

다물체계 해석 방법을 이용한 동력전달계의 특성 해석

우민수^{*1)} · 공진형²⁾ · 임원식³⁾

현대자동차 파워트레인연구소¹⁾ · 서울대학교 기계항공공학부 대학원²⁾ · 서울산업대학교 자동차공학과³⁾

Analysis on the Dynamic Characteristics of Power Transmission System Using Multi-body Dynamics

Minsoo Woo^{*1)} · Jinhyung Kong²⁾ · Wonsik Lim³⁾

¹⁾Powertrain R & D Center, Hyundai Motor Company, 772-1 Jangduk-Dong, Whasung-Si, Gyeonggi 445-706, Korea

²⁾School of Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea

³⁾Department of Automotive Engineering, Seoul National University of Technology, Seoul 139-743, Korea

(Received 9 January 2004 / Accepted 7 September 2004)

Abstract : This paper presents the main method to analyze the dynamic characteristics of power transmission system using the multi-body dynamics, which is based on the concept of subsystem equation, subsystem assembling, and the self-determination technique for the system degree of freedom. We can model the mechanical components of power transmission system easily with the advantage of multi-body dynamics. Based on the theory, a dynamic simulation program was developed to analyze system performances, transient phenomena, and other dynamic problems. The driving performance of automatic transmission was simulated with using the multi-body dynamics and Newtonian method, and the validity of program was proved by comparing the two kinds of result.

Key words : Multi-body dynamics(다물체 동역학), Subsystem assemble(서브시스템 조합), Self-determination of system D.O.F(운동 자유도 자율판단), Stick-Slip(결합-슬립), Dynamic characteristic(동적 특성)

Nomenclature

M, m : inertia or inertia matrix
 C, c : damping or damping matrix
 K, k : stiffness or stiffness matrix
 L : lagrangian, $L=T-V$
 F : energy dissipation function
 Φ : constraint equation
 q : generalized coordinates
 Q : generalized force
 λ : lagrange multiplier

1. 서론

기존의 동력전달계 해석방법은 주로 동력 흐름에 관계된 변수만 고려하는 일반 좌표계(General coordinate)를 사용하여 뉴턴 방법(Newtonian method)으로 해석해 왔다. 반면에 차량모델은 이와는 달리 다물체 동역학(Multi-body dynamics)을 사용하여 해석하는 방법을 취하였다. 동력전달계와 차량 모델이 복합되어 있는 차량 전체 시스템을 해석하는 경우 두 시스템을 서로 다른 방법으로 해석하는 것 보다는 시스템 전체를 하나의 일관된 방법으로 해석하는 것이 거시적이고 통합적인 차량 성능의 분석에 효과적일 것이다. 동역학적 분석을 위한 기존의 상

*To whom correspondence should be addressed.
engwoo@hyundai-motor.com

용 프로그램들이 다물체 동역학의 솔버(Solver)에 기반을 두고 있으므로 차량 시스템 전체의 해석을 위해서는 동력전달계의 주요 해석 방법인 뉴턴 방법과 다물체 동역학의 주요 해석 방법인 라그랑지 방정식과의 연동이 필수적이라 할 수 있다.

본 연구에서는, 동력전달계를 다물체 동역학으로 해석하기 위하여 각각의 요소들을 서브시스템(Subsystem)으로 정의하고 접촉 및 마찰 시스템에 필수적인 운동자유도 자율판단 알고리즘을 적용하여, 일반적인 동적 시스템 및 동력전달계에 적용 가능한 수학적 형태의 서브시스템의 운동방정식 및 서브시스템의 조합 방법을 제시하고 4단 자동변속 시스템의 변속특성을 해석하여 본 연구에서 제시하는 운동 모델의 신뢰성을 보이고자 한다.

2. 서브시스템의 구성

2.1 서브시스템의 운동방정식

서브시스템의 거동은 서브시스템 내부의 에너지 변화에 의하여 결정된다. 모델링 방법으로는 일반 좌표계를 사용한다. 서브시스템 내부의 에너지는 운동 에너지와 위치에너지, 그리고 감쇠에 의한 에너지 소산의 세 가지 형태로 구분된다. 라그랑지 방정식은 이들 에너지 항들로 구성되는데, 이 식이 해당 서브시스템의 지배 방정식을 결정하게 된다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_j} + \sum_{i=1}^m \frac{\partial \Phi_i}{\partial \dot{q}_j} \lambda_i = Q_j \quad (1)$$

Q 는 서브시스템에 가해지는 외력이고, $\Phi_i \lambda$ 는 서브시스템의 내부에 구속조건식(Eq-2)이 있을 경우의 구속력을 뜻한다. 식 (1)과 같은 서브시스템의 운동방정식은 다음과 같이 두 종류로 나눌 수 있다.

(Eq-1) 서브시스템의 운동방정식

(Eq-2) 서브시스템 내의 변위 변수의 구속 조건식

(Eq-2)의 서브시스템 내의 변위 변수들의 구속 조건식은 홀로노믹 구속식(Holonomic constraint)의 경우만 생각하기로 가정한다. 이러한 형태는 아래와 같이 표현 가능하다.

$$\Phi : \sum_{k=1}^n \alpha_k q_k = 0 \quad (\alpha_k = const.) \quad (2)$$

힘에 관계된 내부 전달력들의 구속 조건식은 지

배방정식 상에서 $\Phi_q \lambda$, 즉 구속 조건식의 자코비안(Jacobian)과 라그랑지 승수(Lagrange multiplier)의 선형 조합된 형태로 나타나기 때문에 고려하지 않아도 된다. i 번째 서브시스템의 운동방정식에 대해서 고려하면 다음과 같다. 여기서 식 (4)는 i 번째 서브시스템의 구속 조건식이다.

$$m_{is} \ddot{q}_s + c_{is} \dot{q}_s + k_{is} q_s + \frac{\partial \Phi_r}{\partial q_s} \lambda_r = Q_{is} \quad (3)$$

$$\Phi : \sum_{s=1}^n \alpha_{rs} q_s = 0 \quad (\alpha_{rs} = const.) \quad (4)$$

where s : i 번째 서브시스템이 갖는 운동자유도

r : 구속 조건식의 개수

위 식들을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} m_{is} \ddot{q}_s + \frac{\partial \Phi_r}{\partial q_s} \lambda_r = Q_{is} - c_{is} \dot{q}_s - k_{is} q_s \\ \frac{\partial \Phi_r}{\partial q_s} \lambda_r \ddot{q}_s = \gamma \end{cases} \quad (5)$$

또한 이를 행렬 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} m_{is} & \left(\frac{\partial \Phi_r}{\partial q_s} \right)^T \\ \frac{\partial \Phi_r}{\partial q_s} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} = \begin{cases} Q_{is} - c_{is} \dot{q}_s - k_{is} q_s \\ \gamma \end{cases} \quad (6)$$

$(s = 1, 2, \dots, n)$

$$m_{is} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & m_n \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial \Phi_r}{\partial q_s} = [\alpha_{rs}] \quad (7)$$

식 (6)에서 각 원소들의 형태는 식 (7)과 같다. 식 (7)의 행렬의 크기는 m_{is} 가 $(n \times n)$, 자코비안 행렬이 $(r \times m)$ 이므로 i 번째 서브시스템이 가지는 자유도는 $(n-r)$ 이 된다. 전체 시스템은 이와 같이 각각의 서브시스템의 형태로 나타낼 수 있다.

2.2 서브시스템의 조합

2.1절에서 구성된 서브시스템의 방정식을 바탕으로 전체 행렬을 구성할 때 추가되어야 할 사항은 서브시스템간의 연결 정보이다. Fig. 1은 i 번째와 j 번째 서브시스템의 경계변수들간의 연결 상태의 종류를 (1)~(5)로 구분하여 나타낸 것이다.

서브시스템들 사이의 연결은 경계변수들간의 변위 차원으로 구속된 경우와 힘 차원으로 구속된 경

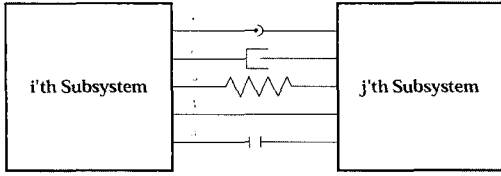


Fig. 1 Connection of subsystem

우로 나눌 수 있다. Fig. 1에서 (1)은 서브시스템간의 조인트로 구속된 경우로서, 각 조인트들이 가지는 특성에 따라 경계변수를 이용한 구속 조건식이 결정된다. (2), (3)는 서브시스템간에 강성이나 감쇠로 연결된 경우로서, 경계변수들을 이용하여 해당 서브시스템에 가해지는 외력으로서 간주되어 힘 차원의 구속으로 나타난다. (4)는 두 서브시스템이 일체된 상태로서 경계변수들간의 구속식으로 나타낼 수 있다.

(1), (4)구속은 (Eq-3)와 같이 경계 구속식의 형태로 나타나며, (2), (3)구속은 서브시스템간의 경계변수들을 이용하여 경계력을 표현할 수 있다. (5)구속은 동력전달계 같은 특수한 시스템에서만 나타나는 구속요건으로서 일방향 클러치나 다관 클러치를 표현한다. 이는 항상 동일한 형태의 구속조건을 부여하는 것이 아니라 해당 시스템의 상태에 따라 구속 여부가 결정되는, 즉 자유도가 변화하는 경우를 나타낸다. 동력전달계에서는 시스템의 특성에 따라 스틱-슬립(stick-slip)을 하게 되는데 이를 위하여 스틱-슬립 판별에 의한 상태 구속식(Eq-4)이 필요하게 된다. (Eq-3)은 각각의 서브시스템들이 경계변수들의 변위차원 구속을 나타낸다.

(Eq-3) 서브시스템간의 구속 조건식

$$\sum_k \beta_k \ddot{q}_{bv} = 0 \rightarrow \sum_k \beta_k q_{bv} = 0 (\beta_k = const.) \quad (8)$$

q_{bv} 는 서브시스템간의 경계변수를 나타낸다. (Eq-4)에 해당하는 식은 슬립 면을 사이에 두고 상대적인 운동을 하던 물체가 외부조건에 의하여 결합될 때의 상태를 나타내기 위한 것이다. 이 조건식은 상대속도를 고정시키기 위한 의미를 가지므로 가속도 차원의 관계식으로 표현된다.

(Eq-4) 상태 변이점에서의 구속조건식

$$\sum_k \gamma_k \ddot{q}_{cv} = 0 (\gamma_k = const.) \quad (9)$$

q_{cv} 는 서브시스템간의 상태변수를 나타낸다. 서브시스템을 조합하여 전체 행렬을 구성한 후에 각 서브시스템간의 연결정보를 고려하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} M & \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial q}\right)^T & \left(\frac{\partial \Phi_3}{\partial q_{bv}}\right)^T & \left(\frac{\partial \Phi_4}{\partial q_{cv}}\right)^T \\ \frac{\partial \Phi_2}{\partial q} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial \Phi_3}{\partial q_{bv}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial \Phi_4}{\partial q_{cv}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q - c\dot{q} - kq \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \gamma_4 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

$\partial \Phi_2 / \partial q, \partial \Phi_3 / \partial q_{bv}, \partial \Phi_4 / \partial q_{cv}$ 는 각각 (Eq-2), (Eq-3), (Eq-4)의 구속조건식에 대한 자코비안을 의미한다. 이 중 $\partial \Phi_2 / \partial q, \partial \Phi_3 / \partial q_{bv}$ 는 항상 일정한 값을 가지지만, $\partial \Phi_4 / \partial q_{cv}$ 는 매시간마다 시스템의 스틱-슬립 조건을 판단한 후에 구속식의 유/무가 결정되는 구조를 갖게 된다. 즉, 하나의 상태 변이력이 운동결합력으로 변화되면 운동변수에 대한 구속조건식(Eq-4)가 생성되고 슬립에 관계하던 변수들은 생성된 조건식에 의하여 구속받게 된다. 따라서, 전체 행렬이 가지는 자유도는 q 의 개수에서 라그랑지 승수 λ 의 개수를 빼면 된다.

2.3 서브시스템에 쓰이는 Force의 분류

뉴턴 방법에서와는 달리 다물체계에서는 구속력들의 관계식이 필요하지 않고, 자유도를 가지는 변수들에 의한 구속식만 필요하다. 따라서 다물체계에서 구속력들이 어떠한 형태로 나타나는지 고찰해볼 필요가 있다. 각각의 서브시스템에서 쓰이는 힘 벡터(force vector)의 종류와 구속력들의 형태는 다음과 같다.

2.3.1 External Force (f_{ext})

f_{ext} 은 서브시스템에 가해지는 순수 외력이다.

2.3.2 Internally Known Force (f_{kwn})

f_{kwn} 은 서브시스템의 영역 내에서, 내부의 변수를

사용하여 정의할 수 있는 힘 벡터이며, 각종 동역학 요소 사이에서 공유하는 내력 벡터를 의미한다.

2.3.3 Boundary Force (f_{bnd})

f_{bnd} 는 서로 다른 서브시스템과 공유하는 힘 벡터로서 종류는 두 가지로 나눌 수 있다. 첫 번째, 서로 다른 서브시스템이 (Eq-3)의 구속조건식에 의하여 연결된 경우, 형태는 서브시스템의 경계변수들에 대한 자코비안과 라그랑지 승수의 곱으로 표시한다. 두 번째, 서브시스템간 힘 차원 구속인 경우, 경계변수들을 사용하여 정의할 수 있다. 이 때, f_{bnd} 는 각 해당 시스템에 외력으로 작용한다.

2.3.4 Internal Force (f_{int})

f_{int} 은 서브시스템 내에서 작용하는 힘으로서, 해당시스템의 변수들이 (Eq-2)의 구속조건식으로 연결되어 있는 경우, 형태는 서브시스템내의 변수들에 대한 (Eq-2)의 자코비안과 라그랑지 승수의 곱으로 표현한다.

2.3.5 State Transition Force (f_{str})

f_{str} 는 이웃한 두 역학적인 물체의 운동을 억제하여 운동 자유도를 감소시킬 수 있는 힘 벡터를 의미하는데, 두 물체의 접촉면에서 작용하는 힘의 상태에 따라 기지 변이력과 미지 변이력으로 구분되어 정의한다. 첫번째, 기지 변이력은 슬립시 나타나는데, 이 힘은 해당시스템에 가해지는 외력으로 간주된다. 두번째, 미지 변이력은 결합시 나타나는데 이 힘은 (Eq-5)의 변수들에 의한 구속조건식의 자코비안과 라그랑지 승수의 곱으로 나타난다.

2.4 자유도 자율판단을 고려한 수치해법

전체행렬이 완성된 후, 해석시 사용되는 수치해법은 수치적분 방법 중의 하나인 런지쿠타4차 (Runge kutta 4' th order)를 사용한다. 동력전달계의 특성상 스틱-슬립을 하는 요소들로 인하여 시스템의 자유도가 바뀌기 때문에, 해석 시간 간격(time step) 고려 시에 자유도 자율 판단을 위한 알고리즘이 고려되어야 한다.^{1,2)} 아래의 Fig. 2는 하나의 클러치에 대한 양단 속도 값을 시간 축 선상에서 나타낸 것이다.

슬립을 하던 양단 축이 결합하면 시스템의 자유

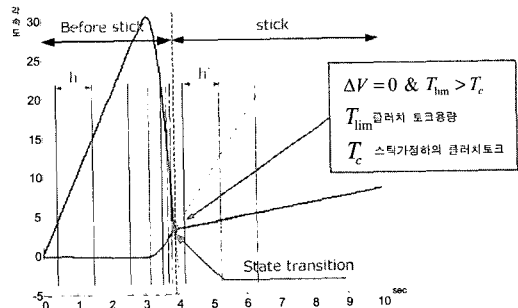


Fig. 2 Example of clutch system

도가 (2→1)로 변화하게 되고, 이로써 양단 속도 값이 상태 변이점을 기점으로 일치함을 볼 수 있다. 그림에서와 같이 시스템의 특성에 따라 최대 시간 간격(maximum time step, h)이 정해지면 그 시간 간격에 의하여 해석을 수행하다가 상태 변이점 근처에서 시간 간격이 변함을 알 수 있다.

상태 변이점이 지난 경우 이 시스템은 자유도가 변화된, 이전과는 다른 시스템이므로 최대 시간간격을 다시 고려하여 해석을 수행하게 된다. 동력전달계 같은 자유도가 변하는 특이성을 가진 시스템을 다물체 동역학을 사용하여 해석하기 위해서는 이러한 자유도 자율판단 알고리즘이 반드시 적용되어야 한다.

3. 다물체계를 이용한 해석

3.1 동력전달계

해석대상 시스템은 1.5L급 승용차용 자동변속기로서, Fig. 3은 시스템의 회전 관성과 강성을 고려한 동적 모델링을 나타내고 있다. 이를 다물체 동역학을 사용하여 해석하기 위해서 서브시스템화 하면 Fig. 4와 같다.

각 서브시스템은 엔진, 토크 컨버터, 유성기어, 단 순 기어, 관성, 접지면(ground) 등으로 이루어져 있고, 서브 시스템간의 연결은 강성, 감쇠, 일체형 연결, 다관 클러치, 일방향 클러치로서 이루어져 있다.

또한 자유도의 변화를 유발하는 모듈의 경우, 해당 시스템의 상태에 따라 자유도가 변화될 수 있도록 모델링 되어 있다.

기존의 서브시스템의 모델링은 기계적인 모듈

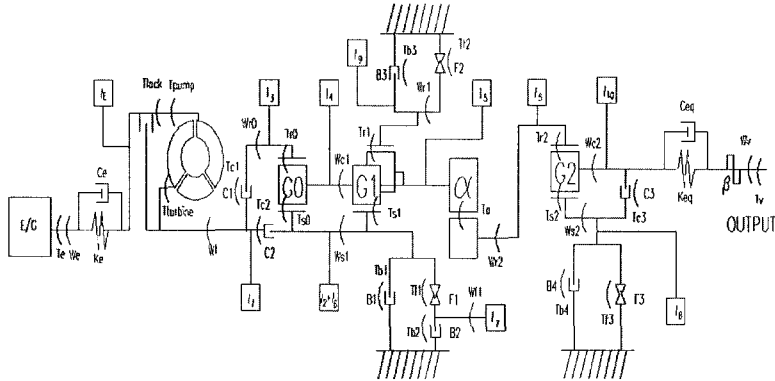


Fig. 3 Schematic diagram of automatic transmission

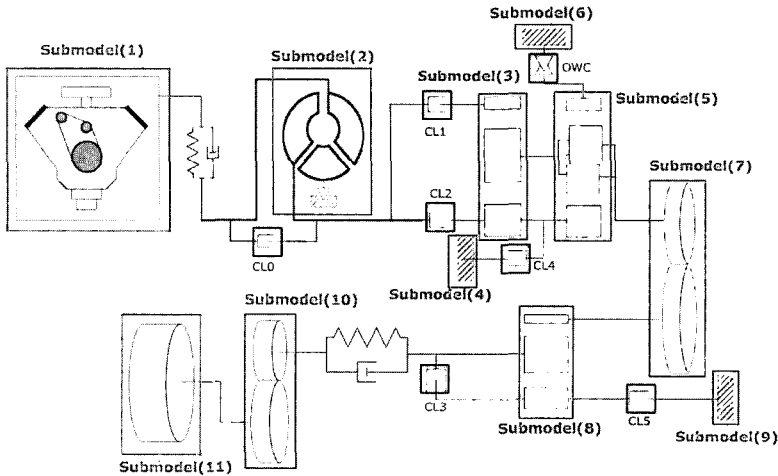


Fig. 4 Combination of the subsystems of automatic transmission

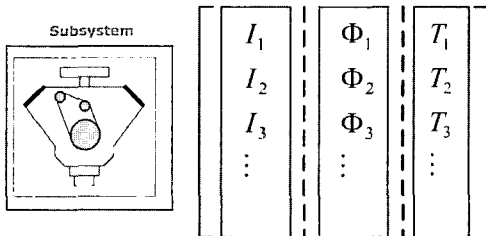


Fig. 5 Schematic diagram of subsystem

(module)에 관계없이 같은 회전 속도를 지닌 강체를 기준으로 시스템을 구분하였지만, 위 시스템은 동력전달계의 각 모듈별로 서브시스템을 구분하여 해석시 효율성을 높였다. 각 서브시스템은 Fig. 5와 같이 지배방정식, 구속조건식, 외력으로 구성되어 하나의 행렬형태를 이루게 된다.

3.2 서브시스템의 조합 및 해석

3.1에서 모델링한 각 서브시스템의 행렬을 조합하여 전체 행렬을 구성하게 된다. 이를 도시하면 Fig. 6과 같다.

Fig. 5에서처럼 각 서브시스템은 지배방정식, 구

$$\begin{array}{l}
 \text{Subsystem(1)} \\
 \text{Subsystem(2)} \\
 \text{Subsystem(3)} \\
 \vdots \\
 \text{Subsystem(n)}
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{bmatrix}
 M & \Phi_q^T \\
 \Phi_q & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \ddot{q} \\
 \lambda
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 Q \\
 \gamma
 \end{bmatrix}$$

M : 관성행렬
 Φ : 구속조건
 q : Generalized coordinate
 λ : Lagrange multiplier
 r : Constraint eqn의 미분항

Fig. 6 Schematic diagram of global matrix

속조건식, 외력의 정보를 행렬 형태로 저장하고 있고, 각 서브시스템간의 연결정보를 더하여 전체 행렬을 이루게 된다. 연결 정보는 초기에 입력받은 고정된 구속조건과 매시간마다 시스템에 특성 따라 변화하는 구속조건을 판별하여 나누어 저장하게 된다.

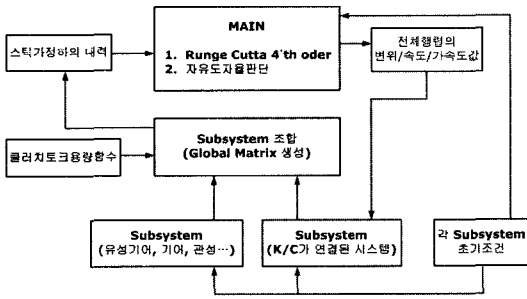


Fig. 7 Flow chart of program

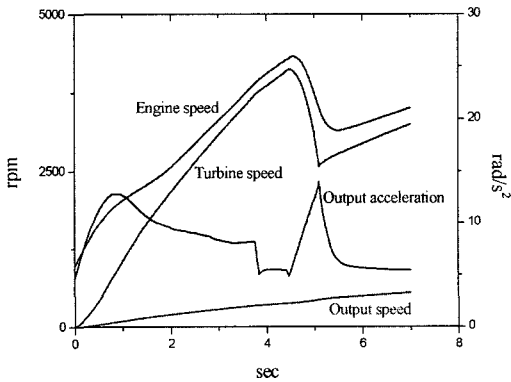


Fig. 8 Result of shifting characteristics(1) by using newtonian method

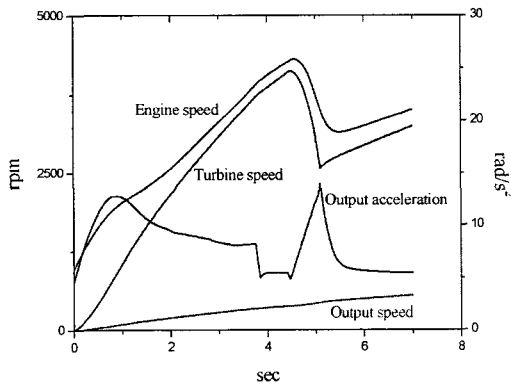


Fig. 9 Result of shifting characteristics(2) by using multi-body dynamics

자유도 자율 판단 알고리즘을 적용하여 수치 해석을 수행하는 과정을 거치게 되는데 이를 위하여 Matlab기반의 프로그램을 작성하였고 이의 구조도는 Fig. 7과 같다.

이 프로그램은 각 서브시스템이 갖는 정보와 서브시스템간의 연결정보를 입력값으로 하고 이를 토대로 매해석시간마다 런지쿠타 4차를 기본 적분기로 하고 이에 덧붙여 상태변이점으로 인한 자유도 자율판단 알고리즘을 더하는 알고리즘을 갖는다.

이 프로그램을 통한 해석 대상에 대한 결과는 Fig. 8, Fig. 9와 같다.

본 결과는 동력전달계 시스템이 1단에서 2단으로 변속할 때의 각속도값과 출력축의 각가속도값을 도시한 그림이다. Fig. 8은 뉴턴 방법의 결과이고 Fig. 9은 다물체 동역학을 사용하였을 때의 결과이다. 두 가지 해석값을 비교해 보았을 때 오차는 발생하지 않으며, 이를 통하여 타당성을 검증하였다.

4. 결론

본 논문에서는 기존의 뉴턴 방법으로 해석하던 동력전달계 시스템을 다물체 동역학을 이용하여 해석을 수행하는 과정을 제시하였다. 주어진 임의의 시스템을 각각의 서브시스템으로 구분하여 서브시스템의 모델링 과정과 이를 토대로 서브시스템의 연결 상태에 따른 조합과정을 보였다. 이러한 방법론을 이용한 연구의 예로서, 자동변속기를 장착한 동력 전달계를 해석하여 변속 특성의 결과를 보였으며, 뉴턴 방법을 통한 결과와 비교함으로써 본 연구의 타당성을 검증하였다.

후 기

본 연구는 과학기술부에서 지원하는 주력산업의 고부가가치화사업 “웹기반 범용 동력전달계 성능 해석 시스템 개발” 과제의 연구비로 수행되었음을 밝히며 본 연구의 지원에 감사드립니다.

References

- 1) W. S. Lim, Y. Il. Park and J. M. Lee, “An Algorithm for Self-determining Degrees-of-

- freedom of Shifting Systems,” Transactions of KSAE, Vol.5, No.6, pp.202-214, 1997.
- 2) W. S. Lim, H. S. Jo, W. J. Jang, Y. I. Park and J. M. Lee, “Development of the General-Purposed Program Based on the Concept of Subsystem Assemble for the Analysis of Dynamic Characteristics of Power Transmission System,” Transactions of the KSME (A), Vol.23, No.12, pp. 2287-2302, 1999.
 - 3) H. S. Jo, Y. I. Park, J. M. Lee, W. J. Jang, J. H. Park and W. S. Lim, “A Study on the Improvement of the Shift Characteristics for the Passenger Car Automatic Transmission,” International Journal of Vehicle Design, Vol.23, No.3/4, pp.307-328, 2000.
 - 4) H. S. Han, J. K. Lee, H. S. Kim and W. S. Lim, “Development of the Object-oriented Power-trains Dynamic Simulation Program,” Transactions of KSAE, Vol.11, No.5, pp.147-155, 2003.
 - 5) P. E. Nikravesh, Computer-aided Analysis of Mechanical Systems, Prentice-Hall International, 1988.