

## STFT를 이용한 회전체의 진동신호 분석 기법

### Analysis Technique for the Vibration Signal of Revolution Machine Using the STFT

박종연<sup>\*</sup>      박준용<sup>\*\*</sup>      최원호<sup>\*\*\*</sup>  
Park, Jong-Yeon      Park, Jun-Yong      Choi, Won-Ho

#### Abstract

The purpose of this study is to analyze the vibration signal of the revolution machine using the STFT(Short Time Fourier Transform). It is common to analyze the frequency of signal through FFT algorithm with the fixed sampling rate. However, in this situation the order spectrum information useful rather than the general frequency information with the fixed sampling rate. In this paper, the resampling technique was used for getting the information of order spectrum. In resampling process, the arithmetic amount and MSE(Mean Square Error) for various kinds of the signal interpolation was compared and presented the propriety of the interpolation method while developing analysis equipment. Order tracking was implemented using signal interpolation method which it has selected. Then the analyzed results were obtained through simulation using the STFT technique.

**키워드 :** 재표본, 보간, STFT

**Keywords :** Resampling, Interpolation, STFT

#### 1. 서론

회전체의 진동신호를 분석하기 위해 시간영역의 신호를 유용한 정보가 될 수 있는 영역으로 변환 할 필요가 있다. 이때 일반적으로 주파수 영역으로 변환하여 나타내게 되는데 회전체의 진동신호의 경우에는 이런 기준의 방법 보다는 회전속도의 차수로 나타내는 것이 회전체의 이상유무를 판단하는 엔지니어에게 유용한 정보가 된다[1]. 왜냐하면 회전체에서 발생하는 진동신호의 대부분은 회전체 속도의 Harmonic으로 나타나기 때문에 분석결과

를 출력함에 있어 주파수로 출력하는 것 보다 차수 형태로 출력하는 것이 분석에 용이하다.

회전체의 진동신호를 회전체의 차수로 출력하기 위한 여러 방법이 있으며, 본 논문에서는 그중에서 재표본화방법을 사용하였다. 재표본화에 의한 차수 추적(order-tracking)을 하기 위해서는 먼저 각 보간(angle Interpolation)과 신호보간(signal interpolation)과정이 필요하다[2]. 두 보간방법에는 여러 가지 기법들이 있기 때문에 먼저 회전체의 진동신호를 어떤 보간방법으로 재표본화해야 오차가 가장 적은지 검토해야 한다. 기준논문이나, 이론에서는 보간을 할 경우 각 표본들 사이를 고차함수로 추정하는 것이 정확도가 향상되어진다고 밝히고 있다[1][3]. 그러나 고차함수로 표본을 추정할 경우 연산시간과 계산알고리즘이 복잡해지는 문제가 발생하게 되며 본 논문에서와 같은 회전체의 차수추적에 있어서도 고차함수로 추정하는 것이 더 정확

\* 강원대학교 대학원 전기전자공학전공 교수,  
박사학위

\*\* 강원대학교 대학원 전기전자공학부 석사과정

\*\*\* 강원대학교 대학원 전기공학과 박사과정

한 추정방법이 된다는 것에 대해 논의된 바가 없다. 따라서 본 논문에서는 Lagrange 보간법 중 선형보간, 2차보간, cubic 보간법으로 표본값을 추정하여 원래신호와 보간한 표본값을 비교하고 어떤 보간방법이 오차가 가장 적은지 또, 연산량은 얼마나 되는지 비교하여 실제구현시 가장 적절한 보간기법을 제시하였다[4].

시뮬레이션을 통해 각 보간방법을 적용하여 오차를 계산해본 결과 Lagrange 2차보간방법이 적절한 것으로 나타났다. 보간이 이루어진 진동신호는 차수스펙트럼으로 나타내게 되는데 이를 위하여 STFT(Short Time Fourier Transform)기법을 사용하였다 STFT가 시간의존 fourier변환이기 때문에 회전체의 가속과 감속시 진동신호의 변화추이를 출력해 줄 수 있기 때문이다[5]. STFT기법을 사용할 때 시간의존적인 주파수 분석을 위해서 STFT에는 창함수가 포함되며 이때, 창의 길이와 창의 이동간격에 따라 분석결과의 차이가 나타나게 된다. 창의 길이가 넓으면 차수추적하여 차수스펙트럼으로 나타내었을 때 회전체의 속도의 가감에 따른 변화추이를 자세하게 나타내지 못하는 반면, 주파수 분석의 정확도가 향상되며, 길이가 좁으면 그 반대의 현상이 나타난다. 본 논문에서는 시뮬레이션을 통해 각각의 현상이 차수추적에서 어떻게 나타나는지를 보여 실제구현시 창의길이의 유연한 가변이 이루어져야 함을 보였다.

## 2. 재표본화(Resampling)

### 2.1 진동신호의 일반화

일반적으로 회전체가 발생하는 진동신호는 정현파이며, 회전체의 속도가 증·감함에 따라 진동신호의 주파수도 증·감한다. 이는 모터의 진동신호의 경우, 정현파의 주파수를 점점 증가하거나 점점 감소시킨 신호와 유사함을 의미한다. 따라서, 본 논문에서는 진동신호를 그림1과 같은 정현파로 가정하였다.

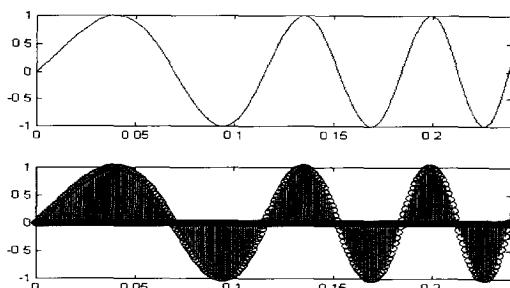


그림 1 Chirp 신호의 Sampling

그림 1은 정현파를 5~10hz 까지 0.25초동안 증가시킨 신호를 1khz로 표본화 한 것이다. 여기서 진동신호의 한주기는 회전체의 일회전을 의미한다. 일회전당 한주기의 진동신호는 1차(order)가 되며, 서론에서 언급했듯이 회전체에서 발생하는 진동신호는 대부분 Harmonic으로 나타나기 때문에 회전체의 한회전 안에서 해당차수의 진동신호가 발생하게 된다.

### 2.2 가속도계 펄스(Tachometer)

그림 2는 회전체가 한번 회전하면 펄스하나를 내어주도록 하여 발생한 펄스들의 간격으로부터 회전체의 속도를 계산할수 있도록 해주는 가속도계를 나타내고 있다. 각 펄스신호는 속도뿐만 아니라 모터가 한바퀴 회전했음을 알려주기 때문에 23 절에서 차수추적을 위한 각 보간에서 필요한 시간정보를 제공하게 된다.

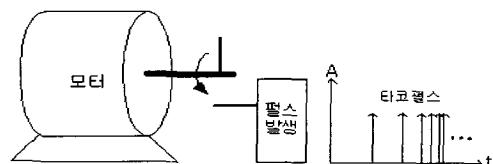


그림 2 가속도계의 개략도

### 2.3 각 보간

회전속도의 차수로 진동신호를 표현하기 위해서는 각 회전마다 동일한 각도에서 표본을 얻어야 한다. 속도가 점점 증가한다고 하면 각 각도에 도달하는 시간은 그림 3과 같이 점점 짧아지게 되는데 가속도계의 한주기 펄스로부터 이 시간을 계산하는 방법이 각 보간이다. 본 논문에서는 2차 각보간방법을 사용하였다[1].

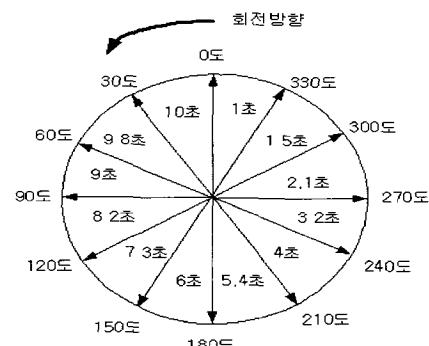


그림 3 각 보간의 의미

그림 4는 식 1을 이용하여 가속도계로부터 각각의 각도에 도달되는 시간을 시뮬레이션 한 것이다 속도가 점점 증가하면서 각 각도에 도달하는 시간이 짧아짐을 알수 있다.

T1 : 첫 번째 Tacho pulse 발생 시간  
T2 : 두 번째 Tacho pulse 발생 시간  
T3 : 세 번째 Tacho pulse 발생 시간  
N : 펄스사이를 나눌 개수

$$\begin{aligned} EF1 &= T1 \\ EF2 &= (4 \times T2 - T3 - 3 \times T1) / 2 \times N \\ EF3 &= (T3 + T1 - 2 \times T2) / 2 \times N^2 \\ AI(i) &= EF1 + EF2 \times i + EF3 \times i^2 \\ (i = 0, 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (1)$$

AI(i) 값은 펄스사이를 N개로 나눌 때 재표본화할 시간값이며, 그림 4는 N=10 일 경우 결과이다.

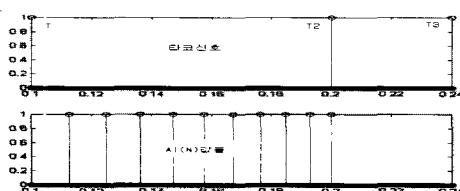


그림 4 Angle Interpolation

## 2.4 신호보간

2.3절에서 재표본화 할 시간을 구했으나, 진동신호는 일정한 시간을 표본화 되었음으로 추정하려는 시점에서 표본값이 있을수도 있고, 없을수도 있다. 따라서 신호보간을 통해 값을 추정해야 한다. 신호보간에는 여러종류가 있는데 회전체의 진동신호에는 어떤 보간방법을 적용했을때 오차와 계산시간이 적절한지 먼저 고려해야 한다.

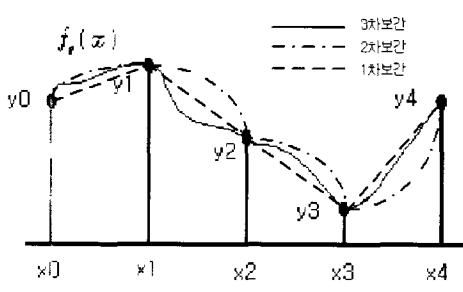


그림 5 signal Interpolation

본 논문에서는 다음 세가지 보간방법을 비교하였으며, 그 중 2차보간이 진동신호의 신호보간기법으로 적합한 이유를 제시했다

### (1) 3차보간 (Cubic Interpolation)

재표본화 할 시간값을 추정하기 위해 5개의 표본값들로부터 3차방정식을 만들어 그림 5의 실선과 같이 각 표본간을 3차함수로 연결하는 보간방법이다. 각 표본간의 함수는 다음의 수식 2로부터 얻는다[3][4]

$$\begin{aligned} f(x) &= f(x_{-1}) \frac{(-x+x)^3}{6(-x+x_{-1})} + f(x) \frac{(x-x_{-1})^3}{6(x-x_{-1})} \\ &+ [\frac{f(x_{-1})}{(x-x_{-1})} - f'(x_{-1}) \frac{(x-x_{-1})}{6}] (x-x) \\ &+ [\frac{f(x)}{(x-x_{-1})} - f(x) \frac{(x-x_{-1})}{6}] (x-x_{-1}) \\ (i &= 1, 2, 3, \dots, N) \end{aligned} \quad (2)$$

### (2) 2차보간 (Quadratic Interpolation)

재표본화 할 시간값을 추정하기 위해 3개의 표본값들로부터 2차방정식을 만들어 그림 5의 파선과 같은방법으로 각 표본간을 2차함수로 연결하여 보간한다. 각 표본간의 함수는 다음의 수식 3 으로부터 얻는다[3][4].

$$\begin{aligned} f_i(x) &= a_0(x-x_i)(x-x_{i+1}) \\ &+ a_1(x-x_{i-1})(x-x_{i+1}) \\ &+ a_2(x-x_{i-1})(x-x_i) \\ (i &= 1, 2, 3, \dots, N) \end{aligned} \quad (3)$$

### (3) 선형보간 (Linear Interpolation)

재표본화 할 시간값을 추정하기 위해 2개의 표본값들로부터 1차방정식을 만들어 그림 5의 절선과 같은방법으로 각 표본간을 1차함수로 연결하여 보간한다. 각 표본간의 함수는 다음의 수식 4로부터 얻는다[3][4]

$$f_i(x) = (\frac{x-x_i}{x_{i-1}-x_i} \times y_{i-1}) + (\frac{x-x_{i-1}}{x_i-x_{i-1}} \times y_i) \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (4)$$

## 2.5 재표본화와 오차계산

2.4절에서 설명한 각각의 보간방법을 그림 6과 같은 과정을 통해 재표본화 해야하는 사점에서의 원래신호와 보간방법을 이용한 추정신호와의 오차값을 5에 의하여 구한다음 각 보간방법이 저주파수와 고주파수에서 얼마의 오차를 가지는지 비교하였다[1].

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N (x(i) - \hat{x}(i))^2 \quad (5)$$

식 5의  $x(i)$ 는 원래신호의 표본값이며,  $\hat{x}(i)$ 는 추정한 표본값, N은 표본갯수이다.

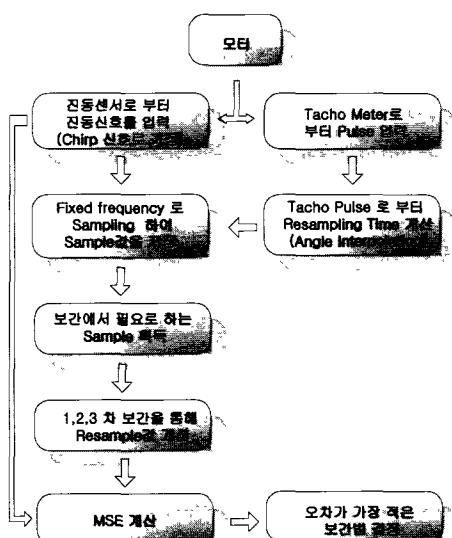


그림 6 Resampling과 오차판별과정

회전체의 진동신호의 주파수는 0.1hz ~ 50khz이다. 이를 Nyquist Sampling theory를 고려하여 100khz로 표본화 하였다. 회전체의 일회전당 각보간 간격 N은 100으로 하였으며 이때, 그림 6의 과정을 통해 각각의 보간에 대한 오차는 그림 7의 그래프와 같이 나타난다.

주파수가 점점 증가할수록 오차는 점점 증가하였으며, 20khz 근처에서 선형보간의 오차가 가장많이 나타났다. 3차보간은 진동신호가 고주파수 일 경우 선형보간에 비해 오차가 적었으며, 2차보간은 거의 모든 주파수에서 선형보간과 3차보간에 비해 오차

가 적은 것으로 나타났다. 연산량의 경우 표 2에서처럼 삼차보간이 이차보간의 덧셈,곱셈 연산보다 각각 2.5배 정도 많은 것을 알수있다.

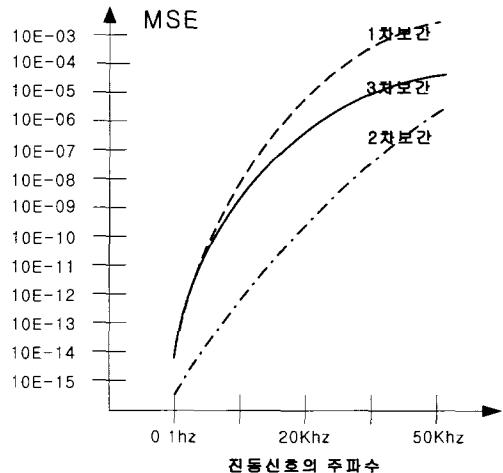


그림 7 각 보간방법 적용 시 MSE

표 1 보간함수 계산에 걸리는 연산횟수

보간법	일차보간	이차보간	삼차보간
덧셈, 뺄셈	3회	8회	21회
곱셈, 나눗셈	2회	12회	29회

## 3. Order Tracking 시뮬레이션

### 3.1 STFT(Short-Time Fourier Transform)

2장에서의 과정을 통해 진동신호를 회전체의 속도에 동기 시켰다. 그 결과는 그림 8과 같이 나타나게 된다. 그림 8의 (a)는 일정한 시간간격으로 표본화하여 일반적인 FFT 분석을 한 형태이며, (b)는 각보간과 신호보간 과정을 통해 진동신호를 회전체 속도에 동기시켜 FFT분석하여 Order로 나타낸을 의미한다[2].

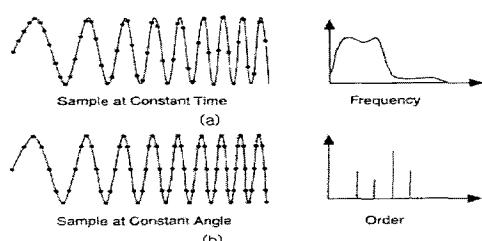


그림 8 진동신호의 동기화

STFT는 FT(Fourier Transform)에 창 함수가 추가된 형태이다. 창의 길이에 따라 FT분석하고 FT분석된 결과의 차례대로 순서축에 3차원으로 표현하면 회전체의 속도변화에 따른 진동신호 변화추이를 볼수있게된다.

그림 8의 (b)에서 얻어진 표본들은 식 6에서  $x(m)$ 이 되며, 식에서  $w(n-m)$ 은 창함수를 의미한다. 본 논문에서는 해밍창을 사용하였다.

$$X_r(e^{ju}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} w(n-m)x(m)e^{-jum} \quad (6)$$

창의 길이는 전체가 한바퀴 회전할 때 몇 개로 재표본화 할 것인가와 관련있다 창의 길이를 길게 하여 회전체가 몇회전 하는동안의 표본들을 취하면 표본갯수가 많음으로, 좀더 정확한 주파수분석 결과를 얻을수 있으나 그만큼 시간순서축으로 표현할수 없음으로 회전체의 속도변화에 따른 진동신호의 변화추이에 대한 표현이 좀더 둔감하게 된다. 따라서 진동신호의 주파수분포에 대한 정확한 분석을 원할 때와 창의 길이와 변화추이를 보길 원할 때 창의 길이는 가변 될 수 있어야 한다.

### 3.2 N차수 신호에 대한 시뮬레이션

회전체가 한번 회전할 때 그림 9에서와 같이 한주기 발생된 진동신호는 차수축(order axis)에서 1차로 나타나며, 두주기 발생된 신호는 2차로 나타나게 된다.

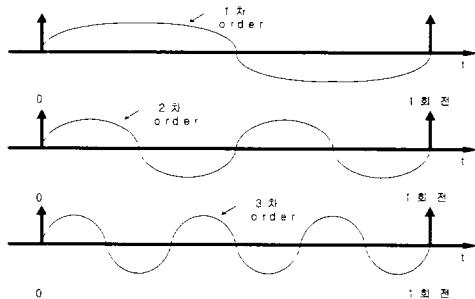


그림 9 진동신호의 차수

회전체가 한번 회전하는 시간을 계산하여 그 시간 동안 그림 1에서와 같은신호를 한주기 발생시키고 각보간과 2차신호보간을 거쳐 한회전당 128개의 재표본정보를 얻으면 그림 10과 같은 과형을 얻을 수 있다 회전체의 속도가 점점 빨라진다고 할 때 가속도계로부터 얻어진 필스로부터 시간정보를 각보간에 이용하여 그림 10의 과형을 발생시키고 2절의 과정을 통해 얻은 재표본화된 각 이산신호를

창함수와 Convolution한 후 FT분석한다.

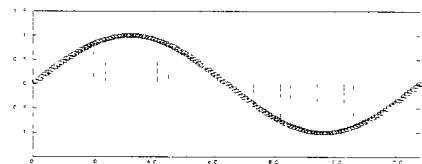


그림 10 N=128로 Interpolation된 진동신호

같은과정을 25번 반복하고 나온 결과를 진폭축, 차수축, 시간축의 3차원으로 나타내면 매 회전마다 1차진동신호만 발생시켰음으로 1차에서만 FT결과가 나타나게 된다. 그림 11이 그 결과파형이다 창의 길이가 128임으로 차수축이 128까지 만들어지지만 64개는 영상성분임으로 나타내지 않았다 따라서 128개 각보간하게 되면 64차 까지의 진동신호를 볼수있으며, 25번 반복했음으로 25회전에 대한 변화추이를 볼 수 있다.

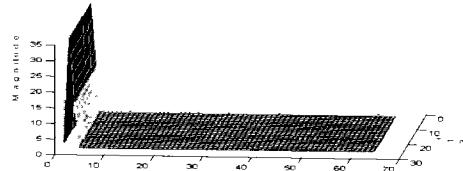
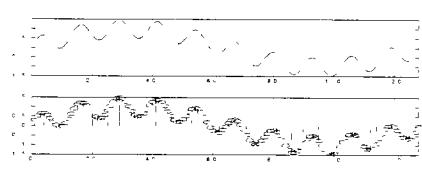
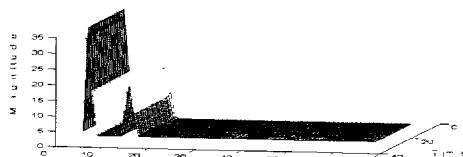


그림 11 그림 10에 대한 STFT 결과

만일 그림 10의 진동신호에 10배 높은 주파수의 진동신호를 씩어 발생시키면 그 과형은 그림 12의 (a)와 같이 되고 STFT를 이용하여 분석하면 10배 높은 주파수는 (b)와 같이 10차에서 나타난다.



(a)



(b)

그림 12 STFT 분석

### 3.3 창함수의 길이

창의 폭이 넓으면 많은수의 표본을 가지고 FT 분석을 하기 때문에 좀더 정확한 주파수 분포를 볼수 있다. 그러나 그만큼 시간순서는 많이 불수 없게 된다. 다음 시뮬레이션은 1차에 해당하는 진동신호를 발생하다 어느 순간 높은주파수의 신호를 Sweep시켜 첨가시켰을때 창의 폭에 따른 차수 추적 결과를 나타낸 것이다.

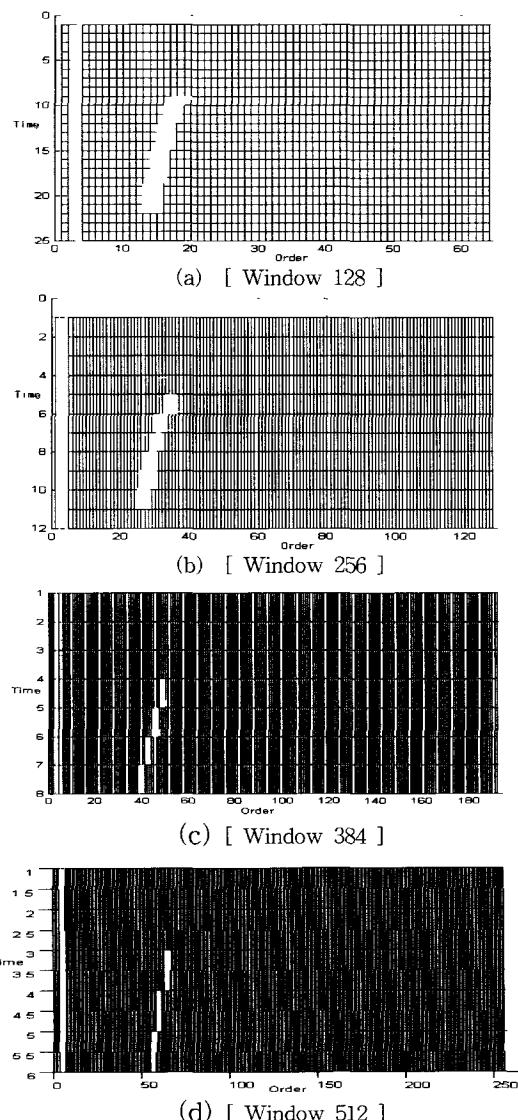


그림 13 Window length 와 변화추이의 관계

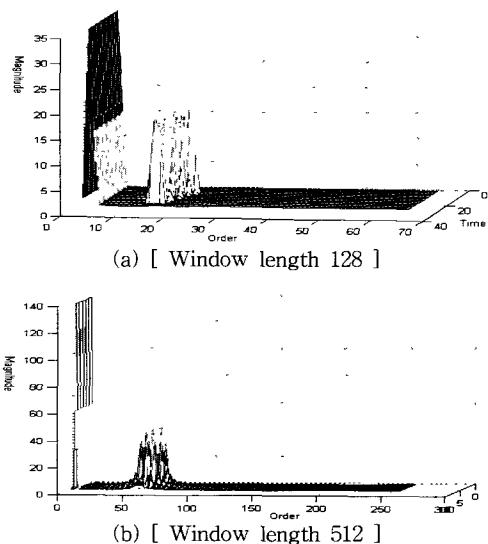


그림 14 창의길이 와 분석의 정밀도의 관계

그림 13의 시뮬레이션 결과에서 (a)와 같이 창의 폭  $N=128$ 인 경우 Sweep시킨 높은 주파수 성분을 보면 시간순서(Time\_Index)의 9번째부터 차수가 증가하면서 22번째 까지 어떤 추이로 변하고 있는지가 잘 들어나 있다. 반면 (d)와 같이 창의 폭  $N=512$ 인 경우는 시간순서의 3번째부터 차수가 증가하면서 6번째 까지 3번의 변화 추이만을 보여주고 있음을 알수 있다. 그리고 그림 14의 결과에서 (b)의 경우 주파수 분석의 결과가 (a)에 비해 정밀하게 나타나고 있음을 보여주고 있다.

이러한 결과는 회전체의 진동신호 분석을 표현하기 위해서 STFT기법을 사용하여 실제 구현할 때 창의 길이를 측정자의 필요에 따라 가변할수 있어야 함을 의미한다. 회전속도에 따른 진동신호 변화추이를 보는 것이 목적일 경우에는 창의 길이를 줄여서 변화하는 추이를 민감하게 나타내도록 하며, 정밀한 주파수 분석결과가 요구 될 때는 창의 길이를 늘여서 많은 표본들로 부터 정확한 FT 분석이 이루어 지도록 해야 한다. 그림 13에서 높은주파수는 1차에서 발생하는 신호의 11배로부터 18배까지 증가하는 Chirp 신호에 대한 분석결과이며, 창의 길이가 달라짐에 따른 축척(Scale)변환을 하지 않았음으로 마치 다른 차수에서 나타난 것처럼 보이는 것이다. 실제 구현에서 분석결과를 출력

할 때 창의 넓이에 따라 축척변환을 해줌으로 이 문제를 해결할 수 있다. 또한 그림 14에서 같은 신호의 진폭크기가 다른 것도 창함수의 넓이가 변화 함으로 인해 샘플갯수가 틀려졌기 때문이며 이 또한 축척변환을 하여 같은 진폭으로 출력하면 된다.

#### 4. 결론

회전체의 진동신호는 회전체의 속도에 차수로 증가하는 특이한 경우임으로 기존의 주파수 분석 방법과 약간의 차이를 보이고 있다. 본 논문에서 이를 위하여 재표본화 방법을 이용한 차수추적방법을 사용하였으며 이때 신호보간에서 얼마나 정확한 표본값을 추정해 내는지 비교하였다. 그 결과 모든 주파수 영역에서 Lagrange 2차보간의 오차가 가장 적었다. 연산량에 있어 선형보간의 방법이 가장 적었으나 모든주파수 영역에서 오차가 가장 많았기 때문에 정확성과 연산량 두 관점에서 볼 때 신호보간방법으로 2차보간이 적절한 것으로 사료된다. 또한 실제 진동분석기기의 구현에서 회전체의 진동신호의 변화추이와 주파수분석 결과의 정확성을 상보관계에 있음으로 이에대한 유연한 설계가 필요하다.

#### 참 고 문 현

- [1] K.M.Bossley and R.J.MCKENDRICK C.J HARIS AND C.MERCER, "Hybrid Computed Order Tracking", *Mechanical Systems and Signal Processing* 13(4), pp 627-641, 1999.
- [2] National Instrument Corporation, "LABVIEW Order analysis Toolset User Manual", chap2.
- [3] 수치해석 chap4, 교우사, 1997
- [4] Prentice Hall, *Applied Numerical Method for Engineers and Scientists* chap 5, 2002.
- [5] L.R.Rabiner/R.W.Schafer, "Digital Processing of Speech Signal", PRENTICE-HALL CHAP 6, Short Time Fourier Analysis.