Journal of Korean
Data & Information Science Society
2004, Vol. 15, No. 1 pp. 173~181

A Study on the Fuzzy-Bayes Method[1)]

Tae Hwa Kyeoi[2)] · Joong Kweon Sohn[3)]

Abstract

In this paper, we study and examine the sensitivity of the fuzzy-Bayes method whose properties are relatively not known much. Two fuzzy conditions and two actions are considered. Also some normal distributions and uniform distributions are assumed as a prior distribution for a parameter in the fuzzy-Bayes method.

Key words : Fuzzy-Bayes, Membership function, Utility function

1. 서론

확률적 사건에 의해 발생되는 의사결정 문제에서 인간의 사고나 주관에 내재된 모호성을 쉽게 발견할 수 있다. 가령 물건을 판매할 때 '많이 팔린다'라고 하였을 때 얼마나 팔려야 많이 팔리는 것인지 개인에 따라 기준이 다르며 따라서 이에 해당하는 어떤 결정을 명확하게 할 수 없다. 이러한 주관의 모호성을 비교적 왜곡되지 않게 표현하고자 하는 방법이 퍼지이론이다. 퍼지이론은 Zadeh(1968)에 의해 처음으로 제안된 이후 다양하게 여러 분야에 응용되고 있다. 한편 Okuda 등(1978)은 퍼지이론을 결정론적으로 접근하는 문제로 만들어 제안하였다. 이런 결정론적 퍼지 이론에 베이지안 방법을 접목한 퍼지-베이지안 방법은 Tanaka(1979) 등에 의해 제안되어 연구되었지만 아직은 연구의 초기단계에 있으며 Terano(1992)가 여러 분야에 대한 퍼지이론의 응용을 소개하고 있다. 본 논문에서는 퍼지-베이지안 의사결정 방법과 이에 사용되는 멤버십 함수, 효용함수 등에 대해서 간단히 소개하고 퍼지-베이지안 방법에 있어서 멤버십 함수와 효용함수 그리고 사전분포에 따른 최적 행동 결정의 민감 정도를 연구하였다.

---

1) This research was supported by Kyungpook National University Research Fund, 2002.

2) First Author : Department of Statistics, Kyungpook National University, Daegu, 702-701, Korea
E-mail : bluemoon-95@hanmail.net

3) Professor, Department of Statistics, Kyungpook National University, Daegu, 702-701, Korea

2. 퍼지-베이지안 방법

퍼지-베이지안 방법은 베이즈 이론에 근거하고 있다. 차이점은 베이즈 이론은 손실함수에 근거하여 결정하는 반면 Tanaka(1979)가 제시한 퍼지-베이지안 방법에서는 효용함수를 사용하고 있다. 하지만 효용함수는 손실함수와 부호만 반대이며 나머지는 동일하다. 따라서 퍼지-베이지안 방법에서의 최적 행동은 효용함수가 최대의 기대 효용값을 갖는 행동이 될 것이다.

퍼지-베이지안 문제는 $<$ F, A, U^*, ξ, Θ $>$ 로 표현하며, 여기서 F = $\{F_1, F_2, \cdots, F_n\}$ 는 퍼지 조건들의 집합이고 F_k는 $\Theta = \{\theta: 0 \le \theta \le \infty\}$ 상에서의 퍼지 사건이다. 또 A = $\{A_1, A_2, \cdots, A_l\}$ 은 행동집합이다. U^* 는 A × F 상에서의 효용함수이다. $\xi(\theta)$는 Θ 상에서의 θ 에 대한 사전 분포함수이다. 멤버십 함수는 퍼지 조건들에 대한 직교조건, 즉 $\sum_{k=1}^{n} \mu_{F_k}(\theta) = 1$ 이 성립된다고 한다. 그러면 퍼지 조건 F_k에 대한 확률을 $P(F_k) = \int_\theta \mu_{F_k}(\theta)\xi(\theta)d\theta, \quad k = 1, 2, \cdots, n$ 과 같이 정의된다. 아울러 행동 A_i에 대한 효용 함수는 $U^*(A_i) = \sum_k U^*(A_i, F_k)P(F_k)$ 와 같이 정의된다. 따라서 최적행동 A^o는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$U^*(A^o) \equiv \max_{1 \le i \le l} U^*(A_i).$$

즉 효용함수의 최대의 기대값을 주는 행동을 최적의 행동으로 볼 수 있다. 관측공간 $X = \{x: 0 \le x \le \infty\}$에 대한 조건부 확률분포는 $f(x \mid \theta)$이며, θ에 대한 사전분포 $\xi(\theta)$가 주어져 있을 때 θ에 대한 사후 분포는 $\xi(\theta \mid x) = f(x \mid \theta)\xi(\theta)/f(x)$이다. 여기서 $f(x)$는 x 에 대한 주변 밀도 함수이다. 퍼지 사건의 확률 정의로부터 퍼지 사건에 대해 베이즈 규칙을 유도할 수 있다. 이것을 퍼지-베이즈 규칙이라 부른다(Terano 등 (1992)).

$$P(F_k \mid x) = \int_\theta \mu_{F_k}(\theta) f(x \mid \theta)\xi(\theta)/f(x)d\theta.$$

아울러 효용함수는 $U^*(A_i \mid x) \equiv \sum_k U^*(A_i, F_k)P(F_k \mid x)$ 과 같이 주어지며 최적 행동 A_x^O는 $U^*(A_x^O \mid x) \equiv \max_{1 \le i \le l} U^*(A_i \mid x)$와 같이 정의된다. 여기서 우리는 다음과 같이 말할 수 있다.

관측공간 X에 대한 조건부 확률분포 $f(x \mid \theta)$가 주어져 있을 때 X내의 어떤 x가 발생할지를 알 경우, θ를 알지 못하더라도 x를 이용해 최적 행동을 판단할 수 있다. 이 때 A_x^O에 대한 기대값은 $U^*(A_x^o) \equiv \int U^*(A_x^o \mid x)f(x)$ 이다.

3. 민감성 분석

의사결정은 퍼지 효용 함수 $U^*(A_i, F_j)$ 가 주어져 있을 때 퍼지 사건의 멤버십 함수와 사전분포가 변함에 따라 의사결정이 얼마나 민감하게 영향을 받는지 연구하고자 한다. 민감성을 연구하기 위해 본 논문에서 고려하게 될 퍼지-베이즈 의사 결정은 다음과 같다.

퍼지-베이즈 의사 결정 $< F, A, U^*, \xi, \Xi >$은 F = $\{F_1, F_2\}$ 의 두 가지 퍼지 조건만 고려한다. 퍼지 조건에 따른 행동 집합도 A = $\{A_1, A_2\}$ 만 고려하도록 한다. 또 θ의 사전분포 $\xi(\theta)$는 $N(m, \sigma^2)$와 $U(p, q)$인 경우와 $x \mid \theta$의 분포 $f(x \mid \theta)$는 $N(\theta, \tau^2)$ 인 경우에 조사한다.

민감성을 연구하기 위해 다음과 같은 임의의 퍼지 효용함수를 정의한다. 퍼지 효용함수의 퍼지 조건 F_1은 회사의 상품판매량이 많은 경우이고 F_2는 상품판매량이 적은 경우로 정의한다. 퍼지 행동 A_1은 그 상품에 대한 광고를 꾸준히 하는 행동이고 A_2는 그 상품을 대체할 새로운 상품을 개발하도록 연구하는 행동으로 정의한다. 퍼지 효용함수는 각각의 퍼지 조건에서 퍼지 행동을 하게 될 때 기대되는 효용을 나타내는 함수이다. 각각의 퍼지 조건과 퍼지 행동에 따른 퍼지 효용함수는 아래 표 3.1과 같이 정의하도록 한다.

퍼지 조건 / 퍼지 행동	F_1	F_2
A_1	800	-300
A_2	500	200

표 3.1 퍼지 효용 함수 $U^*(A_i, F_k)$

θ의 퍼지 조건 F_1, F_2에 대한 멤버십 함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\mu_{F_1}(\theta) = \begin{cases} 1 & m + a < \theta \\ \frac{1}{2a}(\theta - m + a) & m - a \le \theta \le m + a \\ 0 & \theta < m - a, \end{cases}$$

$$\mu_{F_2}(\theta) = \begin{cases} 0 & m + a < \theta \\ -\frac{1}{2a}(\theta - m - a) & m - a \le \theta \le m + a \\ 1 & \theta < m - a. \end{cases}$$

θ의 사전 분포 $\xi(\theta)$가 $N(m, \sigma^2)$를 따르고, $f(x \mid \theta)$ 가 $N(\theta, \tau^2)$를 따르는 경우 사후 분포는 $\xi(\theta \mid x) \sim N\left(\frac{m\tau^2 + x\sigma^2}{\sigma^2 + \tau^2}, \frac{\sigma^2\tau^2}{\sigma^2 + \tau^2}\right)$이다. 여기서 $\frac{m\tau^2 + x\sigma^2}{\sigma^2 + \tau^2} = A$ 와 $\frac{\sigma^2\tau^2}{\sigma^2 + \tau^2} = B$ 라 두면 퍼지-베이즈 규칙은 다음과 같이 계산되어진다. 여기서 $\Phi(x)$는 표준정규분포에서 누적확률분포함수이다.

$$\begin{aligned} P(F_1 \mid x) &\equiv 1-\Phi\Big(\frac{m+a-A}{B}\Big)+\frac{A-m+a}{2a} \\ &\cdot\Big\{\Phi\Big(\frac{m+a-A}{B}\Big)-\Phi\Big(\frac{m-a-A}{B}\Big)\Big\} \\ &+\frac{1}{2a}\cdot\frac{B}{\sqrt{2\pi}}\cdot\Big\{e^{-\frac{(m+a-A)^2}{2B^2}}-e^{-\frac{(m-a-A)^2}{2B^2}}\Big\}, \\ P(F_2 \mid x) &= \Phi\Big(\frac{m-a-A}{B}\Big)-\frac{A-m-a}{2a} \\ &\cdot\Big\{\Phi\Big(\frac{m+a-A}{B}\Big)-\Phi\Big(\frac{m-a-A}{B}\Big)\Big\} \\ &+\frac{1}{2a}\cdot\frac{B}{\sqrt{2\pi}}\cdot\Big\{e^{-\frac{(m+a-A)^2}{2B^2}}-e^{-\frac{(m-a-A)^2}{2B^2}}\Big\}. \end{aligned}$$

따라서 각각의 행동의 효용함수의 기대값은 다음과 같다.

$$U^*(A_1 \mid x) \equiv U^*(A_1, F_1)P(F_1 \mid x)+U^*(A_1, F_2)P(F_2 \mid x),$$

$$U^*(A_2 \mid x) \equiv U^*(A_2, F_1)P(F_1 \mid x)+U^*(A_2, F_2)P(F_2 \mid x).$$

$$\begin{aligned} U^*(A_i \mid x) &= U^*(A_i, F_1)\cdot\Big[1-\Phi\Big(\frac{m+a-A}{B}\Big)+\frac{A-m+a}{2a} \\ &\cdot\Big\{\Phi\Big(\frac{m+a-A}{B}\Big)-\Phi\Big(\frac{m-a-A}{B}\Big)\Big\} \\ &+\frac{1}{2a}\cdot\frac{B}{\sqrt{2\pi}}\cdot\Big\{e^{-\frac{(m+a-A)^2}{2B^2}}-e^{-\frac{(m-a-A)^2}{2B^2}}\Big\}\Big] \\ &+U^*(A_i, F_2)\cdot\Big[\Phi\Big(\frac{m-a-A}{B}\Big) \\ &-\frac{A-m-a}{2a}\cdot\Big\{\Phi\Big(\frac{m+a-A}{B}\Big)-\Phi\Big(\frac{m-a-A}{B}\Big)\Big\} \\ &+\frac{1}{2a}\cdot\frac{B}{\sqrt{2\pi}}\cdot\Big\{e^{-\frac{(m+a-A)^2}{2B^2}}-e^{-\frac{(m-a-A)^2}{2B^2}}\Big\}\Big]. \end{aligned}$$

최적 행동을 결정하기 위해서 $distance(x) = U^*(A_1 \mid x)-U^*(A_2 \mid x)$를 각 행동의 효용의 차이라 정의하면 $distance(x)$가 양수일 경우 A_1이 최적 행동이고 음수일 경우 A_2가 최적 행동이다. 만약 퍼지-베이지안 방법이 멤버십 함수에 민감하다면 멤버십 함수의 범위를 결정하는 상수 a에 따라 최적 행동이 달라질 것이며 이 경우 $distance(x)=0$이 되는 값 또한 변화가 많을 것이다. 멤버십 함수에 따른 민감도를 조사하기 위해 멤버십 함수의 결정 범위인 a를 1, 2, 5, 10으로 변화시키면서 결정의 민감도를 연구하였다. 각각의 a 에 대한 $distance(x)=0$이 되는 x 값에 대한 것은 표 3.2와 같다.

$\xi(\theta)$	$f(x \mid \theta)$	a	$distance(x)=0$이 되는 x값
$N(0,1)$	$N(\theta,1)$	1	0.602214
$N(0,1)$	$N(\theta,1)$	2	1.008701
$N(0,1)$	$N(\theta,1)$	5	2.5
$N(0,1)$	$N(\theta,1)$	10	5

표 3.2 멤버십 함수에 따른 민감도

이 표에서 멤버십 함수의 값 a가 1, 2, 5, 10 으로 변해감에 따라서 $distance(x)=0$ 이 되는 x의 값이 민감하게 변하고 있음을 알 수 있다. 다음 사전 분포 함수에 따른 민감도를 조사하기 위해 θ의 사전 분포 함수의 분산을 1, 4, 9, 16 으로 변화시키면서 결정의 민감도를 연구하였다. 각각의 분산에 대한 $distance(x)=0$를 계산한 결과 다음의 표 3.3과 같다. θ의 사전 분포 함수의 분산의 범위가 1, 4, 9, 16으로 변함에 따라 $distance(x)=0$이 되는 x의 값이 민감하게 변하고 있음을 알 수 있다. 다음 θ에 대한 사전분포가 주어졌을 때 x의 분포에 따른 민감도를 알아보기 위하여 x의 조건부 확률분포의 분산을 1, 4, 9, 16 으로 변화시키면서 결정의 민감도를 연구하였다. 각각의 분산에 대한 $distance(x)=0$을 계산한 결과 다음의 표 3.4와 같이 얻어졌다.

$\xi(\theta)$	$f(x \mid \theta)$	a	$distance(x)=0$이 되는 x값
$N(0,1)$	$N(\theta,1)$	1	0.602214
$N(0,1)$	$N(\theta,1)$	1	0.4311747
$N(0,1)$	$N(\theta,1)$	1	0.3986417
$N(0,1)$	$N(\theta,1)$	1	-0.7551367

표 3.3 θ의 사전 분포에 따른 민감도

$\xi(\theta)$	$f(x \mid \theta)$	a	$distance(x)=0$이 되는 x값
$N(0,1)$	$N(\theta,1)$	1	0.602214
$N(0,1)$	$N(\theta,4)$	1	1.724699
$N(0,1)$	$N(\theta,9)$	1	3.587775
$N(0,1)$	$N(\theta,16)$	1	6.194054

표 3.4 x의 조건부 확률분포에 따른 민감도

x의 조건부 확률분포에서 분산의 범위가 1, 4, 9, 16으로 변해감에 $distance(x)=0$

이 되는 x의 값이 민감하게 변하고 있음을 알 수 있다. 여기서 θ의 사전분포의 분산이 4일 때 x의 조건부 확률분포의 분산을 1, 4, 9, 16 으로 변화시키면서 결정의 민감도를 연구하였다. 각각의 분산에 대한 $distance(x)=0$을 계산한 결과 다음의 표 3.5와 같이 얻어졌다.

$\xi(\theta)$	$f\ (x \mid \theta)$	a	$distance(x)=0$이 되는 x값
$N(0,4)$	$N(\theta,1)$	1	0.602214
$N(0,4)$	$N(\theta,4)$	1	0.9767627
$N(0,4)$	$N(\theta,9)$	1	1.827457
$N(0,4)$	$N(\theta,16)$	1	2.998982

표 3.5 x의 조건부 확률분포에 따른 민감도

θ의 사전분포의 분산이 4로 주어졌을 때 x의 분포에서 분산의 범위가 1, 4, 9, 16으로 변해감에 따라 $distance(x)=0$이 되는 x의 값이 민감하게 변하고 있음을 알 수 있지만 그 변화의 정도가 θ의 사전분포의 분산이 1인 경우에 비해 많이 둔감해져 있다.

θ의 사전 분포 $\xi(\theta)$가 균등분포 $U\ (p,\ q)$(단 $p<q$)를 따르고, $f\ (x \mid \theta)$ 가 $N(\theta,\ \tau^2)$ 를 따르는 경우 θ의 사후 분포는 다음과 같이 얻어진다.

$$\xi(\theta \mid x) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi\tau^2}} e^{-\frac{(x-\theta)^2}{2\tau^2}}}{\Phi\left(\frac{q-x}{\tau}\right) - \Phi\left(\frac{p-x}{\tau}\right)} .$$

$\Phi\left(\frac{q-x}{\tau}\right) - \Phi\left(\frac{p-x}{\tau}\right) = A$ 라 두면 퍼지-베이즈 규칙은 다음과 같이 계산되어진다.

$$\begin{aligned} P(F_1 \mid x) &= \frac{1}{A}\left\{\Phi\left(\frac{q-x}{\tau}\right) - \Phi\left(\frac{m+a-x}{\tau}\right)\right\} + \frac{-m+a+x}{2aA} \\ &\quad \cdot \left\{\Phi\left(\frac{m+a-x}{\tau}\right) - \Phi\left(\frac{m-a-x}{\tau}\right)\right\} \\ &\quad - \frac{1}{2aA} \cdot \frac{\tau}{\sqrt{2\pi}} \cdot \left\{e^{-\frac{(m+a-x)^2}{2\tau^2}} - e^{-\frac{(m-a-x)^2}{2\tau^2}}\right\}, \\ P(F_2 \mid x) &= \frac{1}{A}\left\{\Phi\left(\frac{m-a-x}{\tau}\right) - \Phi\left(\frac{p-x}{\tau}\right)\right\} + \frac{m+a-x}{2aA} \\ &\quad \cdot \left\{\Phi\left(\frac{m+a-x}{\tau}\right) - \Phi\left(\frac{m-a-x}{\tau}\right)\right\} \\ &\quad - \frac{1}{2aA} \cdot \frac{\tau}{\sqrt{2\pi}} \cdot \left\{e^{-\frac{(m+a-x)^2}{2\tau^2}} - e^{-\frac{(m-a-x)^2}{2\tau^2}}\right\}. \end{aligned}$$

또 각각의 행동의 기대 효용값은 다음과 같다.

$$U^*(A_1 \mid x) \equiv U^*(A_1, F_1)P(F_1 \mid x) + U^*(A_1, F_2)P(F_2 \mid x),$$

$$U^*(A_2 \mid x) \equiv U^*(A_2, F_1)P(F_1 \mid x) + U^*(A_2, F_2)P(F_2 \mid x),$$

$$\begin{aligned} U^*(A_i \mid x) &= U^*(A_i, F_1)\Big[\frac{1}{A}\Big\{\Phi\Big(\frac{a-x}{\tau}\Big) - \Phi\Big(\frac{m+a-x}{\tau}\Big)\Big\} \\ &\quad + \frac{-m+a+x}{2aA}\Big\{\Phi\Big(\frac{m+a-x}{\tau}\Big) - \Phi\Big(\frac{m-a-x}{\tau}\Big)\Big\} \\ &\quad - \frac{1}{2aA} \cdot \frac{\tau}{\sqrt{2\pi}} \cdot \Big\{e^{-\frac{(m+a-x)^2}{2\tau^2}} - e^{-\frac{(m-a-x)^2}{2\tau^2}}\Big\}\Big\} \\ &\quad + U^*(A_i, F_2) \cdot \Big[\frac{1}{A}\Big\{\Phi\Big(\frac{a-x}{\tau}\Big) - \Phi\Big(\frac{m+a-x}{\tau}\Big)\Big\} \\ &\quad + \frac{m+a-x}{2aA} \cdot \Big\{\Phi\Big(\frac{m+a-x}{\tau}\Big) - \Phi\Big(\frac{m-a-x}{\tau}\Big)\Big\} \\ &\quad - \frac{1}{2aA} \cdot \frac{\tau}{\sqrt{2\pi}} \cdot \Big\{e^{-\frac{(m+a-x)^2}{2\tau^2}} - e^{-\frac{(m-a-x)^2}{2\tau^2}}\Big\}\Big]. \end{aligned}$$

따라서 사전 분포가 정규분포를 따르는 경우와 같이 $distance(x) = 0$인 경우의 x를 알면 x에 따른 최적의 행동의 알 수 있다. 멤버십 함수에 따른 민감도를 조사하기 위해 멤버십 함수의 결정 범위인 a를 1, 2, 5, 10으로 변화시키면서 결정의 민감도를 연구하였다. 각각의 a 에 대한 $distance(x) = 0$을 계산한 결과 다음의 표 3.6과 같이 얻어졌다.

$\xi(\theta)$	$f(x \mid \theta)$	a	$distance(x) = 0$이 되는 x값
$U(-10, 10)$	$N(\theta, 1)$	1	0.1957895
$U(-10, 10)$	$N(\theta, 1)$	2	0.4080407
$U(-10, 10)$	$N(\theta, 1)$	5	1.249581
$U(-10, 10)$	$N(\theta, 1)$	10	2.5

표 3.6 $\xi(\theta)$가 균등분포인 경우 멤버쉽 함수에 따른 민감도

멤버십 함수의 결정 범위인 a가 1, 2, 5, 10 으로 변해감에 따라서 $distance(x)$=0이 되는 x의 값이 변화하기는 하지만 표3.2에서 보는 것처럼 $\xi(\theta)$가 정규분포인 경우보다는 훨씬 둔감함을 알 수 있다. θ가 주어졌을 때 x의 분포에 따른 민감도를 알아보기 위하여 a=1로 고정하고 θ의 분산이 1일 때 x의 함수의 분산을 1, 4, 9, 16 으로 변

화시키면서 결정의 민감도를 연구하였다. 각각의 분산에 대한 $distance(x)=0$를 계산한 결과 다음의 표 3.7과 같이 얻어졌다.

$\xi(\theta)$	$f\ (x \mid \theta)$	a	$distance(x)$=0distance(x)=0이 되는 x값
$U(-10,10)$	$N(\theta,1)$	1	0.1957895
$U(-10,10)$	$N(\theta,4)$	1	0.3060125
$U(-10,10)$	$N(\theta,9)$	1	0.4378265
$U(-10,10)$	$N(\theta,16)$	1	0.5776098

표 3.7 $\xi(\theta)$가 균등분포인 경우 x의 조건부 확률분포에 따른 민감도

θ가 주어졌을 때 x의 조건부분포에서 분산의 범위가 1, 4, 9, 16으로 변해감에 따라서 $distance(x)=0$이 되는 x의 값이 변화하기는 하지만 표3.4나 표3.5에서 보는 것처럼 $\xi(\theta)$가 정규분포인 경우보다는 훨씬 둔감함을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구 결과 퍼지-베이즈 의사결정은 사전분포가 정규분포이든지 균등분포이든지 퍼지 조건의 멤버십 함수의 결정범위가 증가할 때 민감하게 바뀌는 것을 볼 수 있었다. 하지만 $\xi(\theta)$가 정규분포인 경우보다는 균등분포인 경우에 그 변화가 덜 민감함을 알 수 있다. 사전분포 함수가 정규분포를 따를 때 사전분포 함수의 분산이 증가하면 그 결정은 민감하게 변화하며, 사전분포 함수가 주어져 있을 때 x의 분산이 증가함에 따라 결정 또한 민감한 것을 알 수 있다. 추후에 멤버십 함수와 사전 분포가 다른 여러 가지 분포를 따르는 경우에도 퍼지-베이즈 의사결정이 얼마나 민감하게 반응하는지 연구가 진행되어야 할 것이다.

참고문헌

1. Okuda, T., Tanaka, H. and Asai, K.(1978). A Formulation of Fuzzy Decision Problem with Fuzzy Information using Probability Measures of Fuzzy Events, *Information and Control*, 38,135-147.
2. Tanaka, H., Okuda, T. and Asai, K.(1979), Fuzzy information and Decision in Statistical Model, *Advanced in Fuzzy set theory and applications* (editors : Gupta, M. M., Ragade, R. K. and Yager, R. R.), 303-320.
3. Terano, T., Asai, K. and Sugeno, M.(1992). *Fuzzy systems theory and*

its application, Academic Press.

4. Zadeh, L. A.(1968). Probability Measures of Fuzzy Events, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 23, 421-427.

[2003년 11월 접수, 2004년 2월 채택]