

센서/액츄에이터 배치를 고려한 구조-제어 통합최적설계 Structure-Control Combined Optimal Design with S/A Collocation

박 중 현

J. H. Park

Key Words : Combined Optimal Design(통합최적설계), Optimal Structure(최적구조), Vibration Control(진동제어), 3-D Truss Structure(3차원트러스구조물), S/A Collocation(센서-액츄에이터 동 방향 배치)

Abstract : A structure-control combined optimal design problem is discussed taking a 3-D truss structure as a design object. We use descriptor forms for a controlled object and a generalized plant because the structural parameters appear naturally in these forms. We consider not only minimum weight design problem for structure system, but also suppression problem of the effect of disturbances for control system as the purpose of the design. A numerical example shows the validity of combined optimal design of structure and control systems. We also consider the validity of sensor-actuator collocation for control system design in this paper.

1. 서 론

구조-제어시스템의 통합최적설계는 고도의 기계구조물을 설계하는데 있어 유력한 동적설계수법의 하나이다. 특히, 인공위성이나 우주 스테이션으로 대표되는 제어가 어려운, 유연구조, 대규모 시스템인 유연우주구조물 등의 설계에는 적절한 수법으로 고려되어진다. 이러한 대규모 구조물의 설계에서는 경량설계라는 구조설계사양과 진동의제 등의 엄격한 제어시스템사양이 존재한다. 그러나 구조물이 경량일 경우 강성이 낮으므로 미소한 외란에 의해서도 진동이 발생한다. 또한, 감쇠가 작기 때문에 일단 발생한 진동은 수축하기 어렵다는 결점이 있다. 그러한 진동에 대하여 제진특성을 확보하기 위하여는 제어시스템설계에 대한 부담이 증가한다. 역으로 제어시스템설계에 대한 부담을 작게 하기 위해서는 구조물의 강성을 높일 필요가 요구되며, 결과적으로 구조중량이 증가한다. 이러한 경우와 같이 구조설계와 제어설계 분야에 밀접한 관련이 있는 경우, 구조-제어시스템을 통합적으로 설계할 필요가 있다^{1,2)}.

일반적으로 이러한 문제는 설계대상을 상태방정식으로 기술하여 취급해왔다. 본 논문에서는 설계

대상의 표현에 있어 디스크립터(descriptor) 형식을 사용한다. 디스크립터(descriptor) 형식은 시스템에 나타나는 변수사이의 동적, 정적 관계의 자연스러운 기술을 가능하게 함으로써, 변수간의 결합 및 물리정수의 배치에 유래하는 구조시스템의 더욱 우수한 모델링을 가능하게 한다³⁾.

본 연구에서는, 3차원 트러스 구조물을 유한요소법에 의해 모델링화 한 것을 설계대상으로 하여 구조-제어시스템의 통합최적설계문제를 다룬다. 구조시스템의 평가함수는 구조중량이며, 제어시스템의 평가함수는 진제 페루프시스템의 외란에서 제어출력까지의 전달함수의 H^{∞} norm 이다. 통합 최적설계문제의 평가함수는 구조-제어시스템 평가함수의 가중인자포함 선형함수로 한다. 이 평가함수를 최소화함으로써 구조중량과 제어성능의 균형이 잡힌 최적설계가 가능하다고 생각되어진다. 최적설계문제에 있어서의 설계변수로는 트러스 부재의 단면적을 채용하여, 수치 시뮬레이션을 통하여 본 설계법의 유효성을 보인다. 그리고 제어 시스템 설계에 있어서의 센서-액츄에이터 동위치-동방향 배치에 관한 유용성에 대하여 고찰한다.

2. 시스템 모델링

본 논문에서는, 재질 및 구조적 배치는 변화하지 않는 n 개의 부재로부터 구성되는 입체 트러스 구조물을 설계대상으로 한다. 유한요소법에 의해

접수일 : 2003년 10월 8일
박중현(책임저자) : 신리대학교 자동차기계공학과
E-mail : sky@silla.ac.kr, Tel : 051-309-5727

모델링하면 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$M_s \ddot{q} + D_s \dot{q} + K_s q = L_1 w + L_2 u \quad (1)$$

여기서 M_s, D_s, K_s 는 각각 질량, 감쇠, 강성행렬, q, L_1, w, L_2, u 는 절점변위벡터, 외란입력 배치행렬, 외란입력, 조작입력배치행렬, 조작입력이다. 다음으로, x 디스크립터변수, z 제어출력, y 관측출력으로 하여, 식(1)을 디스크립터(descriptor)방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$E \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \quad (2)$$

$$z = C_1 x + D_{12} u \quad (3)$$

$$y = C_2 x + D_{21} w \quad (4)$$

$$E = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & M_s \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_s & -D_s \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ L_1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ L_2 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix}$$

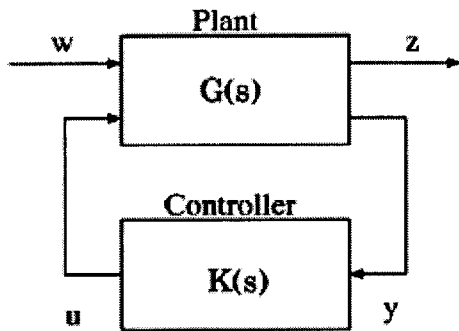


Fig. 1 H^∞ control system

D_{12}, D_{21} 는 $D_{12}^T D_{12} > 0, D_{21} D_{21}^T > 0$ 를 만족하는 행렬이며, 첨자 T 는 전치행렬을 의미한다.

본 연구에서는 외란의 영향을 억제하기 위하여 H^∞ 제어시스템을 설계한다. H^∞ 제어문제란, Fig. 1과 같은 폐루프시스템의 외란입력 w 에서 제어출력 z 까지의 전달함수행렬 T_{zw} 의 H^∞ norm이, 이 때 주어진 $r > 0$ 에 대하여 다음의 식을 만족하는 내부안정인 H^∞ 컨트롤러 $K(s)$ 를 구하는 문제이다.

$$N = \|T_{zw}\|_\infty < r \quad (5)$$

$$\|T_{zw}\|_\infty = \sup_w \sigma_{\max}(T_{zw}(j\omega))$$

여기서 $\sigma_{\max}(T_{zw})$ 는 T_{zw} 의 최대특이값이다. 주파수영역에서 정의되어진 식(5)의 사양은 다음과 같이 시간영역에서 표현가능하다.

$$\int_0^\infty z^T(t)z(t)dt < r^2 \int_0^\infty w^T(t)w(t)dt \quad (6)$$

식(6)의 우변이 시스템에 대한 외란의 영향을 나타내므로, r 값이 작을수록 외란에 의한 진동의 영향을 억제하는 것이 가능하다.

다음과 같은 두개의 대칭인 Riccati방정식을 생각한다(식7,9)^{4,5)}.

$$(A - B_2 D_{12}^* C_1)^T X + X^T (A - B_2 D_{12}^* C_1) - X^T (B_2 R_{12}^{-1} B_2^T - r^{-2} B_1 B_1^T) X + (D_{12}^* C_1)^T (D_{12}^* C_1) = 0 \quad (7)$$

$$E^T X = X^T E \geq 0 \quad (8)$$

$$(A - B_1 D_{21}^* C_2) Y + Y^T (A - B_1 D_{21}^* C_2)^T - Y^T (C_2 R_{21}^T C_2^T - r^{-2} C_1 C_1^T) Y + (B_1 D_{21}^*) (B_1 D_{21}^*)^T = 0 \quad (9)$$

$$E Y = Y^T E^T \geq 0 \quad (10)$$

$$R_{12} = D_{12}^T D_{12} > 0, R_{21} = D_{21} D_{21}^T > 0$$

$$D_{12}^* = R_{12}^{-1} D_{12}^T, D_{12}^+ = I - D_{12} D_{12}^*$$

$$D_{21}^* = D_{21}^T R_{21}^{-1}, D_{21}^+ = I - D_{21}^* D_{21}$$

이두개의 Riccati방정식을 만족하는 해 X, Y 가 존재하며, 또한, 다음이 성립한다고 가정한다.

$$\det(I_n - r^{-2} Y X) \neq 0, Z = (I_n - r^{-2} Y X)^{-1} \geq 0 \quad (11)$$

이때, 다음과 같은 H^∞ 컨트롤러가 존재한다.

$$E \dot{x}_k = A_k x_k + B_k y \quad (12)$$

$$u = C_k x_k + D_k y \quad (13)$$

$$A_k = A - B_k C_2 + r^{-2} Y^T C_1^T C_1 + (B_2 + r^{-2} Y^T C_1^T D_{12}) C_k$$

$$B_k = (Y^T C_2^T + B_1 D_{21}^*) R_{21}^{-1}$$

$$C_k = R_{12}^{-1} \{ D_{12}^T C_1 + (B_2 + r^{-2} Y^T C_1^T D_{12})^T Z \}$$

$$D_k = 0$$

3. 최적설계문제

본 연구에서는 구조시스템에 대한 최소중량설계 문제와 제어시스템의 외란에 의한 영향 억제문제를 설계목적으로 생각한다. 대상구조물로서 트러스 구조물을 채용하면 시스템의 질량, 감쇠, 강성 행렬은 트러스 부재 단면적의 함수로 모델링이 가능하다^{6,7)}. 구조 평가함수를 전체구조중량 W , 제어 평가함수를 H^∞ norm N 으로 한다.

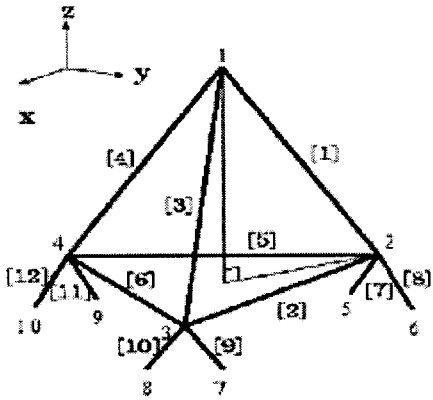


Fig. 2 3-D truss structure

Fig. 2에 보이는 3차원 트러스 구조물을 설계대상으로 한다. 유연구조물인 3차원 트러스 구조물은 이하와 같은 무차원화 되어진 사양을 가진다고 가정한다.

- 장부재 길이 ($a_j; j=1, \dots, 6$) 10
- 단부재 길이 ($a_s; s=7, \dots, 12$) $2\sqrt{2}$
- 밀도 (ρ) 1.0
- 종탄성계수 (E) 10^5

Fig. 2의 구조물에서, 질점5~10은 각각 x, y, z 방향에 고정되어 있다. 또한, 구조감쇠특성은 다음과 같이 정의한다.

$$D(a) = 0.001M_s + 0.001K_s$$

구조 평가함수 W 는 부재의 밀도, 길이, 단면적을 ρ_i, l_i, a_i 라고 하면, 다음과 같이 계산된다.

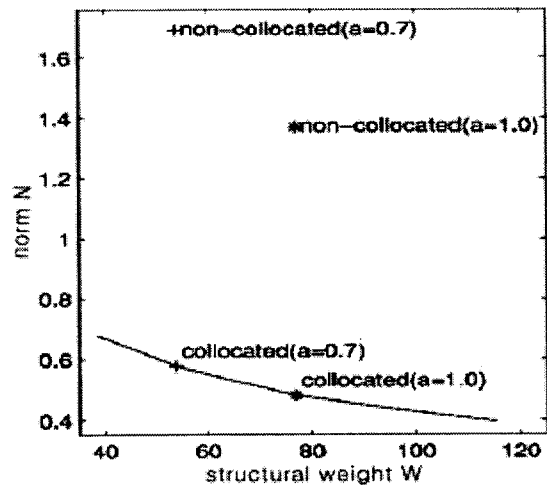
$$W(a) = \sum_{i=1}^n \rho_i l_i a_i \tag{14}$$

N 은 구조물에 대하여 식(15)의 구간에서 r 이 테이션을 사용하여 H^∞ 최적제어문제를 풀었을 경우의 r 의 최소값으로 한다.

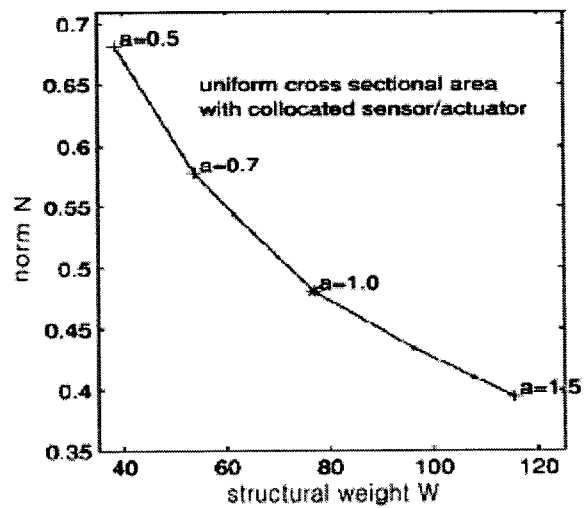
$$0 < r \leq 10 \tag{15}$$

3.1 센서-액추에이터 콜로케이션

센서와 액추에이터가 동위치-동방향으로 배치 (이것을 콜로케이션 이라고 부른다)되어진 구조물은 최소위상시스템이 된다. 즉, 불면영점의 실수부가 모두 마이너스인 시스템이다. 최소위상시스템은 그렇지 않은 시스템과 비교하여 제어시스템 설계에 있어 우수하다고 알려져 있다⁸⁾. 이 절에서는 모든 트러스 부재가 동일단면적을 가진 구조시스템에 대하여, 제어 평가함수 N 만을 최소화하는 제어시스템 설계를 실시한다. 그리고 제어시스템 설계에 있어 중요한 센서와 액추에이터의 배치문제에 대하여 고찰해 본다.



(a) Comparison between collocated case and non-collocated case



(b) Collocated case

Fig. 3 Relation between weight W and norm N (uniform cross sectional area)

Fig. 3(a)의 결과로부터, 센서-액츄에이터 콜로케이션 (S/A Collocation) 되어진 구조물이 그렇지 않은 구조보다 제어시스템 설계에 있어 우수하다는 사실을 알 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 이후부터 Fig. 2대상구조물의 최적설계문제를 고찰함에 있어, 센서와 액츄에이터가 콜로케이션 되어진 조건 절점1의 x, y, z 방향에 센서가 배치되어 변위를 측정하며, 절점1에 액츄에이터가 x, y, z 방향으로 배치되어 제어입력을 가하는 것으로 한다. Fig. 3(b)는 모든 트러스 부재가 동일단면적인 몇 가지 경우에 대한 구조중량 W 와 H^∞ norm N 의 관계를 나타낸다. 결과로부터 두 평가함수는 서로 경합하는 관계에 있다는 사실을 알 수 있다. 즉, 구조중량 W 가 커지면 norm N 값은 보다 작은 해를 얻을 수 있으며, 역으로 구조중량이 작아지면 H^∞ norm N 값은 커진다는 사실을 나타낸다.

3.2 통합최적설계

통합최적설계문제에서의 평가함수 J 를 정규화 되어진 W 와 N 의 선형함수로 하여 다음식과 같이 정의한다.

$$J(a) = w_W W(a) + w_N N(a) \quad (16)$$

w_W, w_N 은 구조, 제어시스템의 평가함수에 대한 가중인자이며, 본 연구에서의 통합최적설계문제를 다음과 같이 기술한다.

$$\min_a J(a) = w_W W(a) + w_N N(a)$$

$$\text{subject to } \begin{cases} \text{There exists } X \text{ in Eq. (7)} \\ \text{There exists } Y \text{ in Eq. (9)} \\ \text{Eqs. (8), (10) and (11) satisfied} \\ a^{\min} \leq a \leq a^{\max} \end{cases} \quad (17)$$

설계변수로 부재단면적 a 를 채용하며, a^{\min}, a^{\max} 는 단면적의 하한값, 상한값이다. 평가함수 J 를 최소화함으로써, 구조중량과 제어성능의 균형잡힌 최적설계를 실현 가능하게 한다. 최적화문제를 실행하는 방법으로는 비선형문제에 대한 심플렉스법을 이용한다^{9,10}. 각 부재 단면적의 제약조건을 다음과 같다.

$$0.5 \leq a_i \leq 2 \quad (i=1, \dots, 12) \quad (18)$$

먼저, 각 부재의 단면적이 $a_i=1.0(i=1, \dots, 12)$ 로 동일한 경우를 생각한다. 이러한 구조를 초기구조

라고 한다. 초기구조에 대한 구조중량 W 는 76.971이며, 식(15)에 해당하는 구간조건에서 계산되어진 N 값은 0.483이다.

가중인자를 이하와 같이 설정하여 통합최적설계를 실행한다.

$$(w_W, w_N) = (0.01, 4.0) \quad (19)$$

이 설정(case1)에서의 최적화 결과, 평가함수 J 가 최소값을 가질 경우의 구조중량 W 는 79.094, 제어성능의 평가함수인 N 값은 0.381이었다. 초기구조와 비교하여 제진성능은 향상되었으나, 구조중량은 증가하였다. 이 경우의 트러스 부재의 단면적을 Fig. 4에, 평가함수의 수축양상을 Fig. 5에 나타낸다.

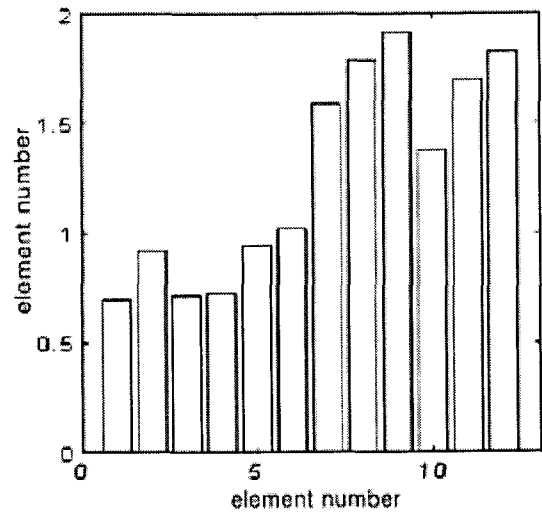


Fig. 4 Distribution of cross sectional areas

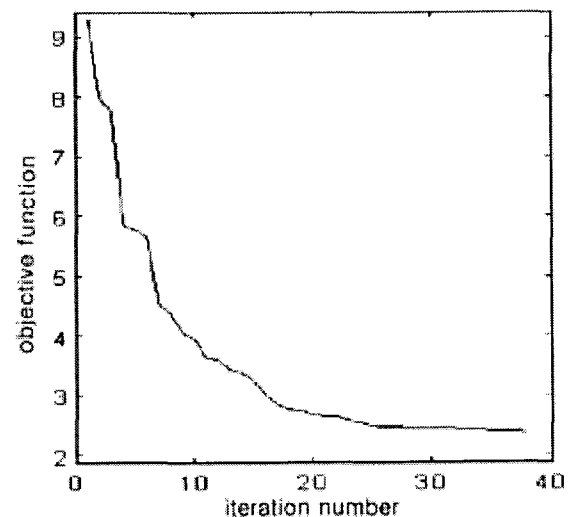


Fig. 5 Behavior of the objective function to convergence

다음으로, 가중인자를 이하와 같이 설정(case2) 하여

$$(w_w, w_N) = (0.01, 2.0) \quad (20)$$

최적화한 결과, w 가 74.076, N 가 0.392이었다. 초기구조와 비교하여, 구조중량을 감소시키고, 외란에 의한 진동에 대한 제진성능을 향상시키는 설계가 가능함을 확인하였다. 이 경우의 트러스 부재의 단면적을 Fig. 6에, 평가함수의 수축양상을 Fig. 7에 나타낸다.

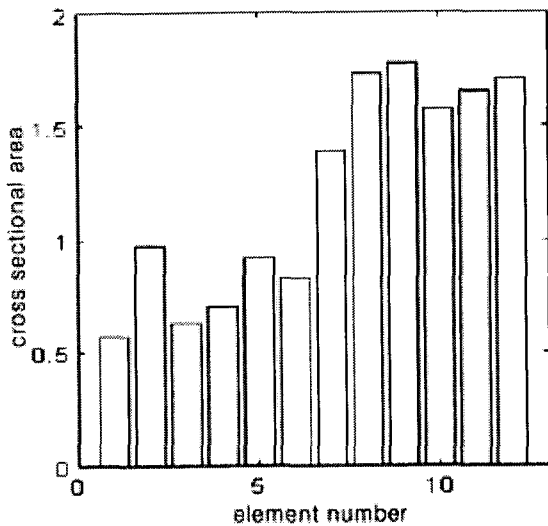


Fig. 6 Distribution of cross sectional areas

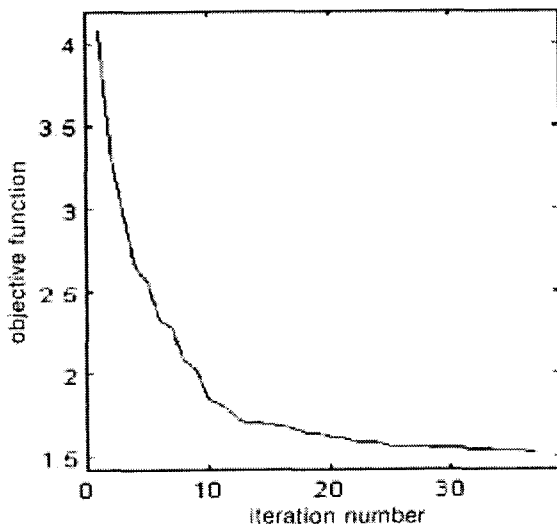


Fig. 7 Behavior of the objective function to convergence

다음으로, N 값과 제어성능에 관하여 고찰해 보겠다. 절점 2, 3, 4의 y 방향에 펄스외란이 가해진다

고 가정하여, 절점1의 y 방향 변위 시간응답을 나타낸다. Fig. 8은 초기상태인 경우의 시간응답이며, Fig. 9는 case1의 통합최적설계를 실시하여 얻어진 구조물에 대한 시간응답을 나타낸다. 또한, Fig. 10은 case2의 구조물에 대한 시간응답을 나타낸다. 통합최적설계 전후의 시간응답을 비교하면, 통합최적설계 되어진 경우가 외란이 입력된 시점에 있어 절점1의 y 방향 변위에 미치는 영향이 작다는 것을 알 수 있다.

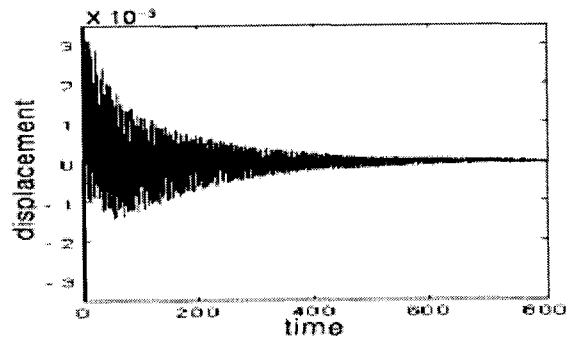


Fig. 8 Pulse response of displacement at node 1 (before optimal design)

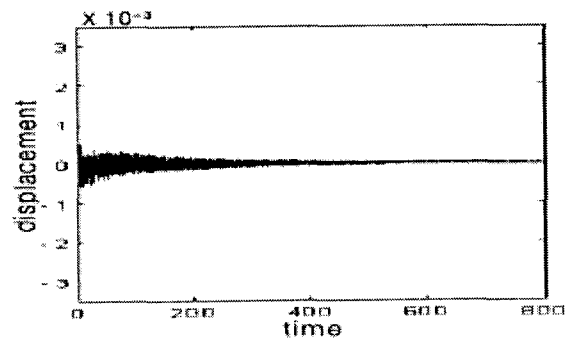


Fig. 9 Pulse response of displacement at node 1 (after optimal design)

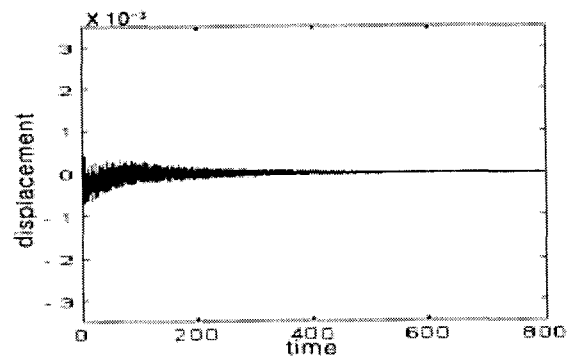


Fig. 10 Response of displacement at node 1 (after optimal design)

4. 결 론

본 연구에서는 디스크립터(descriptor) 방정식으로 표현되는 시스템에 대하여 구조-제어 통합최적설계법을 제안하였다. 설계법에서의 평가함수로써, 구조 평가함수와 제어 평가함수의 가중인자포함 선형합을 사용하여, 외란에 대한 제진성능을 향상 시킴과 동시에 구조중량을 저감 시킬 수 있는 최소중량설계를 가능하게 하였다. 또한, 제어시스템 설계에 있어 센서-액츄에이터 콜로케이션의 유효성에 대하여도 고찰하였다.

사 사

이 연구는 2002학년도 신라대학교 교내학술연구비 지원으로 이루어 졌음.

참고 문헌

1. J. H. Park, 2002, "Combined Optimal Design of Structure-Control Systems by Sliding Mode Control", Journal of the KSPE, Vol. 19, No. 10, pp. 45~51.
2. J. Onoda. and R. T. Haftka, 1987, "An Approach to Structure/Control Simultaneous Optimization for Large Flexible Spacecraft", AIAA Journal, vol. 25, no. 8, pp. 1133~1138.
3. M. Ikeda, 1985, "System Theory based on Descriptor Form", SICE Journal, Vol. 24, No. 7, pp. 597~604.
4. K. Takaba and T. Katayama, 1995, "Descriptor System and H^∞ Control", SICE Journal, Vol. 34, No. 9, pp. 733~740.
5. J. E. Keh and M. H. Lee, 2002, "Robust Controller Design for a Stabilized Head Mirror", International Journal of the KSPE, Vol. 3, No. 4, pp. 78~86.
6. M. Petri, 1990, Introduction to Finite Element Vibration Analysis, Cambridge University Press, pp. 231~392.
7. Y. C. Park, G. C. Lee, D. S. Park and D. H. Lee, 2002, "The Strength Evaluation of TiNi/Al6061 Composite by Using Finite

- Element Method", Journal of the KSPE, Vol. 19, No. 2, pp. 72~78.
8. M. Ikeda and K. Takeuchi, 1994, "Controller Design for Space Structure with Collocated Sensors and Actuators", SICE Journal, Vol. 30, No. 10, pp. 1209~1215.
9. Y. Yoshise, 1994, "Optimization Method for Convex Programming Problem", Trans. of ISCIE, Vol. 38, No. 3, pp. 155~160.
10. M. J. Box, D. Davies and W. H. Swann, 1972, Non Linear Optimization Methods, Bahjukan Press, pp. 47~125.