

Direct Adaptive Tracking Control For a Wheeled Mobile Robot

李 龍 根[†]
(Yong-Geun Lee)

Abstract - In this paper, a direct adaptive tracking controller based Lyapunov method is designed for a wheeled mobile robots. A wheeled mobile robots have three degrees of freedom and two control variables. Therefore, it is difficult to control a mobile robot using the general linear control. We introduce two kinds of Lyapunov function for the design of the controller and verify the controller. A mobile robots using the designed adaptive direct tracking controller is well-behaved and is easily implemented.

Key Words : 3 degrees of freedom, wheeled mobile robot, Lyapunov function, direct adaptive tracking control.

1. 서 론

최근에 이동로봇 제어는 많은 관심이 집중되는 분야이고 두개의 바퀴로 구동되는 이동로봇은 홈-오토메이션 분야에서 활용되기 쉬운 형태로서 실용적 측면에서 많은 관심이 모아지고 있다. 이런 관심에도 불구하고 이동로봇은 세 개의 자유도를 가지는 반면에 두 개의 제어변수로 구동되기 때문에 기존의 선형 제어 기법으로 제어가 설계가 용이하지 않다.

이동로봇의 제어방법은 경로계획과 경로실행으로 네비게이션적 접근방법[1][2][3]과 주어진 궤적을 정확히 추종하는 모션제어적 접근방법[4][5][6]으로 구분할 수 있다. 전자의 경우 경로계획에 비중을 두어 경로추적에 대해서는 간단한 제어를 포함하지만 후자는 정확한 경로추적을 위한 제어기 설계에 비중을 두고 있고 본 논문에서는 모션제어적 접근방법으로서 경로추적 제어를 설계하고자 한다. 경로추적 제어기는 선형화된 로봇 모델에 대해 선형 제어기가 제안되었으나 특정 궤적을 추종하는데 어려움이 있고[4], 좀 더 일반화된 제어기 설계를 위해 비선형 이론을 도입하였다[5]. 또한, 제어기 설계의 단순성을 위해 퍼지이론을 도입하기도 하였다[6]. 그러나 비선형 제어기나 퍼지이론은 제어기의 복잡성과 경험적인 면에 의존하기 때문에 실제적인 응용에서 제한적인 면을 본질적으로 내포하고 있다

본 논문에서는 리야프노프 관점의 직접 적응제어 방식의 제어기를 설계하여 비교적 단순하고 구현하기 쉬운 형태의 제어기를 설계하고 두 가지의 제어기를 설계하여 결과를 비교해 보도록 한다.

2. 직접적응 경로추적 제어기

2.1 이동로봇의 모델링

본 논문에서 다루는 이동로봇은 3-자유도를 가지고 두 개의 바퀴로 구동되는 형태이다. 로봇의 다이내믹스는 식(1)과 같은 미분 방정식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos \theta \\ \dot{y} &= v \sin \theta \\ \dot{\theta} &= \omega \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 v , w , (x, y) , θ 는 각각 이동로봇의 선속도, 각속도, 카테시안(catesian) 좌표, x-축과 로봇 이동방향과의 각도이다. 경로 추적 위치에 대한 다이내믹스는 식(2)와 같다. 이동로봇의 위치와 경로추적위치에 대한 좌표는 그림 1에서 보여진다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_r &= v_r \cos \theta_r \\ \dot{y}_r &= v_r \sin \theta_r \\ \dot{\theta}_r &= \omega_r \end{aligned} \quad (2)$$

따라서 경로추적문제는 이동로봇이 P 에서 P_r 을 따라가도록 v 와 w 에 대한 제어기를 설계하는 것이 된다. 경로추적위치 P_r 과 이동로봇의 위치 P 간의 오차 좌표는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

식(3)에 대한 경로추적위치 오차는 다음과 같다[7].

[†] 교신저자, 正會員 : 仁荷工業專門大學 電氣情報科學科 副教授
接受日字 : 2004年 10月 25日
最終完了 : 2004年 11月 24日

$$\begin{aligned} \dot{x}_e &= \omega y_e - v + v_r \cos \theta_e \\ \dot{y}_e &= -\omega x_e + v_r \sin \theta_e \\ \dot{\theta}_e &= \omega_r - \omega \end{aligned} \quad (4)$$

식(4)에서 주목할 점은 제어 입력 v 는 x_e 에 대해서만 직접 영향을 주게 된다. 제어기 설계의 편의성을 위해 다음과 같은 입력변수를 도입하도록 한다.

$$\begin{aligned} u_1 &= v_r - v \\ u_2 &= \omega_r - \omega \end{aligned} \quad (5)$$

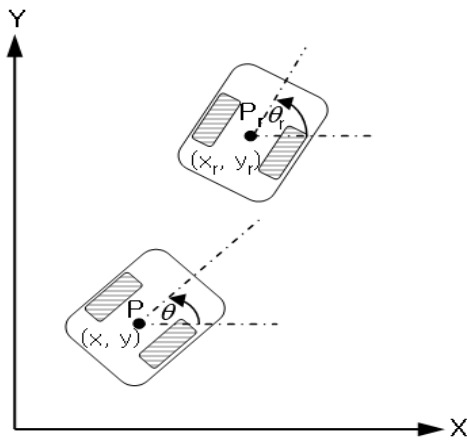


그림 1 이동로봇의 위치 좌표
Fig. 1 Cartesian coordinates of mobile robots

식(4)에 식(5)를 대입하여 정리하면, 식(6)과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_e &= u_1 + y_e(\omega_r - u_2) + v_r(\cos \theta_e - 1) \\ \dot{y}_e &= x_e(u_2 - \omega_r) + v_r \sin \theta_e \\ \dot{\theta}_e &= u_2 \end{aligned} \quad (6)$$

식(4)~식(6)에서 이동로봇의 경로추적 제어기는 $\lim_{t \rightarrow \infty} (|x_e(t)| + |y_e(t)| + |\theta_e(t)|) = 0$ 를 만족하는 u_1 과 u_2 를 구하는 것이 된다.

2.2 이동로봇의 경로추적 제어기

이동로봇의 경로추적 제어기는 리야프노프(Lyapunov) 관점에서 설계된다. 경로추적위치 오차에 관한 식(6)로부터 제어입력 u_1 은 \dot{x}_e 에 대해서만 직접 영향을 주기 때문에 리야프노프 관점에서 설계되는 제어기는 두 가지로 구분하여 비교하도록 한다. 첫 번째는 이동로봇의 세 가지 자유도에 대한 오차를 동시에 포함하는 리야프노프 함수를 취해 유도하고 두 번째는 제어 입력 u_1 이 직접영향을 주는 x_e 에 대해 유

도하여 $x_e \rightarrow 0$ 되는 u_1 를 취한 후 y_e, θ_e 에 대한 u_2 를 유도하도록 한다. 두 가지 경우에 대해 모의실험을 통해 오차의 수렴속도를 비교해 보도록 한다.

Type-1. $v_r > 0$ 이고 $\omega_r > 0$ 일때, 식(6)에서 다음과 같은 제어입력을 가질 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} (|x_e(t)| + |y_e(t)| + |\theta_e(t)|) \rightarrow 0$ 을 만족한다.

$$\begin{aligned} u_1 &= v_r(1 - v_r \cos \theta_e) - k_x x_e \\ u_2 &= -\frac{y_e v_r \sin \theta_e}{\theta_e} - k_\theta \theta_e \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $k_x > 0, k_\theta > 0$.

증명] 다음과 같은 리야프노프 함수를 취하도록 하자.

$$V = \frac{1}{2} (x_e^2 + y_e^2 + \theta_e^2) \quad (8)$$

여기서 V 는 양의 반한정(positive semi-definite)이고 \dot{V} 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x_e \dot{x}_e + y_e \dot{y}_e + \theta_e \dot{\theta}_e \\ &= x_e (u_1 + y_e(\omega_r - u_2) + v_r(\cos \theta_e - 1)) \\ &\quad + y_e (x_e(u_2 - \omega_r) + v_r \sin \theta_e) + \theta_e u_2 \\ &= x_e (u_1 + v_r \cos \theta_e - v_r) + \theta_e (u_2 + \frac{y_e v_r \sin \theta_e}{\theta_e}) \end{aligned} \quad (9)$$

식(9)에 식(7)을 대입하면

$$\dot{V} = -k_x x_e^2 - k_\theta \theta_e^2 \quad (10)$$

식(10)은 $k_x > 0$ 이고 $k_\theta > 0$ 일 때 $\dot{V} < 0$ 이 된다. 따라서 식(7)은 $\lim_{t \rightarrow \infty} (|x_e(t)| + |y_e(t)| + |\theta_e(t)|) \rightarrow 0$ 을 만족한다. ■

Type-2. $v_r > 0$ 이고 $\omega_r > 0$ 일때, 식(6)에서 다음과 같은 제어입력을 가질 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} (|x_e(t)| + |y_e(t)| + |\theta_e(t)|) \rightarrow 0$ 을 만족한다.

$$u_1 = v_r(1 - \cos \theta_e) - y_e(\omega_r - u_2) - k_x x_e \quad (11a)$$

$$u_2 = -\frac{y_e v_r \sin \theta_e}{\theta_e} - k_\theta \theta_e \quad (11b)$$

여기서 $k_x > 0, k_\theta > 0$.

증명] 다음과 같은 리야프노프 함수를 취하도록 하자.

$$V_1 = \frac{1}{2} x_e^2 \quad (12)$$

여기서 V_1 는 양의 반한정(positive semi-definite)이고 \dot{V}_1

는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= x_e \dot{x}_e \\ &= x_e (u_1 + y_e (w_r - u_2) + v_r (\cos \theta_e - 1)) \end{aligned} \quad (13)$$

식(13)에 식(11a)를 대입하면

$$\dot{V}_1 = -k_x x_e^2 \quad (14)$$

식(14)는 $k_x > 0$ 일때 $\dot{V}_1 < 0$ 이 된다.

식(11a)에 의해서 $x_e \rightarrow 0$ 에 따라 다음과 같은 리야프노프 함수를 가정해 보자.

$$V_2 = \frac{1}{2} (y_e^2 + \theta_e^2) \quad (15)$$

여기서 V_2 는 양의 반한정(positive semi-definite)이고 \dot{V}_2 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= y_e \dot{y}_e + \theta_e \dot{\theta}_e \\ &= y_e (x_e (u_2 - w_r) + v_r \sin \theta_e) + \theta_e u_2 \\ &= \theta_e (u_2 + \frac{y_e v_r \sin \theta_e}{\theta_e}), \quad x_e \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (16)$$

식(16)에 식(11b)를 대입하면

$$\dot{V}_2 = -k_\theta \theta_e^2 \quad (17)$$

식(14)는 $k_\theta > 0$ 일때 $\dot{V}_2 < 0$ 이 된다. 따라서 식(11)은 $\lim_{t \rightarrow \infty} (|x_e(t)| + |y_e(t)| + |\theta_e(t)|) \rightarrow 0$ 을 만족한다. ■

3. 모의실험

모의실험은 직선경로와 원호경로에 대해 Type-1, Type-2 제어기를 적용하도록 한다. 모의실험에서 Type-1과 Type-2에 대해 $k_x = 1, k_\theta = 1$ 로 취한다. 그림 2, 3, 4, 및 5에서 보여지듯이 설계한 Type-1과 Type-2 제어기를 적용할 때 주어진 경로에 이동로봇이 수렴함을 알 수 있다. 그림 2와 그림 3은 직선경로에 대한 Type-1과 Type-2에 대한 제어 결과이다. 직선경로 추적제어 결과를 보면 그림 2과 그림 3에서 보여지듯이 Type-2을 적용할 때 x_e 에 대한 수렴속도는 Type-1에 비해 더 빠름을 알 수 있지만 Type-2의 y_e 와 θ_e 의 과도응답 특성은 Type-1에 비해 개선되지 않았다.

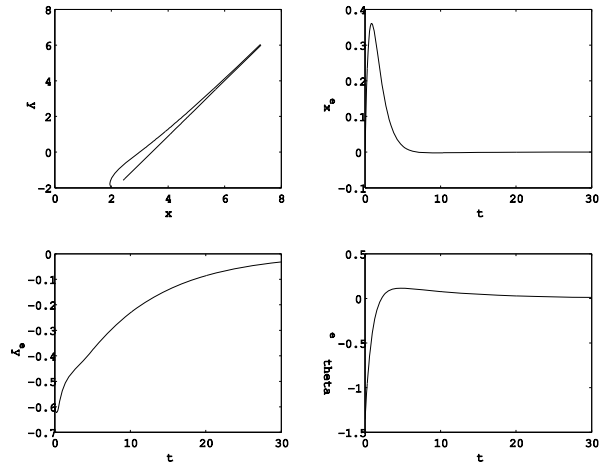


그림 2 직선 경로에 대한 Type-1 제어 결과
Fig. 2 Type-1 control for the linear path

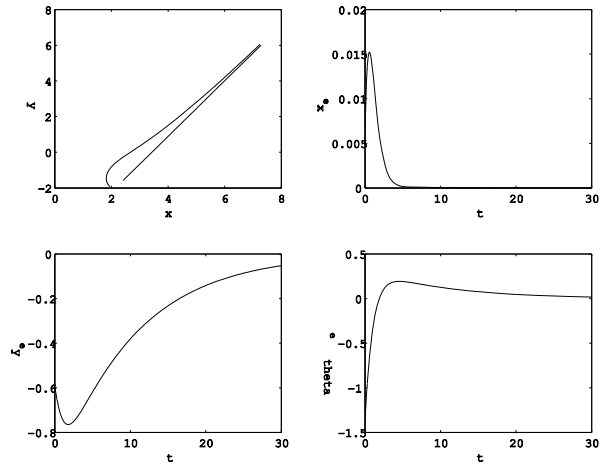


그림 3 직선 경로에 대한 Type-2 제어 결과
Fig. 3 Type-2 control for the linear path

마찬가지로 원호경로 추적제어에 대해서도 Type-2을 적용한 x_e 에 대한 수렴속도는 Type-1에 비해 확실히 개선됨을 보이지만 Type-1의 y_e 와 θ_e 의 과도응답 특성은 Type-2에 비해 나빠진다. 직선경로와 원호경로에 대해 Type-1과 Type-2의 제어결과로 볼때, x_e 에 대한 수렴속도를 개선한다고 해서 경로추적 성능이 향상되지 않음을 알 수 있다. 따라서 일반적인 경로추적 성능에 대해서는 이동로봇의 x_e, y_e, θ_e 를 동시에 고려한 리야프노프 관점에서의 직접적응제어기가 더 좋은 결과를 나타냄을 알 수 있다.

참 고 문 헌

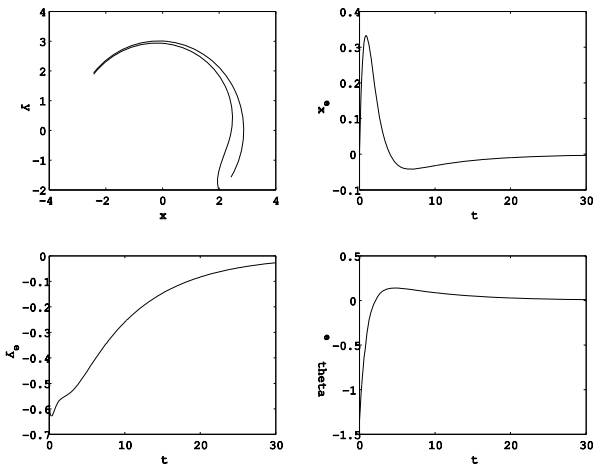


그림 4 원호 경로에 대한 Type-1 제어
Fig. 4 Type-1 control for the circular path

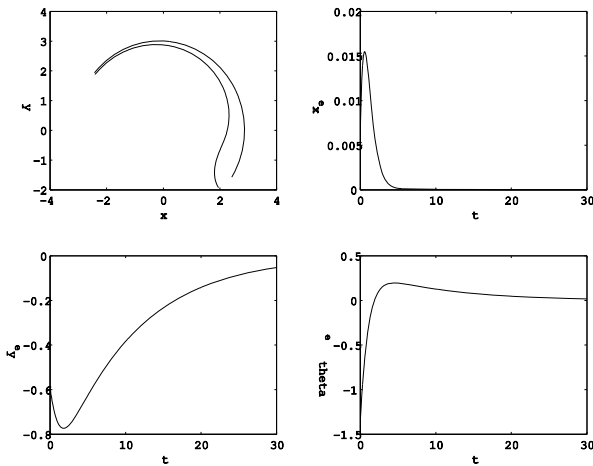


그림 5 원호 경로에 대한 Type-2 제어
Fig. 5 Type-2 control for the circular path

4. 결 론

본 논문에서는 바퀴구동 이동로봇의 경로추적 제어기를 리야프노프 관점에서 설계하였다. 모의실험 결과로 볼때 이동로봇의 자유도인 x, y, θ 에 대한 오차를 동시에 감소시키는 리야프노프 함수를 취하여 설계한 직접적용제어기는 주어진 직선경로 및 원호경로를 정확히 추종함을 확인할 수 있다. 또한, 초기 과도상태의 오차를 줄이기 위해 제어기 설계시 x 에 대한 오차를 먼저 줄이고 y 와 θ 의 오차를 줄이는 리야프노프 함수를 취하는 제어기를 설계하여 적용하였을 때 x 에 대한 위치 오차는 확실히 감소함을 알 수 있었지만 경로 추적성능이 개선되지는 못함을 알 수 있었다. 향후 이동로봇의 경로추적 시 초기과도상태를 개선함과 동시에 경로추적성능 또한 향상시키는 제어기 설계를 피하고자 한다.

- [1] J. F. G. de Lamadrid and N. L. Gini, "Path tracking through uncharted moving obstacles," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 20, pp. 1408-1422, 1990.
- [2] J. P. Laumond, P. E. Jacobs, M. Taix, and R. M. Murray, "A motion planner for nonholonomic mobile robots," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol. 10, pp. 577-593, 1994.
- [3] P. Fiorini and Z. Shiller, "Motion planning in dynamic environments using velocity obstacles," *Int. J. Robot. Res.*, vol. 17, no. 7, pp. 760-772, 1998.
- [4] A. W. Divelbiss and J. T. Wen, "Trajectory tracking control of a car-trailer system," *IEEE Trans. Contr. Sys. Tech.*, vol. 5, pp. 269-278, 1997.
- [5] C. Samson and K. Ait-Abderrahim, "Feedback control of a nonholonomic wheeled cart in cartesian space," in *Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Automat.*, Sacramento, pp. 1136-1141, 1991.
- [6] Y. Hu and S. X. Yang, "A fuzzy neural dynamis based tracking controller for a nonholonomic mobile robot," in *Proc. IEEE/ASME Int. Conf. Advanced Intellig. Mech.*, pp. 205-210, 2003.
- [7] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki, and T. Noguchi, "A Stable Tracking Control Method for an Autonomous Mobile Robot," in *Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Automat.*, pp. 384-389, 1990.

저 자 소 개



이 용 근(李 龍 根)

1960년 11월 6일생. 1985년 인하대학교 전기공학과 졸업. 1989년 미국 University of Missouri-Columbia 전기공학 졸업(석사). 1993년 동 대학원 졸업(공학박). 1995. 3 - 현재 인하공업전문대학 전기정보과학과 부교수.

Tel : 032)870-2196, E-mail : leeyong@inhac.ac.kr