수 미결정성, 동일성 기준 그리고 종[89)]

권병진(서울대학교)

【요약문】 베나세라프는, 프레게의 플라톤주의를 비판하기 위하여, 서로 다른 집합 순서열들이 수 순서열로 간주될 수 있다는 수 미결정성 논제를 주장한다. 이에 대하여 신프레게주의자인 헤일은 수 미결정성 논제를 정면으로 부정하는 논증을 제시하였다. 본 논문에서 필자는 헤일의 논증에서 핵심적인 역할을 하는 형이상학적 원리가 수용되기 어려운 것임을 보이고자 한다.

【주제어】 수 미결정성, 동일성 기준, 종 포함관계, 베나세라프, 헤일, 라이트

1. 들어가면서: 수 미결정성과 프레게의 플라톤주의

베나세라프는 "What Numbers could not be"(1965)에서 수를 대상으로 간주하는 프레게적 플라톤주의를 비판한다. 자연수의 순서열 0, 1, 2, 3, …은, 다음과 같이, Zermelo의 집합론 Z와 또 다른 집합론 NBG에서 서로 다른 -집합들의- 순서열로 약정된다:

ϕ ; $\{\phi\}$; $\{\{\phi\}\}$; $\{\{\{\phi\}\}\}$; …
ϕ ; $\{\phi\}$; $\{\phi, \{\phi\}\}$; $\{\phi, \{\phi\}, \{\phi,\{\phi\}\}\}$; …

베나세라프에 따르면, 예를 들어, 자연수 2에 대한 우리의 개념 속에는 $\{\{\phi\}\}$와 $\{\phi,\{\phi\}\}$ 두 집합 중 어떤 하나를 진짜 2라고 결정해줄 수 있는 어떤 요소도 없다. 또한 우리가 위에 제시된 두 순서열들 중에서 그 어떤 것을 진정한 수 순서열로 선택하든, 그 선택은 순수 수 이론의 참과 수의 응용에 있어서의 성공에 아무런 영향을 미치지 않는다. 더욱이 그 어떤 대상들의 순서열도 위의 두 순서열과 마찬가지로 수 순서열로 간주될 수 있다. 따라서 수 이론은 특정한

---

89) 이 논문과 관련된 연구는 토요타 학술지원기금의 Post-Doc. 연수 지원을 받아 이루어졌음.

대상들의 순서열에 관련하는 것이 아니다. 즉 개별 수는 특정한 대상이 아니다. 오히려 수 이론은 순서열 일반 즉 구조에 관련한다.

개별 수들이 도대체 어떤 특정한 대상들인지 우리는 결정할 수 없다는 '수 미결정성' 논제를 근거로 하는 베나세라프의 비판에 대하여 프레게적 플라톤주의자들은 여러가지 방식으로 대응할 수 있다. 수 미결정성 논제를 기꺼이 받아들이면서도 이러한 미결정성이 플라톤주의에 위협이 되지 않는다는 식의 대응이 있을 수 있다. 다른 한편으로, 수 미결정성 논제 자체를 거부함으로써 베나세라프의 논변을 정면으로 반박하는 대응 방식이 있을 수 있다. 현재 대표적인 프레게주의자로 간주되고 있는 라이트와 헤일은 기본적으로 후자의 대응 방식을 취하고 있다. 라이트와 헤일은 동일성 기준과 종 포함 관계 간의 연관성에 주목하는 원리들을 동원하여 수와 관련된 미결정성을 제거하려고 한다. 그러나 라이트에 따르면, 이러한 원리에 의해서도 수 미결정성은 완전히 제거되지 않는다. 남겨진 미결정성과 관련하여 라이트는 전자의 대응 방식을 취한다; 제거되지 않고 남겨진 미결정성은 특별히 수 또는 다른 종류의 추상적 대상과 관련해서만 발생하는 것이 아니라 산, 나무, 강과 같은 구체적 대상을 포함한 모든 대상들과 관련해서 발생하기 때문에, 이와 같은 구체적 대상들이 실제로 존재한다고 우리가 믿는 한, 그러한 미결정성은 플라톤주의에 대한 위협이 되지 못한다. 한편 헤일은 철저히 후자의 대응 방식을 취한다. 헤일에 따르면, 우리는 동일성 기준과 관련된 형이상학적이면서도 인식적인 원리를 동원하여 수 미결정성 문제를 완전히 극복할 수 있다. 만약 수 미결정성 문제에 대한 헤일의 해법이 성공적이라면, 그 성공은 프레게적 플라톤주의를 베나세라프의 비판으로부터 구해낼 것이다. 그러나 나는 그의 해법이 근거하고 있는 원리가 지극히 의심스러운 것이라고 생각한다.

나의 일차적 관심은 헤일이 수 미결정성 문제를 극복하기 위한 지렛대로 사용한 원리가 옳지 않다는 것을 보임으로써 그의 시도가 성공적이지 않다는 것을 보이는 것이다. 이러한 나의 비판은 동일성 기준, 대상 그리고 종 간의 관계에 대한 고찰에 바탕을 두고 있다. 사실 이러한 고찰은, 헤일의 시도에 대한 비판과 독립적으로 그자체로서, 언어철학적 또는 형이상학적 관심을 가진 이들 일반에게 매우 흥미로운 주제에 관련하고 있다.

2. 시이저 문제와 라이트의 해법

위에서 제기된 수 미결정성 문제는 수가 집합이라는 것을 전제하고 있다. 다만, 개별 수들이 어떤 개별 집합인지 우리가 결정할 수 없다는 사실이 문제 상황이었다. 그렇다면 우리는 수가 집합이라는 것을 어떻게 아는가? 다시 말해서, 수들이 집합이 아닌 다른 종에 속하는 것이 아니라는 것을 우리는 어떻게 아는가? 예를 들어, 수 2가 사람이 아니라는 것을, 따라서, 사람인 시이저와 동일한 것일 수 없다는 것을 우리는 어떻게 아는가? 이러한 문제들은 베나세라프가 제시한 수 미결정성 문제에 앞서 해결되어야 하는 또 하나의 수 미결정성 문제로서, 신프레게주의자들 사이에서 "시이저 문제"라고 일컬어진다. 그렇다면 우선 시이저 문제와 이에 대한 라이트의 해법을, 우리의 본 논의를 위해 요구되는 최소한의 정도에서, 간단히 살펴보도록 하자.

[산수의 기초] §62에서 프레게는, 신프레게주의자들 사이에서 "흄의 원리"라고 일컬어지는, 수에 대한 문맥적 정의를 시도한다.

(1) 흄의 원리
개념 F에 귀속하는 수 = 개념 G에 귀속하는 수 iff 개념 F와 개념 G는 일대일 대응한다

이어서 그는 수에 대한 문맥적 정의인 흄의 원리의 문제점을 설명하기 위하여 다음과 같은 '방향'에 대한 문맥적 정의를 유비로서 사용한다.

(2) 직선 l의 방향 = 직선 m의 방향 iff 직선 l과 직선 m은 평행하다

프레게에 따르면, 이러한 종류의 문맥적 정의들은, 이른바 "시이저 문제"라고 일컬어지는, 치명적인 문제점을 안고 있다.

'직선 a의 방향은 직선 b의 방향과 동일하다'는 명제에서 직선 a의 방향은 대상의 역할을 하며, 우리의 정의는 이 대상이 어떤 다른 모습으로, 이를테면 직선 b의 방향으로, 우리에게 나타나는 경우에 이것을 동일한 것으로 재인식하

는 하나의 수단을 우리에게 제공한다. 그러나 이 수단은 모든 경우에 사용될 수 없다. -만약 비상식적인 예를 제시하더라도 양해받을 수 있다면- 예를 들어, 그것은 영국이 지구의 축의 방향과 동일한 것인지 그 여부를 결정할 수 없다. 당연하게도, 아무도 지구의 축의 방향과 영국을 혼동하지는 않을 것이다; 그러나 그러한 구별은 방향에 대한 우리의 정의 덕분이 아니다. 우리의 정의는, 다음 명제에서의 q가 '직선 b의 방향'과 같은 형식으로 주어지지 않는 한, '직선 a의 방향은 (대상) q와 동일하다'는 명제가 긍정되어야 하는지 아니면 부정되어야 하는지에 대하여 아무런 이야기도 하지 않는다. 우리가 결여하고 있는 것은 방향에 대한 개념이다; 왜냐하면 만약 우리가 이것을 갖고 있다면 우리는 문제의 물음에 다음과 같은 방식으로 답할 수 있기 때문이다; 만약 q가 방향이 아니라면 문제의 명제는 부정될 것이며, 만약 q가 방향이라면 우리의 본래 정의가 문제의 명제의 진위 여부를 결정할 것이다.[90]

우리는 "지구의 축의 방향=영국"이라는 동일성 문장의 진리치를 문맥적 정의 (2)를 통해 결정할 수 없듯이, "2=시이저"(또는 "수 0 또는 1과 동일한 대상들의 수= 시이저")라는 동일성 문장의 진리치를 흄의 원리, 즉 문맥적 정의 (1)을 통해 결정할 수 없다. 수와 방향을 각각 추상화하고 있는 (1)과 (2)는 각각 수들 간의, 그리고 방향들 간의 동일성 기준을 제시하고 있다. 더 정확히 말하면, 이 문맥적 정의들의 우변 문장은 좌변 문장의, 즉, 각각 수들 간의, 그리고 방향들 간의 동일성을 표현하는 문장의, 진리조건을 설명하고 있다. 시이저 문제는 이러한 동일성 기준을 우리가 안다고 하더라도 그러한 기준이 적용되는 대상들이 도대체 어떤 종에 속하는지 우리가 알 수 없는 것 같다는 사실에서 비롯된다.

사실, '동일성 기준'이라는 개념은 아직 여러 가지 철학적 쟁점들을 안고 있는 개념이다.[91] 우선, 여러 유형의 동일성 기준이 있는 것처럼 보인다. 하여튼 위의 (1)과 (2)와 같은 추상화 원리들은 아래와 같은 유형의 동일성 기준을 제시하고 있다.

(3) $\Phi(x)=\Phi(y)$ iff $x\approx y$

(여기서, '≈'는 x와 y 간에 성립하는 동치관계equivalence relation를 표현한다)

---

90) Frege(1884), §66

91) Geach(1962), Dummett(1981), Lowe(1989), Lowe(1997), Noonan(1997) 참조.

어떤 대상들 $\phi(x)$와 $\phi(y)$가 서로 동일한 것인지의 여부는 이 대상들과는 전혀 다른 종류의 대상들 x와 y가 서로 어떤 동치관계 $\approx$에 놓여 있는지 그렇지 않은지의 여부에 달려 있다. 그런데 이러한 유형의 동일성 기준은 그 적용에 있어서 분명히 한계를 갖고 있다. "$\phi(x)=\phi(y)$" 형식의 동일성 문장 또는 이러한 동일성 문장으로 번역할 수 있는 동일성 문장 이외의 동일성 문장에 대해서는 우리는 이러한 유형의 동일성 기준을 적용하여 그 진리치를 결정할 수 없다. 이와 같은 이유로 흄의 원리에 의해 그 진리치를 결정할 수 없는 동일성 문장들 중의 하나가 바로 "2=시이저"라는 동일성 문장이다. 이러한 상황은 흄의 원리가 수의 개념을 우리에게 완전히 드러내지 못하고 있다는 것을 보여준다. 왜냐하면 만약 우리가 흄의 원리를 통해 수에 대한 완전한 개념을 갖게 되었다면, 우리는 분명, 적어도, 어떤 사람이 수일 수 있는지 없는지 알았을 것이며 따라서 만약 어떤 사람도 수일 수 없다면 우리는 문제의 동일성 문장이 거짓임을 알 수 있었을 것이고 , 그리고 만약 어떤 사람이 수일 수 있다면, 원리적으로, 문제의 동일성 문장의 진리치를 흄의 원리를 사용하여 결정할 수 있었을 것이기 때문이다.

이러한 시이저 문제는 프레게로 하여금 수에 대한 문맥적 정의를 포기하고 수를 '외연'으로 정의하는 명시적 정의를 제안하게끔 하였다. 그러나 이러한 시도는 불행하게도 결국 논리주의의 파국으로 이어졌다. 왜냐하면 이 명시적 정의의 정의항인 '외연'을 다시 프레게는, [산수의 근본법칙]에서, 러셀의 역설을 유발하는 일종의 문맥적 정의인 근본법칙 V에 의해 정의하였기 때문이다.

프레게의 논리주의를 구제하려는 라이트는 프레게와 다른 방식으로 시이저 문제를 극복하고자한다. 라이트에 따르면, 대상들 간의 동일성 기준과 그 대상들이 속하는 종 간에는 어떤 연관성이 있다. 라이트는 그렇게 친절한 설명 없이 다음과 같은 종 포함관계 원리를 제시한다.

(4) 종 포함관계 원리1(SI1)

어떤 F들이 G들이라면, 종 F에 속하는 어떤 적절한 대상들을 지칭하는 단칭어들 'a'와 'b'를 사용하여 형성된 동일성 문장 "a=b"와 **동일한 진리 조건**을 갖는, 종 G에 속하는 어떤 대상들을 지칭하는 어떤 단칭어들 'A'와 'B'를 사용하여 형성된, 어떤 동일성 문장 "A=B"가 존재한다.

아마도 라이트의 종 포함관계 원리는 상당히 정당한 최소한의 의미론적 가정에 기초하고 있는 듯 하다: 문장의 의미인 진리조건은 이것을 표현하기 위하여 우리가 사용하는 언어적 표현에 상대적인 것이 아니다. 즉, 어떤 종 F에 속하는 대상임을 그 의미 속에 함축하고 있는 단칭어 'a'와 'b'가[92] 출현하는 동일성 문장을 사용하든, 어떤 종 G에 속하는 대상임을 그 의미 속에 함축하고 있는 단칭어 'A'와 'B'가 출현하는 동일성 문장을 사용하든, 만약 'a'와 'A'가, 그리고 'b'와 'B'가, 각각 동일한 대상들을 지칭하고 있다면-문제의 동일성 문장이 참인 경우에는 네 개의 단칭어들이 모두 동일한 대상을 지칭하고 있다면-, 우리는 성공적으로 문제의 동일성을 표현할 수 있다.

라이트는 시이저 문제를 해결하기 위해 위의 종 포함관계 원리를 수의 경우에 적용하고자 한다.

(5) 어떤 F들이 수들이라면, 종 F에 속하는 어떤 적절한 대상들을 지칭하는 단칭어들 'a'와 'b'를 사용하여 형성된 동일성 문장 "a=b"와 동일한 진리조건을 갖는, 수에 속하는 어떤 대상들을 지칭하는 어떤 단칭어들 'A'와 'B'를 사용하여 형성된, 어떤 동일성 문장 "A=B"가 존재한다.

그런데 만약 우리가 흄의 원리를 수 개념에 대한 **적절한 설명**-적어도 모든 수들을 설명할 수 있는 설명-으로 간주한다면, 모든 수 동일성 문장들의 진리조건은 흄의 원리에 의해서 제시될 수 있으므로, "A=B"라는 동일성 문장이 의미를 가지면서 존재한다는 것은 **흄의 원리가 적용가능한 동일성 문장이 존재한다는 것**을 말한다. 여기서 우리는 흄의 원리를 수 개념에 대한 적절한 설명으로 간주함으로써 모든 수들에 대하여 흄의 원리를 적용할 수 있다고 추론하고 있다. 그런데 사실, 이미, 모든 대상들의 동일성 기준은 비록 그 대상들이 속하는 종 또는 개념에 대한 완전한 설명은 아니지만 문제의 종과 다른 종들을 구별하는데 어느 정도 쓸모 있는 설명임을, 기치를 비롯한 많은 철학자들이 주장한 바 있다[93]; 적어도, **하나의 종에 속하는 모든 대상들에 대해서는, 원리**

92) 로위는, Lowe(1989) 10-11쪽에서, "단칭어의 의미 속에는 그 단칭어가 지칭하는 대상이 어떤 종에 속하는지에 대한 명시적 또는 암묵적인 정보가 담겨져 있다"는 논제에 대한 충분히 받아들일 만한 논증을 제시하고 있다.

적으로, 그것들 중 임의의 한 대상에 적용할 수 있는 모든 동일성 기준들을 임의의 다른 대상에 대해서도 적용할 수 있다. 즉, 대상들의 동일성 기준은, 곧 설명하게 될 제한적인 의미에서, **종에 상대적이다.** 따라서 만약 어떤 두 대상에 대하여, 원리적으로, 공통으로 적용될 수 없는 동일성 기준이 적어도 하나 있다면 이 두 대상은 서로 다른 종에 속하고 있음에 틀림없다. 그러나 물론 **실제로** 우리는 동일한 종에 속하는 두 대상에 대하여, 아니 더 나아가 하나의 대상에 대해서도, 때때로 서로 다른 동일성 기준을 적용할 수 있다. 그리고 어떤 두 대상이 서로 다른 종에 속한다고 해서, 원리적으로 공통으로 적용될 수 없는 동일성 기준이 적어도 하나 꼭 있어야 하는 것은 아니다. 즉 어떤 두 대상은 서로 다른 종에 속하면서도 원리적으로 공통으로 적용될 수 있는 동일성 기준 만을 가질 수도 있다. 예를 들어, 사자들과 호랑이들은 종 동물에 연관된 동일성 기준만을 가질 수 있다. 이러한 사실에 의하여 동일성 기준의 종 상대성은 제한적이다. 하여튼, 만약 두 종에 공통으로 속하는 대상들이 있다면, 이러한 공통의 대상들 모두에 대하여, 그것들 중 임의의 하나에 적용될 수 있는 동일성 기준은 다른 대상에도 원리적으로 적용될 수 있다.[94]

우리는 종 포함관계 원리 SI(또는 그 적용예)를 인정하면서 수 동일성 기준인 흄의 원리를 수 개념에 대한 적절한 설명으로서 받아들이거나, 아니면 수 동일성 기준인 흄의 원리와 더불어 위에서 언급한 동일성 기준의 종 상대성 논제를 받아들임으로써 다음과 같이 주장할 수 있다.

(6) 어떤 F들이 수들이라면, 종 F에 속하는 어떤 적절한 대상들을 지칭하는 단칭어들 'a'와 'b'를 사용하여 형성된 동일성 문장 "a=b"의 진리조건이 흄의 원리가 제시하는 **개념들간의 일대일 대응관계**로서 주어질 수 있어야 한다(즉, 어떤 F들에 대하여 흄의 원리가 제시하는 수 동일성 기준을, 원리적으로, 적용할 수 있어야 한다).

(6)의 원리-라이트는 이것을 'Nd'라고 일컫는다-는 시이저 문제를 해결한다.

93) Geach(1962), Noonan(1997) 참조.

94) 더욱이, 두 종에 공통으로 속하는 대상들뿐만 아니라 두 종 중 적어도 하나에 속하는 모든 대상들과 관련하여, 그것들 중 임의의 하나에 적용될 수 있는 그 어떤 동일성 기준도 두 종의 대상들 모두에 적용될 수 있다.

사람인 시이저는 그 어떤 수일 수 없다. 왜냐하면 사람들에 대하여 수 동일성 기준인 흄의 원리를 원리적으로 적용할 수 없기 때문에-더 정확히 표현하면, 사람들 간의 동일성 문장의 진리조건은 개념들 간의 일대일 대응관계로서 주어질 수 없기 때문에- 어떤 사람도 수일 수 없기 때문이다.

사실, 시이저 문제에 대한 라이트의 해법과 관련하여 철학자들 사이엔 아직도 몇 가지의 논쟁거리가 남아있다.[95] 그러나 지금 나의 목적, 즉, 베나세라프가 제기하는 수 미결정성 문제에 대한 헤일의 해법에 대한 논의와 관련하여, 나는 시이저 문제에 대한 라이트의 해법이 성공적이라고 그냥 가정하고자 한다. 그리고 베나세라프가 제기하는 수 미결정성 문제에 대한, 헤일의 해법보다 다소 간접적인 방식의 해법인, 라이트의 해법[96]에 대한 논의도 생략한다.

3. 어떤 집합들이 수들인가? : 헤일의 해법

원리 (6)에 의하면 어떤 집합들은 진짜 수일 수 있다. 예를 들어, 집합론 NBG가 수로 약정한 집합들은 진짜 수일 수 있다. NBG의 수들(Φ; {Φ}; {Φ, {Φ}} ; {Φ, {Φ}, {Φ,{Φ}}} ; …) 간의 동일성 여부는 개념들 간의 일대일 대응 여부에 의하여 판단될 수 있다; 조금 더 정확히 말하면, 그러한 집합들 간의 동일성 조건은 개념들 간의 일대일 대응관계로서 주어질 수 있다. 예를 들어, "{Φ}={Φ, {Φ}}"의 진리조건은 꼭 하나의 대상이 속하는 그리고 {Φ}와 적절한 관련을 맺는 개념 F와, 꼭 두개의 대상이 속하는 그리고 {Φ, {Φ}}와 적절한 관련을 맺는 개념 G 간의 일대일 대응관계로서 주어질 수 있다. 물론, 프레게의 수들도 진짜 수일 수 있다. 프레게에 의하면, 수 0은 어떤 대상도 속하지 않는 개념들의 집합이고, 수 1은 꼭 하나의 대상이 속하는 개념들의 집합이며, 수 n은 꼭 n 개의 대상이 속하는 개념들의 집합이다. 프레게에 의하여 "1=2"로 간주되는 동일성 문장 "꼭 하나의 대상이 속하는 개념들의 집합= 꼭 두 개의 대상이 속하는 개념들의 집합"의 진리조건은 분명히 적절한 개념 F와 적절한 개념 G 간의 일대일 대응관계로서 주어질 수 있다.

그러나, 원리 (6)에 의하면, Zemelo의 수들은 진짜 수가 아니다. 그의 약정

95) 권병진(2001), Hale & Wright(2001)에서의 공동집필의 논문 'To bury Caesar…' 참조.
96) Wright(1983)에서의 Section xv(Natural Numbers and Progressions) 참조.

에 의하여 수들로 간주되는 집합들 중 0으로 간주되는 집합을 제외한 다른 모든 집합들 간의 동일성 조건은 개념들 간의 일대일 대응관계로 주어질 수 없기 때문이다. 예를 들어, Zermelo에 의하여 각각 수 1과 수 2로 약정되는 집합 {Φ}와 집합{{Φ}} 간의 동일성 여부는, 원리적으로, 이러한 집합들과 적절한 관련을 맺는 개념들 간의 일대일 대응 여부에 의하여 판단될 수 없다: 조금 더 정확히 말하면, 그러한 집합들 간의 동일성 조건은 이러한 집합들과 적절한 관련을 맺는 개념들 간의 일대일 대응관계로서 결코 주어질 수 없다.

이로써 베나세라프가 제기한 수 미결정성 중 일부분이 제거되는 셈이다. 예를 들어, Zermelo가 수들로 약정한 집합들은 진짜 수일 수 없다. 그러나 아직, 우리로 하여금 프레게적 플라톤주의를 거부하게끔 하는 광대한 미결정성이 남아 있다. 아직, 프레게의 수들 뿐만 아니라 집합론 NBG의 수들 역시 진짜 수로 간주된다. 더욱이, 이 두 개의 집합 순서열 뿐만 아니라 무한개의 집합 순서열이 진짜 수 순서열의 후보인 듯 하다. 예를 들어, 분명히, 프레게의 수들 각각으로부터 이것들보다 1만큼 더 큰 프레게의 수들로의 일대일 함수 Ψ는 존재한다. 이 경우에, 우리는 일대일 함수 Ψ의 함수값들의 순서열 역시 수 순서열로 간주할 수 있다. 왜냐하면 이때 함수값들로서 산출되는 집합들 간의 동일성 조건은 프레게의 수들을 매개로 하여 결국 개념들 간의 일대일 대응관계로서 주어질 수 있기 때문이다. 그리고, 분명히, Ψ와 유사한 일대일 함수들이 무한개 있다.[97]

이러한 남겨진 수 미결정성을 헤일은 다음과 같은 강한 종 포함관계 원리로써 제거하려고 한다.

(7) 강한 종 포함관계 원리(SSI)

만약 어떤 F들이 G들이라면, 적절한 어떤 F들을 지칭하는데 사용되는 단칭어 'a'와 'b'로 이루어진 **동일성 문장 "a=b"**를 완전히 이해하기 위해

97) 흄의 원리[(1)]에서 '개념 F에 귀속하는 수' 대신에 'Φ(F)'을 사용하고, 이것이 프레게의 수를 지칭한다고 하자. 즉, 'Φ(F)'는 [개념 F와 일대일 대응하는 모든 개념들의 집합]을 의미한다고 하자. 그렇다면, 위 본문에서 진짜 수의 후보들 중의 하나로 고려되고 있는 -개념 F에 귀속하는 (또 다른) 수인- Ψ(Φ(F))는 결국 [개념 F에 속하는 대상들보다 꼭 1개 많은 대상들이 속하는 어떤 개념과 일대일 대응하는 모든 개념들의 집합]인 셈이다. 이러한 집합들 간의 동일성 조건은 두 개념 간의 일대일 대응관계로서 주어질 수 있다: 만약 개념 F와 개념 G가 일대일 대응한다면 그리고 그러한 경우에만, Ψ(Φ(F))와 Ψ(Φ(G))는 서로 동일하다.

서는 개념 G의 외연의 부분집합을 외연으로 가지는 **개념 H와 적절히 관련된(개념 H를 완전히 이해하는데 필요한) 동일성 기준**이 **반드시** 사용되어야 한다.[98]

(7)은, (5)와 비교해 보았을 때, 중요한 측면에서 훨씬 더 강한 원리이다. (5)와 결국 같은 의미를 갖는 (5)'을 생각하면 그 비교가 용이하다.

(5)' 종 포함관계 원리
만약 어떤 F들이 G들이라면, 적절한 F들을 지칭하는데 사용되는 단칭어 'a'와 'b'로 이루어진 동일성 문장 "a=b"를 완전히 이해하기 위해서 개념 G와 적절히 관련된 동일성 기준을 사용하는 것이, **원리적으로, 가능**해야 한다

(5)(또는 (5)')와 (7)을 비교하기에 앞서서 우선, 〈동일성 기준〉이라는 개념과 관련하여 우리가 흔히 갖게 되는 오해를 제거할 필요가 있다. 지금 우리가 언급하고 있는 동일성 기준은 순수히 형이상학적인 성격의 것이다. (5)'와 (7)에서 언급되고 있는 동일성 기준은 우리가 그것을 실제로 지금 알든 모르든, 더욱이 **우리 인간들**이 차후에 그것을 알아낼 수 있든 그럴 수 없든 상관없는 것으로서 순수히 형이상학적인 동일성 기준이다. (5)'와 (7) 간의 차이는, 이들 원리에서 언급된 관련된 동일성 기준이 우리에게 알려질 때 바로 그 동일성 기준의 사용이 문제의 동일성 문장을 완전히 이해하는 데에 있어서 필수적인 것이냐 아니면 그 동일성 기준을 사용함으로써 문제의 동일성 문장을 완전히 이해하는 것이 가능하기만 하면 되는 것이냐에 놓여져 있다.

이 글의 일차적 목적은 (7)의 원리가 옳지 않다는 것을 보이는 것이다. 그러나 헤일이 어떻게 (7)을 이용하여 수 미결정성을 완전히 제거하려고 하는지 간단하게나마 살펴보지 않을 수 없다. 헤일은 (7) 뿐만 아니라 다음의 주장을 참으로 받아들인다.

98) Hale(1987) 206쪽 (*앞의 여러 원리들과의 비교를 쉽게 하기 위하여, 개념을 나타내는 변항문자 사용에 있어서 헤일의 원문으로부터 약간의 변경을 하였음).

(8) 그 외연이 수 개념의 외연에 포함되는 모든 개념들은 흄의 원리가 제시하는 수 동일성 기준과 적절히 연관되어 있다.

(7)과 (8)로부터 우리는 다음과 같은 주장을 이끌어낼 수 있다.

(9) 만약 어떤 F들이 수들이라면, 적절한 F들을 지칭하는데 사용되는 단칭어 'a'와 'b'로 이루어진 **동일성 문장 "a=b"를 완전히 이해**하기 위해서는 〈개념들간의 일대일 대응관계〉로서의 동일성 기준이 반드시 사용되어야 한다.

(9)에 비추어 볼 때, 집합론 NBG의 수들은 진짜 수가 아니다. 왜냐하면 집합론 NBG의 수들 간의 동일성 문장들을, 예를 들면, "{ϕ}={ϕ, {ϕ}}"와 같은 동일성 문장들을, 완전히 이해하기 위해서 〈개념들 간의 일대일 대응관계〉라는 개념이 꼭 동원될 필요가 없기 때문이다. 즉, 집합들 간의 동일성 기준인 "만약 두 집합이 동일한 대상들을 원소로서 포함한다면 그리고 그러한 경우에만 두 집합은 동일하다"는 외연성 원리만으로써 우리는 NBG의 수들 간의 동일성 문장을 완전히 이해할 수 있기 때문이다. 반면에, 프레게의 수들 간의 동일성 문장들, 예를 들면, "'x≠x'라는 개념과 일대일 대응하는 모든 개념들의 집합='x=0'이라는 개념과 일대일 대응하는 모든 개념들의 집합"과 같은 동일성 문장들을, 완전히 이해하기 위해서는, 사소할 정도로 명백하게, 〈개념들 간의 일대일 대응관계〉라는 개념이 반드시 사용되어야 한다. 따라서 NBG의 수들은 진짜 수가 아니며, 프레게의 수들은 진짜 수이다. 헤일은, 계속해서, 진짜 수 순서열의 후보로 간주될 만한 그 외의 모든 집합 순서열이 사실 진짜 수일 수 없다는 것을 보이고자 한다.[99] 이에 대한 논의를 생략하고 이때까지 소개된 헤일의 주장들에 우리의 관심을 한정하는 것이, (7)이 옳지 않다는 것을 보이고자 하는 나의 목적에 적절할 것이다.

99) Hale(1987) 208-213쪽

4. 헤일의 종 포함 관계 원리에서의 "동일성 문장의 완전한 이해"

헤일은 (7)에 대한 증명을 시도한다.[100] 그는 F이면서 G인 적절한 어떤 대상들을 지칭하는데 -종 F의 예를 지칭하는- 단칭어 'a'와 'b'가 사용되고 또한 "a=b"를 이해하는데 종 H의 동일성 기준이 사용되었다고 가정한 후, 이러한 동일성 문장의 이해가 완전한 이해가 되려면 개념 H의 외연은 개념 G의 외연의 부분집합이어야 한다는 것을 보이고자 한다. 개념 H의 외연과 개념 G의 외연 간의 포함관계와 관련하여 모두 4가지의 가능성이 존재한다.

[1] 개념 H의 외연이 개념 G의 외연에 부분집합으로서 포함되는 경우: 이 경우에, 'a=b'를 완전히 이해하는데 사용되는 동일성 기준은 개념 H의 동일성 기준이고 그리고 개념 H의 외연은 개념 G의 외연의 부분집합이므로, (7)이 만족된다.

[2] 개념 H의 외연이 개념 G의 외연을 진부분집합으로서 포함하는 경우: 이 경우에 우리는 다시 두 가지 경우를 나눌 수 있다: 개념 G와 관련된 동일성 기준이 개념 G에 고유한 동일성 기준인 경우와, 그렇지 않고 더 포괄적인 개념 K와 관련된 동일성 기준이 동시에 개념 G와 관련된 동일성 기준이 되는 경우. 전자의 경우에, **만약 우리가 'a=b'를 이해함에 있어서 H의 동일성 기준을 사용한다면, 'a=b'에 대한 우리의 이해는 완전한 이해일 수 없다. 만약 우리가 이 동일성 문장을 완전히 이해하려면, 우리는 적어도 단칭어 'a'와 'b'를 완전히 이해해야 하고, 따라서 또한 이러한 단칭어들에 의해 지칭되는 대상이 종 G에 속하는 대상임을 우리는 알아야 한다.** 그러나 우리가 문제의 동일성 문장을 이해함에 있어서 개념 G의 외연보다 더 포괄적인 개념 H의 동일성 기준을 사용한다면, 우리는, 단지, 문제의 대상들이 종 H에 속하는 것으로 이해할 뿐이다. 이러한 이해는 단칭어 'a'와 'b'에 대한 완전한 이해일 수 없다. 따라서 이 경우에 우리는 문제의 동일성 문장을 완전히 이해할 수 없다. 한편 후자의 경우 중에서 개념 K의 외연이 개념 H의 외연에 포함되는 경우는 전자의 경우와 상황이 동일하다. 그러나 후자의 경우 중에서 개념 K의 외연이 개념 H의 외연을 포함하는 경우에는 그 외연이 개념 G의 외연과 개념 K의 외연 사이에 있는

100) Hale(1987) 213-215쪽. 헤일은 아직 이 원리를 포기하지 않은 듯하다(Hale & Wright(2001)에서의 공동집필 논문 'To bury Caesar…'에 달린 55번 註[366쪽] 참조).

개념 H의 동일성 기준은, -가정에 의하여- 개념 K 그리고 개념 G에 공통으로 연관되어 있는, 바로 그 동일성 기준일 수밖에 없다. 즉, 이 경우에 문제의 동일성 문장을 이해하는 데 사용되는 개념 H의 동일성 기준은 사실 개념 G의 동일성 기준이기도 한 셈이다. 그리고 이 경우에 "a=b"에 대한 우리의 이해는 완전한 이해이며, 그리고 그때 동원되는 동일성 기준은 바로 개념 G 자신의 동일성 기준이다.

[3] 개념 H의 외연과 개념 G의 외연 간의 교집합이 공집합일 때: 이 경우에 그리고 만약 개념 H의 동일성 기준이 개념 G의 동일성 기준과 다르다면, 개념 H의 동일성 기준을 사용하여 우리는 "a=b"를 도저히 이해할 수 없다. 한편 개념 H의 동일성 기준이 개념 G의 동일성 기준과 같다면, 이러한 동일성 기준은 사실 개념 H의 외연과 개념 G의 외연을 함께 포함하는 외연을 가진 개념의 동일성 기준으로부터 연유하는 것이다. 그리고 우리는 그러한 동일성 기준을 사용하여 문제의 동일성 문장을 완전히 이해할 수 있다.

[4] 개념 H의 외연과 개념 G의 외연 간의 교집합이 공집합이 아니면서, 또 그 하나가 다른 하나를 완전히 포함하지도 않는 경우: 만약 개념 H의 동일성 기준을 사용하여 **"a=b"를 완전히 이해**하였다면, 그 동일성 기준은 동시에 개념 [H이면서 동시에 G]의 동일성 기준이어야 한다. 왜냐하면 만약 우리가 다른 동일성 기준을 사용하여 문제의 동일성 문장을 이해한다면, 우리는 문제의 대상이 G이면서 H임을 완전히 파악하지 못했을 것이기 때문이다. 한편 개념 [H이면서 동시에 G]의 외연은 개념 G의 외연의 부분집합이다.[101)]

사실, 필자가 보기에 (7)에 대한 헤일의 위 증명은 이해가 그렇게 용이하지 않다. 그러나 그의 증명이, 다른 무엇보다도, "동일성 문장의 완전한 이해"에 대한 하나의 해석에 근거하고 있다는 것은 분명하다. 위의 굵은 글씨체의 문장에서 드러나 있듯이, 그에 의하면, "a=b"라는 동일성 문장을 완전히 이해하려면 우리는 'a'와 'b'가 지칭하는 대상들이 속하는 개념과 관련된 동일성 기준을 적용할 줄 아는 동시에, 그 대상들이 속하는 개념들 중 가장 외연이 작은 개념

101) Hale(1987) 213-215쪽 (*헤일의 원리 S를 필자가 (7)로 정식화할 때 -그 앞의 정식화들과 맞추기 위해- 개념들을 언급하는 알파벳 문자를 헤일과 달리 사용하였기 때문에, (7)의 증명에서도 헤일의 문자와 다른 문자를 사용하였다. 헤일은 'G' 대신에 'F'를 사용하고 있다). 위 증명에서 옆으로 기울어진 글씨체로 인쇄된 부분은 필자가 첨가한 부분이다. 필자의 주 비판은 다른 부분을 향하고 있으므로, 이러한 변경이 허수아비 논증의 오류를 유발하지는 않는다.

이 무엇인지 파악하여야 한다. 예를 들어, "나폴레옹=보나파르트"라는 동일성 문장을 완전히 이해하려면 우리는 '나폴레옹'과 '보나파르트'가 지칭하는 대상들은 개념 [사람]에 속한다는 사실을 알아야 하고, 또 개념 [사람]과 관련된 동일성 기준을 그러한 대상들에 적용할 줄 알아야 한다. 이러한 해석은, 적어도, 우리가 앞에서 밝힌 "동일성 기준의 종 상대성" 논제를 함축하고 있다. 동일성 기준은 일차적으로 개념(또는 종)과 연관되어 있다. 기치에 따르면, 개념은, 연관된 동일성 기준의 유무에 의해 두 가지의 부류로 구분된다. 그는 연관된 동일성 기준을 갖는 개념을 '명사적(substantival) 개념'이라고, 반면에 연관된 동일성 기준을 갖지 않는 개념을 '형용사적(adjectival) 개념'이라고 일컫는다. 예를 들어 '원숭이' 그리고 '사과'와 같은 개념들은 연관된 동일성 기준을 갖는 명사적 개념이다. 반면에 '빨갛다', '평평하다', 그리고 '네모 모양의'와 같은 개념들은 연관된 동일성 기준을 갖고 있지 않은 형용사적 개념이다. 한편 다른 철학자들 사이에서 전자의 개념은 일반적으로 '종적 개념'(sortal concept)이라고 일컬어지고, 이러한 개념을 지칭하는 표현은 '종적 개념어'(sortal predicate, sortal general term)이라고 일컬어진다. 이러한 용어의 사용은, 동일성 기준이 일차적으로 -대상이 아니라- 개념과 연관되어 있다는 주장을 함축하고 있다. 그런데 헤일의 해석의 핵심은 바로 이것이다: "나폴레옹=보나파르트"를 완전히 이해하려면 동물의 동일성 기준이 아니라 꼭 사람의 동일성 기준을 사용해야 한다. 만약 동물의 동일성 기준을 적용하여 문제의 동일성 문장을 이해한다면, 그러한 이해는 완전한 이해일 수 없다. 왜냐하면 그러한 이해를 통해서는 우리가 동물로서의 나폴레옹 그리고 보나파르트를 파악할 뿐이지 사람으로서의 나폴레옹 그리고 보나파르트를 파악하는 것은 아니기 때문이다. 그러나, 실제로 그럴 것이라고 충분히 예상되듯이, 만약 개념 [사람]과 연관된 동일성 기준은 개념 [사람]에 고유한 것이 아니라 개념 [동물]과 연관된 동일성 기준으로부터 연유하는 것으로서 이것과 동일한 것이라면, 그리고 우리가 헤일의 주장을 따른다면, 우리에게는 도대체 "나폴레옹=보나파르트"라는 동일성 문장을 완전히 이해할 수 있는 어떤 가능성도 봉쇄되어 있는 것이 아닌가? 그러나 위 증명 중 [2]의 후반부에 제시된 헤일의 견해에 따르면, 만약 개념 [사람]의 동일성 기준과 개념 [동물]의 동일성 기준 간의 관계가 이와 같다면, 우리는 개념 [동물]의 동일성 기준을 사용하여 "나폴레옹=보나파르트"라는 동일성 문

장을 완전히 이해할 수 있다. 그러나 만약 우리가 -[2]의 후반부에서 헤일이 분명히 허용했듯이- 이러한 가능성을 인정한다면, 우리는 [2]의 전반부에서의 헤일의 주장을 쫓아갈 수 없다. 개념 [사람]과 연관된 고유한 동일성 기준이 있어서 개념 [사람]의 동일성 기준과 개념 [동물]의 동일성 기준은 서로 관련성을 맺고 있지만 서로 다르다고 가정하자. 그러나 모든 사람은 동물이므로, 모든 사람들에 대해서 개념 [동물]의 동일성 기준을 적용하는 것은 가능하다. 그렇다면 이러한 경우에 개념 [동물]의 동일성 기준을 사용하여 "나폴레옹=보나파르트"라는 동일성 문장을 이해하는 것이 〈완전한 이해〉가 되지 못하는 이유는 무엇인가? "나폴레옹"이라는 단칭어에 의해 지칭되는 대상을 사람이 아니라 단지 동물로 파악했기 때문인가? 만약 헤일이 이 이유를 제시한다면, 그는 [2]의 후반부에서의 주장을 포기해야한다.[102]

5. 동일성 기준, 종 개념어 그리고 단칭어

우리는 앞에서 동일성 기준의 사용을 통한 동일성 문장의 완전한 이해에 대하여 논의하였다. 어느 정도의 이해를 **완전한** 이해라고 인정할 수 있느냐의 문제와 관련하여 헤일은 비일관적인 주장을 하고 있는 것처럼 보인다. 그렇다면, 동일성 문장의 이해에 진정 어떠한 요소들이 관여하는지를 좀 더 분명하게 살펴봄으로써 어느 정도의 이해가 동일성 문장의 완전한 이해로 간주될 수 있는지 판단해보도록 하자.

---

102) (7)을 증명하려는 헤일의 시도에 대한 나의 위 비판의 핵심은 [2]의 전반부에서의 그의 주장과 [2]의 후반부에서의 그의 주장이 서로 상충한다는 점이다. 헤일은, 결국, 만약 사람의 동일성 기준이 동물의 동일성 기준과 다른 고유한 것이라면, 우리는 동물의 동일성 기준을 사용하여 "나폴레옹=보나파르트"라는 동일성 문장을 완전히 이해할 수는 없지만, 만약 사람의 동일성 기준이 동물의 동일성 기준으로부터 유래하는 것으로서 이것과 동일한 것이라면, 우리는 동물의 동일성 기준을 사용하여 "나폴레옹=보나파르트"라는 동일성 문장을 완전히 이해할 수 있다고 주장하는 셈이다. 이에 대하여 나는, 만약 전자의 경우(동물의 동일성 기준과 사람의 동일성 기준이 다른 경우)에 우리가 동물의 동일성 기준을 사용하여 문제의 동일성 문장을 완전히 이해하지 못하는 이유로 헤일이 생각한 것이 "나폴레옹"(그리고 "보나파르트")이라는 단칭어에 의해 지칭되는 대상을 우리가 사람이 아니라 단지 동물로 파악했기 때문이라는 이유 외에 다른 것이 아니라면, 바로 이러한 이유로 인하여 후자의 경우(동물의 동일성 기준과 사람의 동일성 기준이 같은 경우)에도 우리는 동물(동시에 사람)의 동일성 기준을 사용하여 문제의 동일성 문장을 완전히 이해할 수는 없다고 헤일은 인정해야만 한다는 점을 지적함으로써, 헤일의 견해가 비일관적이라고 비판하고 있다. 그리고 나는 -5절에서 주장하듯이- 전자의 경우에도 우리가 동일성 문장을 완전히 이해할 수 있다고 생각하기 때문에 전자의 경우에 우리가 문제의 동일성 문장을 완전히 이해하지 못하는 이유로 헤일이 간주한 것은 아예 이유가 되지 못한다고 생각하고 있는 셈이다.(*나의 비판을 좀더 분명하게 드러낼 필요가 있음을 알려주신 익명의 심사자에게 감사드린다)

동일성 문장은 대상을 지칭하는 두개의 단칭어와 동일성 기호로 이루어져 있다. 우선, 동일성 기호는, 기치의 견해와 달리, 상대적 동일성이 아니라 절대적 동일성을 표현한다고 가정하자.[103] 동일성 문장은 동일성 기호의 양쪽에 있는 단칭어들이 지칭하는 대상이 절대적으로 동일한 대상임을 주장한다. 따라서 동일성 문장이 진정한 동일성 문장이 되기 위해서는 동일성 기호의 양쪽에 있는 단칭어들이 진정한 단칭어여야 한다고 우리는 생각할 수 있다. 그렇다면, 표현이 어떤 조건을 만족해야 진정한 단칭어일 수 있는가? 프레게는 [산수의 기초] §62에서 가장 중요한 조건을 제시한다. 문제의 표현들이 동일성 기호의 양쪽에 출현하는 동일성 문장의 진리치를, 원리적으로, 동일성 기준의 사용을 통하여 결정할 수 있어야 한다. 이때 우리가 실제로 문제의 동일성 기준을 알지 못한다하더라도 그러한 표현들과 연관된 동일성 기준이 있다면 문제의 표현들은 진정한 단칭어이다. 따라서 프레게의 생각을 따르면, 동일성 문장이 그 속에 진정한 단칭어를 포함함으로써 진정한 동일성 문장이 되는 것이 아니라, 단칭어가 -원리적으로 동일성 기준의 사용을 통하여 진리치가 결정될 수 있는 의미있는- 진정한 동일성 문장 속에서 동일성 기호의 양쪽에 출현함으로써 진정한 단칭어가 되는 셈이다. 하여튼, 프레게에 따르면, 진정한 동일성 문장은, 동일성 기호의 양쪽에 있는 표현과 연관된 동일성 기준이 있어서 만약 우리가 이것을 안다면 이것을 사용함으로써 그 진리치를 결정할 수 있는 문장이다. 그러나, 앞에서 우리가 이미 지적하였듯이, 동일성 기준은 일차적으로 단칭어(또는 대상)와 연관되어 있는 것이 아니라 개념어(또는 개념)와 연관되어 있다. 따라서 진정한 동일성 문장은, 동일성 기호의 양쪽에 있는 표현과 간접적으로 연관된 동일성 기준이 있어서 만약 우리가 이것을 안다면 이것을 사용함으로써 그 진리치를 결정할 수 있는 문장이다. 그렇다면, 이러한 진정한 동일성 문장의 완전한 이해는 어느 정도의 이해에서 성취되는 것일까? 나는 다음의 생각에 아무런 그럴듯한 반대 이유를 발견하지 못하겠다: "만약 누군가가 동일성 기호의 양쪽에 있는 표현과 간접적으로 연관되어 있는 동일성 기준들 중의 적어도 하나만 안다면-비록 그것이, 연관된 동일성 기준들 중 그 외연이 가장 작은 개념과 연관된 동일성 기준이 아니라고 하더라도-, 그리고 그것이 문제의 표현과 간접적으로 연관되어 있음을 알고 적용할 줄 한다면, 그는 문제의 동일성 문장을 완전히 이해한 사람이다."

103) Dummett(1981) Chap. 16 참조.

참고문헌

권병진, '프레게의 플라톤주의와 수 동일성 기준', [철학] 2001년(69권), 한국철학회

Benacerraf P., 'What numbers could not be', in Philosophy of Mathematics(edited by Benacerraf & Putnam), 1965(1983).

Dummett, Michael, Frege: Philosophy of Language, Ch. 16 Identity, 542-583쪽, 1981(2nd edition)

Frege, Gottlob, Die Grundlagen der Atithmetik: Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl, 1884, W. Köbner.(*본문에서 [산수의 기초]로 표기하였음)

Geach, P. T., Reference and Generality, 1962, Cornell University Press.

Hale, Bob, Abstract Object, 1987, Basil Blackwell.

Hale, Bob & Wright, Crispin, The Reson's Proper Study, 2001, Oxford University Press.

Lowe, E. J., 'What is a criterion of identity?', The Philosophical Quarterly Jan. 1989(Vol.39 No.154), 1-21쪽.

---------, 'Objects and criteria of identity', A Companion to the Philosophy of Language (edited by Bob Hale & Crispin Wright), 613-633쪽, 1997, Blackwell.

Noonan, Harold, 'Relative Identity', A Companion to the Philosophy of Language (edited by Bob Hale & Crispin Wright), 634-652쪽, 1997, Blackwell.

Wright, Crispin, Frege's Conception of Numbers as Objects, 1983, Aberdeen University Press.