

## 탄소, 질소 및 산소의 충돌이온화평형에서의 전하교환 효과

선광일

한국천문연구원 우주과학연구부

### CHARGE EXCHANGE EFFECTS IN COLLISIONAL IONIZATION EQUILIBRIUM OF C, N, AND O IONS

Kwang-Il Seon

Space Science Research Division, Korea Astronomy Observatory, Daejeon 305-348, Korea

E-mail: kiseon@kao.re.kr

(Received November 21, 2004; Accepted November 30, 2004)

#### 요 약

수소와의 충돌에 의한 전하교환은 천체플라즈마의 물리적 특성에 매우 중요한 영향을 미친다. 이 논문에서는 탄소, 질소 및 산소에 대해 전하교환(charge exchange)을 고려하여 약 1,000 – 80,000K의 온도에서의 충돌이온화평형(collisional ionization equilibrium)상태를 연구하였다. 온도에 따른 이온함량비(ionic abundance fraction)를 기존의 전하교환을 고려하지 않은 경우와 비교하였다. 이 논문에서 계산된 이온함량비는 충돌이온화평형상태의 중온성간물질(warm interstellar medium,  $T \sim 10^4$ K)의 분광학적인 특성을 이해하는데 사용될 수 있다. 또한, 산소의 이온화정도(degree of ionization)와 수소의 이온화정도의 비율이 충돌이온화가 중요하지 않은 경우에 잘 알려진 값과 많은 차이가 있음을 발견하였다. 이 차이는 중온성간물질에서의 충돌이온화에 대한 연구가 필요함을 의미한다.

#### ABSTRACT

The charge exchange (or transfer) due to collision with hydrogen has important effects on the physical characteristics of astrophysical plasma. In this paper, collisional ionization equilibrium in the temperature range of  $\sim 1,000 - 80,000$  K are investigated for C, N, and O ions including the effects of charge exchange. The calculated ionic abundance fractions are compared with those of previous works. The ionic abundance fractions calculated in the paper can be used in understanding the spectroscopic properties of warm interstellar medium. It is also found that the ratio between the degree of ionization of oxygen and that of hydrogen shows big difference with the previously well-known result for the environment where the collisional ionization is not important. This implies that investigations on the collisional ionization in the warm interstellar medium are required.

*Keywords:* charge transfer, atomic processes and interactions, interstellar medium

## 1. 서 론

충돌이온화평형(collisional ionization equilibrium)상태는 천체플라즈마와 같이 밀도가 낮은 기체의 물리적 특성을 이해함에 있어서 가장 기본이 되는 개념이다. House(1964)가 처음으로 충돌이온화평형상태에서의 온도에 따른 이온함량비(ionic abundance fraction)를 계산한 이후로, 새롭게 이온화를 및 재결합율이 갱신될 때마다 더 정밀한 계산이 수행되어왔다. House(1964)는 충돌이온화평형상태를 계산하기 위해 전자와의 충돌에 의한 이온화 중에서 직접이온화(direct ionization)와 복사재결합(radiative recombination)만을 고려하였다. 그 후 Tucker & Gould(1966)는 이전자성재결합(dielectronic recombination)까지 고려하여 충돌이온화평형상태를 계산하였다. Jordan(1969)은 전자와의 충돌이온화 중에서 직접이온화외에 들뜸자동이온화(excitation autoionization)까지 고려하여 계산하였다. 전하교환(charge exchange or transfer)의 중요성은 Field & Steigman(1971)에 의해 처음으로 연구되었다. 그들은 우주선(cosmic ray)에 의한 이온화와 복사재결합이 균형을 이루는 상태에서 산소와 수소의 충돌에 의한 전하교환의 중요성을 연구하였다.

이전자성재결합에도 들뜸자동이온화 효과가 있으며 이로 인해 재결합율이 감소한다(Jacobs et al. 1977, 1980)는 사실이 알려지면서 Shull & van Steenberg(1982)가 11개의 원소에 대한 이온함량비를 새롭게 계산하였다. Arnaud & Rothenflug(1985)와 Arnaud & Raymond(1992)는 당시까지 측정되거나 계산된 충돌이온화율을 심도 깊게 분석하여 천문학적으로 중요한 15개의 원소에 대하여 충돌이온화평형상태를 계산하였으며, 전하교환에 의한 효과도 몇몇 원소에 대하여 고려하였다. 가장 최근의 연구는 Mazzotta et al. (1998)에 의해 수행되었고, 그들은 이전자성재결합율에 대한 최신의 실험 및 계산결과를 이용하여 수소부터 니켈까지의 28개의 원소에 대해 충돌이온화평형상태에서의 이온함량비를 계산하였다.

충돌이온화평형상태에 대한 수많은 연구 중에서 유일하게 Arnaud & Rothenflug(1985)만이 전하교환을 고려하였다. 그러나, 그들도 전하교환에 의한 효과를 심각하게 고려하지는 않았다. 이온함량비는 Chianti(Dere et al. 1997, Young et al. 2003) 또는 APEC/APED(Smith et al. 2001) 등의 플라즈마 스펙트럼 합성(synthetic) 프로그램에서 매우 중요한 역할을 담당한다. 현재 가장 많이 사용되고 있는 Chianti와 APEC/APED는 모두 Arnaud & Rothenflug(1985)와 Arnaud & Raymond(1992)에서 계산한 결과 또는 Mazzotta et al. (1998)에서 계산한 결과를 이용하고 있다. 따라서 전하교환을 고려하였을 때, Mazzotta et al. (1998)의 계산결과와 얼마나 달라지는 지 알 필요가 있다.

이 논문에서는 Mazzotta et al. (1998)이 사용한 전자와의 충돌에 의한 이온화 및 재결합율과 함께 수소와의 충돌에 의한 전하교환을 고려하여, 천문학에서 중요한 원소들인 탄소, 질소 및 산소에 대한 충돌이온화평형에 대해 연구하였다. 또한, 중온성간물질(warm interstellar medium,  $T \sim 10^4\text{K}$ )의 연구에서 중요한 산소의 이온화정도(degree of ionization)와 수소의 이온화정도의 비율을 계산하였다. 이 결과를 중온성간물질 연구에서 많이 쓰이고 있는 Field & Steigman(1971)의 결과와 비교하였다.

## 2. 충돌이온화평형상태 계산

Mazzotta et al. (1998)은 천문학적으로 중요한 15개의 원소에 대해서는 Arnaud & Rothenflug(1985)와 Arnaud & Raymond(1992)에서 정리한 전자충돌에 의한 이온화율을 사용하였고, 그

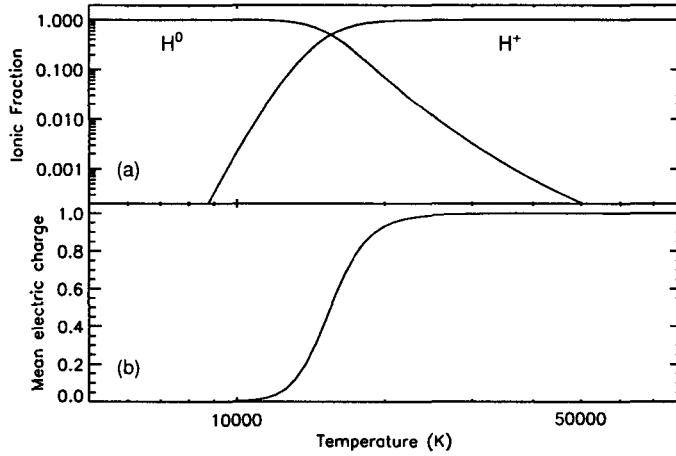


그림 1. 수소의 충돌평형이온화. (a) 온도에 따른 이온함량비, (b) 평균 전하량.

외의 원소에 대해서는 전자갯수가 같은 동계열(isosequence)를 따라 내삽하여 구하였다. 이 연구에서도 Mazzotta et al. (1998)과 동일한 이온화율을 사용하였으며 직접이온화뿐만 아니라, 들뜸자동이온화도 고려하였다. 전자와의 충돌에 의한 복사재결합을 및 이전자성재결합율도 역시 Mazzotta et al. (1998)과 동일한 값을 사용하였다. 특히, 이들은 이전자성재결합율에 관한 모든 자료를 수집하고 비교하였으며 적어도 당시까지는 가장 신뢰성있는 자료만을 선택하여 천체물리에서 사용하기 쉽도록 정리하였다.

비교적 낮은 온도( $< 10^5$  K)에서 수소는 다른 원소와 충돌하여 전하를 주거나, 또는 받는 과정을 통하여 그 원소를 이온화하거나 재결합시키는 역할을 할 수 있다. 특히, 중성산소의 이온화에너지는 13.618 eV로써 수소의 이온화에너지 13.598 eV와 거의 동일하며 따라서 전하교환 반응이 거의 공명에 가깝다고 볼 수 있다(Dopita & Sutherland 2003). 수소와의 충돌에 의한 전하교환율은 Kingdon & Ferland(1996)에 의해 가장 잘 정리가 되었으므로 이들의 결과를 이용하였다. 그러나, 약  $10^5$  K 미만의 온도범위에 존재할수 있는 모든 이온화상태에 대한 전하교환율이 알려져 있는 원소는 오직 탄소, 질소와 산소뿐이다. 따라서 위의 3개의 원소에 대한 전하교환율을 고려하여 충돌이온화평형상태에서의 이온함량비를 계산하였다.

$N(e)$ 와  $N(X^{i+})$ 를 각각 전자의 밀도와 원소  $X$ 의  $i$ 번째 이온  $X^{i+}$ 의 밀도라 정의하고 전자와의 충돌에 의한  $X^{i+}$ 의 이온화율( $X^{i+} \rightarrow X^{(i+1)+}$ )을  $\alpha_{\text{ion}}(X^{i+})$ , 재결합율( $X^{i+} \rightarrow X^{(i-1)+}$ )을  $\alpha_{\text{rec}}(X^{i+})$ 라고 하자. 또한, 수소와  $X^{i+}$ 의 전하교환에 의한  $X^{i+}$ 의 이온화율은  $\alpha_{\text{ion}}^{\text{ce}}(X^{i+})$ , 재결합율은  $\alpha_{\text{rec}}^{\text{ce}}(X^{i+})$ 로 정의하자. 이때, 수소에 대한 충돌이온화평형 조건은 다음과 같다(Dopita & Sutherland 2003 참조).

$$\begin{aligned}
 N(e)N(H^0)\alpha_{\text{ion}}(H^0) + \sum_{i=1}^Z N(H^0)N(X^{i+})\alpha_{\text{rec}}^{\text{ce}}(X^{i+}) \\
 = N(e)N(H^+) \alpha_{\text{rec}}(H^+) + \sum_{i=0}^{Z-1} N(H^+)N(X^{i+})\alpha_{\text{ion}}^{\text{ce}}(X^{i+}).
 \end{aligned} \quad (1)$$

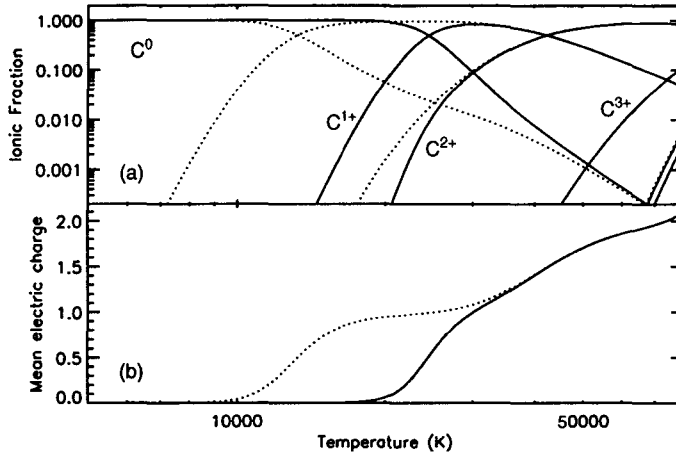


그림 2. 탄소의 충돌평형이온화. (a) 온도에 따른 이온함량비, (b) 평균 전하량. 실선과 점선은 각각 전자교환을 고려했을 때와 고려하지 않았을 때의 계산결과이다.

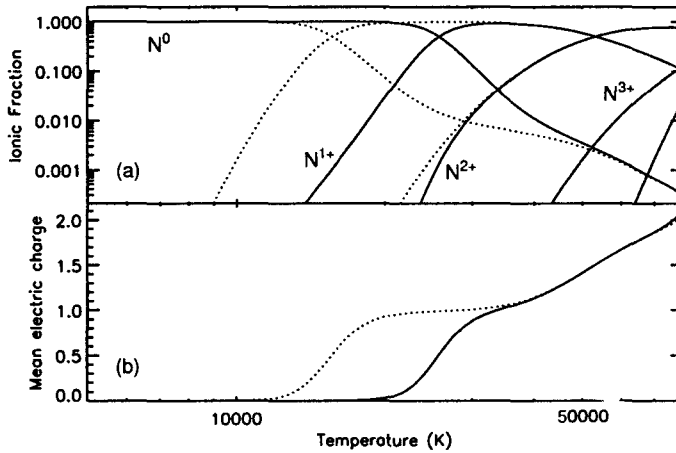


그림 3. 질소의 충돌평형이온화. (a) 온도에 따른 이온함량비, (b) 평균 전하량. 실선과 점선은 각각 전자교환을 고려했을 때와 고려하지 않았을 때의 계산결과이다.

여기서,  $Z$ 는 원소  $X$ 의 원자번호이다.  $\alpha_{ion}(X^{i+})$ 는 직접이온화율과 들뜸자동이온화율의 합이며,  $\alpha_{rec}(X^{i+})$ 는 복사재결합율과 이전자성재결합율의 합이다.

성간물질 내에서의 중원소의 함량비는 수소에 비해 1000분의 1 미만이므로(Cardelli & Meyer 1997) 수소의 이온함량비는 다른 원소와의 전자교환에 의한 영향을 거의 받지 않는다. 따라서 수소의 이온함량비는 전자와의 충돌에 의한 이온화 및 재결합을만을 고려하여 계산해도 무관하다. 즉, 간단히  $N(H^0)\alpha_{ion}(H^0) = N(H^+)\alpha_{rec}(H^+)$ 를 이용하여 계산할 수 있다. 이렇게 계산된 수소의 이온함량비는 그림 1과 같으며 Mazzotta et al. (1998)의 결과와 완전히 일치한다. 그림 1(a)는 온도에 따른

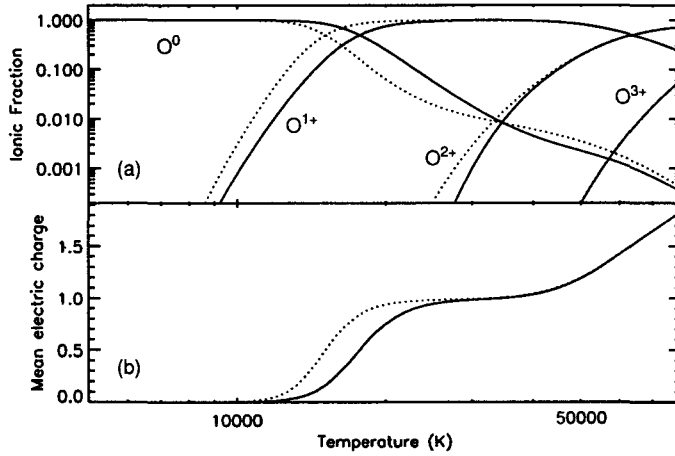


그림 4. 산소의 충돌평형이온화. (a) 온도에 따른 이온함량비, (b) 평균 전하량. 실선과 점선은 각각 전하교환을 고려했을 때와 고려하지 않았을 때의 계산결과이다.

이온함량비를 나타내며, 그림 1(b)는 이온함량비로부터 계산된 평균 전하량을 보여준다. 이때, 이온  $X^{i+}$ 의 이온함량비는  $\xi(X^{i+}) = N(X^{i+}) / \sum_i N(X^{i+})$ 으로 정의되고 평균 전하량은  $\sum_i i\xi(X^{i+})$ 으로 정의된다.

충돌이온화평형상태에서 다른 원소의 이온함량비는 다음과 같이 계산된다.

$$N(e)N(X^{i+})\alpha_{ion}(X^{i+}) + N(H^+)N(X^{i+})\alpha_{ion}^{ce}(X^{i+}) \\ = N(e)N(X^{(i+1)+})\alpha_{rec}(X^{(i+1)+}) + N(H^0)N(X^{(i+1)+})\alpha_{rec}^{ce}(X^{(i+1)+}) \text{ for } i = 0, \dots, Z - 1. \quad (2)$$

이때,  $N(e) = N(H^+) + N(X^+) + 2N(X^{2+}) + \dots + ZN(X^{Z+})$ 이지만, 중원소의 함량비가 수소에 비해 무시할 만 하기 때문에  $N(e) \approx N(H^+)$ 로 가정할 수 있다. 따라서 위에서 계산한 수소의 이온함량비를 이용하면 어렵지 않게 계산 가능하다.

이와 같은 방법으로 계산된 탄소, 질소 및 산소의 이온함량비는 그림 2, 3, 4에 각각 나타내었다. 그림에서 실선은 전하교환을 고려하고 계산한 결과이며, 점선은 고려하지 않고 계산한 결과이다. 점선은 Mazzotta et al. (1998)의 결과와 완전히 동일하다. 그림에서 볼 수 있듯이 탄소와 질소의 경우는 전하교환에 의한 효과가 특히 큼을 알 수 있다.

탄소는 전하교환을 고려하지 않았을 때, 약 10,500K 조금 넘으면 10% 정도 이온화가 되기 시작하지만 전하교환을 고려할 때는 약 20,000K은 되어야 한다. 또한, 온도가 35,000K 이상되어야 전하교환에 의한 평균전하량의 차이가 없어지며 전하교환이 중요하지 않게 된다. 질소의 경우는 약 12,000K에서 이온화가 10%정도 되기 시작하다가 전하교환효과를 고려하면 21,000K 이상 되어야 함을 알 수 있다. 평균전하량은 35,000K 이상 되어야 전하교환효과를 무시할 수 있을 정도가 된다. 산소의 경우는 전하교환을 무시할 때는 약 12,000K에서 10%의 이온화가 일어나지만, 전하교환에 의해 약간 높은 온도인 15,000K 정도에서 10%의 이온화가 일어나기 시작한다. 평균전하량은 약 34,000K 이상부터 전하교환효과를 무시할 수 있음을 알 수 있다.

전하교환에 의한 효과는  $T < 10^5\text{K}$ 에서 이온화정도를 낮추는 역할을 한다. 약  $10,500\text{K}$  이상에서는 이온화된 수소가 중성수소보다 많지만 여전히 이온화정도가 낮아지는 이유는 전하교환반응 중  $X^{i+} + H^0 \rightarrow X^{(i-1)+} + H^+$  과정은 발열반응이고, 역 반응은 흡열반응이기 때문에 재결합을 일으키는 반응이 더 쉽게 일어나기 때문이다.

### 3. 산소의 이온화율과 수소의 이온화율의 비

Field & Steigman(1971)은 성간물질에서 이온화평형상태 및 전하교환의 중요성을 연구하였다. 그들은 우주선에 의한 이온화, 전자와의 충돌에 의한 복사재결합 및 수소와의 전하교환에 의해 이온화평형상태가 이루어진다고 가정하고,  $10 - 10,000\text{K}$ 의 온도범위에서 산소의 이온화정도  $N(O^+)/N(O^0)$ 와 수소의 이온화정도  $N(H^+)/N(H^0)$  사이의 관계를 구하였다. 특히, 그들은  $1,000\text{K}$  이상의 온도에서는 우주선에 의한 이온화와 전자에 의한 복사재결합을 무시할 수 있으며 오직 수소와의 전하교환에 의해 산소의 이온화상태가 결정됨을 보였다. 결과적으로  $1,000\text{K}$  이상의 온도에서는  $N(O^+)/N(O^0) \approx \frac{8}{9}N(H^+)/N(H^0)$ 을 만족함을 보였다.

이 결과는 Reynolds layer라고 불리는 중온성간물질의 연구에 있어서 매우 중요하게 사용되고 있다. Weisheit(1977)는 성간물질에서 [O I]  $\lambda 6300$  방출선과  $H\alpha$ 의 비율이 온도 및 수소의 이온화정도에 매우 민감하다는 것을 보였다. Reynolds(1989)와 Reynolds et al. (1998)은 중온성간물질에서 방출되는 [O I]  $\lambda 6300$  방출선의 세기를 측정하여  $H\alpha$ 와 비교함으로써 중온성간물질의 이온화정도를 연구하였다. 이들은 이와 같은 방법으로 중온성간물질은 O 또는 B형의 별 주변에 만들어지는 일반적인 H II 영역과 다르며 McKee & Ostriker(1977)에서 예측하고 있는 중온성간물질과도 다르다는 것을 보였다. [O I]  $\lambda 6300$  방출선은 중성산소가 전자와 충돌하여 들뜬다가 바닥상태로 떨어질 때 방출되며,  $H\alpha$ 는  $H^+$ 가 재결합할 때 방출된다. 따라서 [O I]  $\lambda 6300$  방출선과  $H\alpha$ 의 비는  $N(O^0)/N(H^+)$ 에 비례한다. 이 값을 다시 아래와 같이 표현할 수 있으며, Field & Steigman(1971)이 계산한  $N(O^+)/N(O^0)$ 와  $N(H^+)/N(H^0)$ 의 관계를 이용하면 수소의 이온화정도와만 관계됨을 알 수 있다.

$$\frac{N(O^0)}{N(H^+)} = \frac{N(O)}{N(H)} \left[ \frac{N(H^0)/N(H^+) + 1}{1 + N(O^+)/N(O^0)} \right]. \quad (3)$$

Reynolds(1989)와 Reynolds et al. (1998)은 이를 이용하여 중온성간물질의 이온화상태를 연구하였다. 그림 5에서는 Field & Steigman(1971)의 결과와 비교하기 위해  $N(O^0)/N(H^+)$ 를 그려보았다. 실선은 전하교환을 고려했을 때의 결과이며, 점선은 전하교환을 고려하지 않았을 때의 결과이다. 그림 5로부터 전하교환을 고려하지 않았을 때는 약  $2,000 - 20,000\text{K}$ 의 범위에서  $\sim 1.4$ 의 값을 갖는 것을 알 수 있다. 전하교환을 고려하면 약  $1,000\text{K}$ 에서 약  $8/9$ 의 값을 갖지만 Field & Steigman(1971)의 결과와는 달리 온도에 따라 일정하지 않고 감소함을 알 수 있다. 그러나, 모든 온도영역에 대해  $N(O^+)/N(O^0) \lesssim \frac{8}{9}N(H^+)/N(H^0)$ 의 관계는 여전히 만족하고 있다.

여기서, 주목할 점은 산소의 경우 전하교환을 고려하지 않았을 때 수소와 이온화에너지가 비슷하기 때문에 수소와 거의 동일한 온도에서 이온화되기 시작한다는 것이다(그림 1과 그림 4의 점선). 그렇기 때문에 전하교환을 고려하지 않았을 경우, 약  $2,000 - 20,000\text{K}$ 의 온도에서  $N(O^+)/N(O^0) \approx 1.4N(H^+)/N(H^0)$ 을 만족하게 된다. 그러나, 전하교환을 고려하게 되면 재결합율이 높아지면서 이런 단순한 관계가 깨어지게 된다. 반면에 Field & Steigman(1971)은 충돌이온화는 고려하지 않았고,

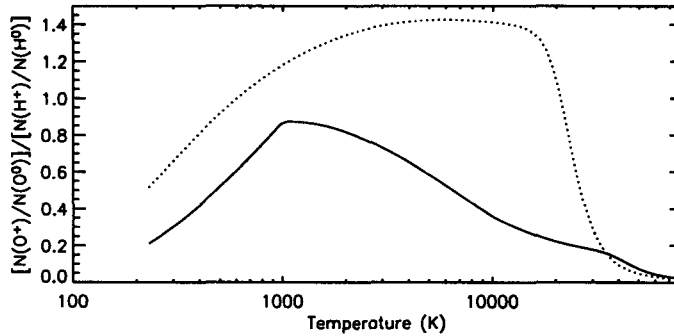


그림 5. 산소의 이온화정도  $N(O^+)/N(O^0)$ 와 수소의 이온화정도  $N(H^+)/N(H^0)$ 의 비. 실선과 점선은 각각 전하교환을 고려했을 때와 고려하지 않았을 때의 계산결과이다.

전하교환만을 고려하였기 때문에 수소와의 이온화에너지의 일치로 인해 산소의 이온화정도와 수소의 이온화정도의 비가 8/9로 일정한 값을 갖게 된 것이다.

#### 4. 결론 및 토의

전하교환은 플라즈마의 분광학적인 특성을 연구함에 있어서 매우 중요하다. Field & Steigman (1971)은 산소의 이온화를 연구하면서 처음으로 성간물질에서의 전하교환의 중요성을 강조하였다. Péquignot(1990)는 성운(nebulae) 연구에 있어서 수소와 산소의 충돌에 의한 전하교환이 중성산소의 에너지준위분포(energy level population)에 심각하게 영향을 미친다는 것을 보였다. 또한, 광이온화(photoionization) 환경하에서 전하교환에 의한 효과는 Kingdon & Ferland(1999)에 의해 연구된 바 있으며, 이때도 전하교환은 매우 중요한 역할을 한다는 것을 보였다.

그러나, 충돌이온화평형상태에서는 일반적으로 전하교환에 의한 효과를 고려하지 않았다(예를 들면, Mazzotta et al. 1998). 따라서 이 논문에서는 중온( $\sim 10^4$ K)의 충돌이온화평형상태에서 전하교환에 의한 효과를 연구하였다. Kingdon & Ferland(1999)은 광이온화 환경하에서 전하교환효과를 연구하면서 충돌이온화평형상태에서는 전하교환에 의한 효과를 무시할 만하다고 언급하고 있다. 그러나, 이 논문에서 본 바와 같이 약 35,000K 미만의 온도에서는 전하교환에 의한 효과를 무시할 수 없었다. 탄소와 질소는 전하교환을 고려하지 않은 경우보다 약 10,000K 이상 높은 온도에서 이온화가 일어나기 시작하며, 산소는 약 3,000K 이상 높은 온도에서 이온화가 일어나기 시작했다. 이렇듯 이온화되기 시작하는 온도가 높아지는 이유는 수소와의 전하교환반응 중에서 탄소, 질소 및 산소를 재결합시키는 반응은 발열반응이고, 이온화시키는 반응은 흡열반응이기 때문이다.

Reynolds(1989)와 Reynolds et al. (1998)은 중온성간물질에서 방출되는 [O I]  $\lambda$ 6300 방출선의 세기와 H $\alpha$ 의 세기를 비교함으로써 중온성간물질의 이온화상태를 연구하였다. Juett, Schulz & Chakrabarty(2004)는 X-선 관측을 통하여 중온성간물질에 의한 O I와 O II 흡수선을 관측하였다. 그들은 모두 Field & Steigman(1971)의 결과를 이용하여 중온성간물질의 특성을 연구하였다. 그러나, 이 논문에서는 Field & Steigman(1971)과는 달리 충돌이온화평형상태에서의 산소의 이온화정도  $N(O^+)/N(O^0)$ 와 수소의 이온화정도  $N(H^+)/N(H^0)$ 의 관계를 연구하였으며, 충돌이온화평형상

태에서는  $N(C^+)/N(O^0) = \frac{1}{2}N(H^+)/N(H^0)$ 의 관계가 성립하지 않음을 보였다. 그 이유는 Field & Steigman(1971)은 전자와의 충돌에 의한 이온화를 고려하지 않았기 때문에 산소의 이온화정도가 수소와의 전하교환에 의해 결정되었지만, 실제로는 전자와의 충돌에 의한 효과가 전하교환에 의한 효과 만큼이나 중요하기 때문이다. 이로부터 중온성간물질에서 충돌이온화가 중요하게 된다면 Field & Steigman(1971)의 결과를 이용할 수 없음을 알았다. 따라서 중온성간물질에서의 충돌이온화에 대해 자세한 연구를 추후 수행하고자 한다.

### 참고문헌

- Arnaud, M., & Raymond, J. 1992, ApJ, 398, 394  
 Arnaud, M., & Rothenflug, R. 1985, A&AS, 60, 425  
 Cardelli, J. A., & Meyer, D. M. 1997, ApJ, 477, L57  
 Dere, K. P., Landi, E., Mason, H. E., Monsignori Fossi, B. C., & Young, P. R. 1997, A&AS, 125, 149  
 Dopita, M. A., & Sutherland, R. S. 2003, in *Astrophysics of the Diffuse Universe* (Berlin: Springer), pp.118-121  
 Field, G. B., & Steigman, G. 1971, ApJ, 166, 59  
 House, L. L. 1964, ApJS, 8, 307  
 Jacobs, V. L., Davis, J., Kepple, P., C., & Blaha, M. 1977, ApJ, 211, 605  
 Jacobs, V. L., Davis, J., Rogerson, J. E., Blaha, M., Cain, J., & Davis, M. 1980, ApJ, 239, 1119  
 Jordan, C. 1969, MNRAS, 142, 501  
 Juett, A., Schulz, N. S., & Chakrabarty, D. 2004, ApJ, 612, 308  
 Kingdon, J. B., & Ferland, G. J. 1996, ApJS, 106, 205  
 Kingdon, J. B., & Ferland, G. J. 1999, ApJL, 516, 107  
 Mazzotta, P., Mazzitelli, G., Colafrancesco, S., & Vittori, N. 1998, A&AS, 133, 403  
 McKee, C. F., & Ostriker, J. P. 1977, ApJ, 218, 148  
 Péquignot, D. 1990, A&A, 331, 499  
 Reynolds, R. J. 1989, ApJ, 345, 811  
 Reynolds, R. J., Hausen, N. R., Tufte, S. L., & Haffner, L. M. 1998, ApJ, 494, L99  
 Shull, J. M., & van Steenberg, M. 1982, A&AS, 48, 95  
 Smith, R. K., Brickhouse, N. S., Liedahl, D. A., & Raymond, J. C. 2001, ApJ, 556, L91  
 Tucker, W. H., & Gould, R. J. 1966, ApJ, 144, 256  
 Weisheit, J. C. 1977, ApJ, 215, 755  
 Young, P. R., Del Zanna, G., Landi, E., Dere, K. P., Mason, H. E., & Landini, M. 2003, ApJS, 144, 135