

운반차-막대 시스템의 대칭성과 Table Look-Up 제어 기법

The Symmetry of Cart-Pole System and A Table Look-Up Control Technique

권성규*

Sunggyu Kwon

* 계명대학교 기계자동차공학부

요 약

운반차-막대 시스템을 위한 제어 법칙들의 계략을 관찰하여, 운반차-막대 시스템의 상태 벡터와 제어 법칙의 출력 사이에 우함수적인 대칭성이 내재하는 것을 규명하였다. 제어 법칙을 look-up table에 구현하는데 있어서 상태 변수들의 양자화와 제어 법칙의 학습에 대칭성을 반영하는 문제를 토의하고, CMAC이 대칭성을 반영하여 운반차-막대 시스템의 비선형 제어 법칙을 학습한 결과를 관찰하였다. 대칭성을 반영함으로써 look-up table에 제어 법칙이 구현되는 학습 기간이 단축되고 소요되는 메모리 량을 크게 줄일 수 있으면서도, 시스템의 상태와 제어 법칙 사이의 대칭성이 보존되는 학습 성능의 개선을 확인하였다.

Abstract

The control laws for cart-pole system are studied to see the schemes on which the control laws are made. Also, the odd symmetry of the relation between the output of the control laws and the system state vector is observed. Utilizing the symmetry in quantizing the system state variables and implementing the control laws into look-up table is discussed. Then, a CMAC is trained for a nonlinear control law for a cart-pole system such that the symmetry is conserved and its learning performance is evaluated. It is found that utilizing the symmetry is to reduce the memory requirement as well as the training period while improving the learning quality in terms of preserving the symmetry.

Key words : 운반차-막대 시스템, 대칭성, CMAC, 순람표(Look-up table)

1. 서 론

운반차-막대 (cart-pole) 또는 도립 진자(inverted pendulum) 시스템 문제는 지능 제어계의 성능을 검증하기 위해서 널리 채택되는 문제이다. 이 문제는 수평 직선을 따라 움직이는 운반차에 세워져 중심을 잃은 막대를 넘어지지 않도록 운반차에 적절한 힘을 가하는 제어계를 개발하는 것이다. 이 시스템의 제어를 막대 균형잡기(broom-balancing [1], stick-balancing [2]) 문제로 부르기도 한다.

대표적으로 불안정한 동적 기계 시스템인 운반차-막대 시스템의 동역학과 제어 시스템의 합성에 대한 개념이 [2]에 설명되어 있다. 다양한 운반차-막대 시스템들 중에, [3]에서는 이중 운반차-막대 시스템을 안정화하는 제어 시스템을 제시하였고, [4]에서는 트랙 아래로 처져 평형을 이루고 있는 막대를 흔들어 올려서 운반차-막대 시스템을 안정되게 유지하는 복합 제어 시스템을 개발하였다.

운반차-막대 시스템의 제어 문제는 신경망을 이용하는 적응 제어나 지능 제어 기법을 개발하기 위한 연구에 여러 형태로 이용되고 있다. 1963 년에 Widrow와 Smith는[1] McCulloch-Pitts 형태의 인공 신경 요소가 운반차-막대 시

스템을 제어할 수 있음을 보였다. 1969년에 Michie와 Chambers는[5] BOXES 계략으로 cartpole을 위한 unsupervised learning을 첫 번째로 시도하였다. Barto 등은 [6] 적응비평학습(adaptive critic learning)을 위한 cart-pole 실험을 위해서 bang-bang 제어를 사용하는데 있어서 [1]에서 제시된 비평(critic) 제어 요소를 가지는 학습 아이디어를 확장했다. [7]에서는 사람 교사에 의한 운반차-막대 시스템의 훈련 결과들이 어떤 신경 제어기가 제어 법칙의 명시적인 형태가 알려져 있지 않을 때조차도 설계될 수 있다는 것을 보고하였다.

퍼지를 도입한 예로, [8]에서는 사람의 의사 결정 메커니즘과 동물의 학습 행태를 통합하는 지능 제어 계략을 개발하기 위해, 운반차-막대 시스템을 제어하기 위해 퍼지 집합 이론에 바탕을 둔 제어기를 구축하였다. [9]에서는 퍼지 논리 기능을 구현하기 위해 사용될 수 있는 어떤 학습 퍼지 네트워크를 제안하고, 운반차-막대 시스템에 대해서 네트워크를 시험하였다. [10]에서는 비전 피드백을 사용하는 운반차-막대 시스템의 퍼지 제어기 개발을 위한 실험에서, 제한된 시간 동안 시스템을 안정적으로 제어할 수 있었다.

[11]에서는 운반차-막대 시스템 제어기와 ACE를 구현하기 위해 대표적인 table look-up 방식의 제어 기법인 CMAC[12]를 사용했는데, [4]보다 더 적은 학습 시도 회수로 제어기를 훈련할 수 있었고, 또한 학습 시도 회수가 늘어날 수록 학습 성능이 서서히 개선되는 결과를 보고하였다. 또

접수일자 : 2003년 9월 19일
완료일자 : 2004년 5월 29일

한, [13]에서는 CMAC에 바탕을 둔 적응비평학습 시스템에 대한 CMAC 규모 및 구조와 학습에 관련된 매개변수들을 결정하는데 대한 방법론을 제시하기 위해, 운반차-막대 시스템을 예로 들었다. [14, 15]에서 적응비평학습 방법을 이용하여 운반차-막대 시스템을 제어하기 위하여 CMAC을 기반으로 하는 제어계를 구성하고, 학습 기법을 CMAC에 구현하는데 있어서의 변환 문제를 검토하였다.

지능 제어 기법 개발에서 운반차-막대 시스템이 널리 이용됨에 따라, [16]에서는 신경망을 로봇 공학에 활용하는 연구에 대해 개괄하면서, 운반차-막대 시스템에 대한 신경망 제어 기법의 역사적 전망을 기술하였다. [17]에서는 운반차-막대 시스템의 다양한 문제점들을 세세하게 분석하고, 앞서 있었던 연구 결과들에 함축되어 있거나 잘못된 개념들을 정리하여, 이 문제를 위한 신경망 훈련 알고리즘들을 개발하는데 있어서 유용하게 이용할 수 있도록 표준화된 컴퓨터 시뮬레이션 요건들과 제어기의 성능 기준들을 제안하였다.

운반차-막대 시스템의 지능제어를 위한 BOXES 기법, fuzzy 기법이나 CMAC 기법들에서는 시스템 상태 입력 공간을 양자화(quantize)하고 제어 법칙의 산출을 위한 look-up table을 구축한다. 양자화에 관련되는 매개변수들과 제어 법칙의 학습 기법이 look-up table의 규모와 제어 기법의 성능에 직접적인 영향을 미친다. 이런 제어 기법들은 결국 입력에 대해 원하는 출력을 산출하는 변환 관계를 look-up table에 설정하는 것이다. 혹, 그런 비선형 변환 과정과 무관하게, 단지 입/출력 변수들 사이의 특별한 관계가 있어서 변환 과정의 성능을 향상하는데 도움을 줄 수도 있다 [18].

[19]에서는 운반차를 트랙의 원점에 복귀하지는 않지만 막대가 균형을 잡도록 하는 (a bifurcation problem)문제에서, 시스템의 운동을 막대의 회전 운동 주기와 제어 힘 사이의 비율 및 제어 힘의 크기를 매개변수로 하고, 시각에 대한 제어 힘 함수 및 막대의 각 위치에 대한 시스템의 위치 에너지 (potential energy)를 변수로 하는 방정식으로 나타내고, 시스템의 위치 에너지와 제어 힘의 대칭성을 활용하였다. [20, 21, 22]에서는 controlled Lagrangians 방법으로 대칭성을 가지는 역학 시스템들을 안정화기 위해 시스템을 제어하는 기법을 개발하여, 특히 경사진 트랙을 따라 운동하는 운반차에 세워진 도립 막대를 안정화하는 문제에 적용하였다. 이 연구들을 살펴보면 운반차 막대 시스템에 내재하는 대칭성을 해석적 해법에 적절한 방식으로 정의하고, 제어 문제의 해법에 활용한 것을 알 수 있다.

이 논문에서는 운반차-막대 시스템에 대한 제어 법칙들의 계략을 관찰하여, 운반차-막대 시스템의 상태 벡터와 제어 법칙 사이에 내재하는 대칭성을 규명한다. 제어 법칙에 그 대칭성을 반영하여 대표적인 look-up table 방식의 지능 제어 기법인 CMAC이 운반차-막대 시스템의 제어 법칙을 학습하도록 훈련하고 그 학습 결과를 관찰한다. 대칭성을 반영한 훈련으로 CMAC에 소요되는 메모리 량과 학습 기간을 크게 단축하면서도, 대칭성의 보존이라는 면에서 학습 성능이 개선되는 것을 확인한다.

2. 운반차-막대 시스템의 제어 법칙

운반차-막대 시스템은 긴 막대나 자루가 긴 비의 손잡이 끝을 손가락 끝이나 손바닥에 세워서 균형을 잡는 문제의 특별한 형태이다. 그림 1은 일직선 트랙을 따라 운동하는 바퀴

가 달린 운반차에 피벗으로 막대가 장착되어 있는 운반차-막대 시스템을 보여준다. 막대의 끝이 운반차 중심에 회전 조인트로 피벗 되어 세워져 있고 막대기는 운반차의 운동 평면에 수직인 평면에서만 요동할 수 있다. 이 그림에서, x 는 트랙의 원점에 대한 운반차의 변위(m), x' 는 운반차의 속도 (m/sec), ϕ 는 수직 축에 관한 막대의 각도(rad), ϕ' 는 막대의 각속도(rad/sec)를 나타낸다. 그리고 f 는 트랙과 운반차 바퀴 사이의 마찰 계수이며 F 는 운반차 중앙에 가해지는 제어 힘(newtons)이다. 이 시스템에 대한 제어 법칙은 운반차에 힘을 작용하여 막대기를 넘어지지 않게 균형을 잡으면서 운반차를 트랙의 중앙에 자리 잡게 해야 한다.

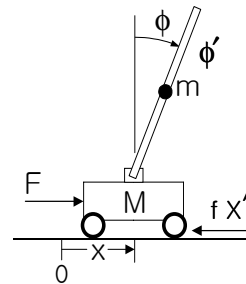


그림 1. 운반차-막대 시스템
Fig. 1. Cart-pole system [7]

운반차-막대 시스템의 상태 벡터를

$$S = (x, x', \phi, \phi')$$

로 표시하면, 선형 시스템에 대한 운동 방정식들에 대한 제어 법칙은 다음과 같이 표기할 수 있다:

$$F_L(S) = F_t(w_x x + w_{x'} x' + w_\phi \phi + w_{\phi'} \phi') \mathbf{i} \quad (1)$$

여기서 F_t 는 일정한 크기를 가지는 상수(newtons)이며, \mathbf{i} 는 x 축의 방향을 나타내는 단위 벡터이다. [16]의 선형 제어 법칙에 대한 고찰을 참고하면, $w_x, w_{x'}, w_\phi$ 및 $w_{\phi'}$ 들이 모두 양수인데, 예를 들어, $w_x = 11.01, w_{x'} = 19.68, w_\phi = 96.49$, 및 $w_{\phi'} = 35.57$ [7]. 우변 괄호 안의 계산 결과가 양수이면 F 는 오른쪽으로, 반대로 결과가 음수면 F 는 왼쪽으로 작용한다.

선형 제어 법칙을 정성적으로 분석하면 이 법칙에 구현된 제어 계략을 이해할 수 있는데, 여기서 [16]에 기술된 내용을 간략하게 기술한다. 첫 번째로 운반차가 트랙의 중앙에 멈춰 있고 막대가 각속도 없이 어떤 양의 각도 ϕ 로 기울어져 있는 상황을 고려하자. 제어 힘은 그러면 $F_L(S) = F_t(w_\phi \phi) \mathbf{i}$ 이 되어, 분명히 막대가 바로 서도록 작용할 것이므로, w_ϕ 는 양이어야 한다. 두 번째로 운반차가 중앙에 정지해 있고, 막대가 수직하게 서 있지만, 어떤 양의 각속도 ϕ' 로 움직인다면, 양의 값 $w_{\phi'}$ 가 각속도를 줄이는 힘

$$F_L(S) = F_t(w_{\phi'} \phi') \mathbf{i}$$

을 생산할 것이다. 가중치 w_x 와 $w_{x'}$ 도 또한 양수여야 하는 배경을 분석하기 위해, 세 번째로, 운반차가 트랙의 오른쪽 어떤 곳 x 에 있고 막대는 똑바로 선 채 정지해 있다고 가정하자. 이 경우 제어 힘은 w_x 에 의해

$$F_L(\mathbf{S}) = F_t(w_x x) \mathbf{i}$$

가 될텐데, w_x 가 양수이므로 오른쪽으로 작용하는 제어 힘이 운반차를 트랙의 중앙에서 오른쪽으로 멀어지게 가속할 것이다. 그래서, 일시적으로

$$F_L(\mathbf{S}) = F_t(w_x x + w_{x'} x') \mathbf{i}$$

에 의해 처음에는 운반차가 중앙으로부터 멀어지도록 움직이게 할 것이므로, 제어 목표와 상치되어, 틀린 것 같다. 그러나, 이 조치의 결과로 막대는 왼쪽으로 넘어지기 시작할 것이고,

$$F_L(\mathbf{S}) = F_t(w_x x + w_{x'} x' + w_\phi \phi + w_{\phi'} \phi') \mathbf{i}$$

에서 음수인 ϕ 와 ϕ' 가 지배적인 작용을 하게 될 것이다. 각도와 각속도의 크기가 더 커짐에 따라, 막대를 바로 세우기 위해 작용되는 힘이 운반차를 오른쪽으로 미는 힘을 극복하게 될 것이다. 시간이 지남에 따라, 애초의 w_x 에 의한 시스템의 평형을 깨트리는 효과는 약화되고 w_ϕ 와 $w_{\phi'}$ 에 의한 평형을 회복하는 효과가 지배적이 될 것이다.

이 효과가 어떻게 발생하는지를 이해하기 위해 운반차가 트랙의 양의 어떤 x 에 정지해 있고 막대는 곧바로 서 있는 경우를 고려해 보자. 양의 방향에서 연이은 여러 번의 제어 힘이 운반차에 가해지면 막대는 힘이 가해지는 반대 방향으로 넘어지게 될 것이다. 막대가 균형을 회복하기 위해서는 음의 방향으로 같은 회수 이상의 제어 힘이 가해져야 할 것이다. 그렇게 되면, 운반차-막대는 이제 음의 x 방향으로 가속된다. 중앙으로 향하여 가속되다가 운반차는 마침내는 중앙을 지나쳐 달리게 될 것이다. 이런 식으로 서로 반대되는 방향으로 작용하는 일련의 제어 힘들이 운반차를 다시 중앙에서 자리 잡게 하면서 막대는 균형을 잡게 될 것이다. 단지 이 메커니즘만으로는 시스템이 트랙의 원점을 중심으로 좌우로 요동 운동을 계속할 것이고, 이것이 억제되지 않으면 요동은 시간이 지나도 감소하지 않을 것이다.

운반차를 트랙의 가운데에 멈추게 하는 억제력을 생기게 하는 메커니즘이 필요한데, 양의 값 $w_{x'}$ 가 이 일을 담당한다. 운반차가 트랙의 중앙에 있고 막대는 균형이 잡혀있지만, 운반차가 오른쪽으로 일정한 속도로 움직이고 있다고 하자. 이 움직임을 억제하는 힘이 양의 $w_{x'}$ 에 의해 생겨나는데, 이것은 막대가 오른쪽으로 기울어져 있을 때, 양의 w_x 에 의해 운반차가 마침내는 중앙에 자리 잡게 되는 것과 같은 이치이다. 속도로 인해 힘이 생기게 되고 그것이 운반차가 오른쪽으로 가속되게 하여, 운반차의 속도가 증가한다. 그러나, 이 조치로 인해 막대는 곧바로 왼쪽으로 넘어지게 될 것이고, 이를 막기 위해 생겨나는 제어조치들이 결국에는 운반차를 감속시키는 결과로 귀결될 것이다.

이 분석은 시스템의 상태와 제어 법칙에 의한 제어계의 출력 사이의 관계를 관찰하고 나서 평가할 수 있을 것이다. 선형 제어 법칙에 내재하는 계략을 요약하면 다음과 같다: 가중치 w_ϕ 와 $w_{\phi'}$ 들은 막대가 곧추 서 있게 작용한다. 가중치 w_x 는 막대가 그 방향으로 기울어지게 함으로써, 간접적으로 운반차가 트랙의 중앙으로 가속되게 한다. 가중치 $w_{x'}$ 는 운동의 방향에 반대되는 방향으로 막대가 기울게 함으로써, 간접적으로 운반차를 감속시킨다. 가중치들의 상대적 크기는 막대를 곧추세우는 일(balancing)이 운반차를 트랙 중

앙으로 움직여서 정지하계(centering and braking)하는 일에 우선이 되도록 정해져 있다.

비선형 시스템에 대해서도 유사한 제어 법칙이 있는데, 예를 들면,

$$F_{NL}(\mathbf{S}) = F_t \left[\frac{f_2}{h_2} h_1 + k_1(\phi - \phi_d) + k_2 \phi' + c_1(x - x_d) + c_2 x' - f_1 \right] \mathbf{i} \quad (2)$$

여기서 $k_1 = 25$, $k_2 = 10$, $c_1 = 1$, 및 $c_2 = 2.6$ 이다 [7]. 상태 $\mathbf{S} = (1.0, 1.0, 0.1, 0.2)$ [16]에 대해서 이 제어 법칙을 적용하여, [7]에서 주어진 운동 방정식을 매 0.02 초마다 4th order Runge-Kutta 방법으로 풀었을 때, 시스템은 그림 2 (a) (b)와 같은 행태를 보인다. 가로축은 시각을 나타내고 세로 축은 운반차의 변위를 나타낸다. 시간에 대한 운반차의 트랙 상의 위치와 막대의 각도를 보아, 시스템이 금방 안정된 위치로 돌아오는 것을 알 수 있다.

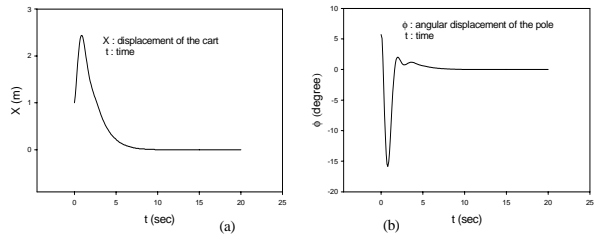


그림 2. 비선형 제어 법칙에 의한 시스템의 행태
Fig. 2. System behavior due to the nonlinear control law

선형 시스템이나 비선형 시스템에 대해 매 제어 주기마다 일정한 힘을 작용하는 제어 법칙[6]도 있는데, 다음 식으로 나타낼 수 있다:

$$F_B(\mathbf{S}) = F_t \text{sign}\{f(\mathbf{w}, \mathbf{S})\} \mathbf{i} \quad (3)$$

여기서 힘의 방향은 $\text{sign}\{f(\mathbf{w}, \mathbf{S})\}$ 에 의해서 정해지는 데, $f(\mathbf{w}, \mathbf{S})$ 는 제어 법칙에 의해 정해지는 어떤 함수이고, \mathbf{w} 는 가중치 벡터(선형이나 비선형 제어 법칙에서 정해지는)이며, \mathbf{S} 는 시스템의 상태 벡터이다.

이상의 관찰을 바탕으로, 이제, 제어 법칙에 내재하는 계략이 입력 상태 벡터 및 제어 법칙에 의한 시스템의 출력 사이에 어떤 관계를 형성하는지를 관찰해보자. 예를 들어, 선형 제어 법칙 (1)의 경우에

$$\mathbf{S}_1 = (-x_1, x'_1, \phi_1, \phi'_1) \text{에 대한 힘은}$$

$$F_L(\mathbf{S}_1) = \{w_x(-x_1) + w_{x'}(x'_1) + w_\phi(\phi_1) + w_{\phi'}(\phi'_1)\} \mathbf{i}$$

이고 $\mathbf{S}_2 = (x_1, -x'_1, -\phi_1, -\phi'_1)$ 에 대한 힘은

$$F_L(\mathbf{S}_2) = \{w_x(x_1) + w_{x'}(-x'_1) + w_\phi(-\phi_1) + w_{\phi'}(-\phi'_1)\} \mathbf{i}$$

이다. 그런데, 이 두 결과에서

$$F_L(\mathbf{S}_2) = -F_L(\mathbf{S}_1)$$

임을 알 수 있다. 이것으로부터 어떤 상태에 대한 제어 힘은 다른 상태에 대한 제어 힘과 크기가 같고 방향이 반대인 것을 알 수 있다. 예를 들어, 선형 시스템에서,

$S_1 = (-1.0, 1.0, 0.1, 0.2)$ 에 대해서

$$F_L(S_1) = 25.41 i$$

인데, $S_2 = (1.0, -1.0, -0.1, -0.2)$ 에 대해서는

$F_L(S_2) = -25.41 i$. 이것으로부터 다음과 같은 사실을 알 수 있다: x 는 양의 값이고 다른 세 변수는 막대가 넘어지지 않는 범위 내의 임의의 값으로 표기되는 시스템의 어떤 상태

S 에 대한 제어 힘은, 그 x 위치가 원점을 기준으로 대칭되는 곳에서의 시스템의 상태 $-S$ 에 의한 제어 힘과 크기는 같고 방향이 반대이다. 이것은 위에서 논의한 제어 법칙에 내재하는 계략에 대한 설명과도 상통한다.

마찬가지로, 비선형 시스템에 대한 제어 법칙 (2)에 대해서도 이런 고찰을 할 수 있다. 예를 들어, $x = -1.0$, $x' = 1.0$, $\phi = 0.1$, $\phi' = 0.2$ 일 때, $F_{NL} = 14.63 i$ 인데, $x = 1.0$, $x' = -1.0$, $\phi = -0.1$, $\phi' = -0.2$ 일 때는, $F_{NL} = -14.63 i$ 이다.

물론, 일정한 크기의 힘을 작용하는 제어 법칙에 대해서도 같은 관찰이 가능하다. 비선형 시스템에 대해서, 위에서 예로 든 $S_1 = (-1.0, 1.0, 0.1, 0.2)$ 때 일정한 힘을 오른쪽으로 작용하면 시스템의 상태는

$S_{11} = (-0.86, 1.67, 0.097, -0.226)$ 이 되고,

$S_2 = (1.0, -1.0, -0.1, -0.2)$ 에 대해서 힘을 왼쪽으로 작용하면

$S_{22} = (0.86, -1.67, -0.097, 0.226)$ 이 된다. 그러므로, S_{11} 과는 S_{22} 는 또 다시 대칭 관계에 있음을 알 수 있다.

지금까지 관찰에 따라서, 운반차를 트랙의 중앙에 자리잡도록 하면서 막대가 곧추 서있게 하기 위해서는 시스템 상태 벡터를 독립 변수로 하고 그 제어 힘을 종속 변수로 할 때, 그 두 변수 사이의 함수인 제어 법칙은 우함수인 것을 알 수 있다. 이것은 위에서 자세하게 설명한 선형 제어 법칙 수립 계략과도 상통하는 것이다. 또한, 아래 그림 3에 나타난 두 상태를 보면, 이 관찰을 수궁할 수 있다. 이 그림에서 오른쪽에 나타난 상태를 S 라 하면 왼쪽에 나타난 상태는 $-S$ 이다. 이 두 상태에 대해서 x' 와 ϕ' 가 0이라고 하면, 상태 S 에 대해서는 힘을 오른쪽으로 가하는 것이 제어 목표에 부합하고, 반면에 상태 $-S$ 에 대해서는 힘을 왼쪽으로 가해야 한다.

앞에서는 트랙상의 운반차의 위치, 즉 변수 x 의 관점에서 트랙의 원점에 대한 상태의 대칭성을 관찰하였다. 그런데, 사실은 그 대칭성이 막대가 기운 각도 ϕ 의 관점에서 막대가 바로 서 있는 위치에 대한 상태의 대칭성도 내포하고 있다. 예를 들어, 비선형 시스템의 상태 $S_3 = (1.0, 1.0, -0.1, 0.2)$ 에 대해서

$F_B(S_3) = -38.5 i$ 를 작용하면,

$S_{33} = (1.11, 1.23, -0.093, -0.043)$ 가 된다.

그런데, 상태 $S_4 = (-1.0, -1.0, 0.1, -0.2)$ 에 대해서 $F_B(S_4) = 38.5 i$ 를 작용하면,

$S_{44} = (-1.11, -1.23, 0.093, 0.043)$ 가 된다. 그러므

로, 막대가 균형을 잡고 서 있는 자세를 기준으로 막대가 기운 각도에 대한 상태의 대칭성도 있음을 확인할 수 있다.

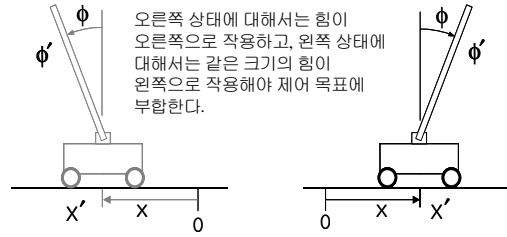


그림 3. 대칭 관계에 있는 두 시스템 상태
Fig. 3. Two system states in symmetry

같은 관점에서 운반차의 선형 속도 0을 기준으로 하거나 막대의 기우는 각속도 0을 기준으로 한 상태의 대칭성도 존재한다고 할 수 있다.

결론적으로 운반차-막대 시스템을 나타내는 상태 벡터와 제어 법칙에 의한 제어 힘 사이에는 우함수 관계가 내재하여 다음 식으로 표현할 수 있다:

$$F(-S) = -F(S)$$

3. Table Look-Up 제어기법과 제어법칙의 대칭성

이제, 시스템 상태 벡터와 제어 힘 사이에 우함수 관계를 갖는 제어 법칙을 look-up table에 바탕을 둔 지능 제어계에서 구현하는 문제를 고려해보자. 비록, 제어 법칙 (1)이나 (2)는 단순하지만, (3)으로 표현될 수 있는 제어 기법들은 지능 제어계의 개발을 위해 look-up table에 구현하기 위해 많이 활용되는 것들이다 [8].

먼저, 운반차-막대 시스템의 상태를 정의하는 4 개의 변수에 의한 상태 공간을 고려하자. 시스템의 상태를 정의하는 4 개의 변수들의 정의역이 다음과 같다고 하자. 여기서, 아래 첨자 N 과 P 는 변수 값이 각각 음수와 양수임을 나타낸다. 그리고, 정의역 왼쪽 끝점과 오른쪽 끝점의 절대값이 특별히 같다:

$$\{x : x_N \leq x \leq x_P\}, \{x' : x'_N \leq x' \leq x'_P\}, \\ \{\phi : \phi_N \leq \phi \leq \phi_P\}, \{\phi' : \phi'_N \leq \phi' \leq \phi'_P\} \quad (4)$$

앞 절에서 한 관찰에 의하면, 시스템의 모델이나 제어 계략에 상관없이, 어떤 상태에 대한 제어 법칙 값은 특정한 상태의 출력 값과 크기는 같고 방향이 달랐다. 예를 들어, 변수 x 에 대한 대칭 관계를 고려하여, $S_1 = (-a, b, c, d)$ 에 대해서 $F(S_1) = F i$ 이라면, $S_2 = (a, -b, -c, -d)$ 에 대해서는

$F(S_2) = -F i$ 이 된다. 이 사실을 일반화하면, 상태 벡터의 첫 번째 성분인 x 가 음수인 아무 상태는, 그 x 값과 대칭인 양의 값으로 표현되는 다른 상태에 의해, 원래 상태에 대한 제어 법칙 값을 산출할 수 있을 것이다. 이런 특성을 반영하면, 상태 벡터의 첫 번째 성분인 x 의 정의역 중에 음수 영역은 제외하고 양수 영역만을 그 입력 변수의 정의역으로

택하여, 다음과 같은 정의역을 갖는 4 개의 입력 변수에 의해서 새로운 상태 공간을 정의할 수 있다:

$$\{x : 0 \leq x \leq x_p\}, \{x' : x'_N \leq x' \leq x'_p\},$$

$$\{\phi : \phi_N \leq \phi \leq \phi_p\}, \{\phi' : \phi'_N \leq \phi' \leq \phi'_p\} \quad (5)$$

(5)에 의한 상태 공간의 크기는 한 차원의 음수 영역이 없어졌으므로 (4)에 의한 크기에 비해 훨씬 작을 것이다. 이렇게 되면, 위에서 예를 든,

$S_1 = (-a, b, c, d)$ 는 첫 번째 성분이 정의역에 속하지 않으므로 상태 공간에서 정의되지 않는다. 그렇지만 S_2 는 상태 공간에서 정의되므로, 입/출력 변환 과정에서, S_1 대신 S_2 에 대한 입/출력 변환 과정으로 생성한 출력 값의 부호만 반대로 하여 S_1 에 대한 출력으로 산출하면 된다.

이제 변수 ϕ 에 관한 대칭성을 고려하기 위해서, 다음과 같은 두 개의 상태에 대한 입/출력 관계를 고려해보자:

$$S_3 = (a, b, -c, d); \quad S_4 = (-a, -b, c, -d).$$

앞 절에서의 관찰에 의하여, S_3 에 대한 입/출력 변환 과정에 의한 출력은 S_4 에 의한 출력의 반대 부호 값과 같다. 그래서 세 번째 입력 변수인 ϕ 의 정의역 중에 음수 영역은 제외하고 양수 영역만을 그 입력 변수의 정의역으로 택하여, 다음과 같은 정의역을 갖는 4 개의 입력 변수에 의해서 새로운 상태 공간이 정의될 것이다:

$$\{x : x_N \leq x \leq x_p\}, \{x' : x'_N \leq x' \leq x'_p\},$$

$$\{\phi : 0 \leq \phi \leq \phi_p\}, \{\phi' : \phi'_N \leq \phi' \leq \phi'_p\} \quad (6)$$

그러면, S_3 는 상태 공간에서 정의되지 않지만, S_4 에 의해 간접적으로 정의된다. 마찬가지로, (6)에 의한 상태 공간의 크기도 (4)에 의한 크기에 비해 훨씬 작을 것이다.

그러나, 예를 든, 두 변수에 대해 동시에 대칭성을 반영할 수는 없는데, 그렇게 되면 변수 x 와 변수 ϕ 가 동시에 정의역 밖에서 정의되는 경우는 감당할 수 없게 되기 때문이다.

이제 CMAC을 위한 look-up table에 제어 법칙을 구현하기 위해서 먼저, 시스템의 상태를 나타내기 위해 입력 변수들을 양자화하여야 한다. 원래의 상태 공간을 정의하는 변수들에 대해서는 [6]과 유사하게 그림 4와 같이 양자화할 수 있다. 특히, 네 변수들의 정의역이 모두 좌표 원점을 기준으로 좌우 대칭이다. 그림 4에서 s_1, s_2, s_3 및 s_4 들은 각각 네 개의 상태 변수 x, x', ϕ 및 ϕ' 들을 나타내는데, 각도와 각 속도는 라디안 대신 도로 표시하였다. 이 그림에 의한 양자화로 CMAC을 위한 look-up table을 구축한다고 가정하자. 여기서, 앞 절에서 관찰한, 운반차-막대 시스템을 나타내는 상태 벡터와 제어 법칙에 의한 제어 힘 사이에 내재하는 우함수 관계를 고려하자.

예를 들어, 이 양자화에 s_1 에 대한 대칭성을 반영한다면, 다음과 같은 상태(중간 변수[12, 19]로 나타낸)

$$M_5 = ([-0.8, 0.0], [0.0, 0.5],$$

$$[4.0, 8.0], [0.0, 50.0])$$

에 의한 출력은

$$M_6 = ([0.0, 0.8], [-0.5, 0.0],$$

$$[-8.0, -4.0], [-50.0, 0.0])$$

에 의한 출력에 의해 $F(M_5) = -F(M_6)$ 가 될 수 있다. 그렇다면, 중간 변수 $[-2.4, -0.8]$ 나 $[-0.8, 0.0]$ 에 의해 정의되는 상태에 대한 출력은 $[0.8, 2.4]$ 나 $[0.0, 0.8]$ 에 의한 상태의 출력으로 나타낼 수 있다. 그러므로, x 의 정의역에서 음수 영역을 제외해도(특별히 정의역 양끝 값의 절대값이 같아서) 그 부분에 의한 상태에 대한 출력은 산출될 수 있다. 그렇게 하면, 그림 4의 양자화는 그림 5와 같이 될 것이다.

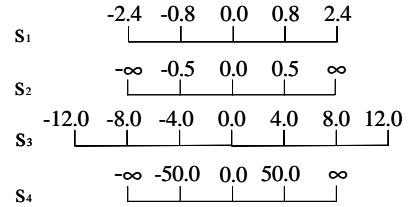


그림 4. 입력 변수들의 양자화
Fig. 4. Quantization of input variables

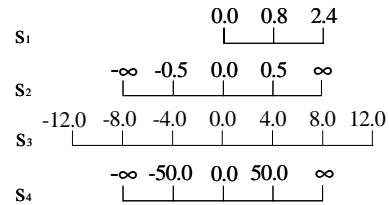


그림 5. x 에 관한 대칭성을 반영한 양자화
Fig. 5. Quantization based on x symmetry

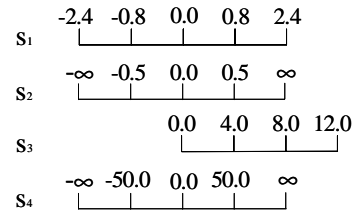


그림 6. ϕ 에 관한 대칭성을 반영한 quantization
Fig. 6. Quantization based on ϕ symmetry

또한, s_3 에 대한 대칭성을 고려한다면,

$$F(M_6) = -F(M_5).$$

같은 논리로, ϕ 의 음수 영역은 정의역에서 제외할 수 있어서, 입력 변수 축의 크기를 줄일 수 있고, 그림 6과 같은 양자화가 될 것이다.

이 관찰은 제어 법칙과는 상관없이, 시스템을 정의하는 상태 벡터와 제어 법칙에 의한 출력 사이의 관계에 바탕을 둔 것이다. 그러므로, 시스템을 정의하는 형태(선형이나 비선형 시스템)와 제어 법칙(bang-bang 제어에 의한 일정한 힘 작용, 또는 연속적인 힘 작용)과는 상관없이 존재하는 시스템의 특성이다.

4. 결과 및 토의

$K=3$ 을 갖는 어떤 CMAC이 비선형 시스템에 대한 제어 법칙 (2)을 학습하도록 제어 변수와 제어 법칙 사이의 대칭성을 보존하는 적절한 학습 방법(NST [23])으로 제어기를 훈련하였다. 즉, 그림 7은 온전한 상태 공간에 대한 (그림 4와 같은 방식에 의한)양자화($K=3$, 3 개의 중간 변수 각각에 대해서 12 개의 knots[24])에 의해 구성된 CMAC의 훈련 결과에 대한 그래프이다. 초기 상태는 그림 2의 것과 같은

$S = (1.0, 1.0, 0.1, 0.2)$ 이다. 그림 7 (a)는 운반차의 트랙 중앙에 대한 선형 변위를 나타내고, (b)는 막대가 끈추 선 위치에 대한 각 변위를 나타낸다. 이 그림을 보면, 운반차는 트랙 중앙에서 막대를 바로 세운 채로 머무르지 못하고, 막대는 10 도미만의 각도 범위로 요동하면서, 제어 목표 주위를 맴돌고 있음을 알 수 있다. 그러므로, CMAC이 제어 법칙을 미숙하게 학습한 것으로 알 수 있는데, 이것은 학습 환경, 예를 들어, 메모리 규모를 늘리고 적절한 훈련 기법을 적용하면 개선할 수 있다.

그림 8은 x 에 대한 대칭성을 반영한 상태 공간에 대한 훈련 결과를 보여 준다. 그림 8 (a)은 그림 2 (a)나 그림 7 (a)과 상당히 달라 보이는데, 운반차가 트랙 중앙에 위치하는 응답이 느린 것을 알 수 있다. 그림 8 (b)도 그림 7 (b)과 약간 다르지만, 제어기는 운반차가 트랙 경계를 벗어나거나 막대가 넘어지는 실패 없이 시스템을 계속 운전하는 것을 알 수 있다.

그림 9는 ϕ 에 대한 대칭성을 반영한 상태 공간에 대한 훈련 결과를 보여 준다. 이 그림을 그림 7과 비교하면, 두 CMAC의 look-up table에는 제어 법칙이 거의 비슷하게 구현되었음을 알 수 있다. 또한, 그림 9를 그림 8과 비교하면, x 축 보다는 ϕ 축에 대한 대칭성을 반영하는 것이 원래 시스템의 행태와 비슷한 것을 알 수 있다. 이것으로 운반차-막대 시스템에 대한 제어 법칙을 look-up table에 구현하는데 있어서 CMAC의 학습 효율은 x 보다는 ϕ 의 변화에 더 민감하다는 것을 확인할 수 있다 [6]. 또한 그림 7, 8 및 9의 그림 (a)들은 [7]에서 a human teacher에 의한 운반차-막대 시스템 제어 법칙의 학습 성능 그림과 비교될만하다.

시뮬레이션 결과에 대해서, 무엇보다도, CMAC의 학습에서 제어 법칙과 시스템 상태 사이의 대칭성의 보존[21] 관점에서 토의한다. 그림 7에 의한 기억표의 출력 값에서는 시스템에 내재하는 입/출력 사이의 대칭성이 훼손되어 있다. 예를 들어, $S = (1.0, 1.0, 0.1, 0.2)$ 에 대해서 제어 힘 $17.325 i$ 를 산출하였는데, $-S = (-1.0, -1.0, -0.1, -0.2)$ 에 대해서는, $-21.175 i$ 를 산출하였다. 그러나, 그림 8과 9에 의해서는 학습 과정에서 대칭성이 강제적으로 보존되어, 출력 값에서 대칭성이 유지되는데, $-S$ 에 대해서 $-17.325 i$ 를 산출한다.

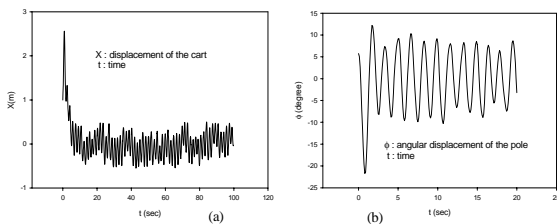


그림 7. 온전한 상태 공간에 대한 학습 결과
Fig. 7. Result of learning on the whole input space

CMAC의 변수 변환 과정에서 시스템의 대칭성을 보존하기 위해서는, 예를 들어, 그림 4에서 입력 변수 s_3 에 대해서 그림 10과 같은 양자화가 바람직하다. 이 그림에서 세 개의 중간 변수($K=3$)가 도입되었고, 양자화 분해능은 $4.0/3$ 이다. 중간 변수들도 좌표 원점을 기준으로 대칭적으로 양자화하였으므로, 원래 변수에 관련된 대칭성이 변환 과정에서 보존된다.

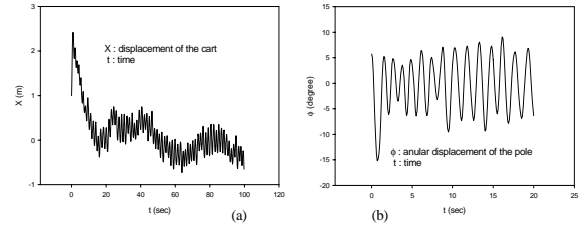


그림 8. x 대칭성을 반영한 상태 공간에 대한 학습 결과
Fig. 8. Result of learning on a modified input space due to x symmetry

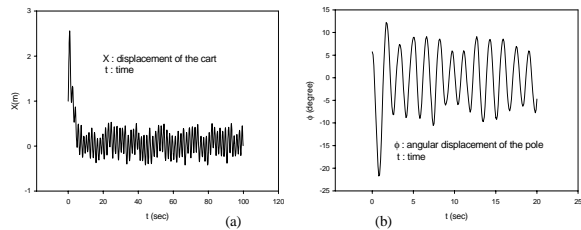


그림 9. ϕ 대칭성을 반영한 상태 공간에 대한 학습 결과
Fig. 9. Result of learning on a modified input space due to ϕ symmetry

이제 대칭성을 반영한 look-up table 구현에 있어서 기억표를 구성하는 메모리 규모의 감축을 살펴보자. 그림 4에 비해 그림 5에서는 네 개의 변수 중에서 x 축의 크기가 반으로 줄었기 때문에, 메모리 규모는 그림 4 방식에 의한 것의 반이다. 마찬가지로, 그림 6 방식에 의한 메모리 규모도 그림 4 방식에 의한 메모리 규모의 반이다. 예를 들어, (그림 4의 방식에 의한) 그림 7의 결과를 주는 CMAC에 대해서 요구되는 메모리 셀의 수는 $3 \times 41,472 = 124,416$ 개이고, 그림 8에 대해서는 $3 \times 20,736 = 62,208$ 개이며, 그림 9에 대해서도 $3 \times 20,736 = 62,208$ 개이다. 이 결과는, CMAC의 경우에, 입력 변수에 대한 중간 변수의 개수가 증가함에 따라, 메모리 규모가 증대하는 일반적인 특성에 부합한다 [24]. 이 경우에, 메모리 규모가 제한적이라면, 대칭성을 반영하여 변수 축의 크기를 줄여서 생기는 여유 메모리를 남은 정의역에 대한 해상도를 줄이는데 사용함으로써 더 나은 학습 효과를 기대할 수도 있다.

메모리 규모의 감축은, 기억표를 구축하는데 소요되는 학습 기간과 제어 법칙을 구현하는 효율이나 성능에도 영향을 미친다. NST 방법[23]으로 훈련하는 경우에, 학습이 발생하는 상태의 수가, 그림 7과 같은 경우에는 $12^3 \times 24 = 41,472$ 개이고, 그림 8과 그림 9와 같은 경우에는 둘 다

$12^4 = 20,736$ 개이다. 그러므로, 학습 소요 기간도 그림 9와 같은 경우가 그림 7과 같은 경우에 비해 반 밖에 되지 않는 것을 알 수 있다. 메모리 규모가 크면 클 수록, 학습 기간이 길어지고 학습 성능에도 부정적인 영향을 미치기 쉽다.

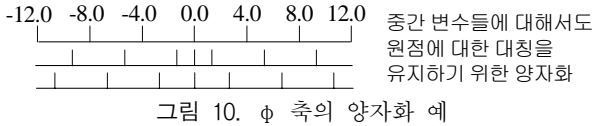


그림 10. ϕ 축의 양자화 예
Fig. 10. A quantization of ϕ axis

5. 결 론

이 논문에서는 운반차-막대 시스템에 대한 제어 법칙들의 계략을 관찰하여, 운반차-막대 시스템의 상태 벡터와 제어 법칙 사이에 내재하는 우함수 대칭성을 규명하였다. 제어 법칙에 그 대칭성을 반영하여 CMAC이 운반차-막대 시스템의 제어 법칙을 학습하도록 훈련하고 그 학습 결과를 관찰한바, CMAC의 소요되는 메모리 규모가 줄어들고 학습 기간이 크게 단축되면서, 시스템의 대칭성이 보존된다는 면에서 훈련 성과가 개선되는 것을 확인하였다.

비록 운반차-막대 시스템에 대한 대수식으로 표현되는 단순한 제어 법칙을 look-up table에 구현하였지만, [6]에서 제시하는 보강 학습이나 [8]과 같은 fuzzy를 이용하는 제어에서도 이 논문에서 토의한 대칭성이 구현될 것으로 기대한다. 또한, 지능 제어 기법을 구현하기 위해 운반차-막대 시스템을 대상으로 시험하는 경우에 이 논문에서 제시하는 대칭성을 반영하고 그 결과에서 제어 법칙과 시스템 상태 사이의 대칭성을 확인하는 것이, 올바른 제어 기법의 개발을 확인하는 방안이 될 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

[1] B. Widrow and F. W. Smith, "Pattern-Recognizing Control Systems," *Computer and Information Sciences(COINS) Symposium Proceedings*, Spartan Books, Washington DC, pp. 288-317, 1963.
 [2] Cannon, *Dynamics of Physical Systems*, McGraw-Hill Book Company, pp. 703-710, 1967.
 [3] W. R. Strugeon and W. V. Loscutoff, Joint Automatic Control Conference, p. 857, 1972.
 [4] S. Mori, H. Nishihara, and K. Furuta, "Control of unstable mechanical system: Control of pendulum," *International Journal of Control*, Vol. 23, No. 5, pp. 673-692, 1976.
 [5] D. Michie and R. A. Chambers, "BOXES: An experiment in adaptive control," *Machine Intelligence 2*, Edinburgh, Oliver and Boyd, pp. 137-152, 1968.
 [6] A. G. Barto, R. S. Sutton, and C. W. Anderson, "Neuronlike Adaptive Elements That Can Solve Difficult Learning Control Problems," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. SMC-13, No. 5, September/October, pp. 834-846, 1983.

[7] A. Guez and J. Selinsky, "A Trainable Neuromorphic Controller," *Journal of Robotic Systems*, Vol. 5, No. 4, pp. 363-388, 1988.
 [8] C. C. Lee, "A Self-Learning Rule-Based Controller Employing Approximate Reasoning and Neural Net Concepts," *International Journal of Intelligent Systems*, Vol. 6, pp. 71-93, 1991.
 [9] Z. Tang, Y. Kobayashi, O. Ishizuka and K. Tanno, "A Learning Fuzzy Network and Its Applications to Inverted Pendulum System," *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications & Computer Science*, Vol. E78-A, No. 6, pp. 701-707, June 1995.
 [10] M. Magana and F. Holzapfel, "Fuzzy-Logic Control of an Inverted Pendulum with Vision Feedback," *IEEE Transactions on Education*, Vol. 41, No. 2, pp. 165-170, May 1998.
 [11] C. S. Lin, and H. Kim, "CMAC-Based Adaptive Critic Self-Learning Control," *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 2, No. 5, pp. 530-533, 1991.
 [12] J. S. Albus, "Data Storage in the Cerebellar Model Articulation Controller(CMAC)," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Transactions of the ASME, Series G*, Vol. 97, No. 3, pp. 228-233, September 1975.
 [13] C. S. Lin and H. Kim, "Selection of Learning Parameters for CMAC-Based Adaptive Critic Learning," *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 6, No. 3, pp. 642-647, May 1995.
 [14] 권성규, "Cartpole balancing을 위한 CMAC 제어계," *1998년도 제어계측·자동화·로보틱스 연구회 합동 학술 발표회 논문집*, pp. 170-173, 1998.
 [15] 권성규, "운반차-막대 시스템을 위한 적응비평학습에 의한 CMAC 제어계," *한국 퍼지 및 지능 시스템학회 논문지*, Vol. 10, No. 10, pp. 466-477, 2000.
 [16] S. Geva and J. Sitte, "A Cartpole Experiment Benchmark for Trainable Controllers," *IEEE Control Systems*, pp. 40-51, October 1993.
 [17] B. Horne, M. Jamshidi and N. Vadiie, "Neural Networks in Robotics: A Survey," *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Vol. 3, pp. 51-66, 1990.
 [18] 권성규, "지능 제어계의 훈련 문제에 대한 함수의 대칭성 반영," *계명대학교 산업기술연구소 논문보고집*, 제 26-1 집, pp. 53-59, 2003.
 [19] H. W. Broer, I. Hoveijn, and M. van Noort, "A reversible bifurcation analysis of the inverted pendulum," *Physica D*, Vol. 112, pp. 50-63, 1998.
 [20] A. M. Bloch, N. E. Leonard, and J. E. Marsden, "Potential Shaping and the Method of Controlled Lagrangians," *Proceedings of the 38th Conference on Decision & Control*, Phoenix, Arizona, USA, pp. 1652-1657, December 1999.
 [21] A. M. Bloch, N. E. Leonard, and J. E. Marsden, "Controlled Lagrangians and the Stabilization of Mechanical Systems I: The First Matching

저 자 소 개

- Theorem," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 45, No. 12, December, pp. 2253-2270, 2000.
- [22] A. M. Bloch, D. E. Chang, N. E. Leonard, and J. E. Marsden, "Controlled Lagrangians and the Stabilization of Mechanical Systems II: Potential Shaping," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 46, No. 10, pp. 1556-1571, October, 2001.
- [23] D. E. Thompson and S. Kwon, "Neighborhood Sequential and Random Training Techniques for CMAC," *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 6, No. 1, pp. 196-202, 1995.
- [24] M. Brown and C. Harris, *Neurofuzzy Adaptive Modelling and Control*, Prentice Hall, 1994
-



권성규(Sunggyu Kwon)

1980년 : 연세대학교 기계공학과졸업.
1987년 : Louisiana 주립대학 기계공학석사
1990년 : Louisiana 주립대학 기계공학 박사
1991년-1995년 : 한국원자력연구소 원격
장치기술실 선임연구원
1995년 : 계명대학교 기계공학과 부교수

관심분야 : CMAC, Reinforcement Learning, 로봇기구학
Phone : (053)580-5231
Fax : (053)580-6285
E-mail : cmack@kmu.ac.kr