

## 점진적 최적화 기법에서 불규칙 삼각망을 이용한 평면구조의 응력경로 탐색모델의 개발

### Development of a Stress Path Search Model of Evolutionary Structural Optimization Using TIN

김 윤 순\* · 정 남 수\*\* · 이 정 재\*\* · 윤 성 수\*\*\*

Kim, Yoon Soon · Jung, Nam Su · Lee, Jeong Jae · Yoon, Seong Soo

#### Abstract

Stress Path Search Model of Evolutionary Structural Successive Optimization (SPSMESO) using Triangular Irregular Network(TIN) was developed for improving over burden at initial design of ESO and strict stress direction of strut-and-tie model and truss model. TIN was applied for discretizing structures in flexible stress path and segments of TIN was analyzed as one-dimensional line element for calculating stress. Finally, stress path was searched using ESO algorithm. SPSMESO was efficient to express the direction of stress for 2D structure and time saving.

Keywords : ESO, TIN, Plane Structure, Stress Path

#### I. 서 론

구조해석의 문제에 있어 응력 경로는 구조물이 외부에 저항하는 내력의 크기 및 흐름을 판단할 수 있는 자료로 구조물 단면의 크기 및 철근의 배치와 같은 설계에 있어 매우 중요하다.<sup>1)</sup> 구조해석에서 응력경로란 구조물에 외부 하중이 주어졌을 때 구

조물 내에서 발생하는 인장이나 압축과 같은 응력의 흐름을 의미하는데, 응력 경로는 보통 주응력 방향을 중심으로 그 흐름이 선명하게 나타나는 특징이 있다.<sup>4)</sup>

오래 전부터 응력 경로를 쉽고, 빠르게 구하고자 하는 노력은 계속되어 왔다. 응력경로를 탐색하는 방법으로는 기술자의 경험이나 직관에 의존하는 트러스 모델이나 Strut-and-Tie 모델<sup>2)</sup> 등이 있으며 또한 컴퓨터를 이용한 반복 계산을 통하여 응력 경로를 구하는 점진적 구조 최적화 기법 등이 있다.<sup>10)</sup>

최근 컴퓨터를 이용한 구조설계 방법은 구조해석과 구조설계를 동시에 할 수 있는 구조 공학적 호

\* 한국건설교통기술평가원

\*\* 서울대학교

\*\*\* 충북대학교 지역건설공학과

\* Corresponding author. Tel.: +82-2-880-4592

Fax: +82-2-863-4592

E-mail address: jns@skypond.snu.ac.kr

를 보이고 있는데, 그러한 면에서 트러스 모델이나 Strut-and-Tie 모델은 해석과 설계의 양면성을 갖는 장점이 있다. 그러나 일반적으로 트러스 모델이나 Strut-and-Tie 모델은 모델의 기하학적 구성을 위하여 기술자의 경험이나 직관에 따르기 때문에 아직까지 정형화되어 있지는 못하다. 이러한 자의적인 부분은 설계에 있어 잘못 쓰일 위험이 있기 때문에 개선이 필요하다.<sup>11)</sup>

점진적 방법들은 위상 구조 최적화를 기반으로, 이산화된 연속체에 쉽게 적용할 수 있어 Steven 등에 의한 EP (Evolutionary Procedure), 이를 발전시킨 ESO (Evolutionary Structural Optimization),<sup>8)</sup> 그리고 이들을 계승 발전시킨 모델들이 있다.<sup>6),7)</sup> 만약 연속체를 이산화 하면, 위와 같은 방법에 기초하여 컴퓨터에 의한 응력 경로의 탐색이 가능하게 되는데, 여기에서 구조물을 해석하고, 응력을 결정하는 것은 유한요소해석법을 따르기 때문에 구조물의 기하, 하중, 재료의 정보만으로 일관된 응력 경로의 해석이 가능하다. 그러나 구조물을 평면요소로(plane stress/strain) 나누었기 때문에 아직도 계산의 부하량이 많고 응력의 방향을 표현하는데 제한적인 문제점이 있다.<sup>10)</sup>

본 연구에서는 기술자의 경험이나 직관에 의하여 설계되는 트러스 모델이나 Strut-and-Tie 모델의 문제점과 계산의 부하량 및 응력의 방향을 표현하는데 제한적인 ESO에 의한 단점들을 개선하기 위해서 ESO의 알고리즘에 1차원의 frame 요소를 적용시킨 응력경로 탐색 모델을 개발하고자 한다. 이를 위하여 임의적인 응력의 방향성을 유연하게 표현할 수 있는 불규칙 삼각망을 이용하여 구조물을 이산화하였고, 삼각형의 선분을 1차원 선요소로 해석하여 내력을 구한 다음 점진적 알고리즘을 적용하여 응력경로를 탐색하였다.

## II. 응력경로 탐색

### 1. 트러스 모델에 의한 응력의 해석

트러스 모델<sup>1)</sup>이나 Strut-and-Tie 모델<sup>1),9)</sup>에 의한 해석방법은 콘크리트를 압축재, 인장철근을 인장재 그리고 3개 이상의 부재가 만나는 부분을 접점으로 이상화하여 구조물의 응력상태를 해석한다. 이러한 방법은 극한하중을 받는 구조물에 대하여 힘의 평형상태를 보여주고, 구조물 내의 힘의 흐름을 도식화하여준다.<sup>7)</sup> 구조물 내의 힘의 흐름을 직관적으로 파악할 수 있기 때문에 이를 토대로 합리적인 배근이 가능하다. 설계 초기 단계에서 구조물의 극한내력의 상한치와 하한치를 비교적 쉽게 알 수 있어 엄밀한 탄성학적인 해에 근거한 정확한 수치에 비하여 공학적 가치가 있다.<sup>4)</sup>

트러스 모델은 구조물 내부에서의 힘의 흐름을 도식화하기 때문에 압축재와 인장재의 작용 크기를 계산하면 그에 따른 구조물 단면의 크기를 산정할 수 있다. 인장재는 인장재의 위치와 크기를 알 수 있기 때문에 이를 근거로 배근 설계를 할 수 있다. 설계 초기 단계에서 구조물의 극한내력의 상한치와 하한치를 비교적 쉽게 알 수 있는 장점이 있다. 최근 컴퓨터를 이용한 구조설계 방법은 구조해석과 구조설계를 동시에 할 수 있는 구조공학적인 흐름을 보이고 있는데 트러스 모델은 이러한 해석과 설계의 양면성을 가지고 있기 때문에 유용하다. 트러스 모델은 구조물의 기하학적인 형태와 하중 배열 변화에 대해 가시적으로 트러스 모델의 수정이 용이하므로 구조설계의 초기 단계에서 주어진 제한조건 등에 크게 구애받지 않고 다양하게 많은 종류의 구조시스템을 검토해 볼 수 있다.

### 2. 점진적 구조최적화법에 의한 탐색

점진적 구조 최적화 기법은 먼저 구조물의 설계 영역을 가능한 세분화한 뒤에 구조물에 하중을 부

과하고 유한요소법을 이용하여 응력을 해석한다. 해석 결과 재료가 효과적으로 사용되지 않은 부분이 나타나면 이 요소들은 제거 대상이 된다. 요소를 제거하기 위해 제거 기준(Rejection Criterion)을 도입하는데 일정한 기준보다 응력 값이 작으면 그 요소는 제거하도록 한다. 이때 유한요소해석과 요소제거 과정은 제거율이 동일값으로 반복되어 더 이상 제거할 요소가 없을 때까지 진행한다.<sup>11)</sup>

연속체의 경우 구성요소 중 외부 하중에 저항하는 요소는 하중경로에 해당하는 요소뿐이므로 외부 하중에 저항하지 않는 부재는 제거되어도 전체 강성에는 거의 영향이 없게 된다. 따라서 구조물의 강성에 기여하지 않는 부분은 제거하는 것이 경제적이다. 이에 따라 구조물의 재료를 제거하는 기준이 필요하다. 재료 제거 과정의 정식화는 다음과 같다.

유한요소정식화 과정에서 정적 구조물의 평형방정식은 식 (1)과 같다.

$$[K] \{u\} = \{R\} \dots \dots \dots (1)$$

여기서,  $[K]$  : 구조물의 강성도 행렬  
 $\{u\}$  : 하중에 따른 변위벡터  
 $\{R\}$  : 절점 하중벡터

만약 어떤요소가 설계영역에서 제거된다면, 그 강성과 변위는 변할 것이므로 식 (1)은 식 (2)와 같이 변화되고,

$$([K] + [\Delta K]) (\{u\} + \{\Delta u\}) = \{R\} \dots \dots \dots (2)$$

여기서,  $[\Delta K]$  : 강성 행렬의 증분  
 $\{\Delta u\}$  : 절점 변위 벡터의 증분  
 강성 행렬의 증분은 식 (3)과 같다.

$$[\Delta K] = [K_r] - [K] = -[k_e] \dots \dots \dots (3)$$

여기서,  $[K_r]$  : 설계 결과의 강성행렬

$[k_e]$  : e번째 요소의 강성행렬  
 이를 전개하면 식 (4)와 같이 나타나는데,

$$[K] \{\Delta u\} + [\Delta k] \{u\} = \{R\} - [K] \{u\} - [\Delta K] \{\Delta u\} (4)$$

$[\Delta K] \{\Delta u\}$ 는 고차 미분항이므로 무시하면, 식 (5)를 얻을 수 있다.

$$\{\Delta u\} = -[K]^{-1} [\Delta K] \{u\} \dots \dots \dots (5)$$

구조물의 변형에너지는 식 (6)과 같이 나타낼 수 있으며,

$$C = \frac{1}{2} \{R\}^T \{u\} \dots \dots \dots (6)$$

e번째 요소의 제거로 인한 구조물의 변형에너지의 변화는 식 (7)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \Delta C &= \frac{1}{2} \{R\}^T \{\Delta u\} \dots \dots \dots (7) \\ &= \frac{1}{2} \{u_e\}^T [k_e] \{u_e\} \end{aligned}$$

여기서,  $\{u_e\}$  : e 번째 요소의 변위 벡터

이 과정은 e번째 요소의 제거에 따른 구조물의 변형에너지의 변화는 e번째 요소의 변형에너지의 계산에 의해 근사적으로 계산될 수 있음을 보이고 있다. 그러므로 요소 변형에너지는 전체 구조물의 강성을 구성하는 요소의 변형에너지의 합으로 계산될 수 있고, 각 요소의 변형에너지는 식 (8)과 같다.

$$c_e = \frac{1}{2} \{u_e\}^T [k_e] \{u_e\} \dots \dots \dots (8)$$

연속체를 구조체로 변환하기 위해 가장 낮은 변형에너지 요소는 설계 영역에서 점차로 제거한다. 만약 연속체 설계영역이 여러 크기의 요소로 나누어 진다면, 가장 낮은 요소의 변형에너지는 재료 제거 기준에서 중량으로 나누어진 값이 사용된다. 가장 낮은 변형에너지 밀도를 받는 요소는 초기의

설계영역에서 요소의 수에 따른 요소 제거율에 따라 지정한 만큼 반복 제거된다.

### III. 응력경로 탐색 모델 개발

#### 1. 모델의 기본 개념

트러스 모델은 철근콘크리트 구조물의 내력을 인장재와 압축재로만 표현하기 때문에 응력의 흐름을 쉽게 알 수 있다. 일반적으로 트러스 모델을 설계함에 있어 경험이 많은 구조 설계자의 직관에 의존하여 트러스 모델을 구성하는데 이는 설계에 잘못 쓰일 부분이 발생할 수 있으므로 보다 개선될 필요가 있다. 응력경로 자동 탐색 모형은 경험이 많지 않은 구조 설계자라도 트러스 모델을 구성하거나 구조물의 내력을 개략적으로 파악하고 싶을 경우 사용될 수 있는 모델이다.

본 연구에서 개발한 응력경로 탐색 모델은 기존의 트러스 모델에 점진적 구조 최적화 기법을 적용시킨 것이다. 즉, 인장과 압축만으로 구조물 내력을 표현하는 트러스 모델을 불규칙 삼각망으로 유한 요소를 생성시키고 여기에 점진적 구조 최적화 기법을 적용시켜 미소 응력의 요소를 점차적으로 제거해 나가는 방법을 채택하였다. 불규칙 삼각망에 의한 Frame요소의 생성은 임의적인 응력의 방향을 표현하는데 효과적이며 1차원 요소이기 때문에 수치해석의 계산량 감소와 성능의 개선이 기대된다.

#### 2. 모델의 개발

트러스 모델링을 채택한 응력경로 자동탐색 모형의 알고리즘은 주어진 구조를 Advancing Front 기법을 이용한 불규칙 삼각망(TIN)을 생성시켜, 불규칙 삼각망의 선분을 1차원 Truss로 해석하며, 응력 경로를 탐색하고, 제거기준 및 종료 기준 적용하며, 새로운 계산자료로 반복계산하는 5단계로 구분된다.

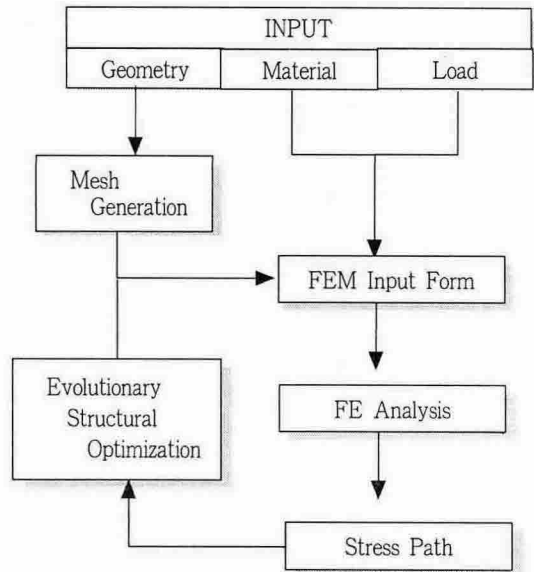


Fig. 1 Algorithm of Stress Path Search Model

주어진 구조물에 대하여 영역을 정하고 TIN을 구성한 다음 이를 Truss로 해석하고 1차적으로 응력 경로를 파악한 후, 제거기준과 종료기준으로 요소를 점차 없애 가는 것이다. 여기서, 종료 기준에 맞지 않는다면 새로운 입력 자료를 만들어 응력을 재해석하면서 점차 구조물을 최적화 시켜 나가는 것이다(Fig. 1).

### IV. 적용 예 및 고찰

#### 1. 적용 예

개발된 모델의 적용성을 살펴보기 위하여 Fig. 2와 같은 상재하중을 받고 있는 켈틸레버 용벽에 적용하였다. 여기서, 상재하중으로  $1.0 \text{ tf/m}^2$ 이 주어지고 흙의 단위중량  $\gamma = 1.6 \text{ tf/m}^3$ , 내부마찰각  $\alpha = 35^\circ$ , 마찰계수  $f = 0.5$ 으로 하였다.

모델을 적용하기에 앞서 작용하는 하중을 해석하였다. Fig. 3과 같이 용벽 안쪽에는 흙과 상재하중에 의하여 수직하게  $W = 9.85 \text{ tf/m}$ 의 힘이 발생하

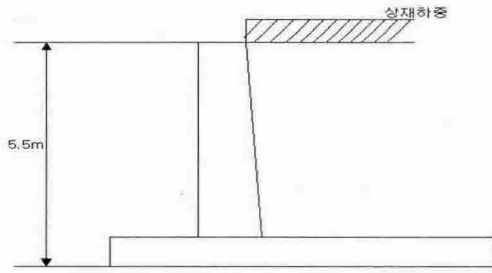


Fig. 2 Example of Cantilever Retain Wall

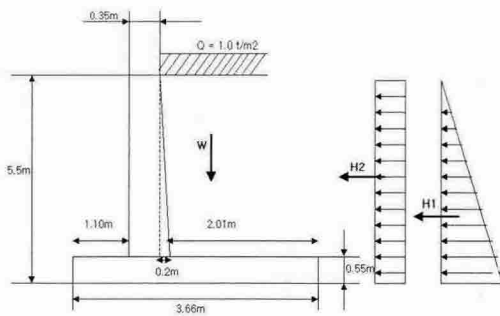


Fig. 3 The Forces on Retain Wall

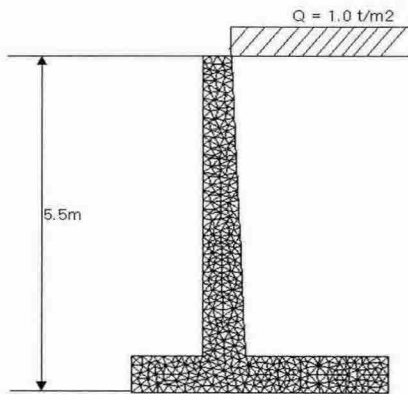


Fig. 4 TIN at Retain Wall

고, 상재하중과 수평한 토압에 의하여 수평방향으로  $H_1 = 2.385 \text{ tf/m}$ ,  $H_2 = 0.273 \text{ tf/m}$ 가 발생하게 된다.

Fig. 4는 옹벽 내부에 불규칙 삼각망을 발생시킨 것으로 450개의 절점과 1,200개의 요소가 발생되었다.

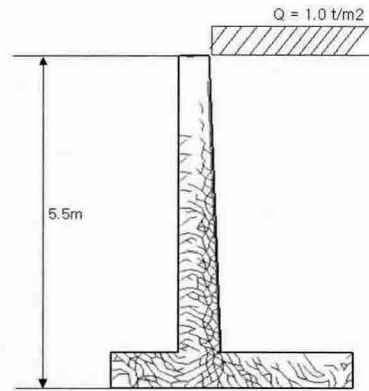


Fig. 5 Analysis Result of Retain Wall (Solid Line : Tensional Stress)

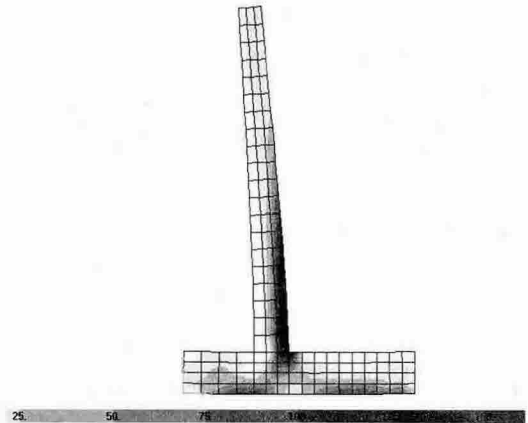


Fig. 6 Analysis Result of Retain Wall by SAP™

옹벽의 해석 결과 Fig. 5과 같이 인장응력은 옹벽에 수직인 오른쪽 면에 집중되어 있으며, 또한 옹벽의 저판을 기준으로 오른쪽 아래 부분과 왼쪽 윗부분 그리고 옹벽의 기둥과 저판이 만나는 부분에 인장 응력이 집중되었다.

Fig. 6은 옹벽 문제를 구조 해석 프로그램인 SAP™으로 해석한 결과이다. SAP™은 Plane Strain으로 가정하여 해석하였으며 해석결과 응력 경로 탐색 모델과 마찬가지로 옹벽에 수직인 오른쪽 면과 저판 부분에 인장응력이 집중되어 있다.

그리고 Fig. 7은 춘천~안양 고속도로 공사에 적

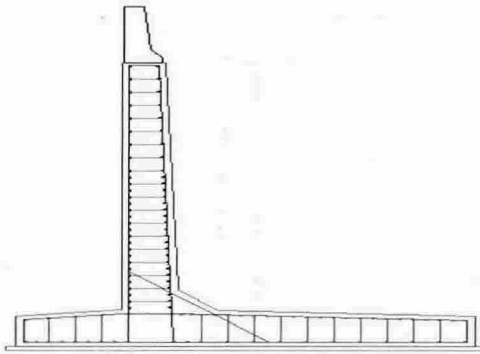


Fig. 7 Bar Arrangement Drawing of Retain Wall

용되었던 옹벽에 대한 배근도이다. 배근도는 옹벽에 수직한 방향과 저판에 각각 직사각형 모양의 주철근이 배근되었고, 옹벽과 저판이 만나는 부분에는 사선 방향으로 보강을 되었음을 알 수 있다. 본 예제의 해석결과 응력경로 탐색 모델은 실제 철근 배근을 위한 기초자료로 효용성이 있었다.

2. 기존의 방법과의 비교

본 절에서는 지금까지 응력경로 탐색을 위하여 사용되었던 방법 중 점진적 구조 최적화 기법에 (ESO) 의한 것과 본 장에서 제시한 응력경로 탐색 모델과의 해석 시간을 비교하려 한다. 이를 위하여 Fig. 8과 같이 길이 13 m 이고 양단이 지지된 단순보를 이용하였다. 여기서, 외력으로 5 kn/m(0.5 kgf/m)의 분포하중을 작용시켰다.

Table 1은 ESO와 응력경로 탐색 모델과 비교한 것이다. 응력경로 탐색 모델에서 불규칙 삼각망을 생성하는 전처리 모듈은 일반 PC에서(CPU: AMD

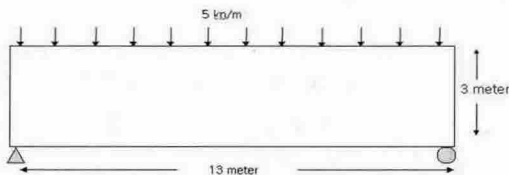


Fig. 8 Example of 13 meter Beam

Table 1 Compare Stress Path Search Model with ESO Work

기존 ESO Work		Stress Search Model	
요소의 개수	해석 시간(분)	요소의 개수	해석 시간(분)
50	16	495	3
200	65	964	8
300	183	1949	25
400	309	3076	40

550, RAM 256M) 처리하였으며 응력을 해석하는 해석 모듈은 WorkStation(SunStation MP630, RAM 128M)에서 처리하였다. 그리고 ESO 작업은 WorkStation(SunStation MP630, RAM 128M)에서 처리하였고 요소는 8절점이며 Plane Stress로 해석한 것이다. 응력경로 탐색 모델은 두 개의 절점을 갖는 선요소를 해석하였기 때문에 8절점 요소를 사용하여 해석한 ESO 방법보다는 시간적인 면에서 많은 개선을 보였다.

V. 결 론

본 연구에서는 기술자의 경험이나 직관에 의한 트러스 모델에 의한 응력경로 탐색 방법과 계산의 부하량 및 응력의 방향을 표현하는데 제한적인 ESO에 의한 응력경로 탐색 방법을 개선하기 위하여 ESO의 방법에 1차원의 Frame 요소를 적용하여 2차원 유한요소 해석의 경우와 같은 결과를 얻으면서 성능을 개선하는 방법을 제시하였다. 이를 위하여 임의적인 응력의 방향성을 유연하게 표현할 수 있는 Advancing Front 기법을 이용하여 불규칙 삼각망에 의한 메쉬를 만들어 이산화 하였고, 삼각형의 선분을 1차원 선요소로 수치해석 하여 내력을 구한 다음 점진적으로 최적화하는 응력경로 탐색 모델을 개발하였다.

1) TIN을 이용한 응력경로 탐색 모델은 해석의 시간을 크게 단축시켰으며 임의적인 응력의 방향성을 표현하는데 효과적이었다.

2) 응력경로 탐색 모델은 철근콘크리트의 평면구조물에 작용하는 내력을 도식화하여 트러스 모델의 개념적 설계에 유용하게 사용될 것으로 판단되며, 또한 철근의 배근 및 구조물의 단면 크기를 결정할 수 있는 기초자료로 활용할 수 있다.

3) 경험이 많지 않은 구조 설계자가 구조물의 개략적인 응력 흐름을 파악함으로써 보다 안전한 설계에 도움이 될 것으로 판단한다.

응력경로 탐색 모델은 앞으로 3D Frame 요소를 사용할 경우 3D에서 응력 탐색이 가능해지므로 보다 복잡한 구조물에 적용이 가능할 것으로 판단되며, 철근의 배근과 설계에 적용이 가능할 것이다. 그리고 모델의 확장과 해석결과에 대한 평가를 위해 전문가의 지식과 경험을 바탕으로 한 지식 기반 구축이 필요하다.

본 연구는 2003년도 농림기술관리센터 '농업 시설의 계획 설계를 위한 CAD와 GIS 자료구조 통합 시스템 개발'(과제번호: 203103-03-1-SB010)의 연구비 지원으로 수행되었습니다.'

### References

1. Alshegeir. A. and Ramirez. J. A., Strut-Tie Approach in Pretensioned Deep Beams, ACI Structural Journal. Vol. 89. pp.296-304, 1992
2. Hong, S. G., 1996, Structural Design Method of Steel Concrete. BalUn (in Korean)
3. Jin, H. and N. E. Wiberg, 1990, Two-Dimensional Mesh Generation, Adaptive Remeshing and Refinement, International Journal for Numerical Methods Engineering, Vol. 29, 1501-1526
4. Lee, J. J., 1991, Reliability Analysis Modeling of Frame Structures based on Discretized Ideal Plastic Method, Ph.D. thesis: Seoul National University (in Korean)
5. Liang, Q. Q., Y. M. Xie, G. P. Steven, Optimal Topology of Bracing Systems for Multistory Steel Frames, ASCE J. of Structural Engineering, 126(7) pp.823-829, 2000
6. Liang, Q. Q., Y. M. Xie, G. P. Steven. Topology Optimization of Strut-and-Tie Models in Reinforced Concrete Structures using an Evolutionary Procedure, ACI Structural Journal 97(2) pp.322-330, 2000
7. Lo, S. H., 1992, Generation of High-Quality Gradation Finite Element Mesh, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 41, 191-202.
8. Marti. P., Truss Models in Detailing, Concrete International: Design & Construction. Vol. 83. pp.66-73, 1985
9. Schlaich. M. and Strut-and-Tie models, Journal of Structural Engineering. ASCE
10. Steven, G. P., Y. M. Xie, 1993, Evolutionary Structural Optimization with FEA, Computational Mechanics, pp.27-34
11. Yoon, S.S. 2001, A Study on the reinforced Concrete using Evolutionary Structural Optimization (in Korean), Journal of KSAE. 44(2)