

경사제 피복재의 안정성 해석에 대한 동적 신뢰성 모형의 적용

Application of Dynamic Reliability Model to Analysis of Armor Stability of Rubble-Mound Breakwaters

김 성 호 이 철 응*
Kim, Sung-Ho Lee, Cheol-Eung

Abstract

A dynamic reliability model which can take into account the time history of loading sequences may be applied to the analyses of the hydraulic stability of armor units on rubble-mound breakwaters. All the parameters related to the stability of structures have been considered to be constants in the deterministic model until now. Thus, it is impossible to study the effects of some uncertainties of the related random variables on the stability of structures. In this paper, the dynamic reliability model can be developed by POT(Peak Over Threshold) method in order to take into account the time history of loading sequences and to investigate the temporal behaviors of stability of structure with its loading history. Finally, it is confirmed that the results of dynamic reliability model agree with straight-forwardly those of AFDA(Approximate Full Distribution Approach) of the static reliability model for the same input conditions. In addition, the temporal behaviors of probability of failure can be studied by the dynamic reliability model developed to analyze the hydraulic stability of armor units on rubble-mound breakwaters. Therefore, the present results may be useful for the management of repair and maintenance over the whole life cycle of structure.

키워드 : 동적 신뢰성 모형, 결정론적 모형, POT법, 경사제, 피복재 안정성

Keywords : dynamic reliability model, deterministic model, POT method, rubble-mound breakwater, armor stability

1. 서 론

최근 방파제와 같은 해양 구조물에 기존의 결정론적 설계법 대신 신뢰성 해석을 이용한 설계가 도입되고 있다. 신뢰성 설계법(reliability-based design method)이란 것은 구조물의 안전성을 해석할 때 하중과 저항에 관련된 변수들을 확률변수로 고려하여 해석시 각 변수들의 평균, 분산, 확률분포의 형태를 이용하는 것으로 확률론적 설계법이

라고 할 수 있다. 그러나 과거 구조해석에 확률 통계 이론을 접목하여 해석하는 과정에서 신뢰성공학(reliability engineering)으로 파생되었기에 이러한 방법을 신뢰성 설계법이라 하겠다.

현재까지 여러 가지의 신뢰성 해석 모형들이 개발되었는데 이를 크게 나누다면 정적 신뢰성 모형(Static Reliability Model)과 동적 신뢰성 모형(Dynamic Reliability Model)으로 구분할 수 있다. 정적 신뢰성 모형은 단위기간 동안의 구조물의 안전성을 산정하는 방법이며 구조 신뢰성 해석의 기본적인 방법인 Level Technique이 이에 속한다. Level Technique은 안전성을 해석하는 방법에 따라 Level I, Level II 그리고 Level III로 분류된다.

* 강원대학교 대학원 토목공학과 석사과정
** 강원대학교 토목공학과 부교수, 공학박사

Burcharth(1992), PIANC(1992), Burcharth(1994), Burcharth & Sorensen (1998) 등이 제시한 Level I 방법은 신뢰성 해석에 의한 확률론적 안전성 평가라는 기본 틀을 유지하면서 기존의 결정론적 접근법에 기초하여 마련된 설계시방서와 유사한 설계지침을 제공한다. 이 방법에서는 최종적으로 구조물이 확보해야 할 안전도를 목표 신뢰도지수(target reliability index)로 삼아 기존의 안전계수 개념과 유사하게 각 저항성분과 하중성분에 대하여 목표한 안전성을 확보하기 위한 부분 안전계수(partial safety factor)들을 계산하여 이용한다.

Level II 방법에는 Van der Meer(1988), CIRIA/CUR(1991), 이철응(2000a, 2000b) 등이 사용한 FORM(First Order Reliability Method)의 FMA(First-order Mean value Approach)와 FDA(First-order Design value Approach), AFDA(Approximate Full Distribution Approach) 등이 있다. 또한 신뢰함수를 고차항까지 해석하는 SORM(Second Order Reliability Method)도 Level II 설계법에 해당된다.

Level III 방법은 신뢰함수를 임의의 기법으로 선형화 시키지 않고 해석적 또는 수치적으로 구조물의 신뢰성을 직접적으로 계산하는 방법으로 컴퓨터의 발달로 많은 분야에서 이용되고 있는 Monte Carlo 추출법이 이에 해당한다.

이상의 정적 신뢰성 모형은 단일하중에 대한 구조물의 저항성을 단위 시간에 대하여 해석하는 방법이다. 따라서 정적 신뢰성 모형은 시간의 진행에 따라 각기 다른 크기를 가지고 불규칙하게 반복되는 하중사상이 작용되는 문제는 해석할 수가 없다. 그러나 구조물의 안전성은 시간의 진행에 따라 각기 다르게 작용되는 반복적인 하중사상에 의존한다고 보는 것이 더 실제적이다. Tung & Mays(1981), Tung(1985), Gui(1998), 이철응(2001) 등이 수리 구조물의 최적 설계를 위한 동적 신뢰성 모형을 적용한 바 있다. 그러나 이상의 동적 신뢰성 모형은 단지 동일한 하중이 서로 독립적으로 반복된다는 가정하에 이루어진 것이다. 그러나 실제로 반복되는 하중들은 서로 독립적이지 않고 강한 상관성을 갖을 수 있다. 따라서 이와 같은 영향을 정확하게 고려할 수 있는 동적 신뢰성 모형의 개발이 필요하다.

상관성이 있으며 확률과정을 고려할 수 있는 동적 신뢰성 모형을 수립하기 위하여 본 연구에서는 POT법(Peaks Over Threshold method)을 이용한 통과이론(crossing theory)을 사용하였다. 통과이론은 상관성을 갖으면서 시간에 따라 변하는 확률변수의 특성을 해석하기 위하여 개발된 개념으로 통과수준(crossing level)에 대하여 시간에 따른 통과사건을 추정하는 방법이다.

본 연구에서는 대표적인 항만 구조물인 경사계

피복계의 안정성 해석에 정적 신뢰성 모형들과 상관성을 갖으며 확률과정을 고려할 수 있는 동적 신뢰성 해석 모형을 이용하여 이에 대한 신뢰지수를 산정한 뒤, 정적 신뢰성 모형과의 비교·분석을 통하여 동적 신뢰성 모형의 적용성을 알아보도록 하겠다.

2. 동적 신뢰성 모형

2.1 동적 신뢰성 해석 모형의 개요

단일하중에 대한 구조물의 저항성을 일정기간에 대하여 해석하는 정적 신뢰성 해석방법에서 연장하여 시간의 흐름에 따라 하중이 반복적으로 작용할 때의 구조물의 신뢰성을 해석하는 방법이 개발되었다. 실제 경우를 보더라도 구조물에 가해지는 하중은 단일하중이 아니며 불규칙하게 반복되는 복합하중이라고 보는 것이 합리적이다. 또한 반복되는 하중사상은 서로 독립적이지 않으며 상관성이 있을 수도 있다. 이에 상관성과 확률과정의 영향을 고려할 수 있는 동적 신뢰성 모형을 제시하기 위하여 POT법을 적용한 통과이론이 사용되었다.

2.2 자료의 선택방법

극치사상의 통계분석에서 가장 기본적인 단계는 하중으로 주어진 극치값들의 자료를 선택하는 방법이다. 선택방법에는 일정기간 동안의 자료를 모두 이용하는 전자료 이용법(total sample method)과 극치의 자료만을 취하는 방법이 있다. 극치의 자료만을 선택하는 방법중에는 매년 발생된 자료에서 최대값만을 선택하는 연 최대치자료 이용법(annual maxima method)과 최대값이 아니라도 일정치 이상의 극값을 모두 취하는 POT(Peak Over Threshold method)법이 있다. 선택된 자료들로부터 총자료의 취득시간과 선택 개수에 따른 특성을 나타내는 2개의 파라미터를 정의 할 수 있다. 먼저 다음 식 (1)의 λ 는 연평균 발생 비율을 의미한다.

$$\lambda = \frac{N_T}{K} \quad (1)$$

여기서 K 는 자료취득 기간, N_T 는 취득된 사상의 개수이다. 예로 연 최대치자료 이용법에서는 1년마다 1개의 자료를 취하는 것이므로 $\lambda = 1$ 이 된다. 또한 다음 식 (2)의 적용계수(censoring parameter)가 이용된다.

$$\eta = \frac{N}{N_T} \quad (2)$$

η 는 적용계수로 사용 할 자료의 개수 N 과 취득된 총사상의 개수 N_T 의 비율이다. η 는 자료의 수집과정에서 중소규모의 발생원인으로 생겨난 자료가 큰 영향의 발생자료에 함께 포함되어 고려되지 못하는 것을 보완하게 된다.

2.3 POT법

2.3.1 POT법에 의한 극치분포의 정의

POT(Peak Over Threshold)법은 극치분포함수의 유도과정에서 확률과정 및 확률사상의 상관관계를 모두 고려할 수 있는 동적 신뢰성 해석방법이다. 일정한 시간, T 동안에 관측된 자료들 중 최대치의 극치분포함수는 임의의 설정수준, 즉 임의통과수준 x 를 상향통과하지 않을 확률로 다음 식 (3)과 같이 정의 할 수 있다. 확률과정의 해석에서는 이를 최초통과사건(first-passage event) 이라고 정의한다. 다시 말해 자료에서 가장 처음으로 통과되는 사건을 확률적인 개념으로 정의한 것이다.

$$F_{M,n}(x) = P(\text{No upcrossing of level } x) \quad (3)$$

여기서 $P(\cdot)$ 는 확률을 의미한다. 만약 $X(t)$ 가 임의통과수준, x 를 상향통과하며 확률과정이 균질한 Poisson과정(homogeneous poisson process)을 따른다고 가정한다면 식 (3)은 다음 식 (4)와 같이 간단하게 나타낼 수 있다.

$$F_{M,n}(x) \simeq \exp(-nv_{x+}) \quad (4)$$

여기서 n 은 총 관측시간을 일정한 단위시간간격으로 나눈 $(T/\Delta T)$ 이며 자료의 총 개수이기도 하다. v_{x+} 는 단위시간동안에 $X(t)$ 가 임의통과수준, x 를 평균적으로 상향통과 할 가능성을 나타낸 평균상향통과율을 의미한다. 따라서 식 (4)의 극치분포를 사용하기 위하여 먼저 단위시간동안의 평균상향통과율, v_{x+} 에 대한 올바른 계산이 수행되

어야 한다. 이는 단위시간동안의 평균상향통과율을 어떤 가정과 조건하에서 구하느냐에 따라 극치분포함수의 적용성과 제약성이 결정된다는 것을 의미하는 것이다. 기본적인 확률개념으로 본다면 평균상향통과율은 다음 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$v_{x+} = P(X_i \leq x \cap X_{i+1} \geq x) \quad (5)$$

만약 X_i 와 X_{i+1} 이 모두 동일한 분포함수 $F(x)$ 를 따르며, 서로 독립이라고 가정한다면 식 (5)는 다음의 식 (6)과 같이 간단하게 정의된다.

$$v_{x+} = F(x) [1 - F(x)] \quad (6)$$

따라서 식 (6)을 식 (4)에 대입하게 되면 최대치에 대한 극치분포함수는 다음 식 (7)과 같이 수립된다.

$$F_{M,n}(x) \simeq \exp(-n F(x) [1 - F(x)]) \quad (7a)$$

$$f_{M,n}(x) \simeq -n f(x) [1 - 2F(x)] F_{M,n}(x) \quad (7b)$$

여기서 $f_{M,n}(x)$ 는 극치분포함수의 확률밀도함수이다. 이상의 식들은 각 확률변수들이 동일한 분포함수를 갖고, 서로 독립일 때만 적용 가능하다.

식 (7)의 적용성 및 한계성을 알아보기 위하여 순위통계법에 의하여 구해진 값과의 비교를 하였다.

비교해석을 위하여 확률변수는 서로 독립이며 표준정규분포를 따른다고 가정하였으며 자료의 개수, n 과 임의통과수준, x 를 변화시키면서 얻어진 값을 나타내었다. 순위통계법으로 결정된 결과는 유도과정에서 어떠한 수학적 가정도 적용되지 않았기에 정해(exact solution)로 규정하였다. Fig. 1에서 보면 자료의 개수가 많으며 임의통과수준이 클수록 서로 잘 일치하며 자료의 개수가 적을 경우에 오차가 발생하였다. 따라서 통과이론법에 의하여 유도된 극치분포함수는 일정량 이상의 자료의 개수를 갖는다면 적용이 가능하다고 할 수 있겠다.

이상에서 언급된 내용들은 확률변수들이 서로 독립이라는 가정이 만족될 경우에만 적용 가능한 것이다. 서로 상관관계가 있는 경우의 해석은 자료가 이산화 된 모형으로 정의되었을 경우 일차 Gauss-Markov 개념을 도입하였다.

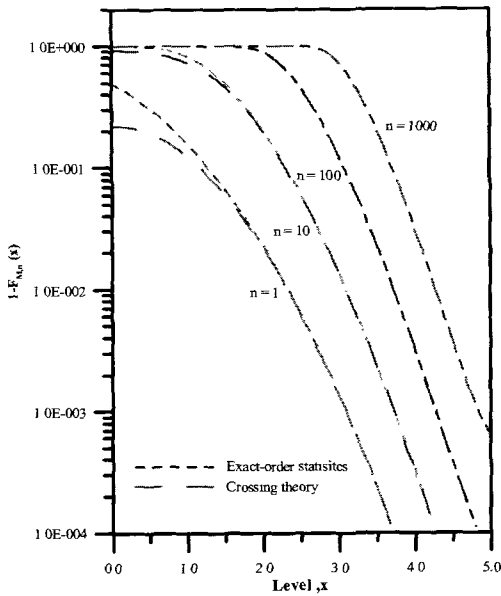


Fig. 1 Comparison of extreme distributions of order statistics with those of crossing theory

2.3.2 이산정규확률과정의 경우

서로 상관성을 갖으며 자료를 이산화 된 모형으로 정의할 수 있을 경우에는 표준 1차 Gauss-Markov 개념을 도입하며 이 과정은 다음의 식 (8)로 나타낼 수 있다.

$$X_{t+1} = \rho X_t + \sqrt{1-\rho^2} w_t \quad (8)$$

여기서 ρ 는 확률변수간 상관성을 나타내는 상관계수이며 w_t 는 표준정규분포를 따르는 임의의 확률변수로 백색잡음(white noise)변수라 정의한다. 식 (8)은 임의의 시간에서 발생한 확률변수, X_{t+1} 은 바로 전 시간에 발생한 확률변수, X_t 와 ρ 의 상관성을 갖으며, 백색잡음에 영향을 받는다는 의미를 내포하는 관계식이다. 만약 X_{t+1} 과 X_t 가 표준정규분포를 따른다고 가정하면 단위시간동안에 발생하는 상향통과율의 평균은 식 (8)을 식 (6)에 대입하여 다음의 식 (9)를 얻을 수 있다.

$$\nu_{x+} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \left[1 - \Phi\left(\frac{x-\rho y}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right] e^{-\frac{1}{2}y^2} dy \quad (9)$$

여기서 $\Phi(x)$ 는 표준정규분포를 의미한다. 식 (9)는 앞에서 서로 독립이라는 가정하에 유도한 식 (6)을 포함한다. 상관계수 $\rho = 0$ 인 경우에 식 (6)에 의하여 유도된 극치분포함수는 순위통계법에 의하여 얻어진 결과와 순위통계법에 의하여 얻어진 결과는 매우 잘 일치한다. 따라서 식 (9)를 이용하게 되면 해석의 정확성을 확보하면서 확률변수간의 상관성도 비교적 쉽게 고려할 수 있다.

식 (9)를 극치분포함수에 적용하기 전에 평균상향통과율의 거동특성이 해석되었다. 식 (9)를 이용하여 다양한 상관계수에 대하여 임의통과수준의 함수로 계산된 결과가 Fig. 2에 제시되었다

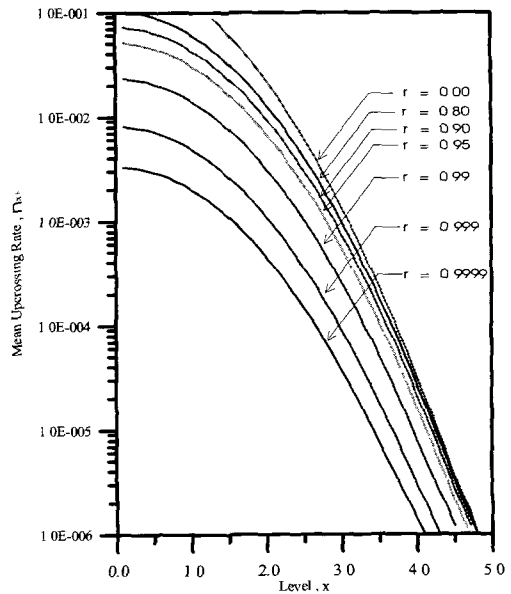


Fig. 2 Mean upcrossing rate for Gauss-Markov sequence

동일한 통과수준에 대하여 상관성에 따라 평균상향통과율이 다르게 나타나고 있다. 이는 상관성에 따라 극치분포함수의 거동 특성이 다르게 나타날 수 있음을 의미하는 것이다. 그러나 통과수준이 상대적으로 큰 영역에서는 상관성이 아주 크지 않으면 상관성에 따른 영향이 극치분포함수의 거동에 크게 작용하지 않는 것으로 판단된다. 이는 매우 중요한 의미를 갖게된다 이와 같은 조건을

만족시키는 자료들을 해석 할 경우, 확률변수가 서로 독립이다라는 가정은 결과에 대한 정확성을 확보하면서 도입이 가능하기 때문이다. 따라서 이와 같은 가정에 의하여 해석을 간편화할 수 있다.

이상에서 통과수준과 상관성에 따른 평균상향통과율의 거동특성이 해석되었다 따라서 식 (9)를 식 (4)에 대입하여 극치분포함수의 거동특성을 살펴보기로 한다 자료의 개수가 10인 경우와 100인 경우의 결과를 Fig. 3에 제시하였다. 그림에서 보던 자료의 개수가 많을수록 상관성에 따른 영향이 현저하게 감소됨을 확인할 수 있다. 이미 앞에서 언급했듯이 자료의 수가 많은 경우에는 상관성의 영향이 작아진다는 것을 의미한다.

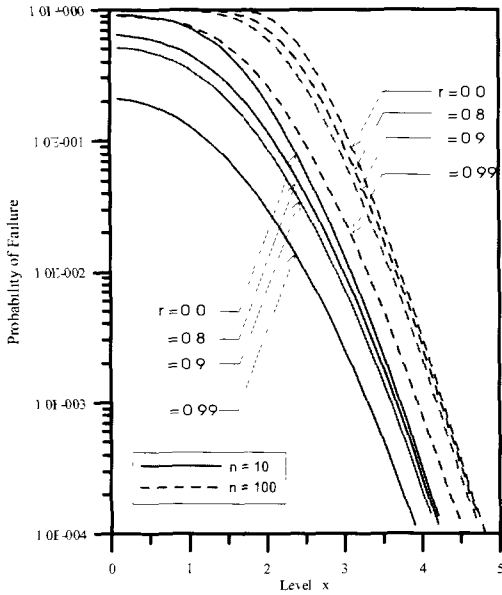


Fig. 3 Probability of failure of the Gauss-Markov process for the various correlations

2.3.5. 임의확률과정에 대한 신뢰성 해석

지금까지 제시된 식이나 결과들은 모든 확률변수가 정규분포를 따른다는 가정에 얻어진 것들이다 그래서 이번에는 Weibull 분포의 경우에도 성립하는가를 알아보았다. Weibull 분포를 선택한 이유는 실제의 하중들은 극치분포의 함수형태로 잘 묘사되기 때문이다. 여기서는 다음 식 (10)의 2변수 Weibull 분포를 사용하였다.

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{c}\right)^k\right] \quad (10)$$

시간에 따라 관측된 자료로부터 식 (10)의 파라미터들을 결정할 수 있다. 여기에서는 Grigoriu와 Turkstra(1978)에 의하여 제시된 자료인 $k=1492$, $c=7.7$ 을 사용하였다. Grigoriu와 Turkstra의 연구에 의하면 확률변수들의 상관관계는 독립이라는 가정을 만족한다고 하였다. 따라서 평균상향통과율은 다음 식 (11)과 같이 정의된다

$$\nu_{x+} = \left\{ 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{c}\right)^k\right] \right\} \exp\left[-\left(\frac{x}{c}\right)^k\right] \quad (11)$$

그러므로 식 (11)을 식 (4)에 대입하면 저항력 및 시간에 따른 파괴확률 및 신뢰지수를 산정할 수 있다 저항력은 결정론적 상수이며 하중만 위와 같은 확률변수일 때, 시간에 따른 저항력의 변화에 대한 신뢰지수의 결과를 Fig. 4에 제시하였다. Fig. 4에는 순위통계법에 의하여 구해진 결과도 함께 제시하였는데 그림에서 볼 수 있듯이 두 결과가 거의 일치하고 있다. 따라서 정규분포가 아닌 경우에도 통과이론을 사용한 극치분포 해석은 올바른 적용성을 갖는다고 할 수 있다.

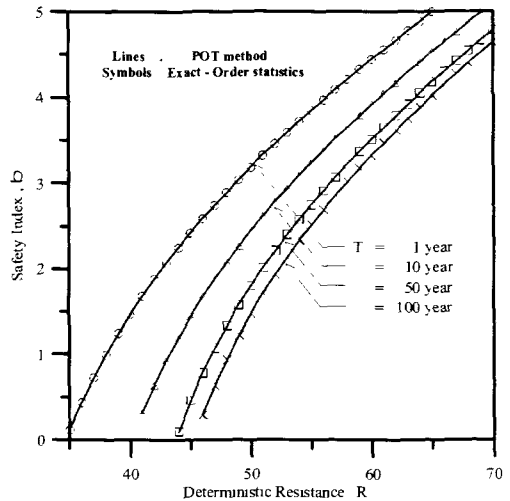


Fig 4 Comparison of reliability indices calculated by the order statistics with those by the crossing theory

Fig. 4는 통과이론과 순위통계법의 간략한 비교를 위하여 저항력이 결정론적 상수인 경우의 결과를 나타낸 것이다. 그러나 신뢰성 해석의 경우에는 저항력도 확률변수로 취급하여야 한다. 본 연구에서는 저항변수를 다음 식 (12)와 같은 대수정규분포(log-normal distribution)로 가정하였고 하중과 저항은 독립적인 관계를 갖는다고 생각하였다.

$$f_R(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \zeta_R r} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln r - \lambda_R}{\zeta_R}\right)^2\right] \quad (12)$$

$\lambda_R = \ln m_R - \frac{1}{2} \zeta_R^2$ 이며 $\zeta_R^2 = \ln(1 + V_R^2)$ 이다. 저항력이 식 (12)와 같이 임의의 분포함수를 따르는 경우에 파괴확률은 다음 식 (13)과 같이 정의된다.

$$P_f = 1 - \int_0^\infty F_L(r) f_R(r) dr \quad (13)$$

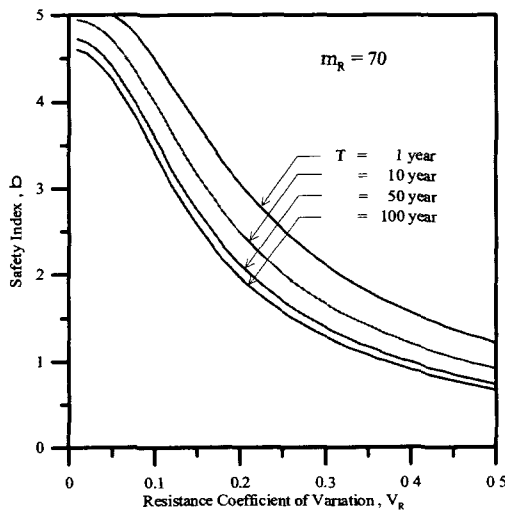


Fig. 5 Safety index for loading and random resistance

Fig. 5에서는 저항확률변수의 변동계수의 변화에 따른 신뢰지수의 변동을 나타내었다. m_R 은 70이며 V_R 은 0%부터 50% 까지 변화시켜 가면서 이에 따른 신뢰지수의 변동을 알아보았다. 그림에서 모든 기간에 대하여 변동계수의 변화에 따라 신뢰지수의 변동이 심한 것을 볼 수 있듯이 저항

력의 변동계수도 정확히 파악하여 저항과 하중 모두 확률변수로 해석하는 것이 중요하다고 하겠다.

3. 경사제 피복재의 적용

먼저 피복재의 중량과 외력과의 관계를 나타내는 신뢰함수의 수립하였다. 임의의 파고를 갖는 파랑이 내습할 때 그 파랑에 저항할 수 있는 피복재의 중량 산정을 위하여 현재 가장 많이 사용되고 있는 식의 하나로 다음 식 (14)와 같이 정의되는 Hudson의 경험식이 있다. 이는 현재 우리나라 항만설계의 표준이 되고 있다.

$$D_n^3 = \frac{H_s^3}{K_D \Delta^3 \cot \alpha} \quad (14)$$

여기서 D_n 은 피복재의 대표입경을 나타내며 H_s 는 구조물 전면에 발생하는 유의파고, K_D 는 피복재의 거치방법, 피복재의 종류 등에 따라 정의되는 안전계수, $\Delta = \rho_s/\rho_w - 1$, 그리고 $\cot \alpha$ 는 경사제 제체의 경사이다.

유의파고, H_s 를 갖는 파랑이 내습하여 피복층에 거치 된 피복재에 작용하게 되면 임의의 외력이 작용하게 된다. 만약 이와 같은 외력이 피복층에 거치 된 피복재의 중량, 즉, 저항력의 크기를 넘게 되면 피복재는 파괴된다는 개념을 적용한다면 다음 식 (15)의 신뢰함수를 수립할 수 있다.

$$g = A \Delta D_n (K_D \cot \alpha)^{1/3} - H_s \quad (15)$$

여기서 A 는 식 (14)가 자체로서 갖는 불확실성(model uncertainty)을 고려하기 위하여 도입된 확률변수이다. 여기서는 동일한 조건의 동적 신뢰성 모형의 결과과 비교하기 위하여 정적 신뢰성 모형의 AFDA를 이용하였다.

3.1 AFDA의 적용

AFDA의 적용에 사용된 입력자료는 Table 1과 같다. 일반적인 통계·확률 이론에서 Gumbel 분포함수는 Type I으로 Weibull 분포함수는 Type III로 구분된다. 따라서 본 연구에서는 극치분포함수의 형태에 따른 차이를 살펴보고자 이 두 확률분포함수를 모두 적용하였다.

Table 1 properties and probability distribution of each random variable

X_i	μ_{X_i}	CoV_{X_i}	Dist
A	1.0	0.180	Normal
Δ	1.6	0.038	Normal
$D_n(m)$	1.5	0.067	Normal
K_D	4.0	0.000	-
$cot \alpha$	2.0	0.050	Normal
$H_s(m)$	4.4	0.160	Gumbel Weibull

먼저 Gumbel 분포함수를 사용하여 산정된 MPFP, 영향계수, 설계점, 그리고 신뢰지수와 파괴 확률을 각각 Table 2 ~ 4에 제시하였다.

AFDA에 사용된 Gumbel과 Weibull분포의 형태는 Fig. 6과 같다.

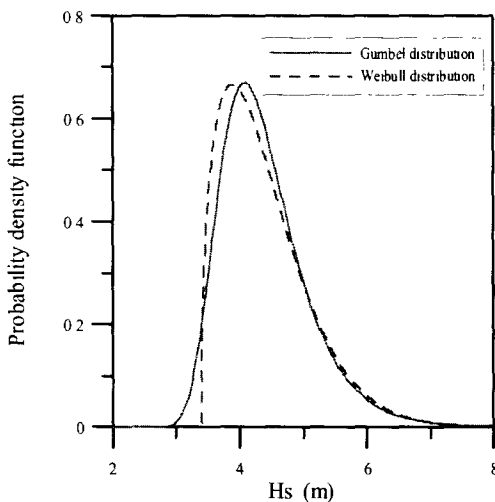


Fig. 6 Gumbel and Weibull distributions

Table 2 Sensitivity factor (AFDA, Gumbel)

α_A^2	α_Δ^2	$\alpha_{D_n}^2$	$\alpha_{cot \alpha}^2$	$\alpha_{H_s}^2$	$\sum \alpha_i^2$
0.5401	0.0214	0.0672	0.0041	0.3671	1.0000

Table 3 Values of design point(AFDA, Gumbel)

X_A	X_Δ	X_{D_n}	$X_{cot \alpha}$	X_H
0.9404	1.5960	1.4883	1.9971	4.654

Table 4 Probability of failure and reliability index calculated by FDA (Gumbel)

Reliability index, β	0.4503
Probability of failure, P_f	0.3263

동일하게 Weibull 분포함수를 이용하여 산정된 결과들이 Table 5 ~ 7에 제시되었다.

Table 5 Sensitivity factor(AFDA, Weibull)

α_A^2	α_Δ^2	$\alpha_{D_n}^2$	$\alpha_{cot \alpha}^2$	$\alpha_{H_s}^2$	$\sum \alpha_i^2$
0.4933	0.0196	0.0616	0.0038	0.4218	1.0000

Table 6 Values of design point (AFDA, Weibull)

X_A	X_Δ	X_{D_n}	$X_{cot \alpha}$	X_H
0.9419	1.5961	1.4885	1.9972	4.4737

Table 7 Probability of failure and reliability index calculated by FDA (Weibull)

Reliability index, β	0.4593
Probability of failure, P_f	0.3230

Fig. 7과 8은 각각 파괴의 분포형태가 Gumbel과 Weibull 분포일 경우에 변수들의 민감도를 분석한 것이다

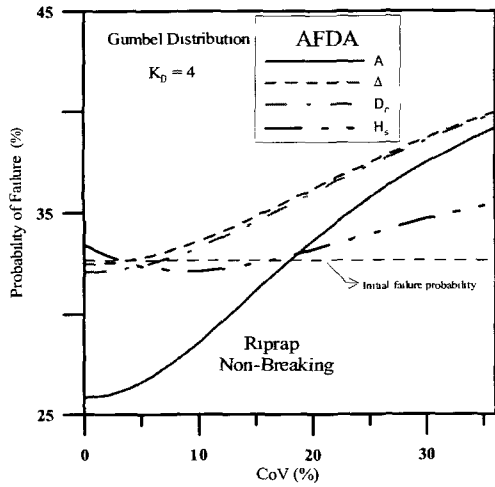


Fig. 7 Variation of probability of failure calculated by AFDA with respect to coefficient of variation of each random variable

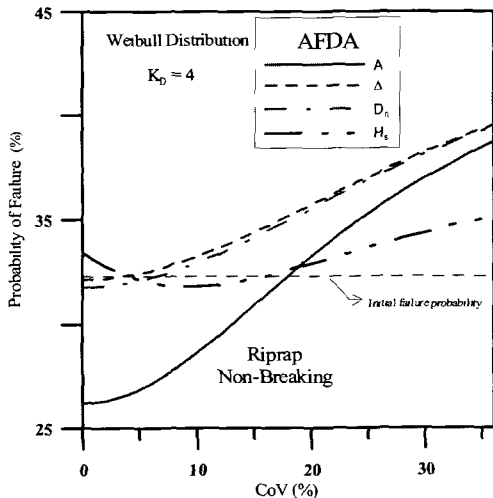


Fig. 8 Variation of probability of failure calculated by AFDA with respect to coefficient of variation of each random variable

민감도는 각 변수들이 신뢰함수에 영향을 끼치는 정도이며 민감도가 큰 설계변수일수록 변동에 따른 신뢰함수의 값의 변화가 크게 나타나고 있다.

3.2 POT법의 적용

임의 기간동안의 파괴에 대한 극치의 분포함수를 알고 있다면 정적 신뢰성 해석기법을 통하여 임의 기간동안의 구조물의 파괴확률을 계산할 수 있다. 그러나 시간에 따른 파괴확률의 변동을 알고 싶다면 동적 신뢰성 해석기법을 이용하여야 한다. 동적 신뢰성 해석기법을 이용하기 위해서는 먼저 단위기간에 발생하는 파랑의 분포함수를 알아야만 한다. 단위기간 동안의 파랑의 분포함수를 알고 있고 이를 $F_i(x)$ 라 한다면 n 년 동안의 극치자료에 대한 분포함수는 다음 식 (16)의 관계가 있다.

$$F_{M,n}(x) = \prod_{i=1}^n F_i(x) \quad (16)$$

동적 신뢰성 해석에서 가장 중요한 것은 단위기간 동안의 평균상향통과율을 나타내는 분포함수의 형태이다. 그러나 단위 기간동안 관측된 하나의 분포함수 $F_i(x)$ 는 전체의 기간을 대표하기에는 부족한 점이 많으며 각각의 단위분포함수들은 서로 상이하지 않다는 가정하에 오랜 기간 관측된 분포함수로부터 단위기간의 분포함수를 다음 식 (17)과 같이 가정하였다.

$$[F_{M,n}(x)]^{1/n} = F_i(x) \quad (17)$$

AFDA에서 적용한 Gumbel 분포의 함수가 50년 동안의 극치의 파랑자료라고 가정하자. 단위기간이 1년이므로 1년에 대한 파랑의 분포함수를 알아야 한다. 1년의 극치의 파랑분포형태도 역시 동일한 Gumbel 분포형태라 한다면 50년에 대한 극치 분포함수는 $[F_{M,50}(H_s)]^{1/50} = F(H_s)$ 의 관계가 있으므로 수치해석을 통하여 단위기간에 대한 극치분포함수 $F_{M,1}(H_s)$ 를 산정한다. 50년에 대한 Gumbel 분포의 파라미터 A 와 B 는 각각 0.5489와 4.0832이며 단위기간에 대한 Gumbel 분포의 파라미터 A 와 B 는 0.5489와 1.9359로 산정되었다. 여기서 파라미터 A 의 값이 동일한 것을 알 수 있는데 이는 Gumbel 분포의 특성으로 모두 동일한 왜곡도를 갖기 때문이다. Fig. 9와 Fig. 10에 각각 Gumbel 분포의 누가분포함수와 확률밀도함수를 비교·제시하였다. 각각의 그림을 보면 동일한 형태로 수평 이동되어 있음을 알 수 있다.

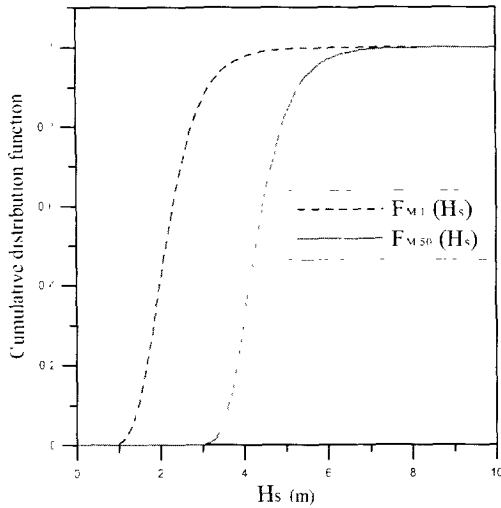


Fig. 9 Comparison of $F_{M1}(H_s)$ with $F_{M50}(H_s)$ (Gumbel)

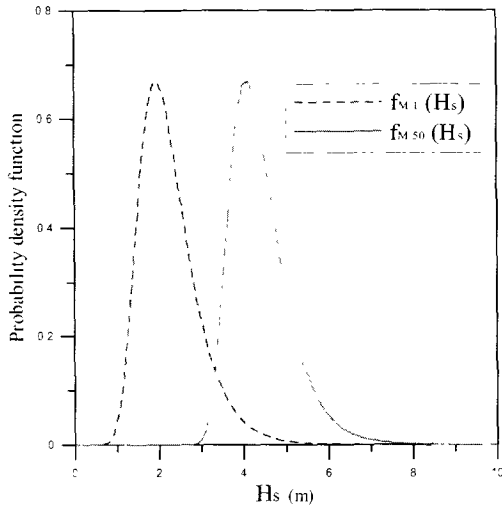


Fig. 10 Comparison of $f_{M1}(H_s)$ with $f_{M50}(H_s)$ (Gumbel)

AFDA에서 사용한 Weibull 분포에서도 마찬가지로 단위의 분포함수를 찾도록 한다. Weibull 분포는 하한값이 정해져 있어 단위의 분포함수를 찾기가 쉽지 않다. 역시 50년의 자료이며 분포함수 역시 Weibull 분포라고 생각하자. Weibull 분포함수의 특수성으로 식 (17)을 직접 사용하면 단위분포함수를 얻을 수 없다. 그래서 이를 변형한 식 (18)을 이용하여 수치해석으로 단위분포함수의 파라미터를 구하였다.

$$F_{Mn}(x) = [F_{M1}(x)]^n \quad (18)$$

다시 말해 어떤 임의의 단위분포함수에 50승을 하였을 때 $F_{M,50}(H_s)$ 가 나오도록 하는 $F_{M1}(H_s)$ 를 구하였다. AFDA에서 사용된 50년의 Weibull 분포함수의 파라미터 k , A , B 는 각각 1.4546, 1.11203, 3.39214이며 수치해석을 이용하여 구한 1년의 Weibull 분포함수의 파라미터는 각각 0.80387, 0.31662, 2.32398이다. 동일하게 Weibull 분포의 누적분포함수와 확률밀도함수를 각각 Fig. 11과 Fig. 12에 제시하였다. Gumbel 분포에서는 다르게 Weibull 분포에서는 분포함수의 거동이 다르게 나타나고 있다.

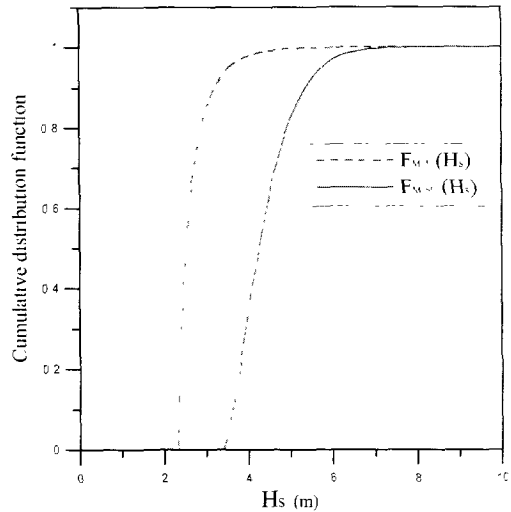


Fig. 11 Comparison of $F_{M1}(H_s)$ with $F_{M50}(H_s)$ (Weibull)

Fig. 12를 보면 $f_{M1}(H_s)$ 의 형태가 지수함수 형태인 것을 볼 수 있다. 이는 Weibull 분포의 파라미터 중 k 값이 1이 하인 경우에 나타나는 형태이며 여기서 파라미터로 결정된 $F_{M1}(H_s)$ 의 50승의 분포함수의 형태가 $F_{M50}(H_s)$ 와 거의 일치하므로 동적 신뢰성 해석의 단위분포함수로 사용하여도 문제가 없다.

단위기간에 대한 분포함수를 얻었으므로 이를 식 (7a)에 대입하여 POT법을 적용한 극치분포 형태를 구한 뒤 식 (13)을 이용하여 파괴확률을 얻을 수 있다. 정적 신뢰성 해석과 결과와 비교할 수 있도록 동일한 기간인 50년의 결과를 Gumbel 분포의 경우 Table 8, Weibull 분포의 경우 Table 9에 나타내었다.

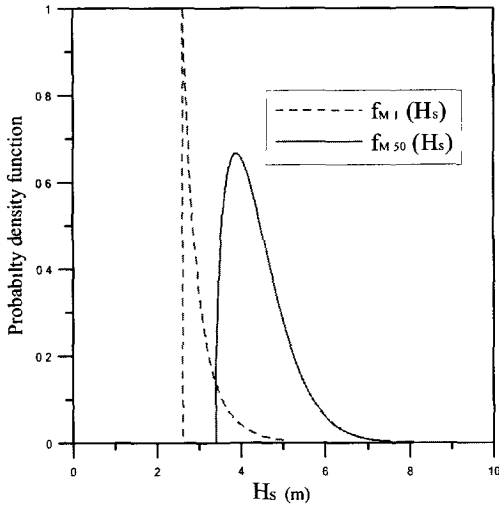


Fig. 12 Comparison of $f_{M,1}(H_s)$ with $f_{M,50}(H_s)$ (Weibull)

동적 신뢰성 분석의 장점은 1회의 분석을 통하여 시간에 따른 파괴확률의 변화를 알 수 있다는 것이다. Fig. 13에서는 Gumbel과 Weibull의 두 분포형태에 대하여 저항력이 상수일 경우와 변수일 경우 모두 4가지 경우에 대하여 시간의 변화에 따른 파괴확률의 변화를 나타내었다.

그림에서 보면 알 수 있듯이 두 파괴의 분포합수 모두 비슷한 파괴확률을 보여주었다. 저항력이

Table 8 The result of POT ($H_s =$ Gumbel Distribution)

$n(\text{year})$	50
Reliability index, β	0.3896
Probability of failure, P_f	0.3484

Table 9 The result of POT ($H_s =$ Weibull Distribution)

$n(\text{year})$	50
Reliability index, β	0.4004
Probability of failure, P_f	0.3444

결정론적인 상수로 주어졌을 경우와 비교하기 위하여 저항력이 상수로 주어졌을 때의 시간에 따른 파괴확률의 변화도 함께 도시하였다. 저항력이 상수인 경우 150년 이하의 기간에서의 파괴확률은 저항력이 확률변수인 경우보다 작게 산정 되었으며 150년 이상의 기간에서는 더 크게 산정 됨을 알 수 있다.

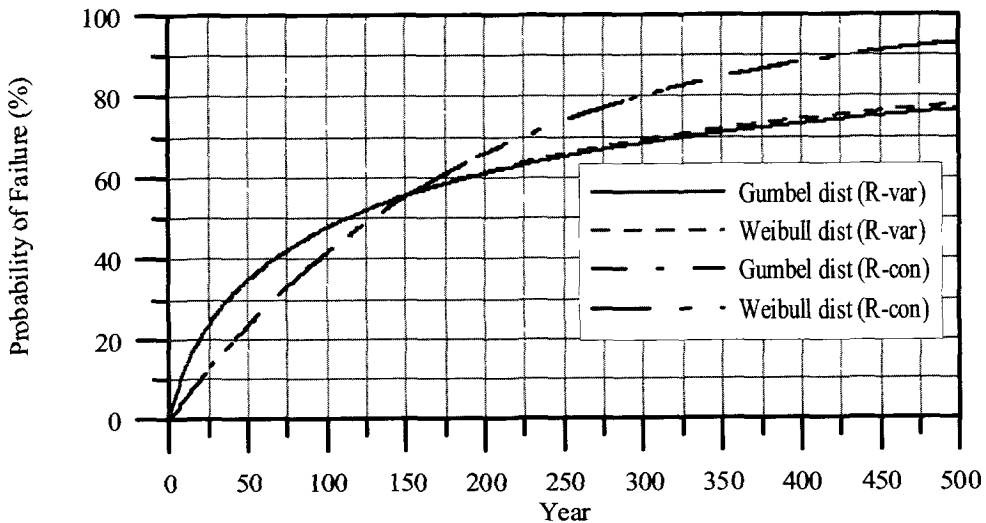


Fig. 13 Variation of probability with respect to period of time variation

4. 결 론

경사제 피복재 안정성 해석을 위한 동적 신뢰성 모형과 AFDA를 비교분석 하였으며 다음의 결론을 얻었다.

① 동적 신뢰성 분석인 POT법의 적용결과 Gumbel, Weibull 분포의 경우에 각각 파괴확률이 34.8% , 34.44%로 산정되었다 동일한 조건에서 해석된 AFDA의 결과와는 큰 차이를 보이지 않았으므로 경사제 피복재의 신뢰성 해석에 POT법의 적용이 가능하다고 할 수 있다.

② 동적 신뢰성 분석에서 간단한 파괴확률의 산정을 위하여 저항력을 상수로 두는 것은 특정 시점 이외의 모든 구간에서 상이한 결과를 발생하므로 항상 저항력을 변수로 취급하여 해석하여야 한다

③ 동적 신뢰성 분석은 시간에 대한 파괴확률의 변화를 쉽게 알아볼 수 있다 이를 통하여 시간에 따른 구조물의 손상 경과를 알 수 있으며 허용피해수준의 개념을 도입하여 방파제의 유지보수 시점을 파악한다면 구조물의 관리를 효율적으로 할 수 있다.

이상으로 POT(Peak Over Threshold method)를 이용한 동적 신뢰성 모형은 확률과정을 고려할 수 있으며 하중변수에 상관관계가 있는 경우에도 분석이 가능하다는 것을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

[1] 이철용, "경사제 피복재의 신뢰성 해석을 위한 직접 계산법의 개발", **대한토목학회논문집**, 제 20권, 제 3-B호, pp. 387-397, 2000(a)

[2] 이철용, "직접 계산법에 의한 경사제 피복재의 신뢰성 해석", **대한토목학회논문집**, 제 20권, 제 3-B호, pp 399-409, 2000(b).

[3] 이철용, "동력학적 신뢰성 모형에 의한 교각주위의 국부 세굴 해석", **대한토목학회논문집**, 제 21권, 제 2-B호, pp. 129-138, 2001.

[4] Bendat, J S. *Random data*, John Wiley & Sons, USA., 1986.

[5] Burcharth, H.F., "Reliability evaluation of a structure at sea", *Proc of Short Course on Design and Reliability of Coastal Structures*, ASCE, pp. 470-517, 1992.

[6] Burcharth, H.F., Sorensen, D and Christiani, E. "On the evaluation of failure probability

of monolithic vertical wall breakwaters". *Rep. of Port and Harbor Res Inst.*, pp 456-468, 1994

[7] Burcharth, H.F., Sorensen, D., "Design of vertical wall cassion breakwaters using partial safety factors". *Proc of 23rd Int Coast. Engrg. Conf., ASCE*, pp 2138-2151, 1998

[8] CEM(*Coastal Engineering Manual*), US Army Corps of Engrs, Coast. Engrg Res Ctr, Vicksburg, USA, 2003

[9] Charles, T.H., *Statistical method in hydrology*, The Iowa State University Press, USA., 1997.

[10] CIRIA/CUR, "Manual on the use of rock in coastal and shore engineering", *Center for Civil Engrg. Research and Codes Rep 154*, Special Publication 83, Construction Industry Research and Information Association, UK., 1991.

[11] Cornell, C.A., "Bounds on the reliability of structural systems", *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol 93, No ST1, 1967.

[12] Grigoriu, M. and Turkstra, C. J., "Structural safety indices for repeated loads". *Journal of the engineering mechanics division*, ASCE, Vol. 104, No EM4, pp 829-844, 1978.

[13] Goda, Y., *Random seas and design of maritime structures*, World Scientific, USA, 2000.

[14] Gui, S, Zhang, R. and Wu, J., "Simplified dynamic reliability models for hydraulic design", *J Hydr Engrg.*, ASCE, Vol 124, No. 3, pp. 329-333, 1998.

[15] Haldar, A., *Probability, reliability and statistical methods in engineering design*, John Wiley & Sons, USA., 2000.

[16] Heo, Jun-Heang and Salas, J. D., "Estimation of quantiles and confidence intervals for the log-gumbel distribution". *Journal of Stochastic Hydrology and Hydraulics*, Vol 10, No 3, pp. 187-207, 1986

[17] Ochi, M. K., *Applied Probability and Stochastic Processes*, John Wiley & Sons, USA, 1992

[18] PIANC, "Analysis of rubble mound breakwaters". *Rep. of Working Groups No 12 of PTC II*, Belgium, 1992.

[19] Rackwitz, R and Fiessler, B., "Note on discrete safety checking when using non

- normal stochastic models for basic variables", *Loads project working session*, MIT., Cambridge, Mass., 1976.
- [20] Tung, Y.K. and Mays, L.W., "Risk models for flood levee design", *Water Resour. Res.*, Vol. 17, No. 4, pp. 833-841, 1981.
- [21] Tung, Y.K., "Models for evaluating flow conveyance reliability of hydraulic structures", *Water Resour. Res.*, Vol. 21, No. 10, pp. 1463-1468, 1985.
- [22] Van der Meer, J.W., "Stability of breakwater armour layers Design formulae", *Coastal Eng.*, 11:219-239, 1987.
- [23] Van der Meer, J.W., "Deterministic and probabilistic design of breakwater armor layers", *J. Wtrway., Port, Coast. and Oc. Engrg.*, ASCE, Vol. 114, No. 1, pp. 66-80, 1988.