

이차원 하이브리드 요소를 이용한 균열을 내포하는 용접점의 유한요소 파단해석

송정환* · 양춘휘* · 허 훈* · 김흥기** · 박성호**

(2004년 5월 13일 접수)

Fracture Analysis of Spot-Welds with Edge Cracks using 2-D Hybrid Special Finite Element

J. H. Song, C. H. Yang, H. Huh, H. G. Kim and S. H. Park

Abstract

This paper employed a systematic analysis using a 2-D hybrid special finite element containing an edge crack in order to describe the fracture behavior of spot-welds in automotive structures. The 2-D hybrid special finite element is derived from a mixed formulation with a complex potential function with the description of the singularity of a stress field. The hybrid special finite element containing an edge crack can give a better description of its singularity with only one hybrid element surrounding one crack. The advantage of this special element is that it can greatly simplify the numerical modeling of the spot welds. Some numerical examples demonstrate the validity and versatility of the present analysis method. The lap-shear, lap-tension and angle-clip specimens are analyzed and some useful fracture parameters such as the stress intensity factor and the initial direction of crack growth are obtained simultaneously.

Key Words: Spot Weld, Hybrid Special Element, Edge Crack, Stress Intensity Factors

1. 서 론

점용접은 자동차 기술에 의하여 대량생산에 적합하고 균일한 용접 품질 확보가 용이하므로 자동차, 철도 차량, 가전기 등에 널리 활용되고 있다. 특히 자동차의 경우 주요 구조의 대부분이 점용접으로 접합되어 있기 때문에 점용접의 파단 거동에 대한 이해가 구조물의 구조 강도나 충돌 해석을 수행하는데 있어서 필수적이다.⁽¹⁾

이러한 점용접점의 해석과 파단에 대한 정확한 예측은 고체역학에서 매우 난해한 문제로 알려져 있다. 차체 구조용 강판의 경우, 용접점의 파단은 기하학적 대변형을 포함할 뿐 만 아니라, 용접과

정에서의 온도 변화가 용접부와 인접한 부분의 기계적 성질을 변화시키므로, 용접점의 파단은 대변형에 의한 연성파단과 더불어 열영향부(heat affected zone)에서의 재료 강도의 분포상태와 변형 경화 그리고 변형속도의 영향 등을 고려해야 하는 복잡한 문제이다. 뿐만 아니라 용접점 자체는 두 판재 사이의 기하학적 특이점(singular point)으로 작용하고, 응력 집중을 수반하는 균열 형태의 결함으로 간주된다. 이와 같은 이유로 용접점의 파단을 예측하는데 있어서 파괴역학적 접근은 반드시 고려되어야 한다.⁽²⁾ 현재 이러한 용접점의 파단에 관한 연구는 미시적인 파단거동의 예측에 대한 어려움에도 불구하고 전체적인 구조물의 거

* 한국과학기술원 기계공학과
** POSCO 기술연구소

동 해석을 위하여 용접점의 파단을 거시적인 관점에서 복합 하중에 의한 파단 조건의 도출 등의 방법으로 대부분의 연구가 진행되고 있다.⁽³⁾

본 논문에서는 용접점의 파단을 용접점의 균열 진전에 의한 미시적 관점으로 하이브리드 요소를 사용하여 예측하여 보았다. 균열 형태의 결함을 내포하는 용접점을 모델링 하기 위하여 2 차원 하이브리드 요소를 개발하였다. 개발된 요소를 사용하여 진단형 파단 모델 및 인장형 파단모델에 관한 유한요소 해석을 수행, 용접부의 응력 강도 계수를 계산하고, 균열의 성장을 예측하였다.

2. 이론

2.1 균열을 포함하는 하이브리드 요소

용접부에 하중이 부가되어 균열의 발생 및 성장이 일어나는 과정의 유한요소 해석에서 일반적인 선형 요소를 사용할 경우, 균열의 발생 및 성장에 대한 정확한 계산을 수행하는 데에는 이론적으로 계산적으로 여러 가지 어려움이 있다. 그 이유는 용접점 자체가 두 판재 사이의 기하학적 특이점으로 작용하고, 응력 집중을 수반하는 균열 형태의 결함으로 간주되기 때문이다. 따라서 이러한 균열을 내포하는 용접부를 효과적으로 모사하기 위하여 본 논문에서는 응력장의 특이성을 고려할 수 있는 하이브리드 요소를 사용하였다.

하이브리드 특별 요소는 균열 선단에서의 응력의 특이성을 나타내기 위하여 Tong⁽⁴⁾이 제안한 혼합형 변분식을 기초로 유도하였다. Fig. 1과 같이 선 균열을 포함하는 사각 요소에 대하여 내부에 Muskhelishvil⁽⁵⁾의 응력 및 변형률에 대한 복소 포텐셜 함수를 부가한다. 그리고 이러한 복소 함수의 응력장에 대하여 균열 선단을 모사하기 위하여 Fig. 2와 같이 균열 선단이 복소 좌표계의 허수축에 위치하도록 식 (5)와 같은 등각 사상 (conformal mapping)을 수행한다. 이 때, $\Phi(\zeta)$ 는 사상 함수이며, β_l 은 사상 계수이다.

응력 및 변형률에 대한 복소 포텐셜 함수와 등각 사상을 통하여 요소의 응력과 변위는 식 (6), (7)로 표현된다. 여기서 \mathbf{L} 은 경계에서 정의되는 형상함수 이고, \mathbf{q} 는 절점 변위이다. 따라서 위의 식들을 이용하면 식 (1)의 혼합형 변분식은 식 (8)과 같이 표현되며, 요소의 강성 행렬은 식 (9)로 귀결된다.

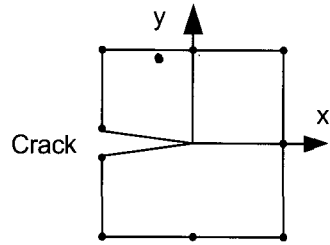


Fig. 1 The hybrid special elements with an edge crack

$$\Pi_p^e = \int_V \left(\frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon} - \bar{\mathbf{F}}^T \mathbf{u} \right) dV - \int_{S_C} \bar{\mathbf{T}}^T \tilde{\mathbf{u}} ds - \int_{S_F} \bar{\mathbf{T}}^T (\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{u}) ds \quad (1)$$

$$\sigma_x + \sigma_y = 2 \left\{ \Phi'(z) + \overline{\Phi'(z)} \right\} \quad (2)$$

$$\sigma_x - \sigma_y + 2i\tau_{xy} = 2 \left\{ z\Phi''(z) + \psi'(z) \right\} \quad (3)$$

$$2\mu(u_x + iu_y) = \kappa\Phi(z) - z\overline{\Phi'(z)} - \overline{\psi(z)} \quad (4)$$

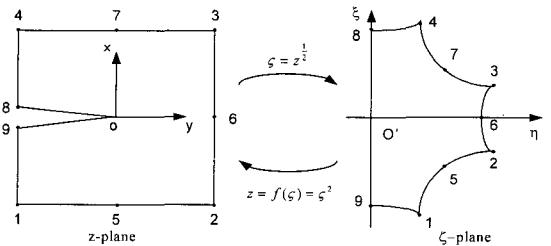


Fig. 2 Conformal mapping of the hybrid special element with an edge crack

$$\Phi(\zeta) = \sum_{l=1}^{l_p} \beta_l \zeta^l \quad (5)$$

$$\{\boldsymbol{\sigma}\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [\mathbf{P}] \{\boldsymbol{\beta}\} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_x \\ \mathbf{P}_y \\ \mathbf{P}_{xy} \end{Bmatrix} \{\boldsymbol{\beta}\} \quad (6)$$

$$\{\mathbf{T}\} = \begin{Bmatrix} \mathbf{T}_x \\ \mathbf{T}_y \end{Bmatrix} = [\hat{\mathbf{n}}] \{\boldsymbol{\sigma}\} = [\mathbf{R}] \{\boldsymbol{\beta}\} \quad \text{on } S_C$$

$$\tilde{\mathbf{u}} = \begin{Bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \end{Bmatrix} = \mathbf{L} \mathbf{q} \quad (7)$$

$$\Pi_p^e = \frac{1}{2} \beta^T \mathbf{H} \beta - \beta^T \mathbf{G} \mathbf{q} \quad (8)$$

where, $\mathbf{H} = \int_{S_c} \mathbf{R}^T \mathbf{U} ds \equiv \frac{1}{2} \int_{S_c} (\mathbf{R}^T \mathbf{U} + \mathbf{U}^T \mathbf{R}) ds$

$$\mathbf{G} = \int_{S_c} \mathbf{R}^T \mathbf{L} ds$$

$$[\mathbf{K}]_h^e = [\mathbf{G}]^T [\mathbf{H}]^{-1} [\mathbf{G}] \quad (9)$$

2.2 응력 강도 계수의 계산

앞 절에서 설명한 하이브리드 특별 요소를 사용하는 경우 균열 선단에서의 응력 강도 계수는 식 (6)을 이용하여 다음과 같이 계산된다.

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_y |_{\theta=0} = \sqrt{2\pi} \hat{\beta}_I \quad (10)$$

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \tau_{xy} |_{\theta=0} = \sqrt{2\pi} \tilde{\beta}_{II} \quad (11)$$

평면 문제의 경우, 변형 에너지 밀도계수(strain energy density factor)는 식 (12)로 표현되며, 각 계수도 식으로 표시하였다. 여기서 δ 는 균열이 진전하는 각도에 해당된다. 식 (12)에서 균열의 진전에서 변형 에너지 밀도계수가 최소가 된다고 가정하면 균열 성장 각도 δ_0 를 계산할 수 있게 된다.

$$S = a_{11} K_I^2 + 2a_{12} K_I K_{II} + a_{22} K_{II}^2 \quad (12)$$

where, $a_{11} = \frac{1}{16\mu} [(3-4\nu - \cos \delta)(1 + \cos \delta)]$

$$a_{12} = \frac{1}{16\mu} 2 \sin \delta [\cos \delta - (1-2\nu)]$$

$$a_{22} = \frac{1}{16\mu} [4(1-\nu)(1 - \sin \delta) + (1 + \cos \delta)(3 \cos \delta - 1)]$$

3. 유한 요소 해석

본 논문에서 구성한 하이브리드 특별 요소를 이용하여 Fig. 3에 도시한 전단형 파단 모델(shear-lap fracture model)에 관하여 해석을 수행하였다. 용접점 부위가 외부균열로 작용하여 용접부 가장자리가 균열의 선단이 되고, 그곳이 응력의 특이

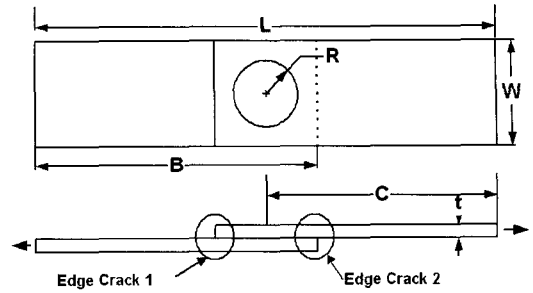


Fig. 3 Dimension of specimen of shear-lap model for the fracture analysis

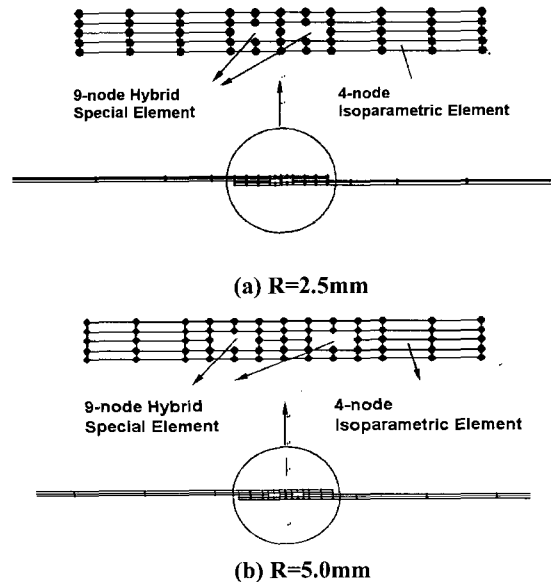


Fig. 4 Finite element model with special elements for the fracture analysis

장이 되어 일어나는 파단 현상에 관하여 응력 특이장에서의 응력 강도 계수를 계산하고, 균열의 발생되는 각도를 예측하고자 하였다. 해석을 위한 유한요소 모델은 Fig. 4에 도시하였다. 여기서 각각의 치수는 $L = 240\text{mm}$, $B = 140\text{mm}$, $t = 2\text{mm}$, $W = 40\text{mm}$ 이다. 본 논문에서는 전단형 파단 모델에 관하여 용접점의 반경 R 을 각각 2.5mm, 5.0mm로 변화시켜 해석을 수행하였다.

각 용접점에 대하여 균열 선단을 내포하도록 하기 위하여 용접점 주위는 앞 장에서 설명한 9절점 하이브리드 특별 요소를 사용하였으며, 그 외의 부분에서는 일반적인 4절점 등매개변수 요소를 사용하여 모델링하였다.

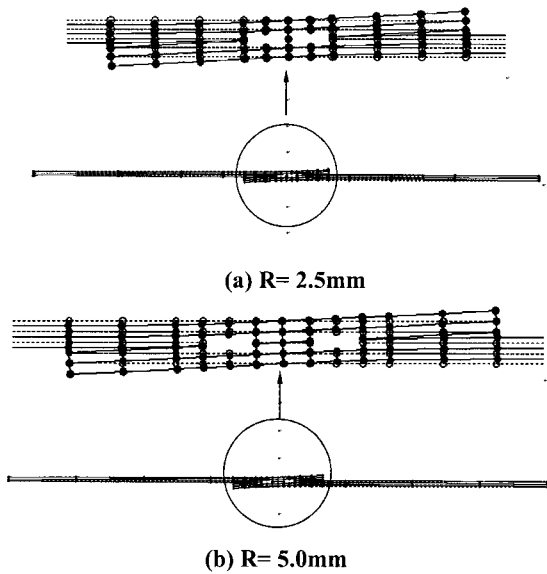


Fig. 5 Deformed shape of shear-lap model

유한요소 해석 조건은 2 차원 탄성으로 가정하고, 양 끝 단에 균일한 하중을 부가하였다. 일반적으로 용접점 부위는 열영향부가 존재하여 재료 강도의 분포상태가 다르나 본 논문에서는 강판과 용접부의 용접강도가 동일하다고 가정하였다. 즉 모든 요소에 대하여 탄성계수는 210 GPa, 포아송비는 0.3 을 균일하게 부가하였다. 균등한 하중 조건에서의 변형형상은 Fig. 5 에 도시하였다.

Fig. 5의 변형형상을 통하여 전단형 모델의 경우 Mode II 뿐만 아니라 Mode I의 복합된 형태로 변형이 발생함을 알 수 있다. 각 변형 모드에 대한 응력 강도 계수 K_I 과 K_{II} 는 편의상 $\sqrt{2\pi a\sigma_0}$ 로 나누어 정규화(normalize)하였다. 용접부 반경이 2.5 mm 인 경우, K_I 과 K_{II} 는 각각 0.10980 와 0.12300 로 계산되었다. 용접부 반경이 5.0mm d에서는 K_I 과 K_{II} 는 각각 0.12628, 0.14105 로 조금 증가하게 나타난다. 이는 용접부의 반경이 클수록 파단이 발생할 확률이 높음을 의미한다. 즉, 용접부의 반경이 증가하여 내부 선균열의 크기가 같이 증가하기 때문이다. Fig. 6과 Fig. 7에 균열전진에 따른 응력 강도 계수의 변화를 도시하였다. 여기서 Δa 는 균열 선단의 변화량이며 이를 용접부 반경으로 나누어 정규화하였다. 이를 통하여 균열 전진에 따른 변화를 통하여 용접부의 반경이 작을수록 균열 성장에 따른 응력 강도 계수의 변화가 크게 나타남을 살펴 볼 수 있다. 이는 용접부

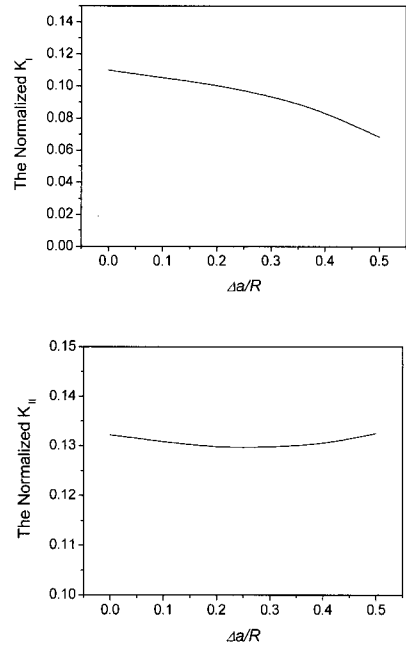


Fig. 6 Stress intensity factor for the single lap under shear model with R = 2.5mm

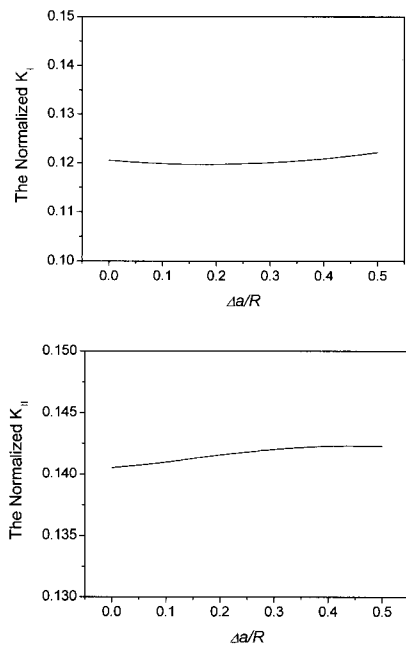


Fig. 7 Stress intensity factor for the single lap under shear model with R = 5.0mm

의 반경이 작을수록 초기 파단이 발생한 후의 균열 성장이 용이함을 의미한다.

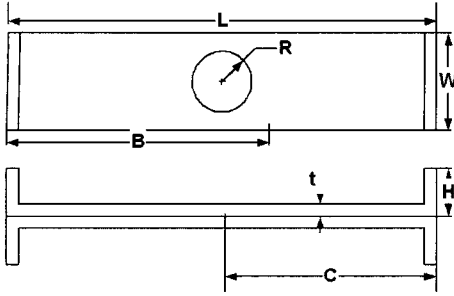
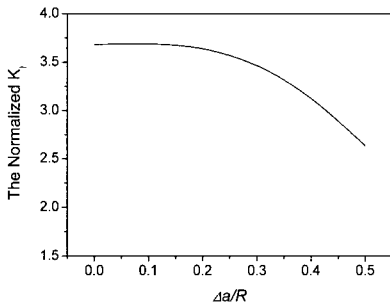
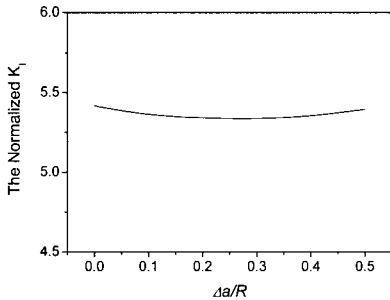


Fig. 8 Schematic diagram of single lap under tensile load specimen



(a) R = 2.5mm



(b) R = 5.0mm

Fig. 9 Stress intensity factor for the single lap under tensile load model

전단형 모델의 해석을 바탕으로 작용 하중의 모드에 따른 변화를 살펴보기 위하여 인장형 모드 시편(single lap under tension specimen)에 관하여 해석을 수행하였다. 해석에 사용된 유한요소 모델은 Fig. 8에 도시하였다. 각각의 치수는 $L = 200$ mm, $B = 120$ mm, $t = 2$ mm, $W = 40$ mm, $H = 20$ mm 이며 양쪽 네 끝단에 균일한 하중을 추가하였다. 균열을 포함하는 용접부에 하이브리드 요소를 사용하였으며, 나머지 부분은 선형 등매개변수 요소로 모델링하였다. 그리고 용접부의 반경 R 을 각각 2.5mm, 5.0mm로 변화하여 해석을 수행하였다.

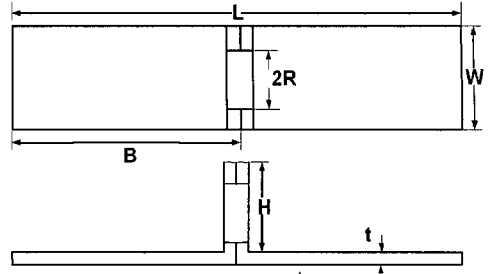
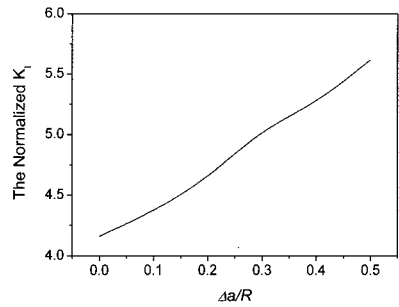
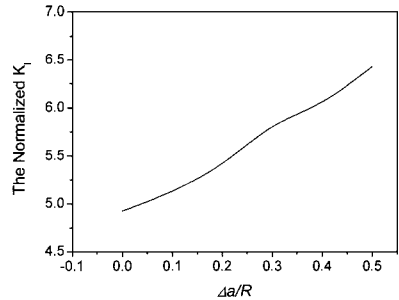


Fig. 10 Schematic diagram of angle-clip under tensile load specimen



(a) R = 2.5mm



(b) R = 5.0mm

Fig. 11 Stress intensity factor for the angle-clip under tensile load model

용접부의 반경이 2.5mm 인 경우와 5.0mm 인 경우에 관하여 응력 강도 계수의 변화를 Fig. 9에 도시하였다. 인장형 모드 시편의 경우에는 Mode I의 응력 강도 계수 값만 나타나며, 용접부의 반경이 클수록 그 크기가 증가하고 용접부의 반경이 작을수록 전단형 모드에서의 결과와 동일하게 균열 성장에 따른 응력 강도 계수의 변화가 크게 나타남을 살펴 볼 수 있다. 그리고 전단형 시편과 비교하여 큰 응력 강도 계수값을 보이는데 이는 용접점의 균열 발생 및 전진에서 인장하중이 지배적임을 나타낸다. 즉 균열전진에 의한 파단에서

는 단추(button)형태의 파단이 쉽게 나타남을 결과를 통해서 예측해 볼 수 있다.

추가적으로 Fig. 10에 도시한 인장형 파단을 유도하는 직각을 이루는 클립형 인장 시편(angle-clip under tension specimen)에 관하여 $L = 100\text{mm}$, $B = 50\text{mm}$, $t = 2\text{mm}$, $W = 40\text{mm}$, $H = 20\text{mm}$ 로 하여 해석을 수행하였다. 이 경우에도 Mode I의 응력 강도 계수 값만 나타나며, 용접부 반경의 크기 변화에 대하여 인장형 모드 시편과 동일한 경향을 보이고 있다.

4. 결론

본 논문에서는 균열을 내포하는 용접점의 미시적 파단에 대한 연구를 수행하기 위하여 하이브리드 특별 요소를 사용하여 응력 강도 계수 및 균열전진을 계산하였다. 용접점 내부의 결함을 모사하기 위하여 2 차원 하이브리드 특이 요소를 개발하고 이를 사용하여 전단형 및 인장형 파단 시편에 대하여 응력 강도 계수 및 균열 전진에 따른 변화를 정량적으로 계산하였다.

그 결과 전단형 시편은 Mode I 과 Mode II 가 복합적으로 나타나며 인장형 시편에서는 Mode I 의 응력 강도 계수만 예측되었다. 그리고 용접부의 크기가 커 질수록 응력 강도 계수가 상대적으로 크게 나타나며, 상대적으로 균열전진에 의한 강도 계수의 변화는 적다. 인장형 시편은 전단형 시편과 비교하여 큰 응력 강도 계수값을 보이는데 이는 용접점의 균열 발생 및 전진에서 인장하중이 지배적임을 의미한다.

참 고 문 헌

- (1) 이태수, 이형일, 신수정, 1998 “용접점 파단의 정량적 모델 - I 파단조건”, 한국자동차공학회 논문집, Vol. 6, No. 8, pp. 40~52.
- (2) A. Combescure, F. Delcroix, L. Caplain, S. Espanol, P. Eliot, 2003, “A finite element to simulate the failure of weld points on impact, International Journal of Impact Engineering”, Vol. 28, pp. 783~802.
- (3) B.Chang, Y. Shi and L. Lu, 2001, “Studies on the stress distribution and fatigue behavior of weld-bonded lap shear joints”, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 108, pp. 307~313.
- (4) P. Tong, 1970, “New displacement hybrid finite element models for solid continua”, Int. J. Num. Methods in Eng., Vol. 2, pp. 73~83.
- (5) M.I. Muskhelishvili, 1953, “Some basic problems of the theory of elasticity”, Nordhoff, Groningen, Holland.
- (6) P. Ning and P. Sheri, 2002, “ Spot welds fatigue life prediction with cyclic strain range”, Int. J. Fatigue, Vol. 24, pp. 519~528.
- (7) Maddox, S. J., 2000, “ Fatigue design rules for welded structures”, Prog. Struct. Engng. Mater., Vol. 2, pp. 102~109.
- (8) P. Wung, 2001, “ A force-based failure criterion for spot weld analysis”, Journal of Experimental Mechanics, Vol. 41, pp. 107~113.
- (9) D. Radaj and S. Zhang, 1998, “Weld spot force evaluation with dented sheet material”, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 61, pp. 673~678.