

문제설정의 수준과 유형

김 판 수 (부산교육대학교)

최근 수학 창의성 개발과 관련되어 문제설정에 대한 많은 연구가 진행되고 있으나 문제설정의 기법과 지도방법에 대한 연구는 실제적인 연구는 미비한 실정이다. 이 연구에서는 문제설정의 유형과 수준을 논의함으로써 문제설정 지도에 대한 시사점을 주고자 한다. 문제설정의 유형으로는 다음과 같이 분류될 수 있다. 첫째, 문제를 구성하는 요인들을 다른 것으로 대체하여 만들 수 있는 대치적 수준의 문제설정, 둘째 유추적 사고에 의해 만들 수 있는 유추적 수준의 문제설정, 셋째는 개념이나 또는 해를 구하는 방법이나 절차를 다른 형태로 바꾸는, 즉 문제를 재구성, 재정의 및 재조직하여 문제를 만드는 재구성 수준의 문제설정, 넷째는 출판되는 논문의 주제 선정과 같은 전문가 수준의 문제설정으로 분류하였다.

I. 들어가기

우수한 개인이 지닌 능력의 발현이라는 점뿐만 아니라, 국가 경쟁력의 제고라는 측면에서 현재 여러 국가들이 영재의 발굴과 교육에 많은 노력을 기울이고 있지만, 우수한 학생들을 창의적인 영재로 기를 수 있기 위해서는 어떤 내용을 어떻게 교육시켜야하는가는 영재교육의 주요 관심사이다. 영재교육에서의 핵심은 영재성에서 가장 중요한 요소인 창의성을 길러주는 것으로 여겨진다. 이러한 입장에 따라, 여러 연구자들은 영재 교육의 핵심을 창의성 신장에 두어, 영재들의 창의성을 신장시키기 위한 프로그램을 개발하여 적용하여 왔다. 현재까지 개발되어 실시되고 있는 창의성 개발 프로그램은 주로 창의적인 문제 해결력 신장을 주목적으로 두고 있으며, 수학 영재들을 위한 프로그램에서도 그대로 나타나, 수학영재의 창의적 문제 해결력을 신장시킬 수 있는 학습 프로그램이 많이 개발되어 왔다(김정효, 권오남, 1991, 2000; 김주훈 외, 1996; 신현용, 한인기, 이종욱, 2000).

많은 나라에서 문제해결은 수학교육과정에 명시적으로 표시된 교수목표이며 창의성을 개발하는 중요한 소재로 사용하고 있으며, 다음과 같은 역할을 하지만 문제해결이 왜 그렇게 중요한 것인지에 대해서는 확신을 줄만한 대답을 찾기가 쉽지 않다(Pehkonen, 1997).

- 문제해결은 일반적인 인지 기술을 발달시킨다.
- 문제해결은 창의성을 조장한다.
- 문제해결은 수학의 적용 과정의 한 부분이다.
- 문제해결은 학생들이 수학을 공부할 동기를 제공한다.

오랫동안 학교교육에서 강조되어온 문제해결능력은 지식 기반 사회에서 지식 창출을 하는데 충분하지 않으며, 문제 찾기 능력이 문제 해결 능력보다 더 중요한 역할을 하므로 영재교육의 새로운 페르다임으로 문제발견 능력이 강조되고 있다(김정섭, 2002). 그리고 학생들은 문제를 설정하는 활동에

대해 흥미와 관심을 나타내고 이와 같은 문제설정학습을 통하여 학생들의 발산적 생산에 의한 창조적 사고력의 육성이 가능함을 제시하고 있다(임문규, 1992).

또한 Sheffield(1994)는 수학을 배우는 학생들의 수준을 illiterates 수준 → doers 수준 → computers 수준 → consumers 수준 → problem solvers 수준 → problem posers 수준 → creators 수준으로 단계를 나누어 설명하면서 최고 수준의 단계는 새로운 수학을 만들어 내는 사람으로서, 수학의 창조는 우선 자신이 하고 있는 일에 대한 새로운 질문을 던질 줄 알고, 그 질문에 답하기 위해 수학을 발견하거나 발명해 내는 일이다. 나이 어린 학생들도 자기 나이 또래나 자기 자신에게는 전혀 생소한 수학을 발견하거나 만들어 낼 수 있는데, 이러한 일들을 할 수 있도록 격려되어야 한다. 누구나 이 수준에 도달할 수 있는 것은 아니지만 가능하다면 최고 수준의 학생들이 이러한 수준에 도달할 수 있도록 도전감을 주어야 한다고 했다.

최근에 이루어진 창의성 연구에서는 창의성이 문제해결과정에서 나타나게 된다는 점을 강조하는 경향이 증가하였다. 물론 문제설정은 문제해결과 매우 밀접한 관련이 있다. 문제설정의 대부분은 문제를 해결을 하는 과정에서 산출되므로 문제설정이 문제해결의 한 부산물로 생각하기 쉽지만 그렇지 않다. 그가 해결하고 있는 문제는 이미 누군가에 의해 발견된 문제라는 점 때문에 문제설정은 문제해결 이전에 행해진 것이다. 따라서 문제설정과 문제해결은 상호작용적이라 볼 수 있다. 그러나 문제설정에 대한 연구는 많지할지라도 학생들에게 문제설정을 지도하는 방법에 대한 실제적인 연구는 많지 않다. 여기서는 문제설정의 유형과 수준을 논의함으로써 문제설정 지도에 대한 시사점을 주고자 한다.

II. 문제설정과 유형

창의적 문제 해결력은 수학 학습에 필요한 요소이며, 이것은 미국수학교사협회(NCTM)의 학교 교육을 위한 권고에서도 여실히 나타나고 있다(NCTM, 2000). 학교수학에서 창의성은 대다수의 학생들과는 다른 방법으로 문제를 해결하거나 이전에는 보지 못했던 그리고 쉽게 해결할 수 없는 문제를 해결하는 능력으로 간주해 왔다. 최근 미국수학교사협회와 우리나라의 7차 교육과정에서는 수학교육에 있어서 문제해결 능력의 개발뿐만 아니라 수학적으로 사고하는 방식을 더욱 중요시하고 있다. 수학적 창의성은 수학적 문제를 해결하는 것이 아니라, 수학적 지식을 창출하는 능력에 더 가까운 것이다. 왜냐하면 문제해결력에는 현재 주어진 문제를 해결하려는 의지, 노력, 기존 개념 등이 복합적으로 작동되면서 발휘되는 능력이 반영된다고 볼 수 있으나 새로운 지식 창출은 개인의 흥미와 집중을 통해 얻어지는 통찰력에 가까운 것이기 때문이다. 즉, 문제해결을 위해서는 기존 개념을 사용해야 하지만, 새로운 지식 창출을 위해서는 통찰력을 기초로 기존 개념과 새로운 지식과의 관계를 알아야 한다.

문제설정은 문제해결을 위한 전단계이며 지식 창조의 원천이기도 하다. 영재교육의 교수-학습 방법(예, 렌졸리의 삼부심화모델, 퍼듀의 3단계심화학습모델)의 최고 단계는 언제나 자기주도적인 연구과정임을 알 수 있다. 이러한 연구과정에서는 교사가 주는 문제를 해결하는 것도 포함되지만 스스로

연구문제를 결정해서 해결한다. 이러한 활동은 영재교육의 목표에 비추어 더 바람직하다. 문제를 제기하는 능력은 문제를 해결하는 능력보다 더 많은 공헌을 한다. 스스로 문제를 찾고 새로운 아이디어를 전개하는 능력이 좀더 수학적인 창의성이라 볼 수 있다.

1. 문제설정의 중요성

좋은 문제발견의 중요성은 특히 과학분야에서 오래 전부터 인식되어 왔다. ‘문제의 형성은 종종 문제 해결보다 더 근본적이다’라는 Albert Einstein(Einstein & Infeld, 1938, p. 83)의 주장은 문제 발견의 중요성을 논할 때 자주 인용되는 문구이다. Wallas(1926) 역시 창의적으로 사고하기 위한 모델의 첫 단계로 준비단계를 설정하고 있는데, 이는 문제발견이라는 과정과 동일하다고 볼 수 있다. Tannenbaum(1986)은 지식의 소비자나 생산자를 구분하고 있다. 기억력이 좋은 사람은 매우 빠른 속도로 지식을 소비하는 자이며 반드시 지식의 생산자가 되는 것은 아니다. 지식의 생산이 없다면 지식 발전은 정체되고 말 것이다.

문제발견을 시발로 하여 그 분야의 발전이 촉진된 실례는 많이 찾아 볼 수 있다. 수학분야에서는 17세기 중엽에 알려진 ‘페르마(Fermat:1601-1665)의 마지막 정리’가 유명한 발견의 예이다. 1994년 미국의 앤드류 와일즈 교수가 그 해법을 제시할 때까지 약 350년 이상의 세월동안 수많은 수학자들이 그것을 증명하려고 무척 애썼으나, 제대로 풀리지 않았다. 그야말로 ‘미스터리’의 문제로 남은 것이다. 그 대신, 이 정리를 증명하려 애쓰는 과정에서 다른 중요한 수학의 발견들이 이루어지고, 이로써 정수론이라는 새로운 분야의 수학 영역이 탄생할 만큼 수학의 발전이 크게 촉진되었다.

수학에서의 문제 설정 활동은 다양하고 융통성 있는 사고를 촉진시켜 줄 수 있으며, 학생들이 문제 해결 기술과 수학에 대한 지각력을 향상시켜 줄 수 있으며, 뿐만 아니라 수학의 기본적인 개념을 심화할 수 있게 해준다. 그리고 이런 활동은 문제의 구조를 파악하여 수학적 사실을 일반화·추상화시키는 데 중요한 역할을 한다. 한편 문제 설정 활동을 교사의 입장에서 보면, 수학적 개념과 과정에 대한 학생들의 이해정도를 알 수 있으며, 문제 해결과 수학에 대한 학생들의 태도와 지각이 어떠한지를 알 수 있게 해준다. 이처럼 문제 설정은 문제 해결과정의 촉매자로서의 활동을 넘어선다(Silver, 1994).

Brown & Walter(1990)도 문제 설정이 수학 활동에서 중요한 활동이라고 말하면서 문제 풀이 과정에서 문제를 새롭게 재구성해야하고 또 문제를 풀고 난 후에도 새로운 문제를 만들어 분석을 다시 해봄으로써 확산된 사고를 할 수 있다고 했다. 그리고 그들은 문제 설정을 주어진 문제에 대한 ‘수용(accepting)’과 ‘도전(challenging)’의 단계로 나누고 필요한 전략을 제시하고 있다.

‘수용’ 단계는 주어진 문제를 탐구하는 과정에서 원문제에서 주어진 조건이나 결과를 그대로 받아들여 문제 만들기 활동을 하는 단계이며, ‘도전’ 단계는 원문제를 그대로 ‘수용’하는데 그치지 않고 원문제에서 주어진 조건이나 속성을 나열하고 그것을 여러 가지로 바꾸어 그 결과가 어떻게 변하는지를 알아보는, 즉, 새로운 문제를 탐구해 보는 단계이며 사용되는 전략으로 What - if - not 전략을 제시하고 있다. 이 전략의 구성 요소로서 5수준을 제시하고 있다. 출발점으로서 구체적인 자료와 정

리(theorem)의 선택이 0수준이며, 이에 관련된 속성열거가 1수준, 만약 이 속성들을 전제하지 않는다면 어떤 다른 (대안) 것을 생각하는 전략이 2수준, 그와 같은 새로운 대안을 기반으로 새로운 질문을 하는 단계가 3수준, 그런 후 새로운 몇몇의 질문을 선택하여 답을 구하거나 분석하는 활동이 4수준이다. 이러한 전략은 새로운 문제를 만들 때 어떻게 접근해야 하는지를 보여주는 매우 효율적인 전략이라 할 수 있겠다. 다시 말하면, 수용단계는 단지 주어진 구조화된 조건을 변형시켜 문제를 만드는 문제 설정이라 할 수 있으며, 도전 단계는 비구조화된 조건이 제공되거나, 혹은 새로운 문제를 생성해 보도록 하는 문제 꾸미기, 즉 문제 발견이라 할 수 있을 것이다.

2. 문제설정의 과정

Brown과 Walter(1990)는 피타고라스 정리의 변형에 대한 문제설정에서 문제설정의 단계를 ‘속성 열거→ What-if-not의 의문을 품을 것 →문제의 설정 →설정된 문제의 분석’로 보았다. 그리고 임문규·정지호(1992)는 이 4단계를 수정·보완하여 ‘속성나열→What-if-not의 의문과 함께 속성을 여러 가지로 바꾸어 볼 것→문제설정→설정된 문제의 해결→설정된 문제와 유사하거나 새로운 발전적인 문제의 설정’으로 5단계로 제시하고 있다. 김판수(2004)는 초등수학영재들의 문제설정 과정을 아래와 같이 분석하였다. 문제설정 단계나 과정은 문제설정을 지도하는 교사들이 학생들의 문제설정을 도우는데 기여할 수 있다.

<표 1> 문제설정의 과정

과정	정의	하위요소	행위	
탐색	특정한 방향을 정하지 않고 문제를 설정하기 위해 상황을 이해하고 관찰하는 단계	문제 상황 이해	문제상황을 이해하고 분석하여 문제상황의 구조를 파악하거나 재구성하는 행위	
		구상	문제상황을 이해하고 난 후 어떤 것과의 관련성을 찾으려는 시도	
계획	어떤 실마리를 찾아 특정한 방향으로 문제를 설정하려는 시도	계획의 구상	특정한 목적이나 방향으로 탐색하는 활동	
		계획의 전개	생각하고 있는 방향으로 계획을 시도하여 실행하는 과정	
		계획의 발전	계획의 수정	계획의 실현가능성을 의심해보거나 수정, 변경하여 다시 계획을 세우는 과정
			계획의 확장	문제의 구조나 성립 조건을 따져보면서 이전의 계획을 발전적으로 확장하는 시도
임시문제설정	문제를 설정하는 단계			
검토	설정된 문제가 합당한지 실제로 풀어보고 확인하며 문제를 확장하거나 다듬는 단계	문제해결	설정된 문제를 해결하거나 문제가 되는지 조건을 확인하는 과정	
		문제의 재구성	문제를 바꾸거나 임시문제를 다듬어 좀더 나은 문제로 바꾸어 보는 시도	
최종문제설정				

위 표와 같이 문제설정 단계는 탐색단계→ 계획단계 → 임시문제설정 →검토 단계로 구성되어 있음을 말하고 있다. 각 단계의 하위 단계들은 여러 조건에 따라 상당한 차이가 있었다. 과제의 종류, 피험자 수준, 문제설정 상황의 익숙 정도에 따라 나타나지 않은 하위 과정들이 있었으나 9개 과정 중 대체로 5개 이상의 과정들이 나타나고 있음을 알 수 있었다. 그러나 통찰에 의한 문제설정은 더 많은 단계와 하위과정을 단축하는 경향을 보였다(김판수, 2004).

한편 Brown & Walter(1990)은 ‘도전’ 단계는 원문제를 그대로 ‘수용’하는데 그치지 않고 원문제에서 주어진 조건이나 속성을 나열하고 그것을 다양하게 바꾸어 그 결과가 어떻게 변하는지를 알아보는, 즉 새로운 문제를 탐구해 보는 단계이며 사용되는 전략으로 What-if-not 전략을 제시하고 있다. 이 전략의 구성 요소로서 5수준을 제시하고 있다. 출발점으로서 구체적인 자료와 정리(theorem)의 선택이 0수준이며, 이에 관련된 속성열거가 1수준, 만약 이 속성들을 전제하지 않는다면 어떤 다른(대안) 것을 생각하는 전략이 2수준, 그와 같은 새로운 대안을 기반으로 새로운 질문을 하는 단계가 3수준, 그런 후 새로운 몇몇의 질문을 선택하여 답을 구하거나 분석하는 활동이 4수준이다.

3. 문제설정의 유형과 수준

Brown & Walter(1983)은 문제설정의 단계를 ‘수용(accepting)’과 ‘도전(challenging)’의 단계로 나누고, 박영배(1991)은 ‘문제 만들기’와 ‘문제 꾸미기’로, 임문규·정지호(1992)는 ‘수학적 상황’과 ‘실세계적 상황’으로 분류하였다. 이들 세 저자의 이분법적 분류는 서로 밀접하게 관련되어 있다. 여기서는 문제설정의 수준을 재분류하고 문제설정의 예를 제시하고자 한다.

문제의 수준은 문제의 난이도, 문제를 해결하는데 이용될 수 있는 사고 수준 또는 사고의 단계로 구분될 수 있다. 문제설정 수준의 정도는 문제를 만드는 어려움의 정도를 말하는 것이지 만들어진 문제의 수준이나 해결의 수준을 의미하는 것은 아니다. 그러므로 문제설정의 수준은 설정된 문제의 해결 수준과는 무관할 수 있다. 여기서는 영재교육이나 일반 학급에서도 사용될 수 있는 종류를 나열해보고자 한다.

1) 대치 수준

대치수준은 이미 주어진 문제에서 그 문제를 구성하는 요소, 즉 수, 연산, 기호, 차원 등을 단순 대치하여 문제를 만드는 활동을 말한다. 이는 조건을 변경하는 단순한 형태라 볼 수 있으며 일반 학생들도 쉽게 접근할 수 있는 수준이다.

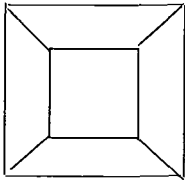
<예1> “어느 농장의 한 우리에 오리와 토끼가 같이 살고 있다. 철수는 우리 안에 있는 동물의 수를 헤아려보니 14마리였고, 발의 수를 헤아려보니 36개였다. 오리와 토끼의 수를 각각 맞추어보시오.”의 문제에서 이를 구성하는 요소는 오리 발의 수, 토끼 발의 수, 총 동물의 수, 총 발의 수, 오리와 토끼의 수 등으로 볼 수 있다.

이 수준에서 문제를 쉽게 만들 수는 있으나 차원 등이 달라지는 경우에는 풀이나 또는 문제의 성립 가능성을 파악하기가 쉽지 않을 수 있다. 예를 들면 2차원에서 성립하는 피타고라스 정리가 3차원 이상으로 확장하는 경우는 ‘페르마의 마지막 정리’가 되어 매우 어려운 문제가 된다.

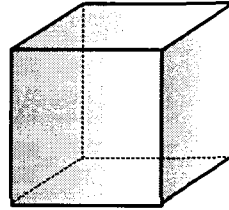
2) 유추적 수준

다른 영역이나 대상에서 성립하는 성질이나 사실을 유추하여 문제를 만드는 수준을 말한다. 유추는 개별적인 사례 상호간의 유사 관계를 추정하는 방법이다. 그러므로 대치수준의 문제설정은 문제를 구성하는 요소를 변화시키는 함수적 사고에 근거하여 문제의 구조를 파악하는데 도움을 주는 반면, 유추적 수준의 문제설정은 유사한 성질이 성립하는 유형들을 찾는데 도움을 준다.

<예2> 평면도형에서의 한붓그리기 문제에서 입체도형의 면이나 모서리를 한붓그리기로 전환하여 문제를 설정한다.

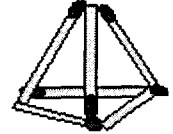


<평면도형에서의 한붓그리기>



<공간도형에서 유사한 문제설정>

<예3> 성냥개비로 문제를 만드는 실험에서 피험자들은 의자모양의 성냥개비 그림을 보고 성냥개비로서 입체모양을 생각하게 되어 “성냥개비 6개로 삼각형 4개를 만들어 보시오”라는 문제를 만들었다(김판수, 2004).



3) 재구성 수준

개념이나 또는 해를 구하는 방법이나 절차를 다른 형태로 바꾸어 문제를 만드는 수준을 말한다. 학생들이 알고 있는 개념이나 절차를 적용할 수 있거나 응용하는 문제를 만들 때 사용되어지며, 수식으로 이루어진 문장을 문장체로 바꾸어보는 활동은 여기에 포함된다.

<예4> “50이하의 자연수 중에서 제곱수의 개수를 구하라.”의 문제를 “50이하의 수 중에서 약수의 개수가 홀수인 것은 몇 개인가?”로 그 형태를 바꿀 수 있고 이는 다음과 같이 더 어렵게 보이는 문제로 바꿀 수 있다.

1부터 50까지 번호가 매겨져있는 50개의 창문이 모두 닫혀있는 복도에서 50명의 학생들이 한 사람씩 지나가면서 일정한 규칙으로 열린 창문은 닫고 닫힌 창문을 열기로 했다. 첫 번째 학생은 1의 배수에 해당하는 창문에 가서 닫힌 창문은 열고, 열린 창문은 닫았고, 두 번째 학생은 2의 배수에 해당하는 창문

으로 가서 닫힌 창문은 열고, 열린 창문은 닫았다. 세 번째는 3의 배수에 해당하는 창문을 그렇게 하고, ... 50번째 학생은 50번째 마지막 창문을 그렇게 했다. 그럼 열려 있는 창문은 몇 개인가?

이런 유형의 문제 만들기는 염두에 두고 있는 문제의 구조가 바뀌어지는 것은 아니다. 단지 동치 개념을 사용하여 실제와 관련시켜서 문제의 구조를 파악하는데 어려움이 따르도록 만들어진 것이다.

4) 통찰적 수준

어떤 인지적 과정에 의해 문제를 설정하게 되었는지 설명하기 힘든 문제설정을 말한다. 통찰적 수준의 문제설정은 대상의 전체구조를 대략적으로 파악하는 종합적인 사고기능에 의존하는 것으로서 상당히 창의적 문제설정이라 볼 수 있다. 이 수준에서는 어떤 상황(기존 문제 포함)의 형태나 구조를 바꾸어서 문제를 만든다.

<예5> 9점 문제: 9개의 점이 3개씩 3줄로 일정한 간격으로 놓여있다. 9개의 점을 4개의 선으로 한붓그리기를 하라.

<예6> 30cm의 플라스틱 자 끝에 각각 3개의 100원짜리 동전과 6개의 100원짜리 동전을 올려놓았다. 자 아래에 연필을 놓아 자가 평행을 유지하도록 하려면 자의 어느 위치에 연필을 놓아야 하는가?

5) 전문가 수준

전문가 수준의 문제설정은 문제에 대한 민감성을 바탕으로 좋은 연구테마를 발견하고 이를 해결하는 수준을 말한다. 좋은 연구논문은 우수한 문제발견에서부터 시작된다. 다른 영역에 미치는 영향이 클 수록 좋은 문제 또는 문제해결로 평가받는다. 이 수준에서의 문제발견은 관련 영역에 대한 전문지식이 있어야 하며 문제의 가치를 평가할 수 있어야 한다.

<예7> 석·박사 학위 논문의 주제 설정

IV. 결론 및 제언

Kilpatrick(1987)은 문제의 설정을 학교 수학 교육과정의 중요한 부분 즉 가르치는 수단으로서 뿐만 아니라 목적으로 보아야 하며, 학생들 스스로 수학 문제를 발견하고 만들어 보는 경험이 모든 학생을 위한 교육의 일부분이 되어야 한다고 말하고 있다. 학습은 창조적인 행위이다. 즉 지식을 흡수함으로써 학습하는 것이 아니라 지식을 구성함으로써 학습한다. 단지 해결 전략을 학습할 뿐만 아니라 그것을 요구하는 문제를 창조하는데 적극적으로 참여함으로써 수학을 더욱 잘 학습하게 된다.

문제설정은 문제해결과 함께 학습되는 것이 바람직하다. 아무런 문제상황도 주지 않고 막연하게 문제를 만들어보는 활동보다는 문제를 해결하고 나서 그 문제와 관련된 문제를 설정하게 함으로써

관련 문제에 대한 발전적인 사고를 할 수 있는 기회를 제공하게 된다. 현재까지 임문규(1992)와 Brown & Walter(1990)의 제언이 있기는 하지만 문제설정을 위한 교수-학습에 대한 연구는 빈약하다고 말할 수 있다. 위에서 언급한 5단계의 수준과 유형은 문제설정 지도에 있어 어떤 유형을 적용하는 것이 더 적절한지를 교사가 판단하는데 도움을 줄 수 있으리라 생각된다. 그러나 이러한 유형을 언제 그리고 어떻게 적용하고 각 유형에 따른 학습 전략은 무엇인지에 대해서는 앞으로 더 연구할 가치가 있다고 본다.

참 고 문 헌

- 김정섭 (2002). 창의성 교육을 위한 패러다임의 전환: 문제 해결에서 문제 찾기로, 대한사고개발학회 2002년차 학술발표대회 발표논문집.
- 김정호 · 권오남 (1991). 창의적 문제해결력 신장을 위한 수학교육과정 개발 연구, 대한수학교육학회 추계 수학교육학연구발표대회논문집.
- 김정호 · 권오남 (2000). 창의적 문제해결력 중심의 수학 교육과정 개발 및 적용: 초등학교수준을 중심으로, 초등수학교육, 4(2), pp.83-103.
- 김주훈 · 박경미 · 최고운 · 이은미 (1996). 영재를 위한 심화 학습 프로그램 개발 연구-국어, 사회, 수학, 과학을 중심으로, 한국교육개발원 연구보고 CR96-25, 한국교육개발원.
- 김판수 (2004). 초등 수학영재의 문제발견 과정 분석, 부산대학교 대학원 석사학위논문.
- 박영배 (1991). 발전적 사고의 육성을 위한 산수 학습 지도법 고찰, 제15회 산수과 교육 세미나, 한국초등수학교육연구회.
- 신현용 · 김원경 · 신인선 · 강완 · 한인기 (2000). 창의성 신장을 위한 수학 영재 교육 개선 방안에 관한 연구, 한국교원대학교.
- 신현용 · 한인기 · 이종욱 (2000). 초등학교 고학년 수학영재의 창의성 신장을 위한 프로그램, 수학교육 논문집, 10, pp.19-30.
- 임문규(1992). 수학교육에서 문제설정과 문제해결의 관련에 관한 연구. 수학교육 논문집. 대한수학교육학회
- 정지호 · 임문규(1992). 문제설정의 교수-학습에 관하여(1). 한국수학교육학회지(수학교육), 31(3), pp.55-62.
- Brown, S. I. & Walter, M. I. (1990). *The Art of Problem Posing*, Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, New Jersey.
- Einstein, A., & Infeld, L. (1938). *The evolution of physics*. New York: Simon & Schuster. In M. A. Runco., & J. Nemiro. (1994). Problem finding, creativity, and giftedness. *Roepers Review*, 16(4), pp.235-242.

- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? In A. H. Schoenfeld(Ed), *Cognitive science and mathematics education*(pp.123-147). Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.
- National Council of Teachers Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Pehkonen, E. (1997). The State-of-Art in Mathematical Creativity, **29(3)**, *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*.
- Sheffield, L. J. (1994). *The Development of Gifted and Talented Mathematics Students and National Council of Teachers of Mathematics Standard*. Research-Based Decision Making Series. Mathematics. The National Research Center on the Gifted and Talented.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, **14(1)**, pp.19-28.
- Tannenbaum, A. J. (1986). Giftedness: a psychological approach. in R. J. Stenberg, & J. E. Davidson. *Conceptions of giftedness*. pp.21-52. Cambridge: Cambridge University Press.
- Wallas, G. (1926). *The art of thought*. New York: Harcourt Brace. In M. A. Runco., & J. Nemiro. (1994). Problem finding, creativity, and giftedness. *Roeper Review*, **16(4)**, pp.235-242.