

스파이럴 그루브 드라이 가스 시일의 윤활 성능해석 - Part II: 그루브 설계 파라미터의 상세 성능평가

이안성[†] · 양재훈* · 최동훈**

한국기계연구원 회전체그룹, *LG.PHILIPS LCD 기구설계1팀, **한양대학교 기계공학부

Lubrication Performance Analyses of Spiral Groove Dry Gas Seals - Part II: Detailed Performance Evaluation of Groove Design Parameters

An Sung Lee[†], Jae-Hun Yang* and Dong-Hoon Choi**

Rotor Dynamics Group, Korea Institute of Machinery and Materials

**Mechanism Design 1 Team, LG.PHILIPS LCD*

***School of Mechanical Engineering, Hanyang University*

Abstracts – Applying a general Galerkin FE lubrication analysis method to spiral groove dry gas seals, this study intends to analyze in detail the effects of groove design parameters, such as a spiral angle, groove width ratio, groove radius ratio, groove depth ratio, and groove taper ratio, on the lubrication performances of an opening force, leakage, axial stiffness and damping, and angular stiffness and damping at low and high rotating speeds: 3,600 and 15,000 rpm. Results show that, for the primary design consideration performances such as the opening force and axial and angular stiffnesses, a spiral angle of 25°, a groove width ratio of 0.46, a groove radius ratio of 1.1, a groove depth ratio of 1.0, and a groove taper ratio of 0.0 are preferred. Where the recommended relatively low values of groove depth and taper ratios are to keep the axial and angular dampings positive or higher than 0 particularly at the high rotating speed.

Key words – spiral groove, dry gas seal, lubrication performance, Galerkin FE analysis, opening force, leakage, axial stiffness and damping, angular stiffness and damping, spiral angle, groove width ratio, groove radius ratio, groove depth ratio, groove taper ratio.

1. 서 론

가스를 윤활 매체로 하는 비접촉 미케니컬 페이스 시일들은 흔히 드라이 가스 시일로 불린다. 드라이 가스 시일은 60년대 후반 가스 베어링 개념으로부터 출발하여, 70년대 항공용 가스터빈에서 압축기로부터 블리드(bleed)된 압축 공기의 베어링 내 유입 최소화를 통한 전체 윤활 시스템의 경량화를 목적으로 개발 적용되었다. 현재는 극한 또는 오염환경에서 운전되는 터보·유체기계를 위한 정밀 누설제어 부품으로 크게 주목받고 있으며, 그 적용 분야가 폭 넓게 확대되어 가

고 있다[1-3].

정유·석유화학 플랜트 등의 상업용 터보·유체기계에 적용되는 드라이 가스 시일은 유해한 유체를 취급하는 믹서, 펌프, 압축기 등에서 시일 시스템 내에 완충(buffer) 또는 차단(barrier) 가스를 주입해 작업 유체의 완전 배출제로(zero-emission)를 달성하는 한편, 에너지와 유지보수 비용절감을 위해 활용된다. 그리고 우주·항공 분야의 고성능 터보기계에 적용되는 드라이 가스 시일은 특히 압력과 속도가 매우 높아 보통의 미케니컬 페이스 시일들이 심각하게 과열(overheating) 되는 분야에서 가장 큰 적용 가능성을 보여준다[4]. 드라이 가스 시일이 탁월한 성능을 보이는 이유는 실링(sealing) 인터페이스가 액체 필름 부상 비접촉 또는

[†]주저자 · 책임저자 : aslee@kimm.re.kr

고체 접촉 기계적 페이스 시일 보다 매우 작은 마찰 열을 발생하는 안정성 높은 매우 얇은 가스 필름을 갖는다는 것이다. Shapiro 등[5]은 스파이럴 그루브 가스 시일이 액체 산화제(liquid oxygen, LOX) 터보펌프에 대한 가장 중요한 적용 후보임을 보고한 바 있다. 이는 스파이럴 그루브 가스 시일이 누설을 효과적으로 억제하고 액체 산화제 환경에서 재난적인 폭발 사고를 일으킬 수 있는 러빙(rubbing) 접촉을 방지할 수 있는 성능을 보였기 때문이다.

1970년대 이래 윤활 문제의 해석도구로 유한요소법이 보편적으로 사용되고 있다. 유한요소법은 복잡한 형상의 구현이 쉬울 뿐 아니라 다양한 경계조건의 체계적인 취급이 가능하고, 특히 시일 면에 음각된 그루브와 같은 기하 형상의 불연속 문제에도 용이하게 적용될 수 있는 장점이 있다. 유한요소 윤활해석 정식화에는 원래 보존계의 구조해석에서 유래한 변분원리[6-8]와 함께 유체나 열전달 문제와 같은 비보존계의 모델 정식화에도 일반적 제약 없이 강력히(weak formulation) 적용될 수 있는 Galerkin 유한요소법[9-16]이 사용될 수 있으며, 현재 후자가 보다 널리 사용되고 있다.

일반적으로, 평범한 윤활 면을 갖는 가스 윤활 트라이보-요소에서는 가스의 점성이 액체에 비해 상당히 작아(2 order less) 안정된 윤활 필름 형성에 필요한 충분한 유체동압 효과가 발생하기 어렵다. 이의 극복을

위해, 드라이 가스 시일은 흔히 Fig. 1과 같은 스파이럴 그루브 기하 형상의 유체동압 자기부상 메카니즘(hydrodynamic self-acting lifting mechanism)을 채택하고 있으며, 이는 스파이럴 그루브가 타 형상에 비해 최적의 설계성능을 갖기 때문이다. 최근, 스파이럴 그루브를 채택한 드라이 가스 시일의 설계진보는 시일의 안전성과 신뢰성을 충분히 향상시켜서 이들 시일이 비용과 성능의 모든 관점에서 액체 시일보다 우수한 선택이 되게 하고 있다. 드라이 가스 시일의 대표적 윤활 성능지표인 개방력, 누설량, 축방향 강성과 감쇠, 그리고 각(angular)방향 강성과 감쇠에 영향을 줄 수 있는 설계 파라미터로는 운전속도, 시일 면의 코닝(coning), 그루브의 개수, 스파이럴 각도, 그리고 그루브의 폭비, 반경비, 깊이비, 테이퍼비 등이 있다.

선행 Part I [17] 연구에서는 원통 좌표계 압축성 Reynolds 방정식에 대한 윤활 필름의 섭동을 고려한 Galerkin 유한요소 윤활 성능해석 기법이 제시되었으며, 이를 스파이럴 그루브 드라이 가스 시일에 적용하여 저속 3,600 rpm과 고속 15,000 rpm에서 코닝과 그루브의 개수가 시일의 윤활 성능지표에 미치는 영향이 해석 평가되었다. 해석결과, 일차적인 설계고려 성능인 개방력 그리고 축방향과 각방향 강성 측면에서, 음(-) 또는 작은 코닝과 많은 수의 그루브 개수가 우수한 설계임이 확인되었다.

본 Part II 연구에서는 선행 Part I 연구의 Galerkin 유한요소 윤활 성능해석 기법을 스파이럴 그루브 드라이 가스 시일에 적용하여 스파이럴 그루브의 상세 설계 파라미터인 스파이럴 각도, 그리고 그루브의 폭비, 반경비, 깊이비, 테이퍼비가 저속 3,600 rpm과 고속 15,000 rpm의 두 속도에서 시일의 개방력, 누설량, 축방향 강성과 감쇠, 그리고 각방향 강성과 감쇠의 윤활 성능지표에 미치는 영향이 상세 해석 평가된다.

2. 스파이럴 그루브의 설계 파라미터

Fig. 1(a)에서 그루브의 경계를 형성하는 스파이럴의 지배함수[18]는

$$r = r_0 e^{\theta \tan \alpha} \quad (1)$$

여기서, 스파이럴 각도, α 는 스파이럴의 연장선과 외경원의 접선 사이의 각도이며, W_g 와 W_r 는 외경원에서 그루브와 리지(ridge)의 폭(또는 원호길이)을 나타낸다. r_i , r_g , r_o 는 각각 내반경, 그루브 반경, 외반경이다.

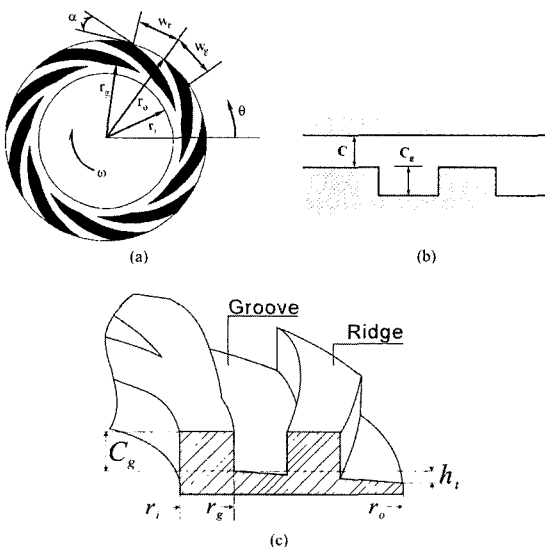


Fig. 1. Geometry and design parameters of a spiral groove face seal: (a) Face geometry, (b) Groove depth definition, (c) Groove taper definition.

Fig. 1(b)에서 C 는 평형상태 랜드 또는 리지 시일 틈새, 그리고 C_g 는 그루브 깊이를 나타낸다. 그리고 Fig. 1(c)에서 h 는 그루브 테이퍼 높이를 나타낸다. 이상에서 정의된 형상 설계인자(또는 변수) 들로부터 스파이럴 각도 외에 그루브의 중요한 설계 파라미터인 그루브 폭비(L_g), 반경비(R_g), 깊이비(H_g), 테이퍼비(H_i)가 다음으로 정의된다.

$$L_g = \frac{W_g}{W_g + W_r}$$

$$R_g = \frac{r_g}{r_i}$$

$$H_g = \frac{C_g}{C}$$

$$H_i = \frac{h_i}{C_g}$$

3. 해석결과 고찰

Galerkin 유한요소 유틸 성능해석 기법을 스파이럴 그루브 드라이 가스 시일에 적용하여, 그루브의 설계 파라미터인 스파이럴 각도, 그루브의 폭비, 반경비, 깊이비, 그리고 테이퍼비가 시일의 대표적 성능지표인 개방력, 누설량, 축방향 강성과 감쇠, 그리고 각방향 강성과 감쇠에 미치는 영향을 저속 3,600 rpm과 고속 15,000 rpm에 대해 상세 해석하였다.

Fig. 2(a)와 2(b)는 해석에 사용된 스파이럴 그루브 시일의 형상과 유한요소 메쉬를 보여주며, 시일의 정

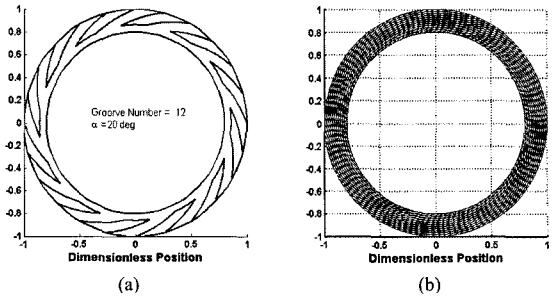


Fig. 2. A spiral groove seal face: (a) Geometry, (b) FE mesh.

- (2) 확한 기하형상 설계인자와 운전조건은 Table 1에 정리되어 있다. 상세 성능해석에 사용된 그루브 설계 파라미터들의 기준 값은 $\alpha = 20^\circ$, $L_g = 0.5$, $R_g = 1.075$, $H_g = 1$, $H_i = 0$ 이다.

3-1. 스파이럴 각도의 성능특성

Fig. 3으로부터, 개방력은 스파이럴 각도가 증가함에 따라 저속에서는 $\alpha = 32^\circ$ 까지 증가하여 거의 일정한 값으로 수렴하며, 고속에서는 $\alpha = 25^\circ$ 까지 증가하여 그 후 서서히 감소하는 경향을 보인다. Fig. 4로부터, 누설량은 스파이럴 각도가 증가함에 따라 저속에서는 $\alpha = 32^\circ$ 까지 증가하여 거의 일정한 값을 유지하며, 고속에서는 $\alpha = 20^\circ$ 까지 증가하여 그 후 감소하는 경향을 보인다. Fig. 5로부터, 스파이럴 각도가 증가함에 따라, 축방향 강성은 저속에서는 $\alpha = 29^\circ$ 까지 서서히 증가하여 그 후 서서히 감소하고 고속에서는 $\alpha = 20^\circ$ 까지 증가하여 그 후 서서히 감소하며, 각방향 강성은 저속에서는

Table 1. Geometric parameters and operating conditions of a gas spiral groove face seal [19]

Seal geometry	Inner radius	$r_i = 0.07112$ m
	Groove radius	$r_g = 0.076454$ m
	Outer radius	$r_o = 0.0889$ m
	Seal clearance	$C = 2.54$ μ m
	Groove depth	$C_g = 2.54$ μ m
	Spiral angle	$\alpha = 20^\circ$
	Groove width ratio	0.5 ($W_g = W_r$)
	Number of grooves	$N_g = 12$
Operating condition	Viscosity	$\mu = 10.963 \times 10^{-6}$ Pa·s
	Inner pressure	$p_i = 0.1013$ MPa
	Outer pressure	$p_o = 0.505$ MPa
	Rotating speed	$\omega = 3600$ or 15000 rpm
	Compressibility number	$\Lambda = 60$ or 250 for $p_{ref} = p_o$
Number of elements for 1/12 seciton		651 (31 × 21)

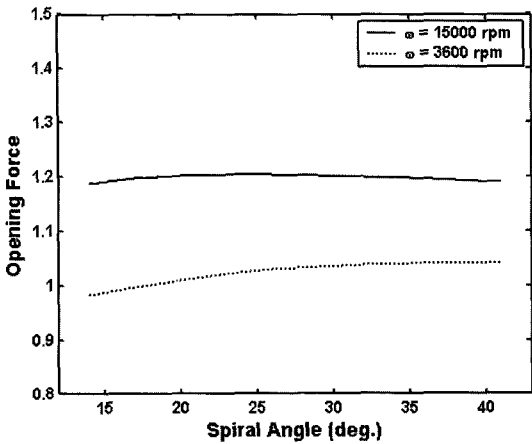


Fig. 3. Opening force vs. spiral angle at 3,600 and 15,000 rpm.

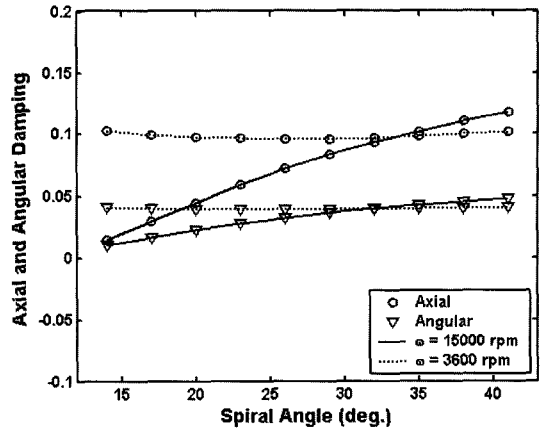


Fig. 6. Axial and angular dampings vs. spiral angle at 3,600 and 15,000 rpm.

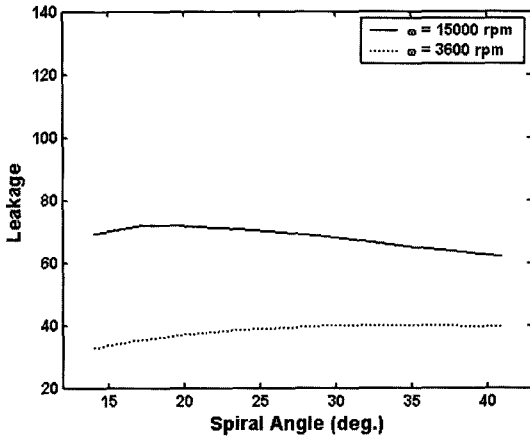


Fig. 4. Leakage vs. spiral angle at 3,600 and 15,000 rpm.

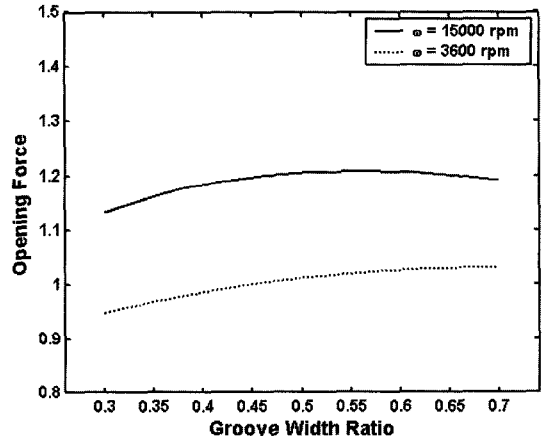


Fig. 7. Opening force vs. groove width ratio at 3,600 and 15,000 rpm.

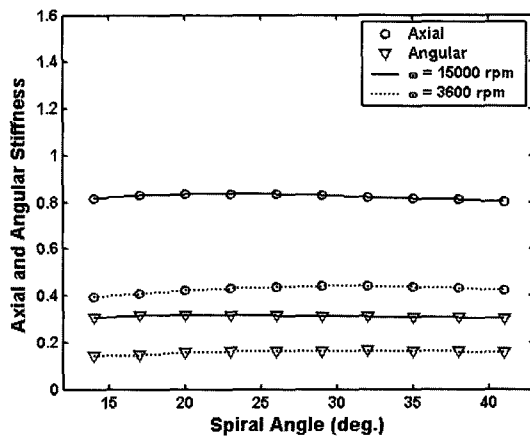


Fig. 5. Axial and angular stiffnesses vs. spiral angle at 3,600 and 15,000 rpm.

$\alpha = 32^\circ$ 까지 서서히 증가하여 거의 일정한 값을 유지하고 고속에서는 $\alpha = 20^\circ$ 까지 미소하게 증가하여 거의 일정한 값을 유지하는 경향을 보인다. Fig. 6으로부터, 스파이럴 각도가 증가함에 따라, 축방향과 각방향 감쇠는 저속에서는 모두 $\alpha = 25^\circ$ 까지 감소하여 그후 서서히 증가하며 고속에서는 모두 연속적으로 증가하는 경향을 보인다.

3-2. 그루브 폭비의 성능특성

Fig. 7로부터, 개방력은 그루브 폭비가 증가함에 따라 저속에서는 연속적으로 증가하며, 고속에서는 $L_r = 0.54$ 까지 증가하여 그후 감소하는 경향을 보인다. Fig. 8로부터, 누설량은 그루브 폭비가 증가함에 따라 저속에서는 연속적으로 증가하며, 고속에서는 $L_r = 0.58$ 까지

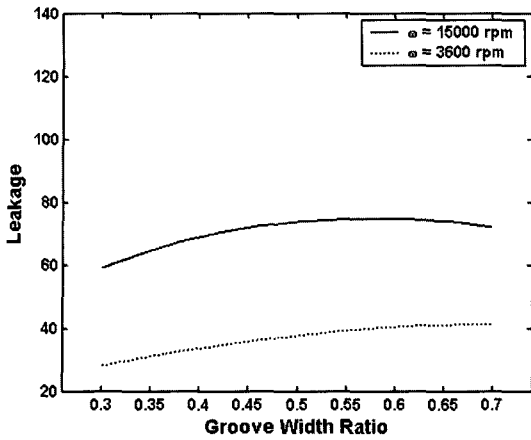


Fig. 8. Leakage vs. groove width ratio at 3,600 and 15,000 rpm.

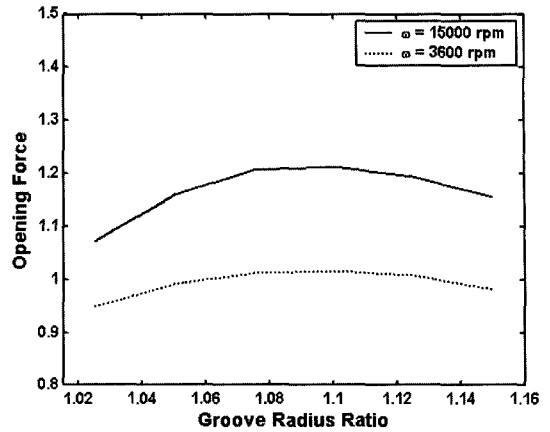


Fig. 11. Opening force vs. groove radius ratio at 3,600 and 15,000 rpm.

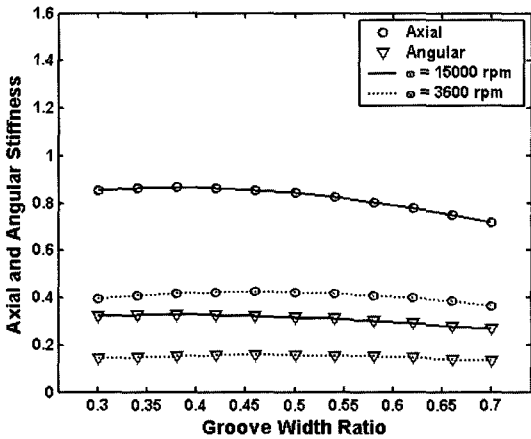


Fig. 9. Axial and angular stiffnesses vs. groove width ratio at 3,600 and 15,000 rpm.

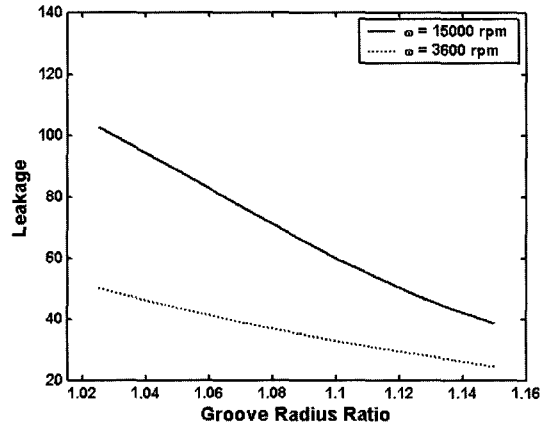


Fig. 12. Leakage vs. groove radius ratio at 3,600 and 15,000 rpm.

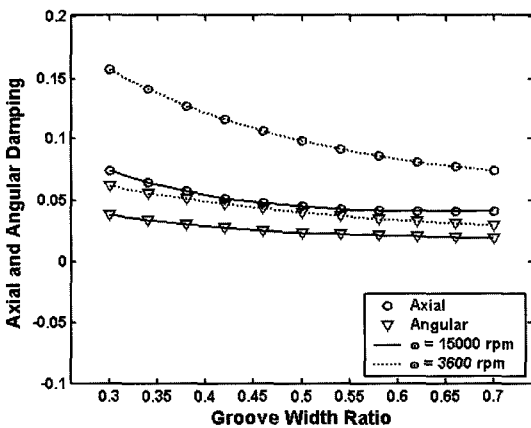


Fig. 10. Axial and angular dampings vs. groove width ratio at 3,600 and 15,000 rpm.

지 증가하여 그후 감소하는 경향을 보인다. Fig. 9로부터, 그루브 폭비가 증가함에 따라, 축방향 강성은 저속에서는 $L_r=0.46$ 까지 증가하여 그후 감소하고 고속에서는 $L_g=0.38$ 까지 증가하여 그후 감소하며, 각방향 강성은 저속에서는 $L_g=0.46$ 까지 서서히 증가하여 그후 서서히 감소하고 고속에서는 $L_g=0.38$ 까지 미소하게 증가하여 그후 감소하는 경향을 보인다. Fig. 10으로부터, 축방향과 각방향 감쇠는 그루브 폭비가 증가함에 따라 저속과 고속에서 모두 연속적으로 감소하는 경향을 보인다.

3-3. 그루브 반경비의 성능특성

Fig. 11로부터, 개방력은 그루브 반경비가 증가함에 따라 저속과 고속에서 모두 $R_g=1.1$ 까지 증가하여 그

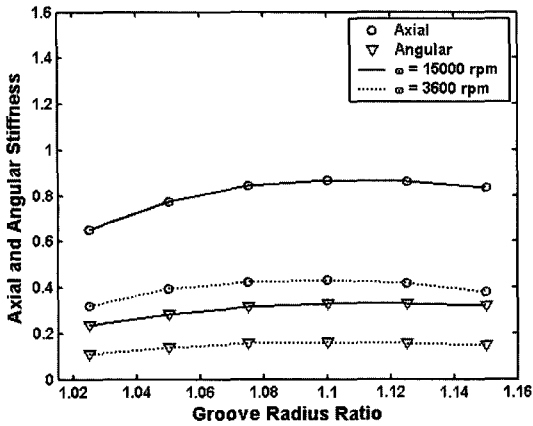


Fig. 13. Axial and angular stiffnesses vs. groove radius ratio at 3,600 and 15,000 rpm.

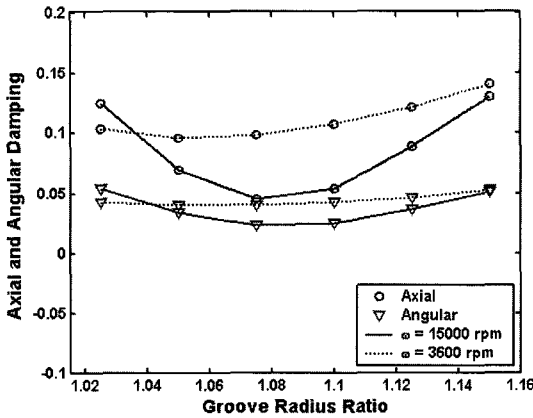


Fig. 14. Axial and angular dampings vs. groove radius ratio at 3,600 and 15,000 rpm.

후 감소하는 경향을 보인다. Fig. 12로부터, 누설량은 그루브 반경비가 증가함에 따라 저속과 고속에서 모두 거의 선형적으로 감소하는 경향을 보인다. Fig. 13으로부터, 그루브 반경비가 증가함에 따라, 축방향과 각방향 강성은 저속과 고속에서 모두 $R_g = 1.1$ 까지 증가하여 그후 감소하는 경향을 보인다. Fig. 14로부터, 그루브 반경비가 증가함에 따라, 축방향과 각방향 감쇠는 저속에서는 모두 $R_g = 1.05$ 까지 감소하고 그후 증가하며 고속에서는 모두 $R_g = 1.075$ 까지 감소하고 그후 증가하는 경향을 보인다.

3-4. 그루브 깊이비의 성능특성

Figs. 15, 16, 17로부터, 그루브 깊이비가 증가함에 따라, 개방력, 누설, 그리고 축방향과 각방향 강성은

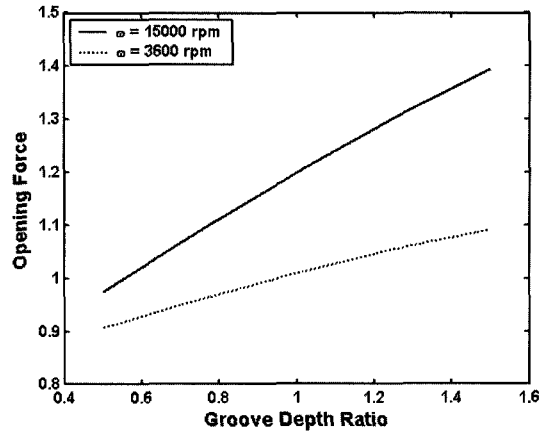


Fig. 15. Opening force vs. groove depth ratio at 3,600 and 15,000 rpm.

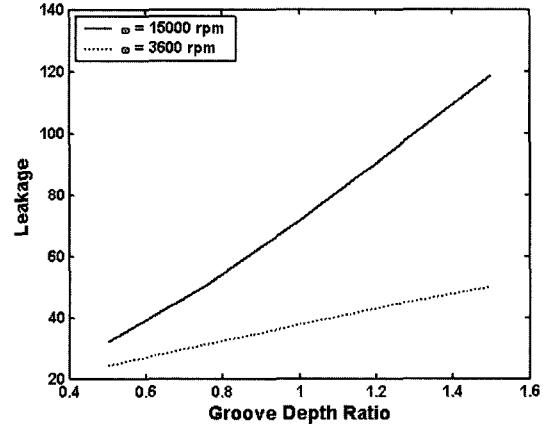


Fig. 16. Leakage vs. groove depth ratio at 3,600 and 15,000 rpm.

저속과 고속의 속도에 관계없이 모두 거의 선형적으로 증가하는 경향을 보인다. 그리고 Fig. 18로부터, 축방향과 각방향 감쇠는 그루브의 깊이비가 증가함에 따라 저속과 고속 모두에서 거의 선형적으로 감소하는 특성을 보인다. 그러나, 고속에서는 그루브 깊이비가 $H_g = 1.187$ 를 넘어 증가함에 따라 축방향 감쇠가 먼저 0 이하로 감소하는 것이 관찰되며, 따라서 고속 운전용 시일의 설계시 그루브 깊이비는 특정 값 이하로 제한되어야 한다.

3-5. 그루브 테이퍼비의 성능특성

Figs. 19, 20, 21로부터, 그루브 테이퍼비가 증가함에 따라, 개방력, 누설, 그리고 축방향과 각방향 강성은 저속과 고속의 속도에 관계없이 모두 거의 선형적

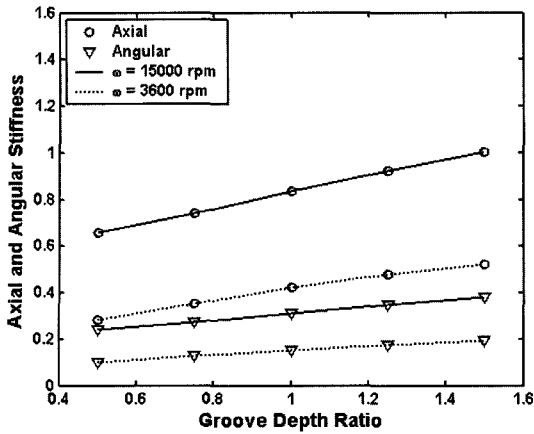


Fig. 17. Axial and angular stiffnesses vs. groove depth ratio at 3,600 and 15,000 rpm.

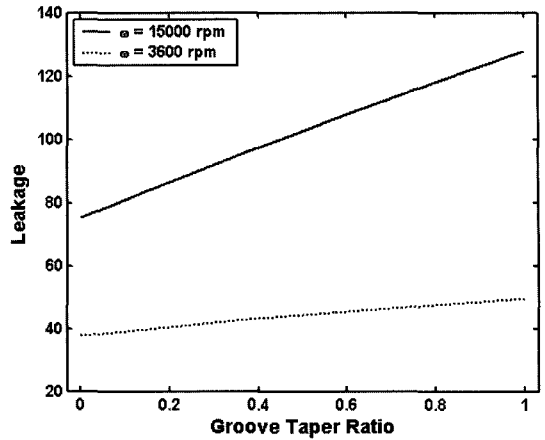


Fig. 20. Leakage vs. groove taper ratio at 3,600 and 15,000 rpm.

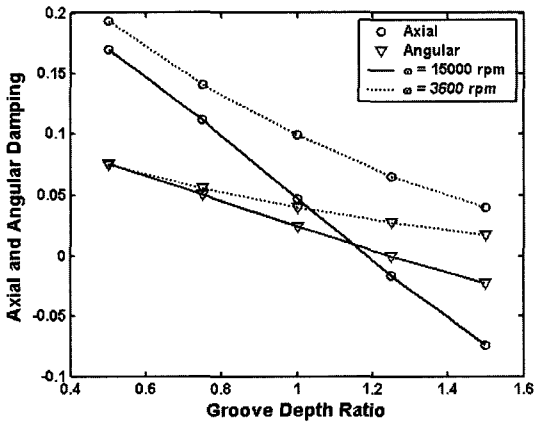


Fig. 18. Axial and angular dampings vs. groove depth ratio at 3,600 and 15,000 rpm.

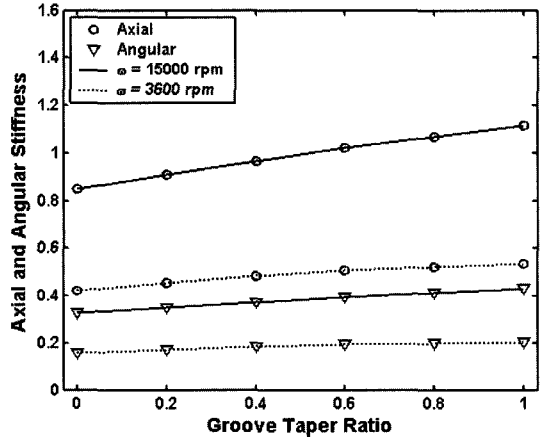


Fig. 21. Axial and angular stiffnesses vs. groove taper ratio at 3,600 and 15,000 rpm.

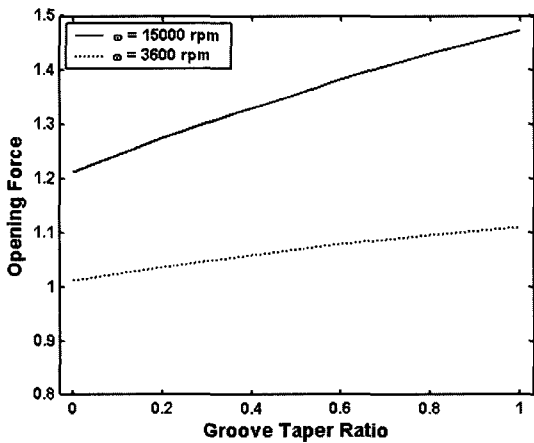


Fig. 19. Opening force vs. groove taper ratio at 3,600 and 15,000 rpm.

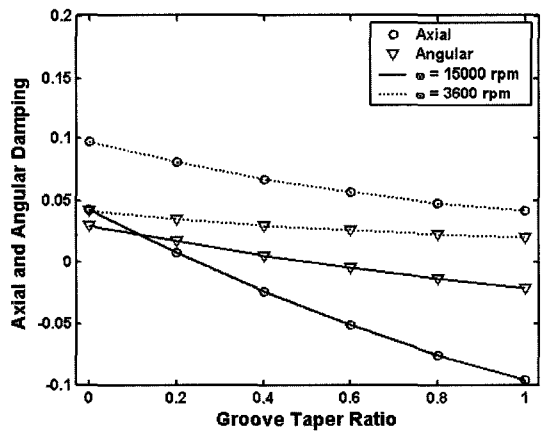


Fig. 22. Axial and angular dampings vs. groove taper ratio at 3,600 and 15,000 rpm.

으로 증가하는 경향을 보인다. 그리고 Fig. 22로부터, 축방향과 각방향 감쇠는 그루브 테이퍼비가 증가함에 따라 저속과 고속 모두에서 거의 선형적으로 감소하는 특성을 보인다. 그러나, 고속에서는 그루브 테이퍼 $H_t = 0.249$ 를 넘어 증가함에 따라 축방향 감쇠가 먼저 0 이하로 감소하는 것이 관찰되며, 따라서 고속 운전용 시일의 설계시 그루브 테이퍼비 또한 특정 값 이하로 제한되어야 한다.

4. 결 론

본 연구에서는 Galerkin 유한요소 윤활 성능해석 기법을 스파이럴 그루브 드라이 가스 시일에 적용하여, 그루브의 설계 파라미터인 스파이럴 각도, 그루브의 폭비, 반경비, 깊이비, 그리고 테이퍼비가 시일의 대표적 성능지표인 개방력, 누설량, 축방향 강성과 감쇠, 그리고 각방향 강성과 감쇠에 미치는 영향을 저속 3,600 rpm과 고속 15,000 rpm에 대해 상세 해석하였다. 해석결과, 드라이 가스 시일의 일차적인 설계고려 성능인 개방력 그리고 축방향과 각방향 강성 측면에서, 스파이럴 각도는 $\alpha = 25^\circ$, 그루브 폭비는 $L_g = 0.46$, 그루브 반경비는 $R_g = 1.1$, 그루브 깊이비는 $H_g = 1.0$, 그리고 그루브 테이퍼비는 $H_t = 0.0$ 가 선호된다. 여기서, $H_g = 1.0$ 과 $H_t = 0.0$ 의 비교적 낮은 값이 추천된 이유는 고속에서 축방향과 각방향 감쇠 값을 0 이상(양)으로 유지하기 위함이다.

후 기

본 연구는 과학기술부 민군겸용기술사업 “과제번호: M1-0209-00-0004”의 지원으로 수행되었습니다. 연구를 지원해주신 관계자 여러분께 감사사를 드립니다.

기호 약속

A^*	: area, [m ²]
A	: dimensionless area, A^*/r_o^2
C	: land or ridge seal clearance, [m]
C_g	: groove depth, [m]
d_{zz}	: axial damping, [N · s/m]
D_{zz}	: dimensionless axial damping, $(C\omega p_o r_o^2)d_{zz}$
d_{r,r^*}	: angular damping, [N · m · s/rad]

D_{rr}	: dimensionless angular damping, $(C\omega p_o r_o^4)d_{r,r^*}$
F^*	: opening force, [N]
F	: dimensionless opening force, $(1/p_o r_o^2)F^*$
h	: film thickness, [m]
h_t	: groove taper height, [m]
H	: dimensionless film thickness, h/C
H_g	: groove depth ratio, C_g/C
H_t	: groove taper ratio, h_t/C_g
k_{zz}	: axial stiffness, [N/m]
K_{ZZ}	: dimensionless axial stiffness, $(C/p_o r_o^2)k_{zz}$
k_{r,r^*}	: angular stiffness, [N · m/rad]
K_{rr}	: dimensionless angular stiffness, $(C/p_o r_o^4)k_{r,r^*}$
L_g	: groove width ratio, $W_g/(W_g+W_r)$
N_g	: number of groove
p	: pressure, [Pa]
P	: dimensionless pressure, p/p_o
Q_r^*	: radial leakage, [kg/s]
Q_r	: dimensionless radial leakage, $-(12\mu R_g T/C^3 p_o^2)Q_r^*$
r	: r -coordinate or radius
R	: dimensionless radius, r/r_o
R_g	: groove radius ratio, r_g/r_i , or gas constant, [N · m/kg · K]
T	: absolute temperature, [K]
W_g	: groove width
W_r	: ridge width
z	: z -coordinate or axial perturbed displacement of h
Z	: dimensionless axial perturbed displacement, z/C
α	: spiral angle
Λ	: compressibility number or seal operation parameter, $6\mu\omega r_o^2/p_o C^2$
μ	: fluid viscosity, [Pa · s]
ρ	: density, [kg/m ³]
ω	: rotating speed, [rad/s]
Subscripts	
g	= groove radius

- i = inner radius
 o = outer radius
 0 = equilibrium state

참고 문헌

- Gabriel, R. P., "Fundamentals of Spiral Groove Non-contacting Face Seals," *ASLE Lubrication Engineering*, Vol. 35, No. 7, pp. 367-375, 1979.
- Sedy, J., "Improved Performance of Film-Riding Gas Seals Through Enhancement of Hydrodynamic Effects," *ASLE Trans.*, Vol. 23, No. 1, pp. 35-44, 1980.
- Morrissey, C. P., "A New Shaft Sealing Solution for Small Cryogenic Pumps," *STLE Tribology Trans.*, Vol. 39, No. 4, pp. 964-968, 1996.
- Cai, W. X. and Shiomi, N., "Research on Performances of Spiral-Groove Gas Seal," *The 9th of International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery*, Honolulu, Hawaii, Feb. 10-14, 2002.
- Shapiro, W., Walowit, J., and Jones, H. F., "Analysis of Spiral-groove Face Seals for Liquid Oxygen," *ASLE Trans.*, Vol. 27., No. 3, pp. 177-188, 1984.
- Reddi, M. M., "Finite-Element Solution of the Incompressible Lubrication Problem," *ASME Trans. Journal of Lubrication Technology*, pp. 524-533, 1969.
- Reddi, M. M. and Chu, T. Y., "Finite Element Solution of the Steady State Compressible Lubrication Problem," *ASME Journal of Lubrication Technology*, Vol. 92, pp. 495-503, 1970.
- Booker, J. F. and Huebner, K. H., "Application of Finite Element Methods to Lubrication: An Engineering Approach," *ASME Journal of Lubrication Technology*, pp. 313-323, 1972.
- Cheng, H. S. and Pan, C. H. T., "Stability Analysis of Gas-Lubricated Self-Acting, Plain, Cylindrical, Journal Bearings of Finite Length, Using Galerkin's Method," *ASME Journal of Basic Engineering*, 1965.
- Zuk J., "Compressible Seal Flow Analysis Using the Finite Element Method with Galerkin Solution Technique," *ASLE Trans.*, Vol. 19, No. 1, pp. 61-71, 1975.
- Cook, R. B., Malkus, D. S., and Plesha, M. E., *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, John Wiley & Sons, Inc., 1989.
- 최병렬, 이안성, 최동훈, "미케니컬 페이스 실의 윤활 최적설계," *대한기계학회논문집 A권*, 제24권, 제12호, pp. 2989-2994, 2000.
- 최병렬, 이안성, 최동훈, "갤러킨 유한요소 해석법을 이용한 미케니컬 페이스 실의 윤활 성능해석," *대한기계학회논문집 A권*, 제25권, 제6호, pp. 916-922, 2001.
- Burnett, D. S., *Finite Element Analysis from Concepts to Applications*, Addison-Wesley Publishing Co., 1988.
- 이안성, 양재훈, 최동훈, "고차 형상함수를 이용한 가스 미케니컬 페이스 실의 윤활해석," *한국윤활학회 추계학술대회 논문집*, pp. 204-211, 2001.
- 이안성, 박무룡, 김영철, "저속 믹서용 드라이 가스 실의 FE 윤활해석," *한국윤활학회 춘계학술대회 논문집*, pp. 194-200, 2003.
- 이안성, 양재훈, 최동훈, "스파이럴 그루브 드라이 가스 실의 윤활 성능해석 - Part I: 유한요소 해석 및 기본 성능평가," *윤활학회지 게재예정*, 2004.
- Muijderman, E. A., *Spiral Groove Bearing*, Springer-Verlag, New York, 1966.
- Faria, M. T. C., *Finite Element Analysis of High-Speed Grooved Gas Bearings*, Ph.D. dissertation, Texas A&M University; College Station, TX, 1999.