

다중 집중질량효과에 의한 탄성 회전 블레이드의 진동해석

Vibration Analysis of A Rotating Cantilever Blade with Multiple Concentrated Masses with an Elastically Restrained Root

윤 경 재*

Yun, Kyung-Jae

ABSTRACT

In this paper, we have proposed a novel method which can analysis a rotating elastically restrained blade with concentrated masses located in an arbitrary position. The equations of motion are derived and transformed into a dimensionless form to investigate general phenomena. For the modeling of the multi-concentrated masses, the Dirac delta function is used for the mass density function. Simulation results show that the vibration characteristics of elastic restrained blade of according to dimensionless variables for example, multiple masses magnitude and mass location ratio. This method can be applied to a practical rotating blade system required to more accurate results.

주요기술용어(주제어) : Vibration Analysis(진동 해석), Elastically Restrained Root(탄성 지지단), Multiple Concentrated Masses(다중 집중질량), Dimensionless Variable(무 차원 변수), Natural Frequency(고유 진동수)

1. 서론

회전 구조물은 헬리콥터 회전익, 인공위성 안테나, 발전기 터빈 블레이드, 함정의 프로펠러와 같이 다양한 산업현장에서 매우 유용하게 사용되어 지고 있다. 그리고 이러한 시스템들의 최근 발전 추세가 정밀화, 경량화, 고속화되어 가고 있으며 그에 따른 구조물들의 진동 소음 및 동 특성에 관한 연구가 활발하게 연구되어지고 있으며 또한 시스템의 성능을 향상시키기 위해서는 반드시 선행되어야할 필수적 조건이라

할 수 있다. 회전구조물의 진동연구는 *Southwell*과 *Gough*^[1]를 통해서 연구되어지기 시작했다. 이들은 *Southwell*방정식을 통해 회전 블레이드의 고유진동수의 변화를 예측할 수 있는 간단한 방법을 제시하였다. 이 후 컴퓨터의 급속한 발달로 운동방정식을 고유치 문제로 변환시켜 수치적인 방법으로 고유진동수를 구하려는 많은 방법들이 나타나게 되었다. 또한 좀 더 일반적인 형상에 대하여 비선형적 모델링에 근거한 진동해석을 수행하려는 연구논문들도 발표되어지고 엄밀해를 구하기 위한 연구결과 등 회전구조물의 진동해석을 위한 수많은 방법들이 제시되고 연구되어지고 있다. 최근 들어서 연구내용들을 살펴보면 회전구조물의 좀더 자세한 모델링을 통해서 정확한 수치결과를 얻어내고자 하는 노력들이 이루어지고 있

† 2004년 8월 1일 접수~2004년 12월 10일 심사완료

* 국방과학연구소(Agency for Defense Development)

주저자 이메일 : kyun@add.re.kr

다. 예를 들어, 회전 블레이드의 지지부는 지금까지 대부분 고정 지지단으로 모델링 되어왔지만 실제 형상에 좀 더 가까운 해석을 위해서 탄성 지지단으로 모델링을 하고 있다. 이는 현재까지의 모델링 방법으로는 실제 회전구조물 시스템에서 발생하는 여러 현상들을 설명할 수 없고, 또한 설계 시 정확한 결과를 바탕으로 한 방법을 제시하여야 하는 등 이러한 연구에 대한 필요성이 절실히 요구되어지기 때문이다. 이에 관한 연구는 1957년 *Boyce*^[2]에 의해 최초로 해석적인 방법이 제시되어졌고 이후 1980년대에 *Afolabi*, *D*^[3]와 *Abbas*^[4]등에 의해서 지지부의 탄성력을 고려한 고유진동수를 구하는 연구가 수행 되어졌으며 1990년대에는 *Lee*, *S. Y*^[5]와 *K. Y. Ke*^[6]등이 탄성지지 티모센코 보나 비 균일한 보의 고유진동해석 연구 결과 등 다양한 방법을 제시하였다. 그리고 또 한편으로는 블레이드에 집중질량의 효과를 고려한 연구들이 활발하게 진행되어 왔으며 이러한 연구결과들은 실제 시스템에서 많이 적용되어지고 있다. 예를 들면 산업분야에서는 압전소자(Piezoelectric Bimorph Cell)를 액추에이터(Actuator)로 사용하는 유연 보의 자유진동해석이며, 군사 분야에서는 여러 무기를 탑재한 전투기 날개의 진동해석 등이 대표적인 예이다. 이에 관한 연구는 1970년대에 *Rao*^[7]와 *T. W. Lee*^[8]등에 의해 끝단질량을 갖는 보의 자유진동해석에 관한 연구 등이 진행되었고 1980년대에는 *Gutierrez*와 *Laura*^[9] 등에 의해 집중질량을 갖는 비균일 보와 경계조건의 변화에 따른 보의 진동해석에 관한 연구 등이 활발하게 이루어졌다. 1990년대 이후로는 *Rossi*와 *Larrondo*^[10]등에 의해 끝단질량을 갖는 티모센코 보의 고유진동수 등에 관한 연구결과들이 제시되어졌다. 하지만 이들 논문들은 회전하지 않는 고정지지 블레이드를 해석하였고 또한 인장과 굽힘 방향 모드의 연성효과(Couple Effect)를 고려하지 않았다. 위에서 제시한 방법들은 현재는 물론 앞으로도 더욱더 중요하게 사용되어지는 항공우주 및 위성 시스템들 가령, 전기적 센서가 부착되어진 인공위성 안테나의 경우 또는 여러 형상변화로 인해 일정한 임의의 위치에서 질량분포의 차이를 갖는 항공기 회전익 등과 같은 회전구조물의 진동특성을 파악하고자 할 때 한계성을 갖고 있으며 이런 특성을 고려한 회전구조물에 대한

명확한 결과를 제시해 줄 연구들이 절실히 요구되어지고 있는 실정이다.

본 연구에서는 앞서 설명한 바와 같은 모든 사항들을 고려하여 집중질량들의 위치 및 크기의 변화에 따른 탄성지지 회전블레이드의 모델링 및 수치해석을 통한 진동특성의 결과를 제시하고자 하였다.

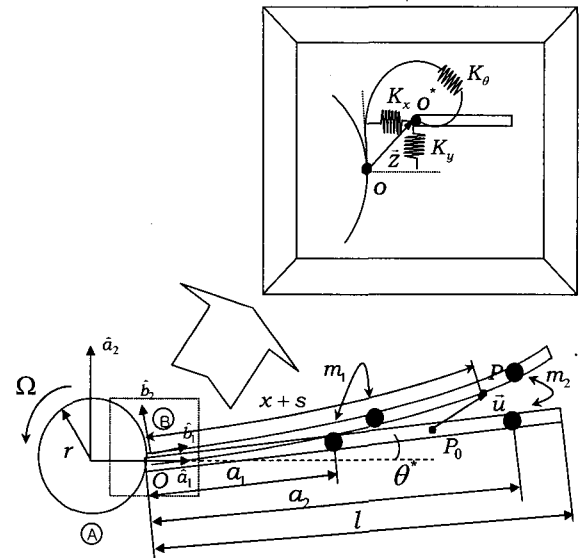
2. 운동 방정식

가. 모델링을 위한 가정

본 절에서는 모델링 및 운동방정식 유도과정을 제시하고 있다. 모델링을 위한 다음과 같은 가정을 수립한다. 첫째, 보는 균질하고 등방성이며 단면은 대칭으로 일정하다. 둘째, 전단효과와 단면관성효과(Rotary Inertia Effect)는 고려하지 않는다. 셋째, 보는 회전평면내의 변형만 일어난다고 가정한다. 즉 면내 굽힘 운동만을 다룬다.

나. 운동방정식의 유도

운동방정식을 유도하기 위해서 집중질량을 가진 회전 블레이드의 형상을 그림 1과 같이 나타내었다. 그



[그림 1] 집중질량들의 크기 및 위치변화에 따른 탄성지지 회전 블레이드

림 1은 집중질량들이 부착되어 있고 탄성 지지단을 가지며 반지름 r 인 허브에 각 속도 Ω 로 회전하고 있는 블레이드의 형상을 나타내는 그림이다. 여기서 \hat{a}_1 과 \hat{a}_2 는 강체 A 에 부착된 좌표계의 서로 수직인 단위벡터를 나타내며, \hat{b}_1 과 \hat{b}_2 는 강체 B 의 끝단에 부착된 좌표계의 서로 수직인 단위벡터를 나타낸다, 그리고 블레이드의 탄성 효과를 고려하기 위해서 지지부를 K_x, K_y, K_θ 의 강성을 갖는 스프링으로 모델링하였다. O 는 축 A 에 고정된 점을, O^* 는 보의 좌측단면 상의 점을 나타낸다. O 와 O^* 는 회전이 없는 경우 탄성변형이 없으므로 서로 일치한다. 블레이드의 임의의 질점 P_0 는 탄성변형 후 점 P 로 위치 변화를 하게 되고 그들 간의 탄성변위는 \vec{u} 로 나타낸다. 또한 x 는 고정점 O^* 에서 변형 전 임의 점 P 까지의 거리이며 s 는 임의 질점의 위치에서 블레이드가 인장된 길이를 나타낸다.

위에서 언급한 모델링 및 변수들을 이용해서 운동 방정식을 얻을 수 있으며 편미분 운동방정식을 상미분 운동 방정식으로 얻기 위해서 가상 모드 법 (Assumed Mode Method)를 사용하여 s, u_2 를 다음과 같이 근사화(Approximation) 시킨다.

$$s = \sum_{j=1}^{\mu_1} \phi_{1j}(x) q_{1j}(t) \tag{1}$$

$$u_2 = \sum_{j=1}^{\mu_2} \phi_{2j}(x) q_{2j}(t) \tag{2}$$

여기서 ϕ_{1j}, ϕ_{2j} 는 s, u_2 를 표현하기 위한 가상 모드 함수들이고 q_{1j}, q_{2j} 는 시간의 함수인 일반 좌표들이며 μ_1, μ_2 는 일반좌표의 총 개수이다. 지지부의 각 방향 탄성 변형량은 x^*, y^*, θ^* 로 나타내도록 한다. 운동방정식의 유도도를 위한 이론 및 결과는 참고문헌 [13]에 잘 나타나 있으며 본 논문에서는 수식화 과정의 복잡성과 중복성의 측면에서 편의상 언급하지 않기로 하며 다만 참고문헌 [13]에서는 공진주파수로 가진되는 외력을 고려하였으나 본 논문에서는 고유진동 특성을 분석하기 위해서 외력을 제외시키고, 회전블레

이드에 부착된 집중질량들의 효과를 고려하였다. 블레이드의 임의의 위치에 다중집중질량이 부착되어 있는 것을 모델링 하기 위해 보의 단위 길이 당 질량을 나타내는 ρ 를 임의의 지점 $x = a_1, x = a_2$ 에서 충격함수 (Dirac's Delta Function)로 가정하였다. 진동해석을 위한 질량과 강성 행렬 중에 ρ 와 관련되는 항들은 M_{ij}^{ab}, K_{ij}^G 이며, 이들의 다중집중질량에 의해 변화된 값을 각각 $\overline{M}_{ij}^{ab}, \overline{K}_{ij}^G$ 라 표시하고 구하면 다음과 같다.

$$\overline{M}_{ij}^{ab} = M_{ij}^{ab} + m_1 \phi_{ai}(a_1) \phi_{bj}(a_1) + m_2 \phi_{ai}(a_2) \phi_{bj}(a_2) \tag{3}$$

$$\overline{K}_{ij}^G = K_{ij}^G + m_1 (a_1 + r) \Omega^2 \int_0^{a_1} \phi_{2i,x} \phi_{2j,x} dx + m_2 (a_2 + r) \Omega^2 \int_0^{a_2} \phi_{2i,x} \phi_{2j,x} dx \tag{4}$$

여기서 m_1, m_2 는 임의의 지점에 위치한 다중집중질량의 크기를 나타낸다. 일반적으로 블레이드의 인장방향 고유진동수와 굽힘방향 고유진동수는 그 차이가 크게 나타나므로 이들의 연성에 의한 효과(Coupling Effect)는 무시될 수 있다. 하지만 고속 회전 시는 이러한 효과가 주요 변수로 작용할 수도 있으며 이러한 효과는 종래의 모델링 방법으로는 고려될 수 없다. 따라서 본 연구에서는 그 효과를 고려하여 수치해석을 하였다. 그리고 일반화 된 해석결과를 얻어내기 위해서 다음 무 차원 변수들을 이용하여 앞서 유도된 운동 방정식을 무 차원화 하였으며 무 차원 변수를 이용하면 운동방정식은 무 차원 운동 방정식으로 나타낼 수 있다. 무 차원변수 및 무 차원 운동방정식의 유도과정 및 결과는 참고문헌 [13]에 잘 나타나 있으며, 본 논문에서는 편의상 언급하지 않기로 한다. 무 차원화된 운동방정식은 진동해석을 위한 하나의 행렬방정식 형태로 나타내면 다음과 같이 표기될 수 있다.

$$[\widetilde{M}]\{\ddot{\Phi}\} + [\widetilde{C}]\{\dot{\Phi}\} + [\widetilde{K}]\{\Phi\} = \{0\} \tag{5}$$

무 차원 운동방정식을 살펴보면 행렬 $[\widetilde{C}]$ 는 비대

칭 형태를 가지므로 고유치 해석을 위해서는 복소모드 해석법을 사용해야 한다. 이를 위해 식 (5)를 다음과 같이 변환한다.

$$[M]^* \{\dot{\eta}\} + [M]^* \{\eta\} = \{0\} \quad (6)$$

여기서,

$$[M]^* = \begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$[K]^* = \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\{\eta\} = \begin{Bmatrix} \dot{\Phi} \\ \Phi \end{Bmatrix} \quad (9)$$

복소모드 해석을 위해 열행렬 $\{\eta\}$ 를 다음과 같이 변수 분리한다.

$$\{\eta\} = e^{\lambda t} \{\Phi\} \quad (10)$$

여기서 λ 는 복소수 값의 고유치이고 $\{\Phi\}$ 는 모드형을 나타내는 열 행렬이다. 식 (10)을 식 (6)에 대입하여 정리하면,

$$\lambda [M]^* \{\Phi\} + [K]^* \{\Phi\} = \{0\} \quad (11)$$

식 (11)에서 구해진 고유치는 복소수 값을 갖게 되는데 허수부의 값으로부터 고유진동수를 구할 수 있으며 또한 실수부의 값으로부터 감쇠계수를 구할 수 있다.

3. 수치 해석 및 결과

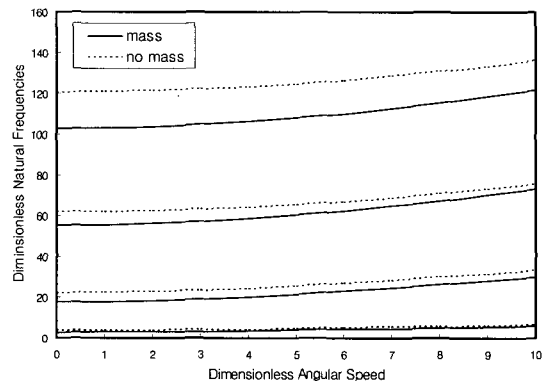
본 연구에서는 회전 블레이드의 가장 낮은 4개의 고유진동수의 충분히 수렴된 결과를 얻기 위해서 회전하지 않은 고정된 블레이드의 인장 모드와 굽힘 모드 각각 10개를 가상모드로 하여 수치해석을 수행하였다. 지지부의 탄성 값은 참고문헌 [12]에서 유도된

값의 범위에서 대표의 값을 정하였으며 집중질량의 효과를 구체적으로 살펴보기 위해서 우선 연성효과를 고려하지 않은 경우의 1~4차 고유진동수의 결과 비교를 그림 2에 나타내었다.

표 1은 탄성지지 회전 블레이드의 무차원 변수의 값을 나타낸 것이다. 그림 2에서처럼 집중질량들이 부착된 경우가 없는 경우보다 고유진동수보다 작아짐을 알 수 있으며 이는 여러 부착된 집중질량들로 인한 블레이드의 관성력의 크기가 증가했기 때문이다. 그리고 회전 각속도의 증가에 따라 고유진동수가 증가하는 것을 확인할 수가 있다. 이는 회전 원심력으로 인한 블레이드의 강성력이 커지기 때문이다. 다음

[표 1] 연성효과를 무시한 탄성 블레이드

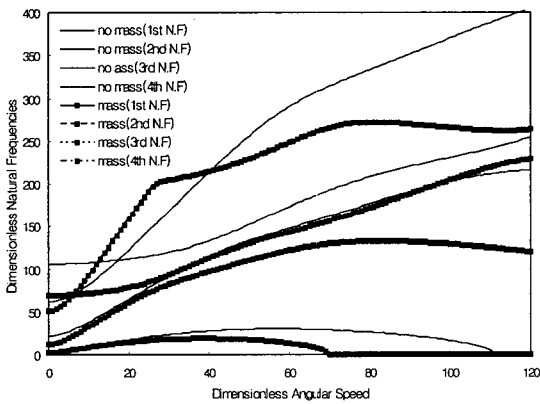
무 차원 변수	값의 크기
δ	0.1
α_1	0.5
α_2	0.5
β_1	0.5
β_2	1.0
K_x^*	10^5
K_y^*	10^5
K_θ^*	10^5



[그림 2] 연성효과를 고려하지 않은 경우의 집중질량들의 유, 무에 따른 고유진동수 비교

은 연성효과를 고려한 경우에 질량이 부착되어 있는 경우에 회전 블레이드의 진동특성에 어떠한 영향을 미치는지를 파악해야 할 필요가 있다. 참고문헌 [11]에서 입증된 연성효과들의 특성을 잘 나타내기 위해서 회전각속도의 값을 고속으로 하였다. 그림 3에서 연성효과를 알아보기 위해 집중질량이 있는 경우와 집중질량이 부착되지 않은 단순한 탄성 회전 블레이드의 고유진동수들을 비교하여 나타내었다. 우선 그림에서 보는 바와 같이 참고문헌 [11]에서 기술하고 있는 연성효과를 고려하였을 때 휨(Veering)효과가 3~4차 고유진동수에서 나타나고 있으며 또한 참고문헌 [12]에서 보여주는 1차 고유진동수에서의 동적 좌굴(Dynamic Buckling)현상을 두 경우 모두 잘 보여주고 있다. 또한 여기에서도 집중질량들이 부착되어 있

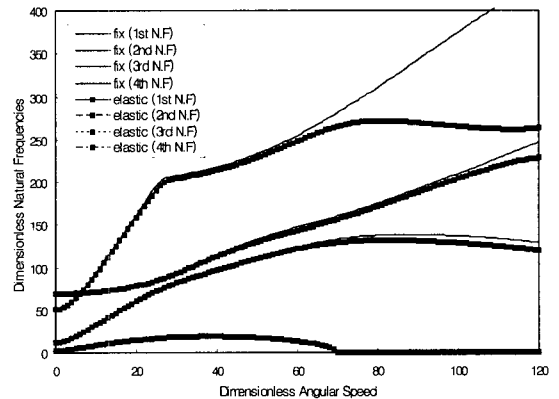
는 경우는 없는 경우에 비해 고유진동수 값들이 작게 나타남을 확인할 수가 있다. 그리고 시스템의 진동특성에 가장 큰 영향을 미치는 1차 고유진동수가 집중질량이 있는 경우에는 회전각속도의 증가로 인해 증가하다가 비교적 저속에서 감소하면서 중속에서 동적 좌굴이 일어남을 볼 수 있다. 또한 고속에서 이런 현상이 발생하는 단순 블레이드와도 매우 큰 차이가 있다. 이 결과는 매우 중요한 의미를 지닌다. 실제 블레이드 설계 시 고속에서 동적좌굴이 일어나기 때문에 대부분의 경우에서 인장 방향은 고려하지 않고 압축 방향만을 고려한다. 사실 운용범위가 대부분 중속으로 회전하기 때문에 크게 문제되지는 않는다. 그러나 집중질량이 부착되어 있는 경우에는 중속에서 동적 좌굴 현상이 일어나기 때문에 설계 시 반드시 고려되어야 한다. 다음은 블레이드의 지지부의 탄성효과를 고려한 경우와 그렇지 않은 경우의 진동특성이 어떻게 달라지는지를 알아볼 필요가 있으며 이는 그림 4에 잘 나타나 있고 지지부의 강성이 고정 지지단인 경우보다 작기 때문에 고유진동수 값들이 작아지는 것을 볼 수 있다. 고차 진동수로 갈수록 그리고 회전각속도가 커질수록 즉, 고속 회전일수록 그 차이가 많이 나타남을 알 수 있다. 그림 5는 회전각속도가 저속에서부터 고속까지의 다양한 경우에 대해서 집중질량들의 위치변화에 따라 블레이드의 고유진동수가 어떻게 달라지는지를 보여주는 결과이다. 무 회전 시에는 집중질량이 자유단 쪽으로 이동할수록 고유진



[그림 3] 연성효과를 고려한 경우의 집중질량들의 유, 무에 따른 고유진동수 비교

[표 2] 연성효과를 고려한 탄성 블레이드

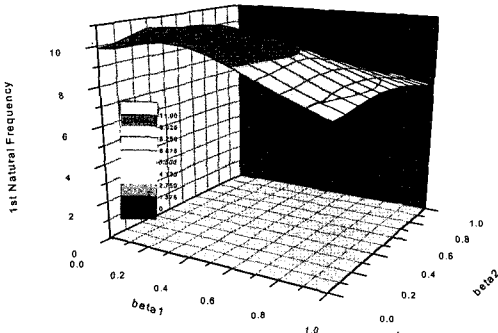
무 차원 변수	값의 크기
λ	70.71
δ	0.5
α_1	1.0
α_2	1.0
β_1	0.5
β_2	1.0
K_x^*, K_y^*, K_θ^*	10^5



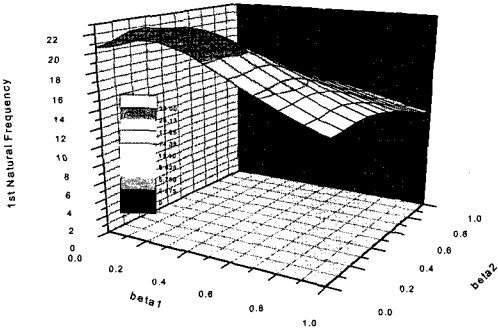
[그림 4] 집중질량들이 있는 고정 및 탄성지지 블레이드의 고유진동수 비교

동수가 계속 감소하나, 그림 5에서처럼 회전을 할 때는 집중질량이 고정 단에서 자유단 쪽으로 이동을 시작함에 따라 적절한 위치까지 고유진동수가 증가하는 현상을 관찰할 수 있다. 이러한 현상은 앞서 설명한

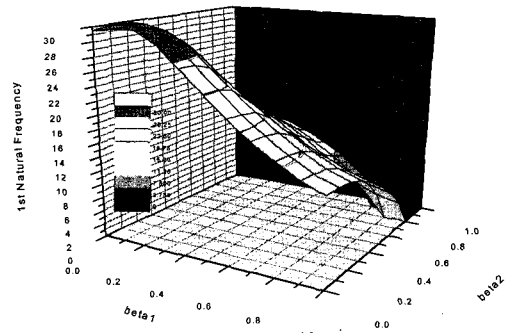
바와 같이 회전 시 집중질량에 의한 강성증가효과가 질량증가효과보다 크기 때문에 나타나는 현상이라 할 수 있다. 그러나 집중질량이 자유단에 가까이 가면, 즉 β_2 가 1에 가까워질수록 다시 질량효과가 강성효과보다 커져서 보의 고유진동수 값이 감소함을 볼 수 있다.



(a) 회전각속도($\gamma=10$)인 경우

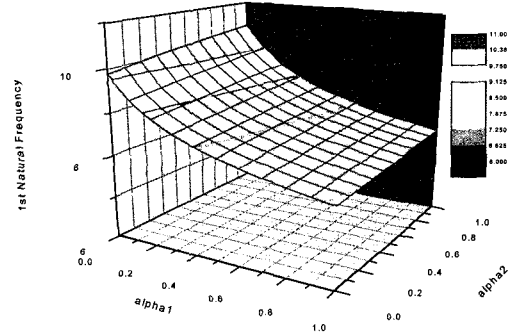


(b) 회전각속도($\gamma=25$)인 경우

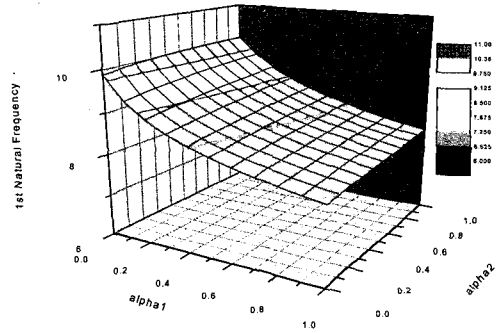


(c) 회전각속도($\gamma=50$)인 경우

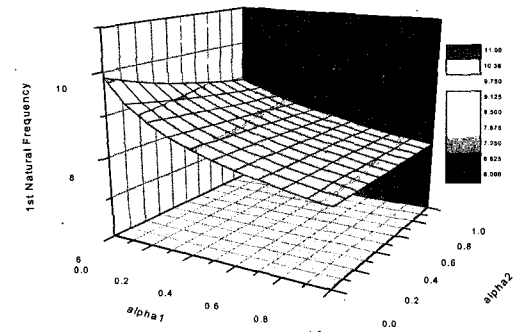
[그림 5] 집중질량들의 위치변화에 따른 첫 번째 고유진동수 값의 특성



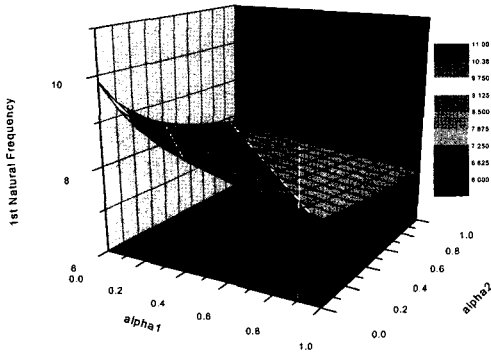
(a) $\beta_1=1, \beta_2=0.25$ 인 경우



(b) $\beta_1=1, \beta_2=0.5$ 인 경우



(c) $\beta_1=1, \beta_2=0.75$ 인 경우



6(d) $\beta_1=1, \beta_2=1$ 인 경우

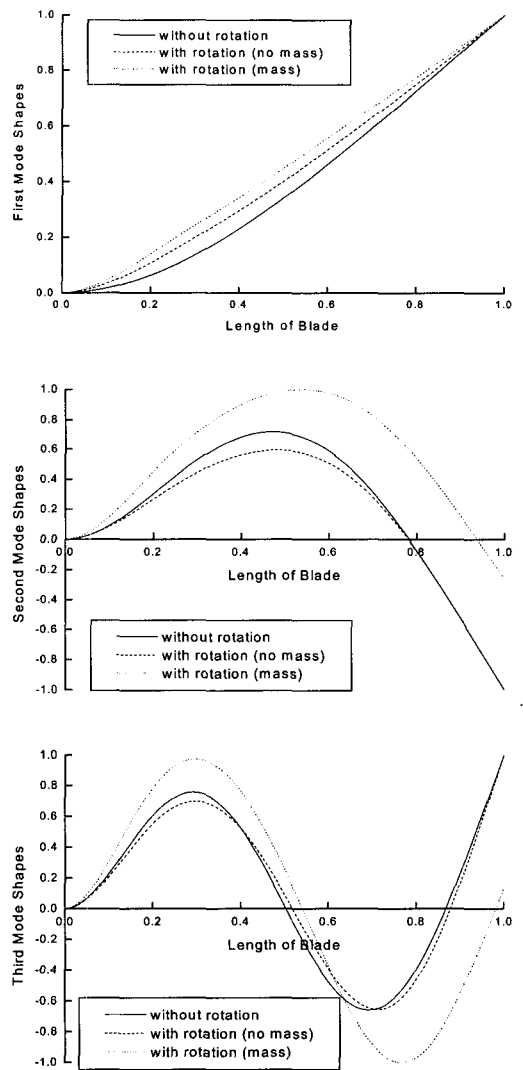
[그림 6] 집중질량들의 크기변화에 따른 첫 번째 고유진동수 값의 특성

이 결과 또한 보가 회전 운동을 할 때는 집중질량의 위치에 따라서 고유진동수가 증가할 수도 있고 감소할 수도 있다는 것을 의미하는 것이며 다중집중질량의 부착위치를 조절하여 고유진동수를 적절히 조절할 수 있다는 결과이다. 이러한 여러 결과들을 통해 회전 블레이드의 설계 시 진동의 특성현상을 잘 나타내주는 매우 유용한 자료로 회전 구조물 시스템에 적절한 집중질량의 크기와 부착위치들의 정보를 제공해주는데 적용될 수 있는 중요한 참고자료가 될 것이다.

그림 6은 집중질량들의 위치 변화에 따른 탄성지지 블레이드의 고유진동수 변화를 나타낸 그림이다. 그림 6(a)를 살펴보면 하나의 질량의 위치가 블레이드의 지지부에 가까이 있는 경우이며 그 때의 질량이 크기가 커질수록 고유진동수 값이 증가하는 반면 블레이드의 끝단에 위치한 질량의 크기가 증가할수록 고유진동수의 값은 작아지는 것을 확인할 수 있다. 그리고 그림 6(b), (c), (d)를 통해서 그림 6(a)와 달리 집중질량의 위치가 블레이드의 중간지점을 기점으로 멀어질수록 고유진동수의 값이 줄어드는 것을 확인할 수 있다. 즉, 집중질량의 위치가 블레이드의 끝단에 위치할수록 질량관성효과가 블레이드의 강성효과보다 훨씬 더 크게 작용함을 보여주는 것이다.

모드형상 특히 절점이나 반절점의 위치는 진동제어를 목적으로 하는 경우 상당한 중요성을 가질 수 있다. 그림 7은 굽힘진동 해석 시 $\delta=1, \alpha=1, \gamma=0$ 또는

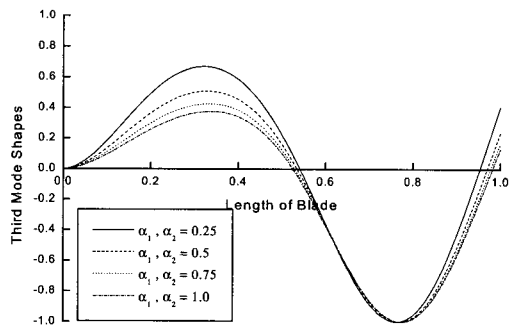
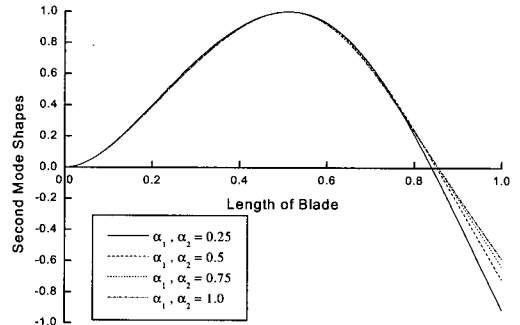
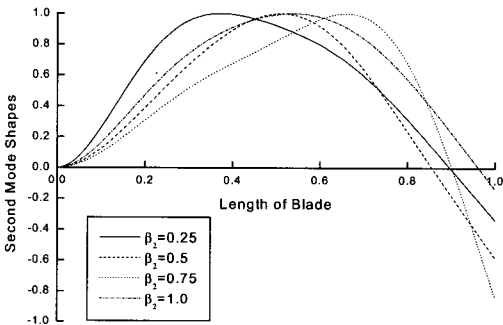
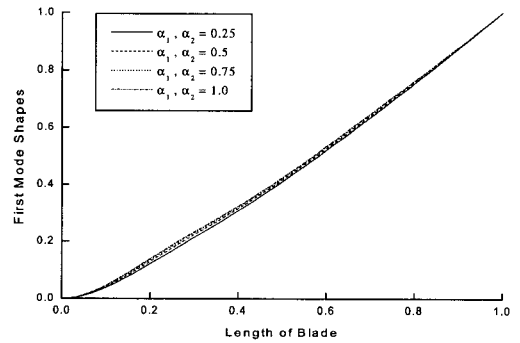
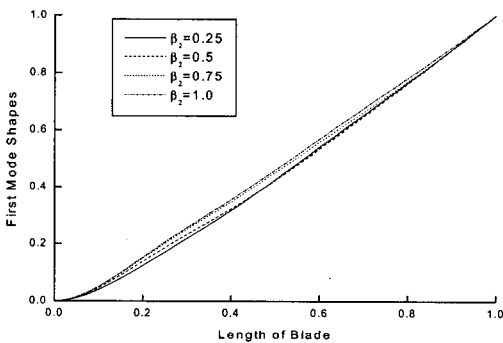
$\gamma=10$ 경우 그리고 질량이 없는 경우와 하나의 질량이 자유단 끝에 있는 경우의 가장 낮은 세 모드의 모드형상과 절점 위치의 변화를 비교하여 보여주고 있다. 하나의 집중질량이 있는 경우는 없는 경우와 비교하여 둘째 모드의 절점은 보 전체길이를 100퍼센트로 볼 때, 15퍼센트 가량 더 자유단 쪽으로 위치하며 셋째 모드의 절점은 각각 5퍼센트와 10퍼센트 더 바깥쪽에 위치하는 것을 수치적으로 확인할 수 있었다.



[그림 7] 회전 유무와 집중질량의 유무에 따른 블레이드의 Mode Shape Variation

그림 8은 여러 개의 집중질량들이 임의의 위치에 부착되어 있는 탄성지지 블레이드의 굽힘 방향 모드 형상을 살펴본 그림이다. 무차원 변수는 $\delta=1$, $\alpha_1=1$, $\alpha_2=1$, $\beta_1=1$, $\gamma=10$, $K_{x,y,\theta}^*=10^5$ 이며 집중질량의 위치 (β_2)가 임의로 변화할 때 가장 낮은 세 모드의 모드 형상과 절점 위치의 변화를 비교하여 보여주고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 집중질량의 위치부근에서 모

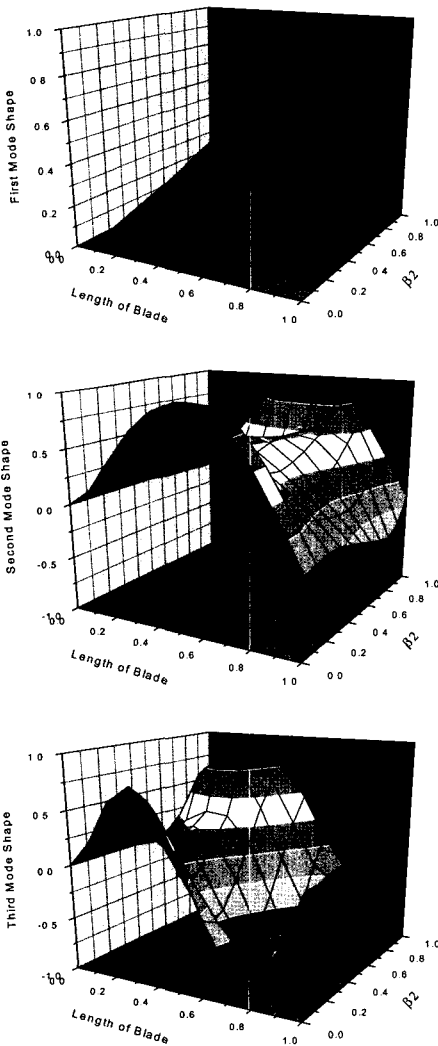
드 형상이 매우 크게 변화하는 것을 볼 수 있으며 절점의 변화 또한 잘 나타내주고 있으며 특히 세 번째 모드의 첫째 절점은 매우 크게 변화하고 있음을 확인할 수 있었다. 그림 9는 임의의 위치에서 여러 개의 집중질량들의 크기변화($\alpha_{1,2}$)에 따른 탄성지지 블레이드의 굽힘 방향 모드 형상을 살펴본 그림이다. 무차원 변수 $\delta=1$, $\beta_1=0.5$, $\beta_2=1$, $\gamma=10$, $K_{x,y,\theta}^*=10^5$ 이며 둘째



[그림 8] 집중질량의 위치 변화에 따른 탄성지지 블레이드의 Mode Shape Variation

[그림 9] 집중질량들의 크기변화에 따른 탄성지지 블레이드의 Mode Shape Variation

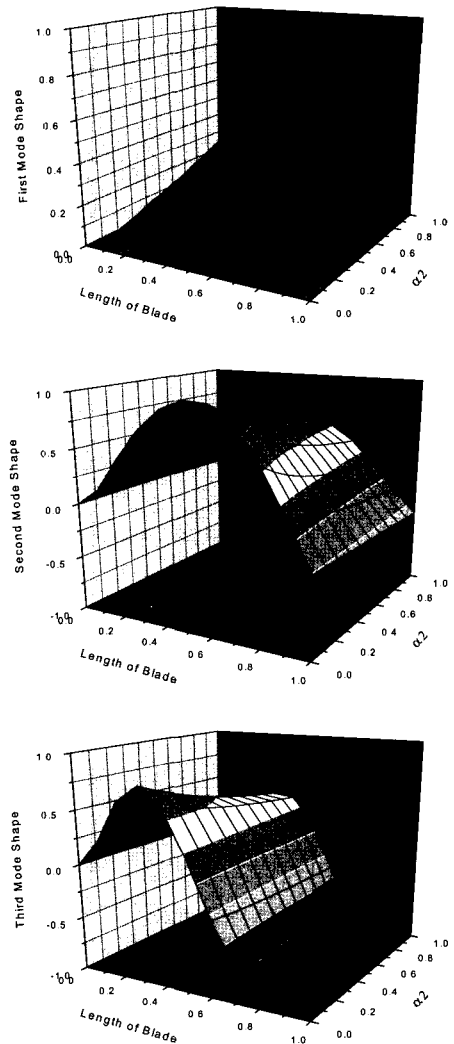
모드의 경우 질량의 크기가 클수록 절점이 자유단으로 위치하며 셋째 모드는 질량이 클수록 탄성 지지단 부근의 모드형상 폭이 줄어들고 두 번째 절점이 자유단 쪽으로 이동함을 확인할 수 있다. 그림 10은 집중 질량의 위치변화가 탄성지지단쪽에서 자유단쪽으로 연속적인 변화를 할 때의 1~3차 모드 형상 및 절점의 변화를 3차원으로 알기 쉽게 나타낸 그림이다. 둘째 모드형상에서 질량의 위치가 중간에 위치하는 경우와 끝단에 위치하는 경우의 확연한 차이를 확인할



[그림 10] 질량의 위치가 탄성 지지단에서 자유단으로 연속적인 변화 시 Mode Shape

수 있고 또한 질량이 자유단으로 이동할수록 절점의 위치도 함께 움직이며 셋째 모드형상은 질량이 위치한 부근에서는 모드형상의 폭이 많이 줄어들고 첫 번째 절점의 위치변화도 매우 크게 달라지는 것을 그림을 통해서 확인할 수가 있다.

그림 11은 집중질량들이 중간과 끝단에 위치한 경우 중간에 위치한 질량의 크기변화가 0에서 1로 즉, 없는 경우에서 블레이드의 질량크기와 같은 경우까지



[그림 11] 질량이 없는 경우에서 블레이드와 질량과 같은 경우까지 연속적인 변화 시 Mode Shape

연속적으로 변화할 때의 1~3차 모드 형상 및 절점의 변화를 3차원으로 나타낸 그림이다. 둘째 모드형상과 셋째 모드형상 모두에 있어서 질량의 크기가 커질수록 모드 형상 폭의 크기가 줄어들고 또한 절점의 위치도 자유단 쪽으로 이동하는 것을 확인할 수가 있다.

지금까지 연성효과(Coupling Effect)를 고려한 경우와 고려하지 않은 각각의 경우에 여러 질량의 효과를 통한 탄성지지 회전 블레이드의 여러 가지 진동특성들을 살펴보았다. 고차 고유진동수에서 휨(veering) 현상을 볼 수 있었으며, 고속인 경우 동적좌굴(Dynamic Buckling)이 발생하는 것도 확인할 수 있었다. 이러한 매우 중요한 결과들을 집중질량들을 이용해서 그 특성을 변화시키거나 조절할 수 있었으며 특정한 현상을 피할 수도 있었다. 또한 시스템의 특성을 결정짓는 여러 무 차원 변수들을 통해서 진동특성을 파악할 수 있었고 특히 집중질량들의 크기와 그들 간의 위치 변화들에 따른 중요한 결과들의 도출은 매우 중요한 의미를 줄 것이다. 또한 진동제어에 필수적인 블레이드의 굽힘방향 모드형상 변화를 집중질량의 크기변화와 위치 변화 모두를 고려하여 수치적인 결과를 비교제시 하였다. 이러한 결과들은 실제 블레이드의 설계 시 그리고 실제 운용되는 회전 구조물들의 진동특성을 재조명하고 그 현상을 파악하는데 있어 매우 유용한 자료로 사용될 수 있으리라 판단된다.

4. 결론

본 연구에서는 보의 임의 지점에 여러 개의 집중질량을 가진 회전운동을 하는 탄성지지 블레이드의 진동해석을 수행하였다. 부착되어진 여러 집중질량들을 고려하기 위해 보의 단위 길이 당 질량을 충격함수로 이상화하여 간명하게 수식을 유도하였다. 본 연구에서 제시된 진동해석 모델링은 다중집중질량이 부착되어 회전하는 탄성 블레이드의 진동해석을 질량들의 크기와 위치의 변화에 따라 효과적으로 수행할 수 있다는 특성을 갖는다. 즉, 블레이드의 어느 위치에 질량들이 개수에 상관없이 부착되어있든 모든 가능성을

고려한 구조의 진동특성을 파악할 수 있으며 이 결과들은 실제 시스템의 설계에 바로 적용될 수 있다. 본 연구에서는 수치 해석적 결과를 통해서 다음과 같은 여러 가지 결과들을 도출해낼 수 있었다. 우선 여러 개의 집중질량들이 블레이드의 임의의 어느 위치에 존재하든 그에 따른 경우에 대한 모델링을 제시하였고 진동해석을 수행하였다. 그리고 회전 블레이드의 형상을 실제 모델과 가깝게 하기 위해서 지지부의 탄성효과를 고려하였으며 연성효과를 통한 축 반경 비, 세장비, 복소모드 해석법 등을 고려하여 좀 더 다양하고 구체적인 경우를 통한 회전구조물의 특성을 파악하고자 하였고 그를 통한 여러 중요한 결과들을 도출해 낼 수 있었다. 특히 회전각속도가 고속인 경우에는 연성효과를 고려하지 않은 경우와는 확연한 차이를 보여주므로 반드시 고려해야 함을 알 수 있었고 동적좌굴(Dynamic Buckling), 고차 고유 진동수 궤적들 간의 휨(veering) 현상, 그리고 그런 상태에서 집중질량들의 크기와 그들 간의 위치변화에 따른 진동 특성변화를 제시하였으며 또한 탄성지지 블레이드의 집중질량의 크기와 위치변화에 따른 굽힘방향 모드형상 변화 등 매우 중요하면서도 다양한 결과들을 도출해낼 수 있었다. 본 연구들의 결과들을 통해서 임의의 위치에 여러 집중질량을 갖는 회전 블레이드의 진동특성을 연성효과를 고려한 경우까지를 포함하여 파악할 수 있었으며 설계 시 매우 유용하게 적용될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- [1] Southwell, R., Gough, F., "The Free Transverse Vibration of Airscrew Blades", 1921 British A.R.C. Reports and Memoranda No. 766.
- [2] Boyce, W. E., "Effect of Hub Radius on the Vibrations of a Uniform Bar", 1956, ASME J. of Applied Mechanics, Vol. 23, pp.283~290.
- [3] Afolabi, D., "Natural Frequencies of Cantilever Blades with Rasilent Roots", 1986, J. of Sound and Vibration, Vol. 110, pp.429~441.

- [4] Abbas, B. A. H., "Dynamic Analysis of Thick Rotating Blades with Flexible Roots", 1985, The Aeronautical Journal, Vol. 89, pp.10~16.
- [5] Lee, S. Y., Lin, S. M., "Bending Vibration of Rotating Nonuniform Timoshenko Beam with an Elastically Restrained Root", 1994, ASME, J. of Applied Mechanics, Vol. 61, pp.949~955.
- [6] K. Y. Ke., S. Y. Lee., "Free Vibrations of a Non-Uniform Beam with General Elastically Restrained Boundary Conditions", 1990, J. of Sound and Vibration, Vol. 136, No. 3, pp.425~437.
- [7] G. V. Rao., K. Raju., "Vibration Frequencies of a Tapered Beam with One End Spring-Hinged and Carrying a Mass at the Other Free End", 1975, ASME J. of Applied Mechanics, Vol. 42, No. 3, pp.740~741.
- [8] T. W. Lee., "Transverse Vibrations of a Tapered Beam Carrying a Concentrated Mass", 1976, ASME J. of Applied Mechanics, Vol. 43, No. 2, pp.366~367.
- [9] P. A. A. Laura., R. H. Gutierrez., "Vibrations of an Elastically Restrained Cantilever Beam of Varying Cross Section with Tip Mass of Finite Length", 1986, J. of Sound and Vibration, Vol. 108, No. 1, pp.123~131.
- [10] R. E. Rossi., H. Larrondo, "Free Vibrations of Timoshenko Beams Carrying Elastically Mounted Concentrated Masses", 1993, J. of Sound and Vibration, Vol. 165, No. 2, pp.209~223.
- [11] Yoo, H. H., Shin, S. H., "Vibration Analysis of Rotating Cantilever Beams", 1998, J. of Sound and Vibration, Vol. 212, No. 5, pp.807~828.
- [12] 윤경재, 유홍희, "지지부의 탄성효과를 고려한 회전 외팔 보의 진동해석," 2000, 한국소음진동학회 논문집, 제10권 제6호, pp.1022~1028.
- [13] 윤경재, "공진 주파수 영역에서 탄성지지단의 마찰감쇠효과를 고려한 회전 블레이드의 과도응답 해석", 2003, 한국군사과학기술학회지, 제6권 제4호, pp.100~112.