

유리 압축 실험에서의 복굴절 분포 예측

이주현* · 나진욱* 임성한** · 오수익***

(2004년 5월 13일 접수)

Prediction of Birefringence Distribution in Cylindrical Glass Compression Test

J. Lee, J. W. Na, S.H. Rhim and S. I. Oh

Abstract

An analysis using FEM simulation was conducted to predict residual stresses and birefringence in simple compressed cylindrical glass as a preliminary part of the optimum design determination of optical lenses. The FEM simulation with the Maxwell viscoelastic constitutive model was used to predict thermal induced residual stresses and birefringence during the compression test considering stress relaxation. Also the linear photoelastic theory was introduced to calculate birefringence from the residual stress state. The error of simulation results between experimental results in the birefringence value at the center of glass specimen is 4.2%, and the error in the maximum radius of deformed glass specimen is 1.2%. The simulation results were in good agreement with deformation and birefringence distribution in the existing experimental result.

Key Words : Glass, Residual Stress, Viscoelasticity, Stress Relaxation, Birefringence

1. 서 론

광통신 및 디지털 영상 기기 그리고 광 저장장치 산업의 발전에 따라 광학 유리제품의 수요가 급격히 증가하고 있다. 그러나 기존의 유리 생산 방식은 연삭, 연마 방법에 의해 제작되어 생산속도가 비교적 느리고 가공할 수 있는 유리 제품의 형상에 제약이 따르는 문제점이 있다.

광학 유리제품의 생산성을 높이는 기술로 제시된 새로운 방법 중 프레스 성형 방식이 있다. 기존의 연삭, 연마 공정을 거치지 않고 직접 프레스로 성형한 뒤 열처리 과정을 거쳐 최종 제품을 가공하는 방법으로, 공정 수와 공정 주기(cycle)을 줄일 수 있어 대량 생산이 가능하다. 또한 기존

공정으로 불가능했던 비구면, 비대칭 렌즈, v 홈 그루브와 같은 다양한 형상의 광학유리 제품을 가공할 수 있다.

그러나 프레스 성형을 통해 얻어진 광학 유리 제품이 요구되는 광학적 성능을 가지려면 형상의 정확도뿐만 아니라 내부의 잔류응력까지 적절하게 제어되어야 한다. 유리 성형 과정 중 발생하는 잔류응력은 내부 구조의 이방성을 야기하여 유리 제품에 복굴절이 일어나게 된다⁽¹⁾. 따라서 적절한 가공 조건을 선정해서 잔류응력의 발생을 억제하여야 한다.

현재 유리제품 가공의 공정은 양호하게 성형된 기존 유리제품의 가공 결과로부터 경험적으로 결정되고 있다. 그러나 공정 시뮬레이션 해석을 통

* 서울대학교 대학원

** 서울대학교 정밀기계설계공동연구소

*** 서울대학교 기계항공공학부

해 유리제품의 성형 과정을 모사하고 최종 잔류 응력 상태와 광학적 성능을 예측할 수 있다면 요구되는 광학적 성능을 가지는 유리제품의 생산에 필요한 최적의 공정 조건을 결정할 수 있으리라 기대된다.

일반적인 유리제품의 프레스 성형 공정은 크게 전이 온도(glass transformation temperature)보다 높은 온도에서 이루어지는 성형 과정과 전이 온도를 지나 상온까지 외부 변형 없이 온도만 감소시키는 냉각 과정으로 나눌 수 있다. 성형 과정과 관련한 해석 연구로는 나진욱 등⁽²⁾이 VFT(Vogel-Fulcher-Tamman)식을 이용해 여러 형태의 다이(die)와 예비 성형체(preform)조합을 분석하여 성형 중 유리 내부에 분포하는 유효응력을 기준으로 최적의 금형 형상을 결정하는 연구를 하였다. 그러나 소성 이론과 점도 계산식만으로는 응력 완화 현상이 나타나는 냉각 과정을 모사할 수 없는 제약이 있다. 이러한 냉각 과정을 해석할 수 있는 방안으로 많이 사용되는 것이 순간동결 이론(instant freezing theory)와 점탄성 이론(visco-elastic theory) 등이다. Bartenev⁽³⁾에 의해 제안된 순간동결 이론은 유리 소재가 특정 온도에서 비점성 유체와 탄성 고체로 명확하게 구분된다는 가정 아래, 이러한 가상적 순간동결 온도에서 실제의 온도 분포가 고정되고 이 때 얻어진 가상 온도 분포에 의해 잔류응력이 결정된다는 것이다. 이 방법은 계산이 비교적 단순하고 판유리의 열처리 경우에는 실험과 잘 일치하지만 전이 온도 부근에서 점탄성 거동을 보이는 벌크 유리 소재의 성형 해석에는 적합하지 않다.

이에 본 연구에서는 Maxwell 점탄성 모델을 적용한 비선형 동적 범용유한요소 프로그램인 LS-DYNA⁽¹³⁾를 사용하여 시뮬레이션 해석을 수행하였다. 시뮬레이션을 통해 유리 소재가 보이는 변형 양상과 잔류응력 분포를 구하였고, 이를 광탄성학에서 사용되는 응력과 복굴절량 간의 관계를 이용하여 복굴절량으로 변환하였다. 본 연구에서는 실제 유리제품 형상에 시뮬레이션 해석 기법을 수행하기 전에 이러한 연구 방법의 타당성을 검증하기 위해 간단한 압축 성형 시뮬레이션을 수행하여 기존의 실험 결과와 비교하였다.

2. 이론

프레스 가공 후 유리제품의 최종 잔류 응력을

결정하려면 성형 과정 중 가압력에 의해 발생하는 변형 응력(deformation stress)와 냉각과정을 거치면서 내부의 온도 차에 의해 발생하는 열응력(thermal stress)을 모두 계산해야 한다.⁽⁴⁾

이를 위해 우선 재료의 거동을 잘 묘사할 수 있는 구성방정식을 선정해야 한다. 유리 렌즈 성형시 최초 가압력은 항복점(yielding point) 온도 근방에서 가해지고 유리 전이 온도(구간을 지나 상온까지 냉각과정을 거치게 된다. 이 중 전이 온도 근방에서는 유리가 점성 유체와 탄성 고체의 성질을 함께 보이는 점탄성 거동 특성을 지닌다고 알려져 있다.⁽⁵⁾ 점탄성 거동의 특징인 응력 이완의 영향을 고려하기 위하여 점탄성 구성 관계를 나타내는 대표적인 모델인 Maxwell 점탄성 모델을 사용하였다.⁽⁶⁾

Maxwell 모델은 식(1)과 같이 편차 변형률 속도가 탄성 변형률 속도와 점성 변형률 속도의 합으로 결정된다.

$$\dot{\epsilon}'_{total} = \dot{\epsilon}'_{elastic} + \dot{\epsilon}'_{viscous} = \frac{\dot{\sigma}'}{2G} + \frac{\sigma'}{2\eta} \quad (1)$$

G 는 탄성 전단 계수이고 η 는 점성계수이다. 이 때 시간 증분에 따른 응력 증분은 식 (2)와 같다.

$$d\sigma'_{t+\Delta t} = 2G\dot{\epsilon}'_{total} dt - \frac{G}{\eta} dt\sigma'_t \quad (2)$$

식 (1)과 (2)에서 일반적으로 유리의 점도(η)는 온도와 시간에 의존적인 물성이다. 점도의 시간에 대한 의존성은 고온의 유리 용융액으로부터 냉각됨에 따라 발생한 내부 구조의 불균질성이 안정화가 되는데 걸리는 시간과 관련이 있다.^{(4),(5)} 그러나 본 논문에서는 유리 전이점 부근에서 성형하였으므로 시간에 대한 의존성은 작다고 가정하였다.

유리에서 점도의 온도 의존성을 나타내는 대표적인 모델로 Arrhenius 식과 VFT(Vogel-Fulcher-Tamman) 식이 있는데 여기에서는 점탄성 영역에서 실제 점도 데이터와 상대적으로 잘 일치하는 VFT 모델을 사용하였다.⁽⁵⁾ 식 (3)은 VFT 모델을 나타내고 있다.

$$\log_{10} \eta = \frac{A}{T-B} + C \quad (3)$$

식 (3)에서 A, B, C 는 상수로서 3 개의 점도 확장점으로부터 구할 수 있다.

식 (2)와 (3)을 통해 얻어진 응력 분포로부터 복굴절량을 계산하기 위해 광-응력 관계식인 식 (4)가 사용되었다.

$$n_i - n_j = C(\sigma_i - \sigma_j) \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (4)$$

여기에서 $n_i - n_j$ 는 광로에 대해 수직인 평면상에서 서로 직각방향으로의 굴절률의 차를 나타내는 것으로서 수직방향의 광선이 단위두께를 통과할 때 보이는 광로차를 이며 이는 복굴절을 의미한다. 그리고 $\sigma_i - \sigma_j$ 는 평면 상의 굴절률 방향으로 작용하는 응력의 차를 의미하며, 여기에 광탄성 계수 C 가 곱해져 복굴절량이 계산된다. 위 식은 변형으로 인해 발생된 전자밀도분포의 이방성으로 인해 입사된 빛이 각기 다른 면 상에서 진동하는 성분으로 갈라져서 각 방향으로의 응력 차이에 비례하는 만큼의 상대적 지연이 발생하게 되고 이는 곧 복굴절의 형태로 나타난다는 것을 표현하는 것이다.⁽¹⁾

3. 유리 압축 시험 시뮬레이션

응력 완화(stress relaxation) 현상을 고려한 점탄성 유한요소 해석을 수행하였다. 해석을 통해 프레스 성형 후 유리의 변형 양상과 잔류응력의 분포, 그리고 이를 이용해 복굴절량의 분포를 계산하였다. 해석 결과의 검증에 위해 이전 연구 결과가 존재하는 원통형 유리 시편의 단순 압축 성형 과정을 선정하였다. 원통형 유리 시편의 단순 압축에 관한 연구는 점성 유동 변형 모델에 기반한 Nadai⁽⁸⁾의 이론적 연구와 실험에 기반한 Brückner⁽⁹⁾의 연구가 있다.

Nadai 의 연구에서는 기초적인 점성 유동 변형 모델을 적용하여 원통형 유리 시편의 압축 시 최대 반지름의 시간적 변화와 축 방향에 따른 반지름의 변화를 식 (5) 및 식 (6)와 같이 결정하여 이에 대한 실험적인 계수 n 을 결정하였다.

$$r_{\max}(t) = R \left(\frac{h_0}{h(t)} \right)^n \quad (5)$$

$$r(t) = R \left(\frac{h_0}{h(t)} \right)^{0.75} \exp \left[\frac{3}{8} \left(\frac{z^2}{h_0^2} - \frac{z^2}{h(t)^2} \right) \right] \quad (6)$$

여기에서 n 은 시편과 접촉면에 관련된 접촉 상수로 슬립이 있을 때 0.5, 슬립이 일어나지 않을 때 0.75 이다.

Brückner 의 실험은 가열장치를 갖춘 MTS (Material Test System)에서 수행되었으며 실험에 적용된 실험 조건 및 유리 재료 물성치는 Table 1, 2 와 같다. 이 실험에서 고온에서의 압축과정을 촬영하여 압축순간의 기하학적인 형상변화를 관찰하였고 또한 성형과 냉각이 끝난 후 시편의 중심부에서 두께 1mm 인 직사각형 형상의 시편을 얻어 광탄성 응력 측정 장치를 이용하여 복굴절의 값을 실험적으로 측정하였다.⁽⁵⁻⁸⁾

응력 완화 현상을 고려한 점탄성 성형 해석 기법의 올바른 검증을 위해 실험과 동일한 시편과 조건으로 유한요소 성형해석을 수행하였고 그 결과를 Nadai 의 식에 의한 결과와 Brückner 의 실험 결과와 비교하였다. 결과의 비교는 기하학적 형상, 복굴절 분포의 두 가지 관점에서 수행되었다.

육면체 요소를 사용하여 반경 5mm, 높이 10mm 의 원통형 유리 시편의 1/8 을 모델링하였고, 이를 40% 압축한 시뮬레이션을 통해 Fig. 1 과 같은 변형과 응력분포를 얻었다.

Table 1 Test Condition for the comparison of deformation⁽⁹⁾

Material	Soda-lime-silica glass
Geometry	r = 5 mm, h = 10 mm
Temperature (Viscosity)	600 °C (10 ¹⁰ Pa s)
Loading type	40% compression
Loading speed	0.08 mm/s

Table 2 Material Properties of Soda-lime-silica glass⁽⁹⁾

Mass density	2.2 g/cm ³
Poisson ratio	0.22
Elastic modulus	6.2E+01 GPa
Instantaneous shear modulus	2.54E+01 GPa
Infinite shear modulus	1.5E-02 GPa
Elastic bulk modulus	3.69E+01 GPa
Thermal expansion coefficient	8.3E-06 /°C
Heat Capacity	840 J/Kg-K
Thermal Conductivity	1.7 W/m-K

Fig. 2 는 Fig. 1 에 지정된 각 요소에서의 응력 완화 양상을 보여주고 있다. 600°C에서의 Maxwell 완화 시간은 약 0.4 초로서, 초기 응력상태의 95%

이하로 응력이 이완되는데 1.2 초가 걸리는 것을 확인할 수 있다. 또한 온도가 573°C로 낮아졌을 때에는 응력 이완이 매우 느리게 진행됨을 확인하였다.

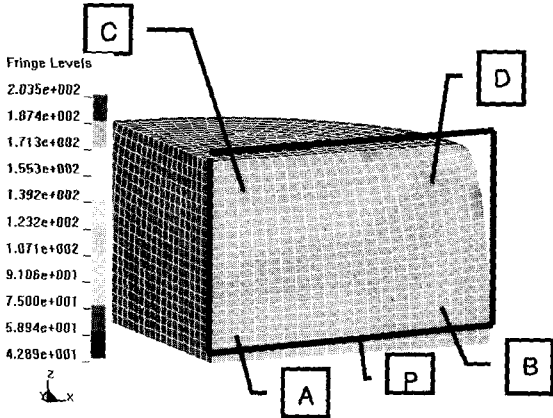


Fig. 1 Shape and effective stress distribution of 1/8 cylindrical glass specimen

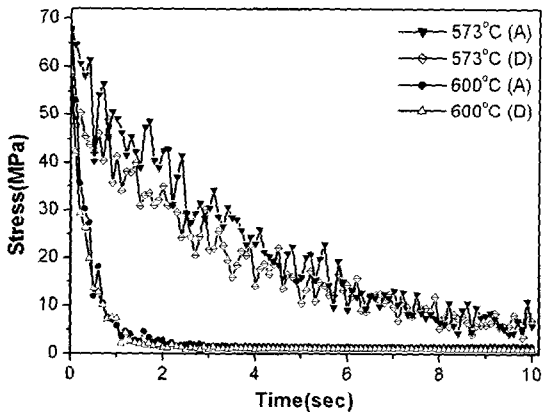


Fig. 2 Stress Relaxation with time at temperature 600°C and 573°C

4. 결과 및 토의

4.1 기하학적 형상의 비교를 통한 검증

Fig. 3 과 Fig. 4 는 각각 원통형 유리 시편의 압축시 최대 반지름의 시간적 변화와 축방향에 따른 반지름 변화(원통형 시편의 압축 후 외곽 형상)를 나타내고 있으며 FEM 해석한 결과와 R. Brückner 의 실험에 의한 결과, Nadai 의 이론에 의한 결과를 각각 비교하였다.

Fig. 3 와 Fig. 4 에서 전체적인 변화 양상과 경향

이 실제 실험값에 대해 FEM 해석 값이 큰 차이를 보이지 않는 것을 확인할 수 있으며 또한, Nadai 의 이론값에 비해 오히려 실험치에 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 이는 Nadai 의 이론식이 점성유동 모델을 기반으로 하였고 전개 과정에서 많은 가정이 사용되었기 때문으로 판단된다. 성형이 끝난 후 최대 반지름의 FEM 해석값 6.64mm, 실험값 6.72mm, 이론값 7.43mm 이다

FEM 해석값의 비교기준이 될 수 있는 실험값과의 차이는 약 1.2%의 오차로 이론치의 10.5%의 오차에 비해 잘 일치하고 있다.

4.2 복굴절 분포의 비교를 통한 검증

점탄성 성형 해석 결과 얻어진 시간 및 온도 변화에 따른 응력 분포를 광탄성 이론을 적용하여 복굴절 분포로 변환하여 실험결과와 비교하였다.

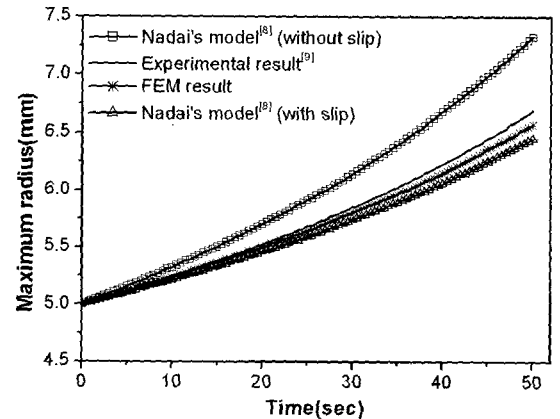


Fig. 3 Comparison of the history of the maximum radius

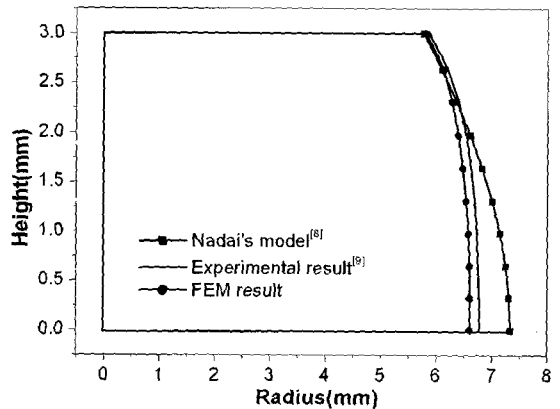


Fig. 4 Comparison of deformed shape

Table 3 Test Condition for the comparison of birefringence ⁽¹⁰⁾

Temperature(viscosity)	573 °C (10 ¹¹ Pa s)
Loading type	30% compression
Loading speed	0.02 mm/s
Cooling rate	2 K/min

실험 및 유한요소해석에 사용한 시편 재료 및 형상은 3 절에서 사용된 것과 동일하고, 이외의 실험조건은 Table 3 에 정의되었다. 단 성형 해석에서의 냉각속도는 4K/sec 로 선정하였는데 이는 스텝수의 증가에 따른 과도한 계산량으로 효과적인 성형 해석을 할 수 없었기 때문이다.

성형 냉각 과정의 점탄성 해석 결과 얻어진 응력분포를 바탕으로 식(4)를 통해 Fig. 1 의 P 면 상에서의 복굴절량 분포를 계산하였고, 이를 Fig 5 에 나타내었다. Fig 5 는 시편의 1/4 형상을 나타내고 있다. 실리카 글래스(silica glass)의 광탄성계수 *C*는 2.5nm/mm-MPa 로 결정하였다.

실험값과 해석값의 정량적 비교를 위해 실험값에서 해석값을 대수적으로 뺀 값을 Fig. 6에 나타내었다. 정중앙에서의 복굴절값은 실험값이 약 0.91, 해석값이 약 0.95로 약 4.2%정도의 오차가 있다. 또한 모든 영역에서 실험값과 해석값의 차이가 ±0.1이내이며 실험값과의 오차비율도 대부분의 영역에서 ±10% 것을 확인할 수 있다.

Fig 7은 높이에 따른 반경 방향으로의 복굴절값의 오차를 그래프로 나타낸 것이다. 위쪽 부분에서는 실험값이 해석값에 비해 크게 나온 것을 확인할 수 있으며 그 정도는 반경방향으로 나갈수록 작아져서 반지름이 4~4.5mm사이에서 오차가 최소가 되었다가 점차 해석값이 크게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 중심부에서는 해석값이 실험값에 비해 크게 나온 것을 확인할 수 있으며 위쪽부분에 비해 전체적인 오차의 양이 작게 나온 것을 확인할 수 있다. 그 경향은 오차가 일정한 값을 유지하다가 위쪽 부분과 마찬가지로 반지름이 4~4.5mm에서 최소가 됨을 알 수 있다. 이와 같은 경향은 실험과 해석에 사용한 냉각 속도의 차이에서 기인한다. 실험에서의 냉각 속도는 2 K/min이지만 해석에서는 4K/sec로 240 K/min으로 선정하여 빠른 냉각 속도로 인해 유리 내부에서 잔류 열응력이 발생하게 되고 이는 최종 제품의 복굴절값이 크게 나타나게 하는 요인이 된다.

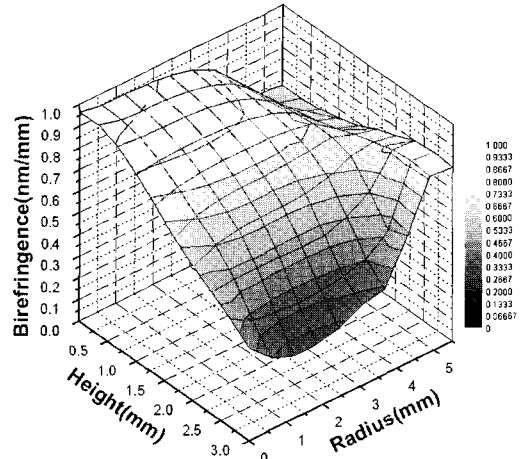


Fig. 5 Simulation result of birefringence distribution at plane "P" in Fig. 1

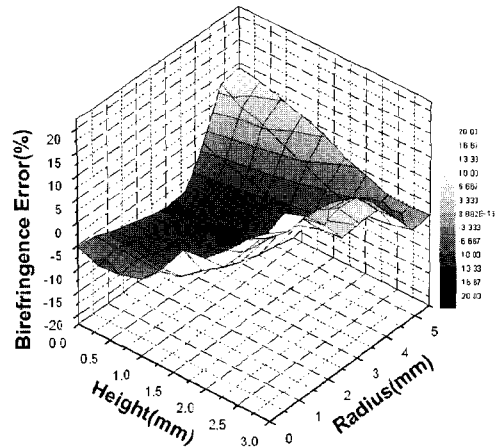


Fig. 6 Error of birefringence distribution

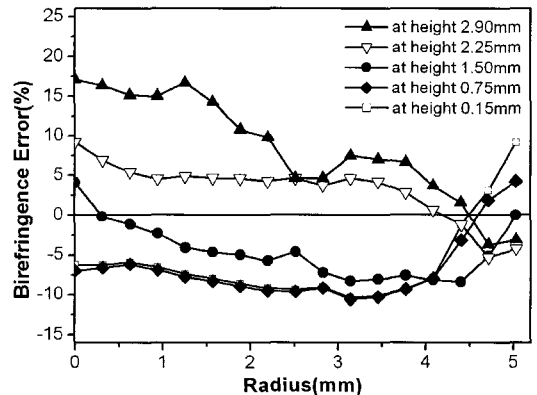


Fig. 7 Error of birefringence

5. 결론

Maxwell 점탄성 이론과 광탄성 이론을 사용하여 유리 시편의 압축 시험 및 냉각 과정을 시뮬레이션하였다. 냉각시 발생하는 유리 내부의 온도 구배에 의해 열응력이 발생하고 이는 유리가 보이는 점탄성 거동으로 인해 응력의 완화가 발생하는데 이러한 과정을 거쳐 결과적으로 잔류응력이 결정된다. 잔류응력으로 인해 발생하는 복굴절량을 광탄성 이론을 이용하여 계산하였다.

그 결과를 Brückner의 실험값과 비교해 본 결과 성형이 끝난 후 최대반지름의 크기의 해석값은 6.64mm, 실험값 6.72mm, 이론값 7.43mm 로 이론값에 비해 해석값이 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있었다. 복굴절 분포에 있어서는 대부분의 영역에서 $\pm 10\%$ 것을 확인할 수 있다. 실험값과 해석값에서 발생한 오차의 원인으로는 다음과 같은 것을 생각할 수 있다.

(1) 복굴절 분포에 사용한 물성치를 기하학적 형상 검증에 사용한 물성치와 같게 하여 성형 해석을 하였다. 그러나 각각의 성형 온도는 600 도와 573 도로 다르며 또한 이는 유리 전이점 부근에 위치하고 있다. 유리는 전이점 부근에서 온도의 변화에 따른 물성치의 변화가 심하기 때문에 정확한 성형 해석을 위해서는 각각의 온도에 따른 정확한 물성치가 필요하다.

(2) 복굴절 측정 실험에서의 냉각 속도는 분당 2 도이나 실제 성형 해석에 사용한 냉각 속도는 초당 4 도씨로 약 100 배 정도의 차이를 나타낸다. 비록 시편의 크기가 5mm 로 비교적 작지만 냉각 속도의 큰 차이로 인해 내부의 잔류 응력의 분포가 과장되어 크게 발생한 것을 확인할 수 있다.

(3) 광탄성 응력 계수 C 는 응력 분포, 온도에 무관하게 모든 영역에서 2.5nm/mm-MPa 로 일정하다고 가정하였다.

본 논문에서 사용한 시뮬레이션 기법은 일반적인 형상을 갖는 유리 제품의 성형 해석에 유용하게 이용할 수 있을 것이다.

후 기

본 연구는 산업자원부 신기술실용화 사업(스핀 오프 분야)의 지원으로 수행되었으며 이에 도움을 주신 ㈜포엠플과 관계자 여러분들께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) H. Aben, C. Guillemet, Photoelasticity of Glass, Springer-Verlag, 1993, pp. 51~68, 102~119.
- (2) 나진옥, 임성한, 오수익, 전병희, 2003 “개방형 금형을 이용한 유리 렌즈 성형 해석”, 한국소성가공학회지, Vol.12, No.4, pp. 296~301
- (3) G.M. Bartnev, Tempering of glass, Zh. Tekhn. Fiz., 19(12), 1949, pp.1423~1433.
- (4) D. R.Uhlmann, N. J. Kreidl, Glass Science and Technology, Volume 5 : Elasticity and Strength in Glasses, Academic press, 1980, pp. 146~216.
- (5) E. Shelby, Introduction to glass science and technology, The royal society of chemistry, 1997, pp. 107~132.
- (6) Y. M. Haddad, Viscoelasticity of Engineering Materials, Chapman & Hall, pp. 33~69.
- (7) A. Habeck and R. Brückner, 1993 Direct connection between anisotropic optical properties, polarizability and rheological behaviour of single-phase glass melts, J. Non-Cryst. Solids 162, pp.225~236.
- (8) A.L. Nadai, Theory of flow and fracture of solids, McGraw Hill, 1963, pp.352~356.
- (9) R. Brückner, Y. Yue, A. Habeck, 1994 Determination of the rheological properties of high-viscous glass melts by the cylinder compression method, Glastechn. Ber. Glass Sci. Technol. 67 No.5, pp. 114~129
- (10) J. Deubener, F. de Moraes, R. Brückner, 1997 Anomalous birefringence in nucleated Li₂O·2SiO₂ and NaO·2CaO·3SiO₂ glass melts, J. Non-Cryst. Solids 219, pp. 57~61
- (11) J. Shen, D. J. Green, R. E. Tressler, D. L. Shelleman, 2003 Stress relaxation of a soda lime silicate glass below the glass transition temperature, J. Non-Cryst. Solids, Article In Press.
- (12) Mechanical response of an oxide glass to mechanical loading - Shear and volume relaxation effects : Physical analysis, Acta mater. 48 (2000) pp. 1397~1408.
- (13) LS-DYNA Theoretical Manual, Livermore Software Technology corporation.