퍼지 R.P.R(Relative Preference Ratio)기법을 이용한 건설프로젝트의 공법선정에 관한 연구

A Study on the Construction Method selecting scheme using Fuzzy Relative Preference Ratio method

이 동 운* · 김 경 활**
Lee, Dong-Un · Kim, Kyung-Whal

요 약

본 연구는 다기준의사결정문제인 건설 프로젝트의 공법선정문제에 있어서 퍼지계층분석법 및 그 결과 생성되는 각 공법별 퍼지 점수의 상대평가를 위해 퍼지 선호도 함수를 적용하여 상대평가를 하고자 하였다.
지금까지의 건설 공법 선정에 대한 퍼지계층분석법에 대한 연구는 대부분 최종적인 공법선정을 위해서 각 공법별로 도출된 퍼지 점수의 순위결정기법으로 절대평가를 수행하였다. 그러나 이러한 기법은 비교 대상공법에 대한 일관적인 순위결과를 산출해 내지 못하므로 결과적으로 공법선정과정의 전반적인 타당성을 저해하는 문제점을 지니고 있었다. 따라서 본 연구에서는 건설 분야의 MCDM(Multiple Criteria Decision Making)에 관한 기존의 연구들을 바탕으로 순위 결정기법에 R.P.R(Relative Preference Ratio)기법을 도입하여 각 공법에 대한 퍼지 점수를 상대 평가함으로써 체계적이고 효율적인 건설 공법선정기법을 제시하였고, 이를 창호공법의 선정문제에 적용하여 그 타당성을 살펴보았다.

키워드 : 퍼지계층분석법, R.P.R.기법, 퍼지, 퍼지선호도함수, 공법선정

1. 서 론

1.1 연구의 배경 및 목적

건설 프로젝트에서 최적의 공법선정은 성공적인 공사관리를 위한 가장 기본적인 요소이다. 하지만 국내 건설업체들은 경제성, 공기, 구조성능 등과 같은 정량적인 평가 기준들을 중심으로 공법을 선정하고 있는 것이 일반적이며, 계량적 측정이 어려운 정성적인 요소에 대해서는 거의 고려하지 않고 있는 실정이다. 그러므로 공법선정시 보다 과학적인 의사결정을 위해서는 현장과 관련된 공법정보를 바탕으로 전문가의 주관적인 요소까지 종합적으로 파악할 수 있는 분석방법이 요구된다.

최근 건설분야의 다기준 의사결정분야에서는 인간의 주관적 인식에 따른 애매성을 적극적으로 수치화하기 위해 Fuzzy기법[1]이 유용하게 사용되고 있다. 이러한 방법들은 주로 다양한 퍼지 영역에서 가중평균을 도출하는 순위결정기법(Ranking Method)을 사용함으로써 각 대안의 우선순위를 평가하고 있다. 그러나 순위결정기법은 퍼지수의 우선순위가 분명하지 않을 경우 적용방법에 따라 우선순위 역전현상을 유발함으로써 의사결정의 전반적인 타당성을 저해할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 퍼지함수들 간의 상대적인 선호도를 계산하기 위해 M.Mohammad와 S,N.Soheil에 의해 제안된 R.P.R(Relative Preference Ratio)기법을 사용하여 공법선정에 있어 우선순위 역전현상을 방지하고, 기존의 계층분석법[2]에 퍼지집합론의 이론적 특성을 결합시킨 퍼지계층분석법을 적용하여 기존의 정량적인 공법선정 방법들의 한계를 극복하고자 한다. 이를 위해 논리적 일관성을 향상시킬 수 있도록 퍼지한 스케일을 도입하고, 퍼지 선호도함수를 사용한 순위평가 방법과 절차를 제시하고자 한다.

1.2 연구의 범위 및 방법

본 연구는 R.P.R기법을 이용한 공법선정 프로세스 개발에 중점을 두고 수행하였으며, 이를 실제 현장에 적용하여 최적의 공법선정을 위한 통합적 의사결정모형을 제시하고자 한다. 따라서 본 연구는 R.P.R기법을 사용한 순위평가 의사결정모델을 개발하고, 이 모델을 창호공사의 공법선정에 적용하는 것을 연구의 범위로 한다. 사례연구의 대상은 원목과 알루미늄을 결합시킨

* 일반회원, (주)본 구조엔지니어링 이사, 공학박사
** 종신회원, 부산정보대학 건축디자인과, 조교수

1) 언어와 같이 애매한 상황을 정량적으로 표현하려는 이론으로 1965년 미국 버클리대학교의 L. A.자대(Zadeh) 교수에 의해 도입된 퍼지집합의 사고방식을 기초로 하고 있다.

2) 조직에 있어서의 의사결정과정을 분석하고 기술(記述)하여 이를 이론화하는 기술론(Analytic Hierarchical Method)

AL-WOOD 시스템창호들로서 공법선정을 위한 평가기준과 세부항목은 제조회사의 기본 데이터를 바탕으로 관련 전문가들의 합의를 바탕으로 선정하였다. 본 연구를 진행순서에 따라 요약하면 그림 1과 같다

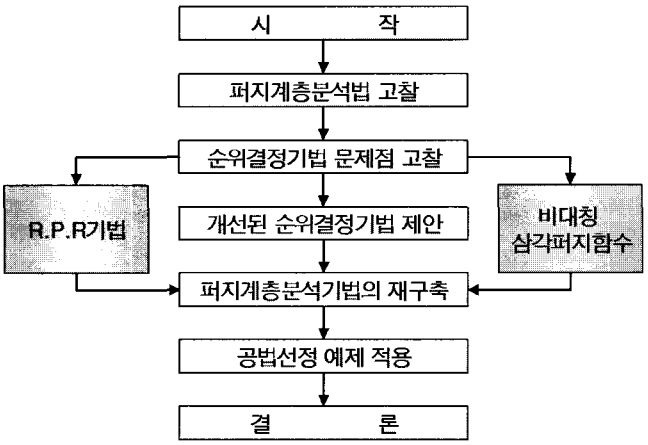


그림 1. 연구의 진행순서

2. 공법선정을 위한 퍼지계층분석법 고찰

2.1 퍼지계층분석법의 개념

퍼지계층분석법은 전문가의 정성적인 요소를 계량화하는 데 유용하게 적용될 수 있는 퍼지이론과 계층적 의사결정방법을 결합시킨 방법이다. 이 방법은 의사결정자의 선호정도를 퍼지한 스케일을 적용하여 분석함으로써 쌍대비교에 보다 친숙하게 적용할 수 있고, 또한 기존의 계층분석법보다 논리적 일관성을 향상시킬 수 있는 장점이 있다.[3] 일반적인 퍼지계층분석법의 수행순서는 그림 2와 같다.

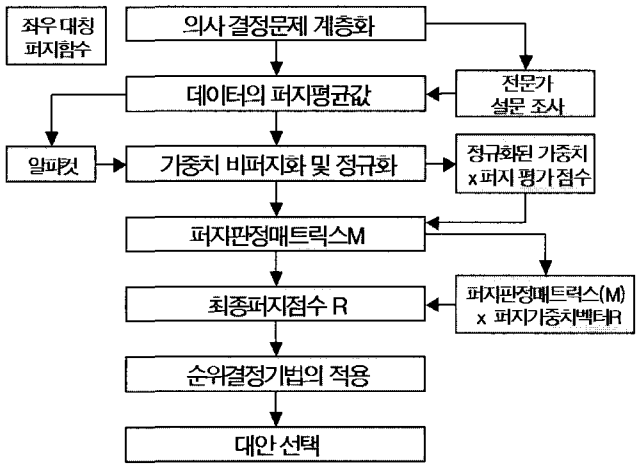


그림 2. 퍼지계층분석법의 수행순서

3) 이동운, 김영수, "Fuzzy AHP 기법을 이용한 건설공사의 코스트 리스크 분석에 관한 연구", 대한건축학회 논문집(구조계), 제19권 제4호, 2003, pp. 169 ~176

본 연구에서는 건설공법 선정을 위한 조사 중의 의사 결정자의 모호한 언어적 표현을 분석하기 위해서 간편하여 가장 널리 사용되는 삼각퍼지함수를 사용하였다. 삼각퍼지함수는 그림 3의 삼각퍼지함수 $\tilde{A}$와 같이 (L, M, U)의 순서쌍으로 구성되며, 소속도 함수$\mu_{\tilde{A}}(x)$는 식 (1)과 같다.

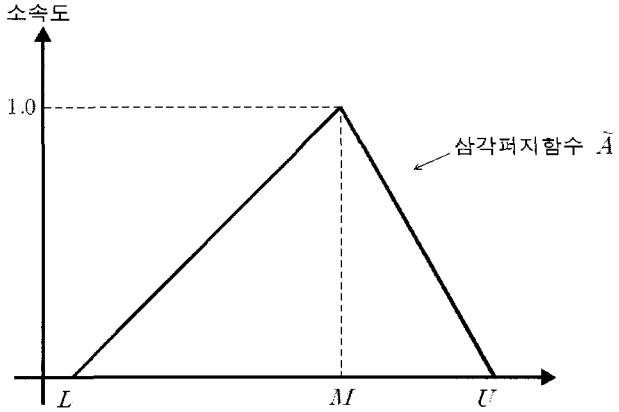


그림 3. 삼각퍼지함수

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases}0, & x<L\\ \dfrac{x-L}{M-L}, & L\le x\le M\\ \dfrac{U-x}{U-M}, & M\le x\le U\\ 0, & U<x\end{cases} \quad (1)$$

그러나 기존의 연구에서 주로 선택한 좌우 대칭 삼각퍼지함수와는 달리 본 연구에서는 의사결정자의 성향을 정밀하게 반영하기 위하여 좌우 비대칭 및 중복을 허용하는 삼각퍼지함수를 사용하였다. 이 경우 허용 가능한 삼각퍼지함수의 실례는 표 1과 같다.

표 1. 건설 공법선정의 비대칭 삼각퍼지함수의 예시

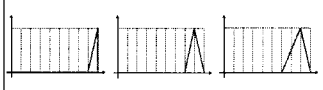
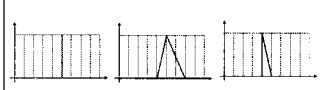
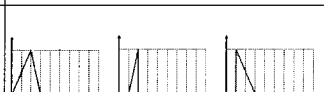
	공법점수			대응하는 삼각퍼지함수 그래프
	L	M	U	
좋음	8	9	9	
	7	8	9	
	6	8	9	
보통	5	5	5	
	4	5	7	
	4	4	5	
나쁨	0	2	3	
	1	2	2	
	1	1	3	

표 1과 같은 비대칭 삼각퍼지함수 및 퍼지삼각대수를 이용하여 퍼지계층분석법을 수행할 경우 각각의 건설공법의 최종 퍼지점수 R은 그림 4와 같은 비대칭 삼각퍼지함수가 된다. 그림 4에

서와 같이 비대칭 삼각함수들로 나타난 각 건설 공법간의 선호 순위는 직관적으로 판단이 불가능하다. 퍼지계층분석법에서는 이와 같은 문제점을 해결하기 위해 퍼지 순위결정기법을 사용하고 있으나 대다수의 방법들은 각각의 퍼지수를 절대값으로 치환하여 평가함으로써 좌우 비대칭 삼각퍼지함수를 사용할 경우에는 순위 역전 현상과 같은 결점을 가진다[4].

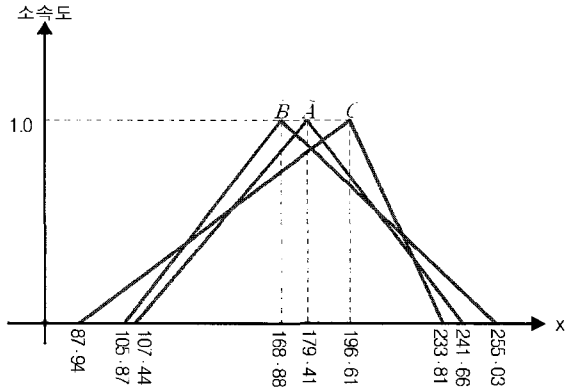


그림 4. 퍼지수 $\tilde{A}$, $\tilde{B}$, $\tilde{C}$

2.2 기존 퍼지 순위결정기법의 문제점

퍼지 순위결정기법은 다양한 퍼지 영역의 균형점을 찾아내어 n개 퍼지값의 최종 순위를 결정하는 방법이다. 특히 이 방법은 위의 그림 4와 같이 퍼지수의 순위가 기하학적으로 분명하지 않아 의사결정자의 선호표현이 부정확할 경우에 퍼지수의 순위를 결정하는 데 유용하게 적용되어진다.[4] 평가요소간의 선호정도를 파악하기 위하여 기존 연구에서 사용한 순위결정법들은 주로 다음과 같다.

(1) 알파컷기법

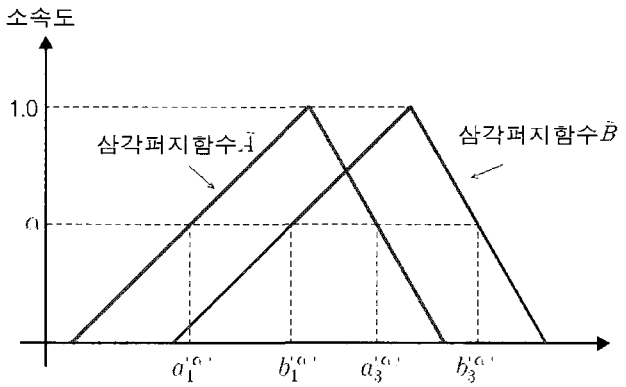


그림 5. 삼각형 퍼지수와 $\tilde{A}$, $\tilde{B}$ 와 알파컷

4) Mohammad, M., Soheil, S,N.,"Ranking fuzzy numbers by preference ratio",Fuzzy Sets and Systems, Vol. 118, Issues. 3, 2001, pp.429~436

알파컷기법은 주어진 신뢰 레벨 에 의존하여 퍼지수를 구간화함으로써 퍼지수 상호간의 순위를 결정하는 기법이다. 그림 5와 같이 알파컷기법은 주어진 두 퍼지수 $\tilde{A}$, $\tilde{B}$를 비교하기 위해, 일정한 가능성 이상을 의미하는 신뢰레벨 $\alpha \in [0,1]$을 선택한 후, 각각의 구간 $\tilde{A}^{\alpha}=[a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}]$, $\tilde{B}^{\alpha}=[b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}]$를 식 (2)에 의해 구한다.

$$\begin{aligned} \tilde{A}^{\alpha} &= [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}] = [(a_2-a_1)\alpha + a_1, -(a_3-a_2)\alpha + a_3] \\ \tilde{B}^{\alpha} &= [b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}] = [(b_2-b_1)\alpha + b_1, -(b_3-b_2)\alpha + b_3] \end{aligned} \quad (2)$$

이 때의 두 퍼지수 간의 순위는 $a_3^{(\alpha)} > b_3^{(\alpha)}$일 경우 $\tilde{A} > \tilde{B}$ 또는, 식 (3)과 같이 낙관지수(Optimism Index , λ)[5]를 사용하여 각각의 퍼지함수의 구간을 일반수화(Defuzzification)하여 비교한다.

$$\tilde{A}^{\alpha} = \lambda[(a_2-a_1)\alpha + a_1] + (1-\lambda)[-(a_3-a_2)\alpha + a_3] \quad (3)$$

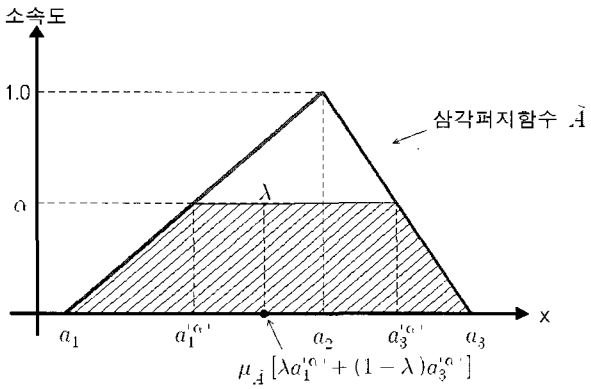


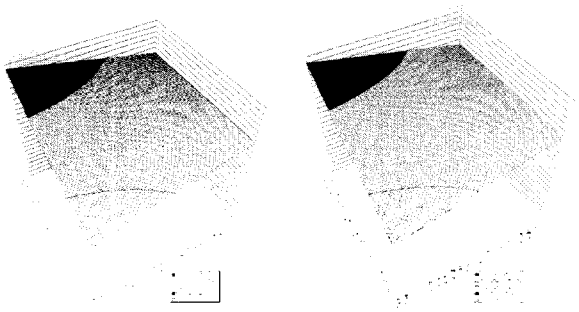
그림 6. 삼각퍼지함수의 신뢰레벨 α와 낙관지수 λ

그러나 각각의 퍼지함수에 대한 이러한 절대값의 비교는 비대칭 삼각함수의 경우에는 a, λ값의 변동에 따라 그 값의 변동이 심하여 프로젝트의 신뢰성이 저하된다. 그림 7은 A, B공법의 최종 퍼지점수 R이 표 2와 같이 비대칭 삼각퍼지함수가 될 경우 두 삼각퍼지함수의 알파컷 및 일반수화에 의한 선호도의 변동을 도식화 한 것이다.

표 2. A, B공법의 최종 퍼지점수 R의 예

퍼지점수 R	L	M	U
A공법	120.64957	178.98569	235.11706
B공법	121.36975	180.2003	232.61538

5) 낙관지수 λ는 구간화된 퍼지수에 대해 구간의 대표값을 설정하여 퍼지수의 일반수화를 이루기 위해 도입된다. 즉, a의 신뢰도를 가지는 퍼지수 $\tilde{A}$의 구간에서 100% 낙관할 수 있는 대표값은 식 (3)에서 λ=1일 경우 구간의 하한값 $a_1^{(\alpha)}$이 된다.



(a) A공법 알파컷 (b) B공법 알파컷

그림 7. A, B공법 알파컷에 의한 선호도 값의 변동

이를 보면 A공법의 선호도는 a, λ값의 변동에 따라 최소 178.986에서 최대 288.428로 109.442의 차를 보이며, B공법은 180.200에서 280.990까지 100.79의 차를 가지므로, 그 값의 변동이 최대값의 약 37%에 이르고 있다. 그림 8은 각각의 a, λ 값에서 A, B공법의 선호도 값의 차이를 도식화하였다. 그래프에서 z축 값이 0이상이면 A공법의 선호도가 B공법보다 높고, 0이하이면 그 반대로 설정하였다. 그 결과 a=0.22, λ=0.67시에는 두 공법의 선호도가 같았고, a와 λ값이 a=0.22, λ=0.67보다 작아질 때는 B공법에 대한 A공법의 선호도가 증가하였으며, 그 반대의 경우는 감소하여 순위역전 현상이 발생하였다.

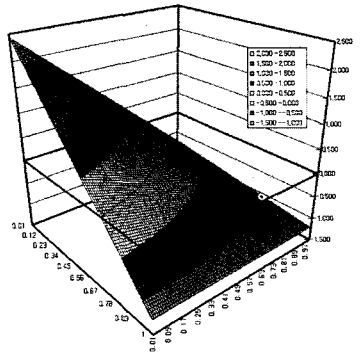


그림 8. A, B공법의 순위역전현상

(2) 퍼지 평균, 분산

Lee와 Li는 퍼지수의 순위를 매기기 위해 퍼지 사건의 확률척도에 기반을 둔 일반화된 평균과 표준편차의 사용을 제안하였다.[6] 이 방법은 퍼지수를 퍼지 평균과 퍼지 분산의 두개의 값에 근거하여 순위를 매기게 된다. 이들은 두 종류의 확률 분포를 퍼지 사건에 대해 가정하였고, 그에 따른 척도를 개발하였다. 삼각형 퍼지수(a_1,a_2,a_3)일 경우의 퍼지 평균 및 분산은 각각 아래와 같다.

$$\tilde{x}_U(\tilde{A}) = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} \quad (4)$$

$$\sigma_U(\tilde{A}) = \frac{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 - a_1a_2 - a_1a_3 - a_2a_3}{18} \quad (5)$$

이와 같은 순위결정기법들은 삼각퍼지수의 좌우가 대칭일 경우에는 정확하게 순위를 결정지을 수가 있으나 삼각형 퍼지수의 좌우가 비대칭일 경우에는 퍼지수의 순위결정에 있어서 오류를 범할 수 있다. 예를 들어 그림 4의 세 퍼지수를 알파컷기법과 퍼지평균기법에 의해 점수를 매기면 다음 표 3과 같다. 표 3에서는 퍼지평균과의 비교를 위해 a=0.5, λ=0.5를 적용하였다. 이 경우 알파컷 기법에서는 $\tilde{B}$, 퍼지평균법에서는 $\tilde{C}$가 가장 높은 선호도를 보인다. 이러한 결과는 각각의 순위결정기법상에 있어서 일관성이 결여되어 있음을 나타낸다. 이러한 일관성의 결여는 각각의 퍼지수에 대해 절대값을 산출하게 되는 기존의 순위결정기법이 지니고 있는 한계 중 하나이다.[3]

표 3. 알파컷기법과 퍼지평균법에 의한 우선순위 비교

퍼지수	알파컷기법	퍼지 평균
$\tilde{A}$	176.97855	176.16901
$\tilde{B}$	178.74209	172.78655
$\tilde{C}$	174.66437	176.59198

본 연구에서는 건설공법선정에 있어 각 퍼지수 상호간의 상대값을 고려하는 순위결정기법을 도입하여 이러한 문제점을 해결하고 건설공법선정에 있어서 신뢰도를 높이도록 한다.

3. R.P.R 기법에 의한 건설공법 순위평가방안

최적의 건설공법선정을 위해서는 평가기준에 대한 다수 대안들의 선호도를 측정하고 이를 종합할 수 있는 체계적인 분석절차가 요구된다. 이에 본 장에서는 퍼지 선호도 함수를 이용한 상대 순위평가 방법을 개발하고 최적공법 선정을 위한 일련의 프로세스를 제시하고자 한다.

3.1 퍼지수간의 상대 선호도 평가 개념

n개의 퍼지함수의 상대 순위를 매기기 위해서 각각의 퍼지함수 N_i를 실수영역 $S_i \subset \mathbb{R}$에서 정의하자. 이때 N_i의 소속도함수 $\mu_{Ni} \in [0,1]$는 $(\mu_{Ni}(x), x \in S_i)$이다. 여기서 S_i는 $S_i=\{x, \mu_{Ni}(x)\rangle 0\}$인 N_i의 정의역이며 $\Omega = \cup^n_{i=1} S_i$이다. 즉 Ω는 사용되는 모든 퍼지수의 정의역 집합의 합집합이 된다. 선호도 함수를 아래 그림 9와 같이 두 면적의 비율로 정의한다.[7]

6) D. L. Mon, C. H. Cheng, J. C. Lin, "Evaluating weapon system using fuzzy analytic hierarchy process based on entropy weight" Fuzzy Sets and Systems, Vol. 62, Issues. 2, 1994, pp.127~134

7) T.S. Liou, M.J.J. Wang, "Ranking fuzzy numbers with integral value", Fuzzy Sets and Systems 50, 1992, pp.247~255

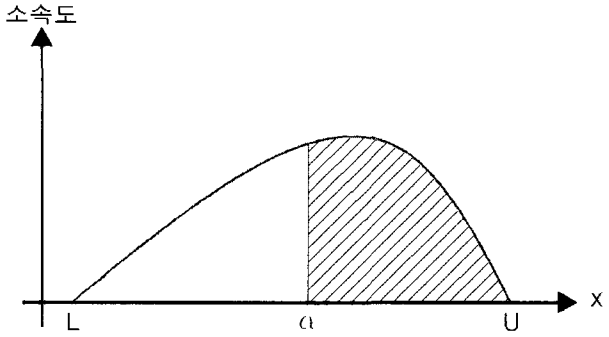


그림 9. G(a)=빗금친 면적 / 전체 면적 ($a \in \Omega$)

선호도 함수 G(a)는 식 (6)과 같으며 확률 이론의 1-F(a)와 동일한 정의를 가진다. 여기서 F(a)는 변수 X가 a보다 낮을 경우의 확률 P[$X \leq$a]를 가지는 확률분포함수이다.[8]

$$G(a) = \frac{a\text{와 } U\text{사이의 면적}}{L\text{과 } U\text{사이의 면적}} = \frac{\int_a^U \mu(x)dx}{\int_L^U \mu(x)dx} \quad (6)$$

$\mu(x)$: 퍼지수의 소속도 함수

$L = \min\{x : x \in \Omega\}$: 퍼지함수의 최소값

$U = \max\{x : x \in \Omega\}$: 퍼지함수의 최대값

$a \in \Omega$에서, p(a)=i가 가장 선호되는 i번째 퍼지수를 나타낸다고 하면, i번째 퍼지수에 대한 선호도 비(preference ratio) $R(i)$는 정의역 Ω의 퍼센트로 나타난다. 즉 i번째 퍼지수의 상대 선호도는 식(7)과 같이 구할 수 있다.

$$R(i) = \frac{|\Omega_i|}{|\Omega|} \quad (7)$$

$|\Omega_i|$: Ω_i 의 퍼지 구간 길이

$|\Omega|$: Ω 의 퍼지 구간 길이

3.2 좌우 비대칭 삼각형 퍼지함수의 선호도

본 연구에서는 좌우 비대칭 삼각형 퍼지함수의 선호도 계산을 위해 M.Mohammad와 S,N.Soheil의 R.P.R. (Relative Preference Ratio)기법을 사용하였다. 이 기법에서는 삼각형 퍼지함수간의 선호도를 계산하기 위해 비교대상 정의역의 모든 점에서 계산된 삼각형 퍼지함수간의 상대 선호도를 합산한다. 따라서 알파컷기법 등과는 달리 별도의 매개변수(ex: α, λ)가 필요치 않으며 사용가능한 퍼지함수의 형태에 제약이 없다. 본 연구의 R.P.R.기법에 의해 임의의 삼각형 퍼지수 γ_1=[a_1, a_2, a_3],γ_2=[b_1, b_2, b_3]간의 선호도를 계산한 결과는 표 4와 같으며, R.P.R.법의 계산 순서는 그림 11에 나타내었다.

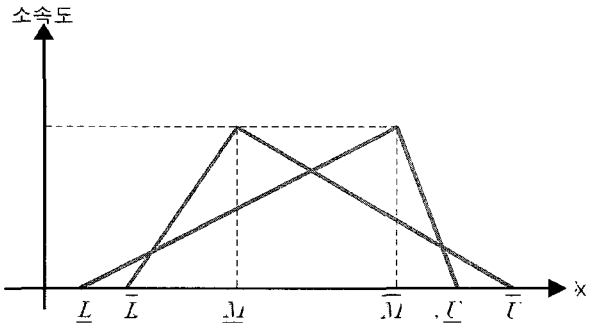


그림 10. 두 퍼지수

4. 건설공법선정을 위한 의사결정 모델 구축방안

4.1 건설공법 선정 알고리즘

본 연구에서는 퍼지수의 순위결정의 문제점을 해결하기 위해, 퍼지수의 상대평가기법을 사용하는 퍼지 계층분석법을 사용하여 공법 선정시스템을 구축하였다. 이를 위해 앞 절에서 설명한 R.P.R기법을 통한 순위결정기법을 적용하였다. 본 연구의 퍼지 계층분석법은 Buckley, J.J[9]에 의해 제안된 순서에 따라 아래와 같이 진행하였다. 여기서 각 평가항목별 중요도는 식 (8)의 정규화 가중치에 E_{jk}의해 평가된다. 이 때 소속도함수의 신뢰레벨a 및 낙관지수 λ는 기존 연구[5]를 참고하여 0.5로 설정하였다.

표 4. 삼각퍼지함수 γ_1, γ_2, 간의 선호도 비교

No.	r_1			r_2			x_{11}	x_{12}	x_{21}	x_{22}	x_{31}	x_{32}	a_1	a_2	$R(1)$	$R(2)$
	L	M	U	L	M	U										
1	1,20	11,30	21,00	2,30	8,50	9,93	0,7401	2,1416	10,8488	5,7079	8,9393	14,5342	4,5416	0	0,8312	0,1688
2	2,70	10,30	22,00	3,40	8,71	15,03	0,4245	,9935	12,1071	4,3209	4,4380	16,2292	7,3935	0	0,7568	0,2432
3	3,60	9,60	19,50	4,20	6,50	20,87	0,3672	1,6391	7,6528	2,1849	0,7566	7,2343	8,8391	13,6357	0,2777	0,7223
4	4,70	8,70	18,70	5,13	12,40	14,53	0,2043	-4,1077	7,1904	2,5719	3,0257	6,7060	16,5904	0	0,1507	0,8493
5	4,20	11,20	21,10	4,34	15,40	16,50	0,0678	-2,1138	9,8811	5,3363	3,5860	6,4134	18,2811	0	0,1668	0,8332
6	5,40	13,50	19,20	7,60	7,75	19,00	1,9578	2,5105	10,0351	2,6317	0,0878	-0,7223	13,4317	0	0,4180	0,5820
7	4,50	11,60	16,80	5,50	6,54	9,00	0,8305	,2565	6,5827	1,6096	5,7063	12,3203	10,2565	0	0,5320	0,4680
8	3,20	7,90	19,20	5,10	15,47	16,33	0,8465	-7,7732	12,2673	2,5806	2,3312	3,7327	18,6673	0	0,0333	0,9667
9	5,30	10,60	17,60	6,30	7,58	16,43	0,6916	1,8050	7,4332	1,9386	0,5791	-57,3243	12,4050	0	0,4224	0,5776
10	1,60	11,20	19,20	2,50	5,40	20,33	0,5794	2,0143	11,7482	2,7963	0,6542	4,1433	5,2143	16,1867	0,5858	0,4142
11	1,40	13,50	21,10	5,21	10,10	18,23	2,5118	7,8852	15,2579	8,0512	1,5591	18,0316	10,6852	0	0,5287	0,4713
12	4,00	4,50	19,30	4,78	5,67	10,00	0,0000	0,0000	1,7036	0,4402	7,0672	13,5953	9,7047	0	0,6271	0,3729
13	2,40	5,40	20,52	3,43	13,45	17,34	0,3960	-1,7131	11,9989	1,5862	2,2016	5,7236	17,1964	0	0,1834	0,8166
14	2,00	18,60	21,10	3,21	3,33	26,54	1,1061	1,3355	16,7895	1,3356	4,1944	7,7378	5,3356	18,8022	0,5488	0,4512
15	3,50	11,10	20,01	5,49	6,01	22,12	1,5762	2,6984	9,1235	2,7547	1,2119	8,1467	9,7547	13,9733	0,2266	0,7734

8) Mohammad, M., Soheil, S.N.,"Ranking fuzzy numbers by preference ratio",Fuzzy Sets and Systems, Vol. 118, Issues. 3, 2001, pp.429~436

9) Buckley, J.J., "Fuzzy hierarchical analysis", Fuzzy Sets and Systems, VOL. 17, 1985, pp.233 ~247

$$\overline{E}_{jk}=\frac{E''_{jk}}{\sum_{k=1}^{n}E''_{jk}} \quad (8)$$

$E''_{jk} = \lambda[(e_{jk2}-e_{jk1})\alpha+e_{jk1}]+(1-\lambda)[-(e_{jk3}-e_{jk2})\alpha+e_{jk3}]$
:퍼지함수 E_{jl}의 일반수화

a_{ijkp}, $p=1,2,3$: 항목점수의 하한값, 중간값, 상한값

e_{jkp}, $p=1,2,3$: 가중치의 하한값, 중간값, 상한값

i : 각 공법번호($1 \sim i$), j : 각 평가항목번호($1 \sim m$),

k : 각 평가항목의 세부 항목번호($1 \sim n$)

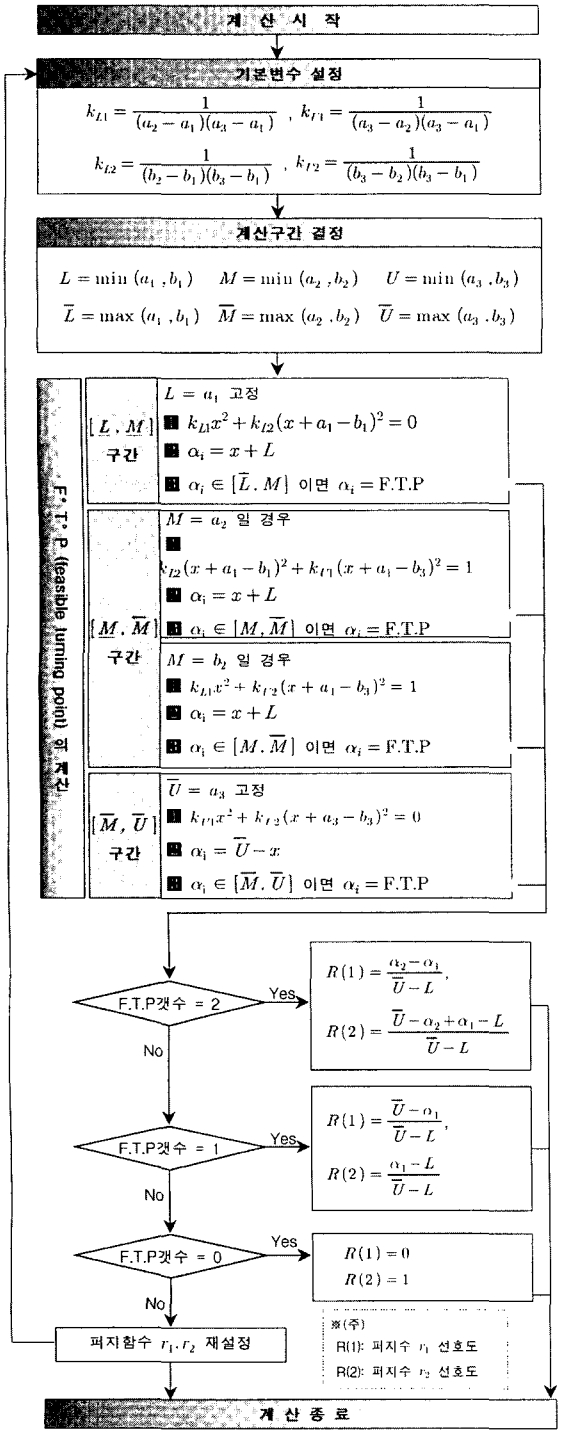


그림 11. 삼각형퍼지함수 γ_1,γ_2의 선호도 계산

식 (8)의 정규화 가중치를 이용하는 Fuzzy Judgement Matrix 은 아래 식 (9)와 같다.

$$M=\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1m} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2m} \\ \vdots & \ddots & \cdots & \vdots \\ m_{l} & m_{l2} & \cdots & m_{lm} \end{bmatrix}$$

$$m_{ij}=(m_{ij1}, m_{ij2}, m_{ij3}) \ ,$$

$$m_{ijm}=\sum_{k=1}^{n}\overline{E}_{jk}\cdot a_{ijkm}, \quad m=1,2,3 \quad (9)$$

a_{ijkm}, $m=1,2,3$:항목점수의 하한값, 중간값, 상한값

식 (9)의 매트릭스(M)에 최종적으로 공법 시공자의 입장에서 필요한 각 항목의 중요도를 나타내는 각 항목별 퍼지 가중치 벡터(W)를 곱하여 각 공법별 퍼지점수 식 (10)을 구한다.

$$R=M\otimes W^T=\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1m} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2m} \\ \vdots & \ddots & \cdots & \vdots \\ m_{l} & m_{l2} & \cdots & m_{lm} \end{bmatrix}\otimes\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_m \end{bmatrix} \quad (10)$$

M : Fuzzy Judgement Matrix

W : 각 항목별 퍼지 가중치 벡터

4.2 공법선정 사례적용

본 절에서는 퍼지 선호도함수를 이용한 공법선정방법의 타당성을 검증하기 위하여 사례적용을 실시하였다. 사례적용을 위한 대상공종은 최근 각종 건축물에 사용하는 AL-WOOD 시스템 창호공사로서 각 평가항목들에 대한 공법별 기본데이터는 표 5와 같다.

표 5. 창호공사의 각 공법별 데이터[주1)]

평가항목	세부항목	A공법	B공법	C공법
경제성[주2)]	초기공사비	약 240만원	약 205만원	약 275만원
	에너지비[주2)]	0.424등급	0.412등급	0.408등급
사용성[주3)]	개폐유연성	약간 우수	우수	우수
	방음성	25등급	25등급	30등급
	기밀성	3.5등급	4등급	0등급
	수밀성20	등급	10등급	25등급
시공성[주4)]	변형저항성	중간	우수	우수
	설치용이성	중간	약간 우수	약간 낮다
	작업연계성	약간 우수	약간 우수	약간 낮다
	취급운반	약간 낮다	약간 낮다	보통
안전성[주5)]	내풍압성	400등급	310등급	270등급
	내연성	약간 낮다	약간 낮다	약간 낮다
	내화성	약간 낮다	중간	중간

주1) 본 표내의 각 성능항목의 등급 표기는 KS규준에 따라 작성되었다.

주2) 창호의 경제성에 대한 평가는 설치시와 사용시의 두 단계로 나누어져야한다. 따라서 초기 공사비 뿐만 아니라 창호의 사용시 발생하는 에너지비를 고려해야 하는데 이는 창호의 단열성과 밀접한 관련이 있다.

주3) 창호의 사용성은 조작의 용이성와 쾌적성을 들 수 있다. 따라서 본 연구에서는 용이성을 정량화하는 방법으로 개폐유연성을 선정하였고, 쾌적성의 항목으로 방음성, 기밀성, 수밀성을 평가하였다.

주4) 창호의 시공성은 운반과 작업시의 두 단계로 평가하였다. 이중 운반시 평가 항목으로는 취급 운반성을 선정하였고 작업시는 설치 용이성, 작업 연계성을 선정하였다. 또한 변형저항성은 두 단계 모두에 영향을 미친다.

주5) 일반적으로 창호의 재료는 PVC로 이루어져 있어 화재시 염화가스를 발생시키게 된다. 따라서 일반적인 내풍압성 및 내화성 이외에 내연성도 평가에 포함 하였다.

표 6. 창호공사의 각 공법별 전문가 점수

평가항목	세부항목	A공법			B공법			C공법		
		L	M	U	L	M	U	L	M	U
경제성	초기공사비	5	8	9	6	7	8	8	9	9
	에너지비	5	6	7	7	9	9	6	8	9
사용성	개폐유연성	2	4	6	5	7	8	7	8	9
	방음성	5	6	9	4	7	8	5	7	8
	기밀성	6	7	8	4	5	7	4	6	7
	수밀성	4	5	8	6	7	8	3	4	5
시공성	변형저항성	4	5	6	4	6	7	5	8	9
	설치용이성	5	6	7	5	6	7	5	7	8
	작업연계성	5	8	9	6	7	8	6	7	8
	취급운반	3	4	7	2	4	6	3	4	5
안전성	내풍압성	5	8	9	8	9	9	5	6	7
	내연성	5	6	7	3	4	5	3	4	5
	내화성	5	6	7	3	4	6	4	5	6

공법비교를 위한 평가항목들은 객관적 자료를 바탕으로 창호 제작 및 설치 관련 업체 종사자들과 충분한 토의를 거쳐 선정하였으며, 평가항목별 구체적인 수치와 성능수준은 의사결정자가 점수를 할당하기 위한 판단근거로 활용된다. 설문자들의 퍼지한 생각을 반영시키기 위해서 각 scale에 대한 소속도 함수를 삼각 퍼지함수로 구하였다. 조사된 퍼지점수의 평균은 표 6과 같다. 또한, 식(8)의 각 항목별 정규화 가중치는 아래 표 7과 같다.

표 7 . 세부항목별 가중치의 계산

항목	세부항목	가중치	정규화된 가중치
경제성	초기공사비	7.50	0.56
	에너지비	6.00	0.44
사용성	개폐유연성	4.00	0.17
	방음성	6.50	0.28
	기밀성	7.00	0.30
	수밀성	5.50	0.24
시공성	변형저항성	5.00	0.22
	설치용이성	6.00	0.26
	연계성	7.50	0.33
	취급운반	4.50	0.20
안전성	내풍압성	7.50	0.38
	내연성	6.00	0.31
	내화성	6.00	0.31

그 후 식(9)에 의해 Fuzzy Judgement Matrix M을 표 8과 같이 구할 수 있다.

표 8. Fuzzy Judgement Matrix M

대안	경제성			사용성			시공성			안전성		
	L	M	U	L	M	U	L	M	U	L	M	U
A공법	6.44	7.89	8.44	4.65	6.39	7.7	4.52	5.93	7.13	4.92	5.92	6.85
B공법	7.11	8.56	9.00	4.57	6.15	7.15	4.93	6.63	7.63	4.08	5.08	6.08
C공법	5.33	6.33	7.33	6.61	8.59	9.00	3.87	5.07	6.33	3.69	4.69	6.69

표 8의 결과는 실제 시공현장상황을 배제한 데이터이다. 따라서 현장상황에 따른 각 항목별 중요도를 고려하기 위해 표 8의 데이터에 대해서 표 9의 각 현장별 항목 가중치를 구하여 식(10)에 의해 계산함으로써, 실제 적용현장에 대한 공법별 최종 퍼지점수가 표 10과 같이 구해진다.

표 9. 항목별 가중치

대안	경제성			사용성			시공성			안전성		
	L	M	U	L	M	U	L	M	U	L	M	U
항목별 가중치	7	8	9	6	7	8	4	5	6	6	7	8

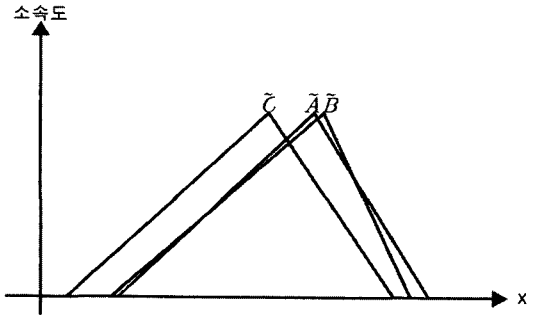


그림 12. A, B, C 공법의 퍼지점수

표 10의 공법별 퍼지점수에 대한 그래프는 그림12와 같다. 그림 12에서 공법 C는 직관적으로 선택에서 제외됨을 알 수 있으나, 공법 A와 B는 거의 같은 선호도를 보이고 있으므로, 직관적인 판단으로는 최우선 공법을 결정하기가 쉽지 않다.

표 10. 최종 퍼지점수

	L	M	U
A공법	120.65	178.99	235.12
B공법	121.37	180.2	232.62
C공법	114.62	168.95	224.90

R.P.R기법을 적용하기 위해 우선 A공법과 B공법의 퍼지수를 다음과 같이 정의한다.

$$\text{A공법: } (a_1, a_2, a_3) = (120.65, 178.99, 235.12)$$
$$\text{B공법: } (b_1, b_2, b_3) = (121.37, 180.2, 232.62)$$

또한, 그림 11에서 다음을 구한다.

$$\underline{L} = \min(a_1, b_1) = 120.65,$$
$$\underline{M} = \min(a_2, b_2) = 178.99$$
$$\overline{M} = \max(a_2, b_2) = 180.2,$$
$$\overline{U} = \max(a_3, b_3) = 235.12$$
$$k_{L1} = 1.497 \times 10^{-4}, \quad k_{L2} = 1.528 \times 10^{-4}$$
$$k_{U1} = 1.556 \times 10^{-4}, \quad k_{U2} = 1.715 \times 10^{-4}$$

그 후, F.T.P(선호도역전 점)를 그림 11과 같이 구한다. 본 논문의 퍼지수들에서는 계산 결과 전체구간 중 [L,M] 구간에서 한 개의 F.T.P만 존재한다. 즉, 구간식 $k_{L1}x^2+k_{L2}(x+a_1-b_1)^2=0$에서, 윗 값을 대입하면, $-0.031x^2+2.2x-0.792=0$과 같다. 윗 식의 두 근 $x_{11}=0.3618$, $x_{12}=70.61$ 중 $x_{11}+\underline{L}=121.01\in[\underline{L},\underline{M}]$을 만족한다. 따라서 $a_1=121.01$(F.T.P)이므로, 그림 11에 의해 두 퍼지수간의 선호도는 다음 표 11과 같이 계산된다.

표 11. R.P.R.기법에 의한 공법의 선호비율

	공법별 선호도 점수
A공법	0.9968
B공법	0.0032

표 11에 의하면 A공법의 선호도가 0.9968로 나타났다. 이는 그림 12에서 삼각퍼지함수 $\tilde{A}$와 $\tilde{B}$가 정의된 구간의 99.68%에서 A공법이 B공법보다 선호되고 있음을 보여준다. 이와 같이 R.P.R기법은 두 공법간의 우열에 대한 판단이 애매할 때 그 선호정도를 정확하게 평가하여 의사결정자의 판단착오에 대한 부담을 줄일 수 있는 장점이 있다.

5. 결론

본 연구는 시공계획 수립시 최적의 공법선정을 위해서 선호도 함수를 사용한 순위평가 방법을 제시할 목적으로 수행되었다. 이를 위하여 퍼지계층분석법에 의한 평가항목의 가중치 산정방법과 각 대안에 대한 전문가의 상대적 선호정도를 측정하는 방법을 제시하였으며, 객관적인 검증을 위해 창호공사에 대한 사례적용을 실시하였다. 본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 퍼지집합론의 이론적 특성을 이용하여 공법선정 단계에서 불가피하게 개입되는 주관적인 요소까지 종합적으로 평가할 수 있는 공법선정방법과 절차를 제시하였다. 이를 통해 주관적 인식에 따른 애매성을 합리적으로 반영할 수 있었다.
2) 최적의 공법을 선정하기 위하여 기존의 순위결정법 대신에 R.P.R.(Relative Preference Ratio)기법에 의한 순위평가 방법을 제안하였고, 그 논리적 일관성을 검증한 결과 퍼지함수의 형태에 상관없이 우선순위 역전현상을 방지할 수 있었다.
3) 모델의 타당성을 검증하기 위해 사례연구를 실시한 결과 퍼지함수 상호간의 우열에 대한 판단이 애매한 경우에도 대안들의 정확한 순위 선호체계를 확인할 수 있었다.

참고문헌

1. Buckley, J.J., "Fuzzy hierarchical analysis", Fuzzy Sets and Systems, VOL. 17, 1985, pp.233 ~247
2. D. L. Mon, C. H. Cheng, J. C. Lin, "Evaluating weapon system using fuzzy analytic hierarchy process based on entropy weight" Fuzzy Sets and Systems, Vol. 62, Issues. 2, 1994, pp.127 ~134
3. Fernandez, E., Leyva, J. C., "A method for multiple attribute decision-making with the fuzzy preference relation on alternatives",European Journal of Operational Research, Vol. 154, No. 1, 2004, pp.110 ~124
4. Mohammad, M., Soheil, S,N.,"Ranking fuzzy numbers by preference ratio",Fuzzy Sets and Systems, Vol. 118, Issues. 3, 2001, pp.429~436
5. T.S. Liou, M.J.J. Wang, "Ranking fuzzy numbers with integral value", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 50, Issues. 2, 1992, pp.247 ~255
6. 이동운, 김영수, "Fuzzy AHP 기법을 이용한 건설공사의 코스트 리스크 분석에 관한 연구", 대한건축학회 논문집(구조계), 제19권 제4호, 2003, pp. 169~176

Abstract

Nowaday, The tendency of complexity and extension of construction fields increase the need for efficient works managements like a construction management. Consequently, by the introduction of Decision-Making Theories, researches for improving construction field's efficiencies are actively performed. Fuzzy Analytical Hierarchy Process method is invented, so that describes a decision maker's ambiguous linguistic judgment with fuzzy numbers. but most of researches on Fuzzy-AHP use symmetric triangular fuzzy function for estimating each evaluation item with the consequence that exact judgments are impossible. those limits are caused by the point that employed fuzzy ranking methods can not support dissymmetric fuzzy numbers. In this research, we aims to overcome this problem with R.P.R(Relative Preference Ratio) method and suggest improved Fuzzy-AHP method which can use dissymmetric fuzzy triangular numbers.

Keywords : Fuzzy AHP method, R.P.R. Method, Fuzzy, Fuzzy preference function, Construction method selection