

구형 도파관 모델에 의한 직사각형 전원평면의 임피던스 계산

Impedance Calculation of the Rectangular Power Plane by the Waveguide Model

박 면 주 · 이 병 제

Myun-Joo Park · Byungje Lee

요 약

본 논문에서는 직사각형 전원평면에 대한 새로운 해석적 모델과 그에 기반한 임피던스 표현식을 제시하였다. 제안된 방법에서는 전원평면 구조를 그 둘레에 적당한 경계 조건을 가지는 일정 길이의 직사각형 도파관으로 모델화 하였다. 그 결과 제안된 모델에 기반하여 유도된 임피던스 표현식이 1차원 급수형태로 나타나며, 이는 기존에 제안된 전원평면의 구형 공동 모델에 기반한 임피던스 식에 비해 계산 효율을 크게 높일 수 있다.

Abstract

A novel impedance model is proposed for the rectangular power plane along with the analytic impedance expression derived from it. The power plane is modeled as a section of a rectangular waveguide with appropriate boundary conditions around its periphery. As a result, the derived impedance expression based on the proposed model has the one-dimensional series form, which is simpler and computationally more efficient than the existing formula based on cavity model of the power plane.

Key words : Power Plane, Power Distribution Impedance, Waveguide Model, Power Noise

I. 서 론

최근 들어 집적회로나 디지털 분야에서의 비약적인 기술 발전에 힘입어 컴퓨터 등 각종 전자기기의 동작 속도는 매년 비약적으로 증가하고 있다. 이와 같은 고속화와 고집적화 그리고 소형화의 진전에 따라 최근 전자기기들에서는 시스템의 전류밀도가 매우 커지고 이에 따른 고주파 전원 잡음이 증가하여 이로 인한 신호 충실도의 저하가 큰 문제로 등장하고 있다. 이에 따라 각종 고속 디지털 시스템에서 시스템 전체에 저잡음의 깨끗한 전원을 공급해줄 수 있는 효율적인 전원 분배 회로(power delivery circuit) 설계의 중요성이 점점 더 증대되고 있다.

전원 분배회로의 설계시 저주파 전원 잡음의 경우 bypass 캐패시터 등을 사용하여 어느 정도 감소시킬 수 있으나 고주파로 가면 bypass 캐패시터에 내재된 기생 인덕턴스 효과로 인해 효율적인 전원 잡음 제거가 곤란해진다. 기생 인덕턴스가 적은 세라믹 chip 캐패시터 등을 사용하면 그 동작 주파수를 어느 정도까지는 높여줄 수 있으나 한계가 있으며 현실적으로 수백 MHz 이상의 매우 높은 주파수 대역에서의 전원 잡음 제거에는 전원평면에 의한 전원 decoupling 효과에 의존할 수밖에 없는 형편이다.

직사각형 전원평면은 각종 PCB 보드나 패키지 구조에서 가장 널리 사용되고 있는 구조로서 실제적으로 매우 중요한 위치를 차지하고 있다. 또한 그 구조

「본 연구는 정보통신부의 대학정보통신(ITRC) 육성 지원사업의 지원으로 수행되었음.」

광운대학교 RFIC 연구 및 교육 센터(RFIC Research and Education Center, Kwangwoon University)

· 논문 번호 : 20040823-110

· 수정완료일자 : 2004년 11월 8일

적 단순성으로 인해 이론적인 분석 및 이에 따른 해석적인 연구가 비교적 용이하여 전원 평면 연구의 초기로부터 광범위한 연구가 이루어져 왔다. 이와 같은 직사각형 전원평면에 대한 해석적인 연구에서는 구조 전체를 직사각형 공동 구조로 모델화하는 것이 가장 일반적인 접근 방법이다^{[1],[2]}. 이 방법에 따라 직사각형 전원평면의 임피던스를 구할 경우 구형 공동의 모드 함수에 의한 전자파 전개를 통해 2차원 급수 형태의 해석적인 임피던스 표현식을 얻을 수 있다^{[1],[2]}.

본 논문에서는 구형 도파관 모델에 기반한 직사각형 전원평면의 새로운 해석적인 임피던스 표현식을 제시하였다. 먼저 직사각형 전원평면 구조를 양 끝이 개방된 구형 도파관 구조로 모델화하고 그에 대한 전자파 해석을 통해 그 임피던스를 도파관 모드 함수를 사용하여 전개하였다. 그 결과 유도된 임피던스 식은 1차원 급수 형태로 표현되어 기존에 사용되어 오던 구형 공동 모델에 기반한 2차원 급수 형태보다 그 계산 효율을 크게 높일 수 있다.

II. 이 론

그림 1에 전원 및 접지면으로 구성된 직사각형 전원평면의 구조와 그 구형 도파관 등가 모델을 보여 주고 있다. 직사각형 전원 평면은 x 축 및 y 축 방향으로의 치수가 각각 a, b 인 두 개의 평행한 직사각형 평면 도체가 일정한 간격 d 를 두고 각각 접지면과 전원면의 구실을 하는 구조로 되어 있다.

일반적인 응용에서 전원 및 접지면 사이의 거리는 사용 주파수 대역에서의 파장에 비해 매우 작기 때문에 이 방향으로의 전자기장 변화는 무시할 수 있는 정도이므로 전체 구조를 2차원 전자장 문제로 환원시켜 생각할 수 있다. 같은 이유로 전원평면 측

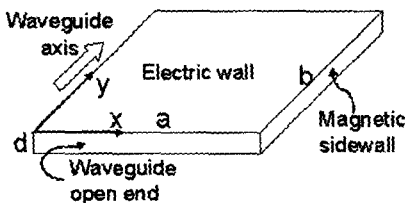


그림 1. 직사각형 전원평면의 구형 도파관 모델
Fig. 1. Waveguide model of a rectangular power plane.

면 둘레에서의 fringing field 효과도 무시할 수 있으며 이를 전자기적으로는 완전 자기 도체벽으로 생각할 수 있다. 따라서 전체적인 전원평면 구조는 윗면과 아랫면이 도체벽, 그리고 네 측면은 자기벽으로 둘러싸인 2차원 평면형 구형 공동 구조로 생각할 수 있다. 기존의 직사각형 전원평면에 대한 해석적 연구는 모두 이와 같은 구형 공동 모델에 기반을 두고 있다^{[1],[2]}.

본 연구에서는 그림 1에 나타난 것처럼 직사각형 전원평면을 구형 도파관 구조로 모델화 하였다. 이 모델에서 구형 도파관의 위와 아래면 벽은 전원평면의 전원 및 접지면을 이루는 도체판으로 구성되며, 두 측면벽은 전원평면의 서로 마주보는 옆면으로서 자기벽이 된다. 이 구형 도파관은 앞면과 뒷면이 직사각형 전원평면의 나머지 두 측면에 의해 중단되어 있는데 이 부분도 역시 자기벽으로서 전기적으로는 개방 특성을 가진다. 따라서 제안된 모델에 의하면 직사각형 전원평면은 양 끝단이 개방된, 측면에 자기벽을 가지는 구형 도파관 구조로 가정된다.

일반적인 전원평면의 임피던스는 다음과 같은 적분식으로 표현될 수 있다^[1].

$$Z_{ij} = \frac{d}{w_{xi}w_{yi}w_{xj}w_{yj}} \iint_{\text{port } i} \iint_{\text{port } j} G(x, y, x', y') dx dy dx' dy' \quad (1)$$

위의 식에서 d 는 전원 및 접지면 사이의 간격, w_{xi} , w_{yi} 는 각각 포트 i 의 x 및 y 방향으로의 치수이다. $G(x, y, x', y')$ 는 전원평면 구조에서의 그린 함수로써 (x', y') 지점에 위치한 단위 선 전류원(line current source)에 의해 (x, y) 지점에 나타나는 전장의 z 성분을 나타낸다. 제안된 구형 도파관 전원평면 모델을 사용할 경우, 이 구조에 대한 그린 함수는 자기 측면벽을 가지고 양끝이 개방된 종단 조건을 가진 구형 도파관에 대한 경계치 문제로 귀착된다. 수식적으로는 다음과 같은 2차원 Helmholtz 방정식과 경계조건을 만족시켜야 한다.

$$\begin{aligned} (\nabla_z^2 + k^2)G(x, y, x', y') &= j\omega\mu_0\delta(x-x')\delta(y-y') \\ \nabla_z^2 &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ \frac{\partial G}{\partial x} &= 0, x=0, a \\ \frac{\partial G}{\partial y} &= 0, y=0, b \end{aligned} \quad (2)$$

이와 유사한 문제로서 일반적인 도체벽 구조의 구형 도파관 내에 위치한 선전류원에 의한 그린 함수에 대해서는 이미 그 해석적인 해답이 잘 알려져 있다^[3]. 이와 비교할 때 본 연구에서 제안한 전원평면의 구형 도파관 모델에 있어서는 도파관의 측면벽과 종단부에서의 경계조건이 달라지기 때문에 이에 대한 추가적인 고려가 필요하다.

제안된 구조에 대한 그린 함수는 자기 측면벽을 가지는 구형 도파관에서의 TE_{ym0} 모드 함수들을 사용하여 전개할 수 있다. 이와 같이 전개된 모드 함수들이 도파관의 양 끝단에서 개방(open) 경계조건을 만족시키도록 하여 최종적으로 계산된 그린 함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$G(x, y, x', y') = -\frac{j\omega\mu_0}{a} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \frac{\cos\gamma_m(y_{\max}-b)\cos\gamma_m y_{\min}}{\gamma_m \sin\gamma_m b} \cdot \cos(k_{xm}x)\cos(k_{xm}x') \quad (3)$$

$$k = k' - jk'', \quad k' = \omega\sqrt{\mu\epsilon}, \quad k'' = \omega\sqrt{\mu\epsilon}(\tan\delta + d_s/d)$$

$\tan\delta$: dielectric loss tangent

$d_s = 1/\sqrt{\omega\mu\sigma}/2$: skin depth of power plane

$$\epsilon_m = \begin{cases} 1, & m = 0 \\ 2, & m \neq 0 \end{cases}$$

$$k_{xm} = \frac{m\pi}{a}, \quad \gamma_m = \sqrt{k^2 - k_{xm}^2}$$

$$y_{\min} = \min(y, y'), \quad y_{\max} = \max(y, y')$$

이렇게 계산된 그린 함수를 식 (1)에 대입하고 적분을 계산하여 최종적으로 구해진 직사각형 전원평면의 자기 및 상호 임피던스는 다음과 같이 표현된다.

$$Z_{ii} = -\frac{j\omega\mu_0 d}{a} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \cos^2(k_{xm}x_i) \text{sinc}^2(k_{xm}w_{xi}/2) \cdot [\{1 - \cos(\gamma_m w_{xi}/2)\text{sinc}(\gamma_m w_{xi}/2)\} / \gamma_m^2 w_{xi} + \cos\gamma_m(y_i - b)\cos\gamma_m y_i \text{sinc}^2(\gamma_m w_{xi}/2) / \gamma_m \sin\gamma_m b] \quad (4)$$

$$Z_{ij} = -\frac{j\omega\mu_0 d}{a} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \frac{\text{sinc}(\gamma_m w_{xi}/2)\text{sinc}(\gamma_m w_{yj}/2)\cos\gamma_m(y_{\max ij} - b)\cos\gamma_m y_{\min ij}}{\gamma_m \sin\gamma_m b} \times \text{sinc}(k_{xm}w_{xi}/2)\text{sinc}(k_{xm}w_{yj}/2)\cos(k_{xm}x_i)\cos(k_{xm}x_j) \quad (5)$$

$$y_{\min ij} = \min(y_i, y_j), \quad y_{\max ij} = \max(y_i, y_j), \quad \text{sinc}(x) = \sin x / x$$

위의 식들에서 임피던스 계산에 사용한 포트단자 i 와 j 는 각각 그 중심이 (x_i, y_i) , (x_j, y_j) 에 위치하며, 포트 단자 $i(j)$ 는 x 및 y 방향의 폭이 $w_{xi}(w_{xj})$, $w_{yi}(w_{yj})$

인 직사각형 형태로 가정하여 계산하였다.

지금까지 사각형 형태 전원평면의 해석적인 연구에 있어서는 대부분 사각형 전원평면을 2차원 직사각형 공동 구조로 모델화 하였다. 그 결과 이로부터 유도되는 사각형 전원평면에 대한 임피던스 표현식들은 2차원 무한 급수형태로 나타난다^{[1],[2]}.

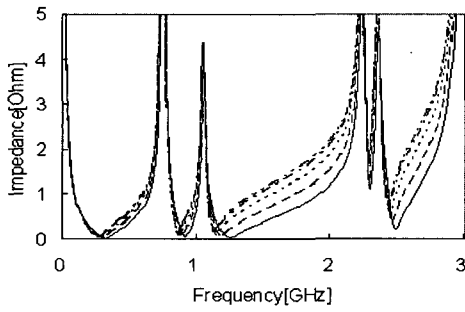
본 논문에서는 사각형 전원평면을 도파관 모델을 사용하여 모델링한 결과 위의 식 (4), (5)에서 볼 수 있는 것처럼 최종적으로 유도된 임피던스식이 1차원 무한 급수 형태로 나타남을 볼 수 있다. 이는 기존의 직사각형 공동 모델에 의한 2차원 급수 형태의 임피던스식에 비해 계산에 소요되는 항의 수를 크게 줄일 수 있어 임피던스 계산 효율을 향상시킬 수 있는 장점이 있다.

III. 결 과

본 연구에서 도출된 결과들을 실제 전원평면 구조에 대한 임피던스 계산에 적용하고 기존에 제시된 방법에 의한 결과와 비교하였다. 계산에 사용된 전원평면은 가로, 세로가 각각 $a=b=10$ cm인 정사각형 구조로, 전원 및 접지면은 $d=8$ mil 간격을 두고 유전상수 4, 손실 탄젠트 0.01인 유전체로 균일하게 채워져 있는 것으로 가정하였다.

그림 2에 전원평면의 중심으로부터 가로 및 세로 방향으로 각각 2.5 cm씩 떨어진 지점에서 계산된 자기 임피던스의 수렴성을 나타내었다. 일반적으로 전원평면의 모드 전개를 이용한 자기 임피던스 계산식들은 그 수렴 속도가 매우 느린 급수 형태로 나타나기 때문에 정확한 계산 결과를 얻는데 상당히 많은 계산량이 요구된다. 그림 2(a)에 기존에 사용되던 구형 공동 모델에 기반한 임피던스식을 이용한 계산 결과를 제시하였다. 이 경우 최종 결과에 충분히 수렴하는 정확한 계산결과를 얻기 위해 수천 항 이상의 급수 계산이 필요함을 알 수 있다. 이처럼 구형 공동 모델에 의한 임피던스식은 2차원 무한급수로 나타나기 때문에 고차항으로 갈수록 계산에 소요되는 항의 수가 기하 급수적으로 증가하는 경향이 있다.

그림 2(b)는 동일한 상황에서 본 연구에서 제시된 구형 도파관 모델에 기반한 임피던스식을 이용하여 계산할 경우의 결과를 보여주고 있다. 도파관 모델

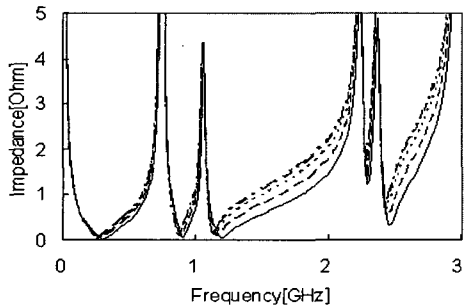


(a) 공동 모드 전개

(실선: 120항, 파선: 440항, 점선: 1680항, 파선+점선: 5040항, 파선+이중점선: 10200항)

(a) Cavity modal expansion

(solid: 120 terms, dashed: 440 terms, dotted: 1,680 terms, dash-dotted: 5,040 terms, dash-double dotted: 10,200 terms)



(b) 도파관 모드 전개

(실선: 10항, 파선: 20항, 점선: 40항, 파선+점선: 70항, 파선+이중점선: 150항)

(b) Waveguide modal expansion

(solid: 10 terms, dashed: 20 terms, dotted: 40 terms, dash-dotted: 70 terms, dash-double dotted: 150 terms)

그림 2. 임피던스 계산시 수렴 특성

Fig. 2. Convergence of the self impedance calculation.

에서는 전원평면의 임피던스가 1차원 무한 급수형태로 나타나기 때문에 계산의 정확도를 높이기 위해 고차항을 포함시키는 경우에도 계산에 소요되는 항의 수가 선형적으로 밖에 증가하지 않아 계산에 소요되는 총 항의 개수를 크게 절감할 수 있다. 그림 2(b)에 나타난 결과를 보면 총 150항 정도만 계산한 경우에도 모든 주파수 범위에서 충분히 수렴하는 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

그림 3에서는 기존의 방법과 본 연구에서 제시된 방법에 의한 계산 결과를 비교하여 나타내었다. 두 계산 결과가 서로 잘 일치함을 볼 수 있으며, 이로써 본 연구에서 제시된 임피던스 식이 기존 방식에 의

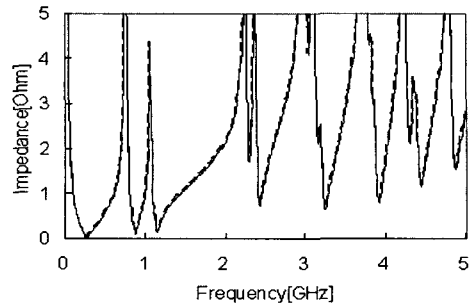


그림 3. 공동 모델과 도파관 모델에 기반한 전원평면 임피던스 계산 결과 비교(실선: 도파관 모드 전개, 점선: 공동 모드 전개)

Fig. 3. Calculated impedance comparison between the cavity and the waveguide modal expansion (solid: waveguide modal expansion, dotted: cavity modal expansion).

한 계산과 동일한 결과를 산출한다는 것을 확인할 수 있다.

그림 4에서는 앞에서와 동일한 위치에서 본 연구에서 제안된 방법으로 임피던스를 계산할 때 원하는 정확도를 얻는데 필요한 계산항의 수를 나타내었다. 약 150항 정도를 계산에 포함시켰을 때 모든 주파수 범위에서 최종결과와 1% 이내로 수렴하는 결과를 얻었으며, 300항 정도까지 계산에 포함시킬 경우 최종 오차는 모든 주파수 범위에서 0.1% 이하로 감소하는 것으로 나타난다.

그림 5에서는 전원평면상에서 위치를 변화시켜 가면서 임피던스를 계산하여 계산항의 개수와 그 정

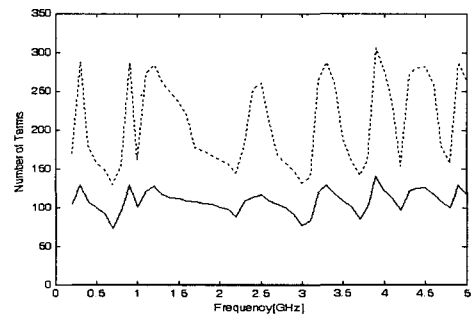


그림 4. 주파수에 따른 임피던스 계산 오차별 계산항 수 변화(실선: 1% 오차, 점선: 0.1% 오차)

Fig. 4. Required number of terms to obtain prescribed accuracy in the self impedance calculation at various frequencies(solid: 1% error, dotted: 0.1% error).

표 1. 계산에 사용된 임피던스 측정점들의 위치

Table 1. Locations of the measurement points used in the impedance calculation.

위치	1	2	3	4	5
좌표	(0.1a, 0.1b)	(0.1a, 0.2b)	(0.1a, 0.3b)	(0.1a, 0.4b)	(0.1a, 0.5b)
위치	6	7	8	9	10
좌표	(0.2a, 0.2b)	(0.2a, 0.3b)	(0.2a, 0.4b)	(0.2a, 0.5b)	(0.3a, 0.3b)
위치	11	12	13	14	15
좌표	(0.3a, 0.4b)	(0.3a, 0.5b)	(0.4a, 0.4b)	(0.4a, 0.5b)	(0.5a, 0.5b)

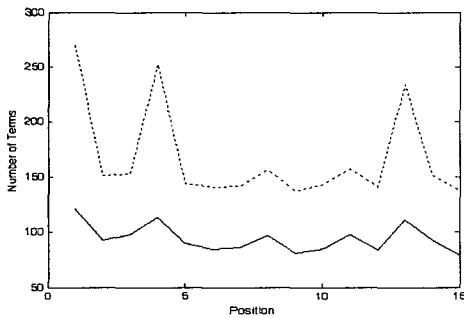


그림 5. 위치에 따른 임피던스 계산 오차별 계산항 수 변화(실선: 1% 오차, 점선: 0.1% 오차)

Fig. 5. Required number of terms to obtain prescribed accuracy in the self impedance calculation at various positions(solid: 1% error, dotted: 0.1% error).

확도를 조사하였다. 계산을 위해 전원평면 상에서 가로 세로 각 1 cm 간격으로 2차원 격자점들을 균일하게 선정하였다. 이렇게 선정된 총 81개의 위치 중에서 구조의 대칭성을 고려하여 서로 중복되지 않는 15개소에 대해 3 GHz의 고정된 주파수에서 임피던

스를 계산하였다. 이들의 자세한 위치는 표 1과 같다.

그림에서 볼 수 있듯이 위치에 따라 다소간의 변화는 있지만 이 경우에도 역시 모든 위치에서 150항 정도를 사용하여 계산 오차를 1% 이내로 줄일 수 있으며 300항 이상을 계산할 경우 그 계산 오차가 0.1% 이하로 감소하는 것으로 나타났다.

참 고 문 헌

[1] G. T. Lei, R. W. Techentin, P. R. Hayes, D. J. Schwab, and B. K. Gilbert, "Wave model solution to the ground/power plane noise problem", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 44, pp. 300-303, Apr. 1995.

[2] N. Na, J. Choi, S. Chun, M. Swaminathan, and J. Srinivasan, "Modelling and transient simulation of planes in electronic packages", *IEEE Trans. Adv. Packag.*, vol. 23, pp. 340-352, Aug. 2000.

[3] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, Piscataway, NJ: IEEE Press, 1991.

박 면 주



1991년 2월: 서울대학교 전자공학과 (공학사)
 1993년 2월: 서울대학교 전자공학과 (공학석사)
 1998년 2월: 서울대학교 전기공학부 (공학박사)
 1998년 12월~2002년 8월: 삼성전자

(주) 책임연구원

2002년 9월~현재: 광운대학교 전자공학부 전파공학과 조교수

[주 관심분야] 초고주파 수동 회로 및 안테나, 전자파, 초고주파 수치해석, High speed digital system noise, Signal integrity and interconnections, EMI/EMC

이 병 제



1988년 2월: 경북대학교 전자공학과 (공학사)
 1993년 12월: 미국 Southern Illinois University 전자공학과 (공학석사)
 1993년 12월: 미국 Southern Illinois University 전자공학과 (공학박사)
 1998년 3월~현재: 광운대학교 전

파공학과 부교수

[주 관심분야] 초고주파 안테나 해석 및 설계, 전자기파 해석, 레이더 및 위성통신, 초고주파 응용, RF 능동 및 수동소자