3/2} \|V_{pxy} - V_{wxy}\| \quad (15)$$

연마율 R_0 은 연마영역 중심($x=y=0$)에서의 값이다. a와 b는 타원의 연마 영역의 반경이다. 또한, V_{pxy} 와 V_{wxy} 는 공구와 가공물의 연마 영역내의 속도 분포이다. Fig. 4와 식(15)를 이용하여 각각의 체재위치에서 계산한 공작물 직경 16

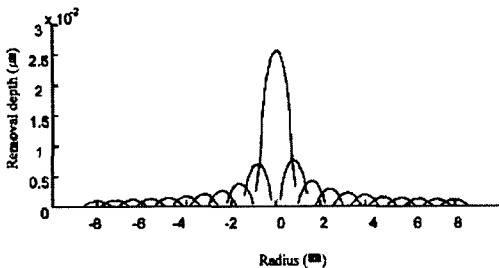


Fig. 6 Removal vectors at the dwell positions

mm, 격자수 (grid number, n) 10개일 때의 입의의 단위회전 제거벡터의 형태 예를 Fig. 6에 표시하였다. 공작물 반경 위치에 따른 연마경로 때문에 중심부로 갈수록 단위회전 제거 벡터의 크기가 증가함을 알 수 있다.

3.2 공구 체재간격(dwell grid interval)의 영향

잔류오차(residual error)에 대한 격자수(grid number)에 대한 영향을 시뮬레이션에 의해 파악한다. 1회지시연마량(one-path removal)은 비구면렌즈인 공작물 표면을 1회 주사할 때 지시된 연마량 분포로 정의된다.

Table 1 Polishing simulation condition

Polishing rate (Ro, $\mu\text{m}/\text{min}$)	Polishing area		Workpiece diameter (D, mm)	Velocity (rpm)	
	a(mm)	b(mm)		Workpiece	Polishing tool
1.63	0.63	1.04	16	70	250

체재격자수(grid number)가 n일 때 공구의 체재 간격 δ 는 $D/2n$ 이고, 샘플간격은 0.1mm이다. 1회지시연마량(one-path removal)을 0.4 μm 으로 전 표면에 대해 균일한 연마량을 적용한다. Fig. 7은 격자수(grid number)를 증가할 때의 계산된 잔류오차를 보인다.

격자수를 증가하면 n은 20($\delta=0.4\text{mm}$)까지는 잔류오차는 급격하게 감소하는 경향을 보인 후 완만한 감소를 나타낸다. 즉, 격자수를 증가하여 체재간격을 작게하면 일정범위 이하의 작은 잔류오차를 얻을 수 있다.

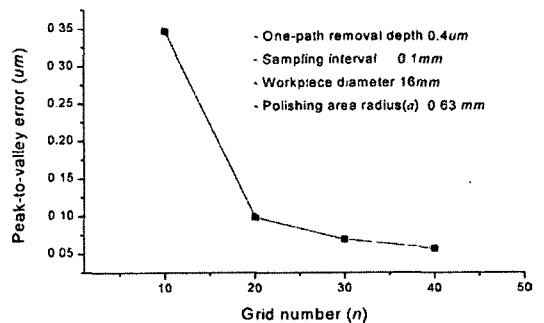


Fig. 7 Residual error with grid number

3.3. 정수배(integer-times) 체재회전수(dwell revolution number) 영향

1회지시연마량을 1, 0.5, 0.1, 0.05, 0.01 μm 으로 변화하면서 얻어진 잔류오차에 대해 분석하여 Fig. 8의 결과를 얻었다. 격자수 n 은 20이고, 동일한 제거율 함수가 사용되었다. 고정된 연마율 조건에 대해서 1회지시연마량이 적을수록 잔류오차도 감소한다. 1회지시연마량 1.0 μm 에서 잔류오차는 0.2 μm (20%)이고, 1회지시연마량 0.05 μm 에서는 잔류오차가 0.02 μm (40%)으로 나타났다.

1회지시연마량이 작아지면 잔류오차의 크기는 감소하지만, 체재회전수의 정수화 영향이 증대되어 상대적으로 잔류오차의 감소폭이 줄어든다. 잔류오차 최소화를 위해서는 체재시간 정수화의 영향이 무시되어야 한다. 즉, 정수배 영향은 알고리즘에 의해 계산된 체재회전수가 클수록 적어지므로, 적은 연마율 R_0 를 갖는 연마 공정조건이 필요하다.

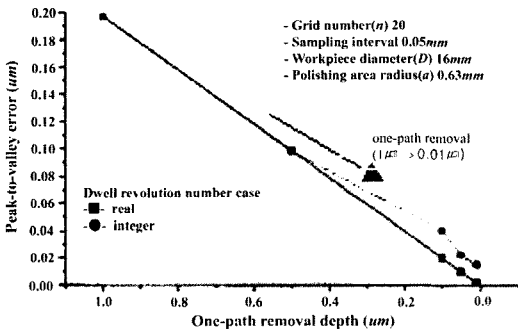


Fig. 8 Residual error with one-path removal

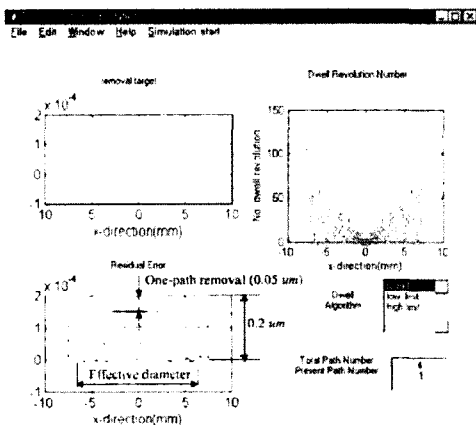


Fig. 9 Distribution of dwell revolution number at each discrete position

3.4 체재회전수 계산에

제안된 체재시간 계산방법에 의한 체재회전수 계산 예를 Fig. 9에 나타내었다. 가공대상물의 연마량 0.2 μm 을 4등분하여 1회지시연마량을 0.05 μm 으로 설정하였다. 격자수는 40이고, 연마율 R_0 은 0.18 $\mu\text{m}/\text{min}$ 으로 가정되었다. 구해진 체재회전수 분포는 공작물의 정속 회전 효과와 가장자리의 불연속으로 인해서, 중심부에서 가장자리로 갈수록 더 오래 체재하는 경향을 보이고, 최대 공작물 회전 주기의 100배 ($\approx 100\text{sec}$)의 값을 가진 경우도 있다.

4. 결론

본 연구에서는 회전 대칭의 비구면 렌즈 연마장치의 연마경로 생성에 필요한 새로운 이산 환형방식의 체재시간 계산알고리즘을 제안하였다. 제거율함수가 주어지면 제거행렬을 구한 후에, 지시된 연마량 분포로부터 정수배의 체재회전수를 구하는 계산과정을 구체적으로 기술하였다. 연마 제거율함수가 가정된 시뮬레이션에 의해, 공구 체재간격을 작게 하는 것이 적은 잔류오차를 얻게 하는 효과를 보였다. 또한 체재회전수의 정수화 영향은 1회지시연마량에 비해서 충분히 작은 연마율을 가질 수 있는 연마공정조건을 확보하면 무시될 수 있었다. 체재회전수의 분포는 공작물의 일정회전속도 영향으로 렌즈의외곽에서 큰 값을 가지고 있음을 보였다.

기호설명

- a minor radius of the elliptical polishing area
- A polishing area
- b major radius of the elliptical polishing area
- D workpiece diameter
- H polishing depth
- H_s removal depth vector
- m sample number
- n grid number for tool dwell positions
- N dwell revolution number
- N_s dwell revolution vector
- P polishing pressure
- R polishing rate function
- R_i unit revolution removal vector
- R_s removal matrix
- T Dwell time
- V_{py} velocity due to tool rotation

V_{wxy}	velocity due to workpiece rotation
α	residual error
δ	grid interval of tool dwell position
Ω	angular velocity of workpiece
λ	sampling interval

후 기

본 연구는 한국과학재단 지역대학우수과학자지원사업 (과제번호: R05-2004-000-12568-0)의 지원에 의해 일부 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Preston, F. W., 1927, "The theory and design of plate glass polishing machines," *Journal of Society of Glass Technology*, Vol. 11, pp. 214~256.
- (2) Jones, R. A., 1986, "Computer-controlled optical surfacing with orbital tool motion," *Optical Engineering*, Vol. 25, pp. 785~790.
- (3) Bogodanov, A. P., 1985, "Optimizing the technological process of automated grinding and polishing of high-precision large optical elements with a small tool," *Soviet Journal of Optical Technology*, Vol. 52, pp. 409~413.
- (4) Drueding, T. W., Bifano, T. G. and Fawcett, S. C., 1995, "Contouring algorithm for ion figuring," *Precision Engineering*, Vol. 17, pp. 10~21.
- (5) Carnal, C. L., 1992, "Advanced matrix-based algorithms for ion beam milling of optical components," *Proceedings of SPIE*, Vol. 1752, pp. 54~62.
- (6) Su, Y. T., and Sheen, J. Y., 1999, "A process planning strategy for removing arbitrary and axially symmetric profile by a polishing process," *International Journal of Machine Tools & Manufacturing*, Vol. 39, pp. 187~207.
- (7) Lee, H. and Yang, M., 2001, "A study on PC-NC based aspherical lens polishing system with minimum translation system," *Journal of Korean Society of Precision Engineering*, Vol. 18, No. 7, pp. 65~71.
- (8) Suzuki, H., Kodera, S., Nakasuji, T., Ohta, T. and Syoji, K., 1997, "Study on aspherical surface polishing of single crystal silicon lens," *Journal of Japan Society of Precision Engineering*, Vol. 63, pp. 1280~1284.
- (9) Lawson, C. L. and Hanson, R. J., 1974, *Solving Least Squares Problems*, Prentice-Hall, pp. 158~173.
- (10) Yang, M. and Lee, H., 2001, "Local material removal mechanism considering curvature effect in the polishing process of the small aspherical lens die," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 116, pp. 298~304.