

창의력 향상을 위한 JavaMAL Logo

진 만 영 (서울대학교 대학원)

Breidenbach et al(1992)는 APOS(Actions, Processes, Objects, Schemas)를 소개하였고 Sfard(1991)는 수학적 개념에서의 Process 와 Object의 상호관련성에 대해서 발표하였다. 본 연구자는 이 이론들을 기반으로 초등학생(4·6학년)과 중등 영재학생(1학년)을 대상으로 하여 조한혁의 JavaMAL Logo를 이용한 실험을 실행하였다. 이 실험에서는 Process와 Object의 의미와 이 개념들 간의 상호관계를 분석하였고 이러한 관계가 학생들의 창의성에 어떠한 영향을 끼치는지 비교분석하였다.

1. 들어가는 글

Breidenbach et al(1992)는 APOS(Actions, Processes, Objects, Schemas)¹⁾를 소개하면서 ISETL을 이용하여 함수개념에서의 과정(process)과 도구(object)의 관계를 중점적으로 설명하였다. 또한, Sfard(1991)은 수학적 개념을 도구로써의 구조적(structural)과 과정으로써의 연산적(operational)으로 설명하였다. 위 두 논문의 공통점은 수학적 개념의 획득을 과정과 도구로 설명하고 있다는 것과 과정과 도구가 일회성으로 발생하는 것이 아니라 SOLO 분류법(류성립, 2000)과 van Hiele의 수준 단계와 같이 개념획득 과정이 반복적으로 발전한다는 것이다. 이러한 수학적 개념형성이 일반학생과 영재학생의 차이점은 무엇이고 개념형성을 촉진시키기 위한 방법은 무엇이며 이러한 개념형성이 학생들의 창의성에 어떠한 영향을 끼치는 지에 대하여 본 연구자는 조한혁의 JavaMAL Logo²⁾(고일석, 1999)를 사용하였다. Logo에 대해서는 이미 국내외에서 많은 연구(신혜진, 2000; 오혜정, 1997; 장혜원, 1991; Clements 2001; Hoyles, 1989; Noss, 1986; Sutherland, 1982, 1989)를 통해 Logo의 장점이 밝혀졌고 밝혀지고 있다. 본 연구자는 APOS이론을 이용하여 JavaMAL Logo에서의 특정 그림을 통해 과정과 도구화를 알아보았고 이 그림을 그리는 학생과 그리지 못하는 학생의 차이점을 분석하였다. 그리고 그림을 그리지 못하는 학생에게 어떤 처방을 해주면 그럴 수 있는지 알아보았다. 또한, 도구화와 창의성과의 관계를 알아보았다.

1) 'Action-행동, Process-과정, Object-도구'라 번역 하였다.

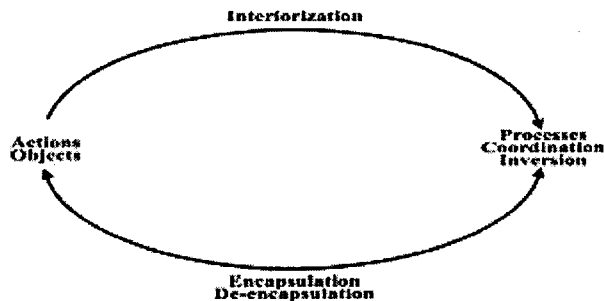
2) JavaMAL Logo는 edunet4u.snu.ac.kr에서 사용할 수 있다.

2. Technology와 수학교육

종이, 칠판, 연필, 전기가 처음 생겼을 때 이 것들은 그 시기에 놀라운 하나의 Technology이었다. 하지만 현재 우리는 종이, 칠판, 연필, 전기 없는 수학교육은 생각할 수도 없다. 즉, 현재의 Technology는 단지 컴퓨터만을 의미하지 않으며 넓은 의미로는 발전된 하나의 도구(tool)를 의미한다. 또한, 현재의 Technology가 미래의 Technology를 의미하지도 않는다. Technology 중에서 컴퓨터의 중요성은 교육은 물론 우리의 삶에서 중요하게 여겨지고 있고 점차로 생활필수품이 되어가고 있다. 교육에서 Technology를 사용하는 이유는 여러 가지가 있겠지만 그 중 가장 중요한 것 중 하나는 창문(window)의 역할을 한다는 것이다. 이에 대해 Noss와 Hoyles(1996)는 'Windows are for looking through, not looking at'을 언급하였다. 즉, Technology를 이용하는 이유는 Technology의 활용이 주목적이 아닌 학생들의 학습과정을 자세히 볼 수 있는 창문역할을 한다는 것이다. Technology를 이용하여 학생들에게 개념을 시각적으로 확신을 주기 위한 방법과 함께 교사나 연구자가 학생들의 학습과정을 볼 수 있게 사용 되어야 할 것이다. Technology의 사용 또 다른 이유는 학생들에게 know what 보다는 know how를 그리고 무엇보다도 정보화 tool을 통한 know with를 제공해 줄 수 있다(조한혁, 2003)는 것이다. 이러한 Technology 중 하나가 DGS(Dynamic Geometry System)이다. DGS를 이용하여 학생들은 시각적 확신과 더불어 추측(conjecture)과 정당화(justification) (De Villers, 1998; Laborde, 2000)를 할 수 있는 환경을 제시해 준다. 이러한 환경은 교사 중심이 아닌 학생중심인 환경을 제시해 주고 있으며 이러한 상황은 구성주의적 입장에서 이해할 수 있다.

3. JavaMAL Logo와 APOS이론



Breidenbach et al(1992)는 ISETL 프로그램을 이용하여 함수에서의 APOS(Actions, Processes, Objects, Schemas)을 소개하였다.



<그림 1> 도구(Object)와 과정(process)의 형성


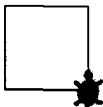
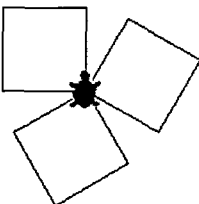
<그림 1>에서와 같이 행동이 내면화(internalization)를 거쳐 과정이 되고 과정은 압축(encapsulation)을 통해 도구가 되고 다시 도구는 de-encapsulation을 거쳐 과정이 된다는 것이다. 또한, 도구가 과정이 되는 경우는 여러 가지(inversion, coordination)가 있지만 과정이 도구가 되는 것은 오직 압축밖에 없다고 주장하고 있다. 이러한 행동과 과정과 도구의 예는 수세기와 덧셈 <표 1>에서 찾을 수 있다. 학생들이 수세기를 할 때 손가락이나 구체적 조작물을 이용하는 것을 행동으로 볼 수 있고 이를 이용하여 간단한 덧셈이나 수의 덧셈을 하는 것을 과정으로 볼 수 있다. 또한 암산을 하거나 변수의 합을 구하는 것을 도구라 볼 수 있다.

<표 1> 수세기와 덧셈에서의 행동, 과정과 도구

		2 + 3	암산	2x + 3x
3개	5개	5		5x
행동	과정		도구	

Breidenbach이 ISETL이라는 컴퓨터 프로그램을 이용한 이유는 위에서 언급한 것처럼 Technology를 이용하면 학생들의 학습과정을 자세히 볼 수 있다는 장점 때문이라고 생각된다. 이러한 이유 때문에 본 연구자도 JavaMAL Logo를 이용하였다. 그렇다면 JavaMAL Logo에서의 행동은 하나의 명령어 또는 여러 개의 명령어를 직접 실행하거나 연필로 직접 그려가면서 그림을 그리는 것이고 과정은 명령어를 직접 실행하지 않더라도 머릿속으로 어떠한 그림이 그려지는지 생각할 수 있는 상황이고 도구는 이러한 명령어 집합과 그림의 압축화를 통해 하나의 도구로 인식하는 것이다(<표 2>). 압축화는 명령어가 간결해 지는 것은 물론이고 학생들의 생각자체도 압축해서 발생해야 한다.

<표 2> JavaMAL Logo에서의 행동, 과정과 도구 예

행동	과정	도구
		
가자 30	가자 30; 돌자 90 가자 30; 돌자 90 가자 30; 돌자 90 가자 30; 돌자 90	반복 3 { 반복 4 {가자 30; 돌자 90}; 돌자 120}

여기서 주의해야 할 사항은 학생이 <표 2>에서 주어진 그림을 그렸다고 해서 과정, 도구화가 되었다고 이야기 할 수는 없다. 인터뷰나 여러 가지 그림을 통해 확인해야 한다.

4. Encapsulation과 De-encapsulation

1) Encapsulation

<그림 1>에서 과정은 압축(encapsulation)을 통해 도구가 된다. 압축은 표현을 간단히 하는 것을 포함 하지만 이보다 압축된 표현을 이해하고 생각하는 것으로 볼 수 있다. 수학에서 이러한 압축화된 표현의 대표적인 예는 공식이다. 학생이 공식을 외우고 있다고 해서 이해하고 있는 것이 아니듯이 표현법을 외우고 있다고 해서 압축화가 됐다고 말할 수 없다. 아래 <표 3>은 압축화의 예이다.

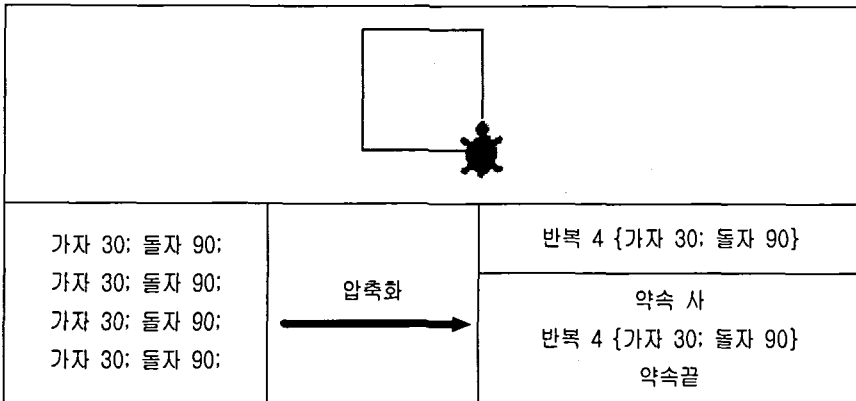
<표 3> 압축화의 예

$$1+2+3+\dots+n = \sum_{k=1}^n k, \quad 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(a + \frac{b-a}{n}k\right) \frac{b-a}{n} = \int_a^b f(x) dx$$

이렇게 압축화 과정을 통해 하나의 도구화에 이르게 된다. 또한 JavaMAL Logo에서 압축화의 예는 <표 4>와 같다.

<표 4> JavaMAL Logo에서의 압축화

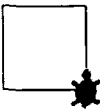
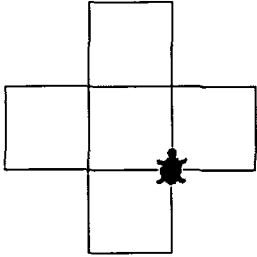


여기서 주의할 점은 학생이 반복과 약속 명령어를 썼다고 해서 압축화가 발생 했다고 말할 수는 없다. 반복명령어를 인식하고 이해하는 것 자체를 압축화라 볼 수가 있다. 이러한 압축화의 과정은 SOLO(류성림, 2000)에서 단일구조가 다중구조로의 발달과정으로 해석이 가능하고 van Hiele(우정호, 1998) 단계에서의 수준의 향상으로도 해석이 가능하다.

2) De-encapsulation

<그림 1>에서 도구는 de-encapsulation을 통해 과정화가 된다. 여기서 de-encapsulation은 도구가 과정의 일부에 포함된다는 것이라 생각된다. JavaMAL Logo에서의 de-encapsulation 예는 <표 5>에 제시 하였다. <표 5>는 그림이 주어진 상태에서 명령어를 적는 활동이다. 즉, 아래 ①번에서 도구화된 정사각형이 ②번 그림을 그리기위한 과정 안에 포함이 되어있다.

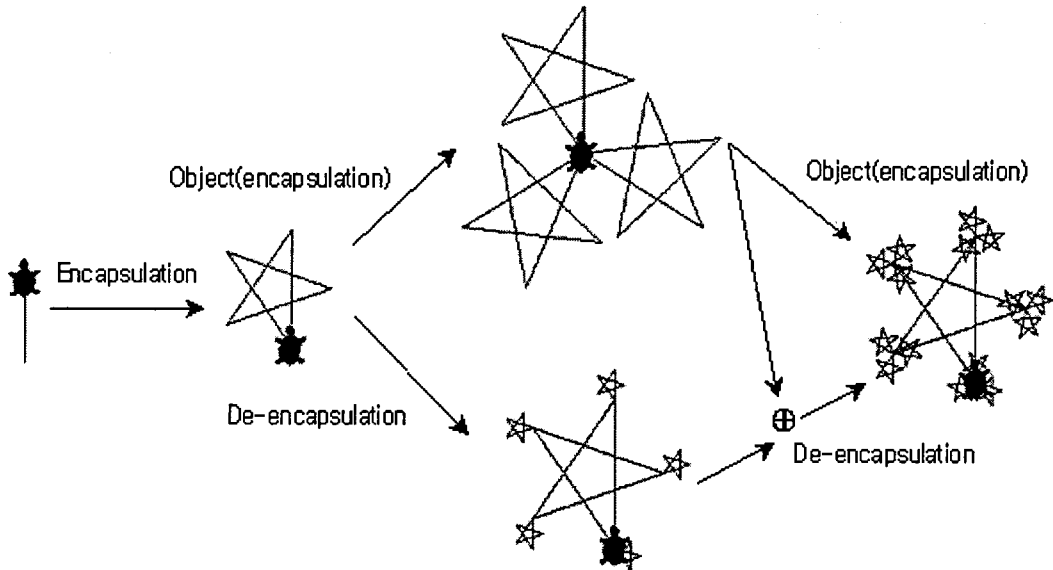
<표 5> JavaMAL Logo에서의 de-encapsulation의 예(그림을 주고 명령어를 적는 활동)

	그림	명령어
①		반복 4 {가자 30: 돌자 90}
②		반복 4 { 반복 4 {가자 30: 돌자 -90} 가자 30: 돌자 90}

②번 그림을 그렸다고 해서 de-encapsulation이 이루어졌다고 할 수 없고 ②번에서 제시된 명령어만이 de-encapsulation을 의미하는 것이 아니다. 여기서 중요한 것은 학생이 그림을 그리기 위한 전략(strategy)의 유무에 있다. 여기서 전략(strategy)은 주어진 그림을 한 붓 긋기를 하는 것과 반복되는 부분이나 대칭적인 부분을 찾는 것이다. 이러한 전략이 없다면 ②번에서 제시된 명령어 같은 것을 적을 수 없다는 것이다. de-encapsulation이 발생하지 않으면 ②번의 명령어를 제시하더라도 그림을 그릴 수 없다. 또한, 다각적인 방법(인터뷰, 지필시험, 비슷한 문제, 컴퓨터 활동 등)으로 de-encapsulation을 확인해야 한다.

3) Object(Encapsulation)와 De-encapsulation

개념 초기에는 Object(encapsulation)와 de-encapsulation은 순서적인 관계에 있지만 일단 성립된 후에는 이 두 개념은 서로가 보완적이 되면서 순서적인 관계는 사라지게 된다(<그림 2>). 학생이 필요할 때마다 쓸 수 있는 상황이 된다.



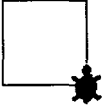

van Hiele의 이론과 같이 한 번 이루어진 object(encapsulation)과 de-encapsulation은 다른 그림을 그리는 활동에서도 유지된다.

5. 도구와 창의성



Clements(1991)는 LOGO 환경에서 아동은 창의력에 적절한 메타요소(metacomponents), 지식획득요소(knowledge acquisition components), 실행요소(performance components)들을 이용하여 학습을 하게 된다고 역설하였다(조한혁, 2002, 재인용).

JavaMAL Logo의 장점 중 하나는 '타일(tile)'이라는 명령어이다(<표 6>). '타일'은 학생들로 하여금 스스로 encapsulation과 de-encapsulation을 자극 시키는 역할을 한다.

<표 6> JavaMAL Logo에서의 '타일(tile)' 기능

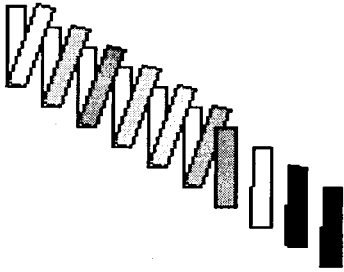
그림	명령어
① 	반복 4 {가자 30; 돌아 90}
② 	타일준비 반복 4 {가자 30; 돌아 90} 타일

<표 7> JavaMAL Logo에서 타일 움직이기

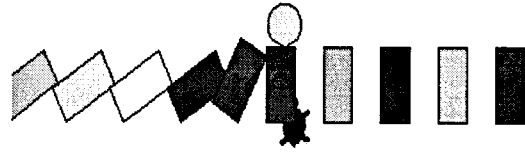
거북이	타일
	
가자 30;	가자 $n, 30;$

만들어진 타일을 움직이기 위한 명령어는 위 <표 7>과 같다. 거북이를 이용하여 정사각형을 만들고 이를 이용하여 정사각형 타일을 만드는 활동을 통해 학생들은 과정이 도구가 되는 것을 시각적으로 느끼게 된다. 또한, 타일을 특정한 모양으로 움직이는 활동을 통해 도구가 과정이 되는 de-encapsulation

창의성의 정의는 학자마다 다르고 지역마다 다르고 교육기관마다 다르다. 무엇보다도, 창의성 교육은 교사가 가지고 있는 도구(tool)에 의해 결정된다. JavaMAL Logo에서는 '타일'이라는 명령어를 통해서 학생들로 하여금 도구화 및 de-encapsulation을 촉진 시키고 또한, 학생들은 그림을 그리는 활동을 통해서 창의적인 그림을 그리게 된다. 즉, 압축화 및 de-encapsulation은 학생들로 하여금 하나의 그림을 하나의 단위로 인식하기 때문에 다양하고 창의적인 그림을 그리는데 영향을 끼친다는 것이다. 이러한 과정과 도구의 사용은 학생들의 창의성을 판단 할 수 있는 요소 중 하나라고 생각한다. 이를 확인하기 위해 초등학생(4-6학년)과 중등영재 학생(1학년)을 대상으로 '타일'을 이용하여 도미노 만들기 활동을 실시하였다. 초등학생은 영재교육을 받은 학생이 아닌 일반학생들이고 영재학생들은 영재교육을 받고 있는 학생들이었다. 학년 차이가 있기 때문에 두 집단의 직접적인 비교는 불가능 하지만 도구화의 정도를 파악하는 것은 가능하였다. 일단, 연구자가 미리 만든 도미노를 보여주고 이를 참고하여 학생들 스스로가 도미노를 만들도록 하였다. 학생들은 도미노를 만들기 위해 거북이를 이용하여 타일을 만들어야 하고 만들어진 타일을 움직여야하는 활동을 해야 한다. 이 활동에서 encapsulation이 잘 안되었을 경우는 도미노를 만드는데 어려움을 겪고 de-encapsulation이 잘 안되었을 경우는 도미노를 움직이는데 어려움을 겪게 된다. 이 활동에서 영재학생(중학생)과 영재가 아닌 학생(초등학생)의 큰 차이점은 타일을 움직이게 하는 활동에서 생겼다. 초등학생들은 타일을 움직이게 하는데 종종 어려움을 표현한 반면에 영재학생들은 타일을 움직이게 하는데 어려움을 이야기하지 않았다. 이에 대한 작품은 아래 <그림 3>(초등학생)과 <그림 4>(중학생)이다.



<그림 3> 초등학생의 도미노 작품



<그림 4> 중학생(영재)의 도미노 작품

압축화 및 de-encapsulation이 발생한 학생과 발생하지 않은 학생의 그림의 차이점은 타일 및 그림이 만들어진 상황과 명령어를 통해 알 수가 있다(표 8). 여기서도 학생이 만든 타일과 그림만을 가지고 판단은 할 수가 없고 좀 더 세밀한 관찰과 검사가 필요하다. 즉, 학생이 만들고 싶어서 만든 것이지 만들려고 하는 것을 만들다가 우연히 만들었는지를 반드시 확인해야 한다.

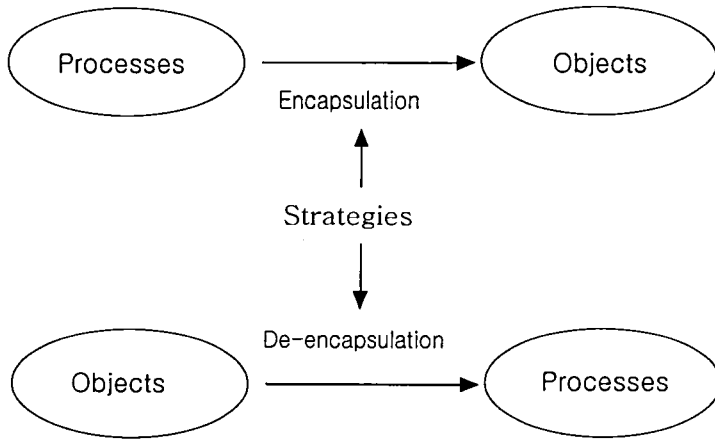
<표 8> 압축화와 de-encapsulation의 발생 유무의 예

<p>압축화와 de-encapsulation이 형성된 예</p>	<p>압축화는 형성 됐지만 de-encapsulation이 형성되지 않은 예</p>

6. 끝맺는 글

APOS 이론과 Sfard(1991)는 과정에서 도구의 관계와 발전에 대하여 이야기하였다. 과정에서 도구로의 발전이나 도구에서 과정으로의 변화는 technology를 이용한 상황에서 파악하기가 상대적으로 용이하다. 또한 도구화는 학생들로 하여금 그림을 하나의 단위로 파악하기 때문에 창의적인 그림을 그리는데 영향을 끼친다. 특히, APOS 이론에서는 행동이 내면화를 통해 과정이 되고 과정은 압축화를 통해 도구가 된다. 이렇게 형성된 도구는 de-encapsulation통해 과정으로 된다. 이러한 도구화 및

과정을 촉진하는 것 중 하나를 본 연구자는 전략이라 생각한다. 즉, 그림의 부분은 그릴 수 있으나 전체를 그리지 못 하는 경우에 전략을 가르쳐 주면 그리게 된다. 모든 경우에 이러한 상황이 벌어지는 것은 아니지만 많은 경우 전략을 알게 되면 그림을 그리게 된다. 이러한 과정과 도구간의 관계를 도식으로 표현하면 아래 <그림 5>와 같다.



<그림 5> process와 object의 관계

주의해야 할 사항은 학생들이 그린 그림만을 가지고 과정과 도구화의 정도나 창의성을 평가하지 말아야 하고 학생들이 개념을 획득하는 과정을 처음부터 끝까지 관찰하고 또한, 여러 가지의 평가와 관찰 방법을 동원해서 파악해야 할 것이다. 즉, 창의적인 작품이라도 우연에 의해 만들어지는 것이 아닌 학생의 생각에 의해 만들어진 작품을 과정과 도구화 관점에서 만들 수 있도록 환경과 도구를 제공해 줘야 할 것이다.

참 고 문 헌

고일석 (1999). 웹 기반 교육용 프로그래밍 언어 JAVA MAL의 설계 및 활용, 서울대학교 대학원 석사학위 논문.

류성립 (2000). SOLO 분류변과 van Hiele의 기하학습 수준 이론의 관련성에 대한 고찰, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 39(2), pp.151-166, 서울: 한국수학교육학회.

신혜진 (2000). LOGO프로그래밍을 통한 6학년 아동의 변수개념 이해에 관한 사례연구, 한국교원대학교 대학원 교육학석사학위논문.

이종영 (1999). 컴퓨터 환경에서의 수학 학습-지도에 관한 교수학적 분석, 서울대학교 대학원 박사학위논문.

- 오혜정 (1997). 수학적 변수 개념의 이해에 있어서 로고 프로그래밍의 효과, 한국교원대학교 교육학 석사학위논문.
- 우정호 (1998). 학교수학의 교육적 기초, 서울: 서울대학교출판부.
- 장혜원 (1991). LOGO 언어의 수학교육적 고찰-van Hiele의 기하 학습 수준과 장의존-장독립 인지 양식이 LOGO 학습에 미치는 영향을 중심으로, 서울대학교 대학원 석사학위 논문.
- 조한혁 (2003). 컴퓨터와 수학교육, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 42(2), pp.177-191, 서울: 한국수학교육학회.
- 조한혁·안준화·우혜영 (2002). 컴퓨터를 통한 창의력 수학 프로그램 개발, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 13, pp.625-639, 서울: 한국수학교육학회.
- Breidenbach, Daniel.; Dubinsky, E D.; Hawks, Julie, & Nichols, Devilyna (1992). Development of the Process Conception of Function, *Educational Studies in Mathematics* 23, pp.247-285.
- Clements, D. H. & Battista, M. T. (2001). *Logo and Geometry*, Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Hoyles, C. & Sutherland, R. (1989). *LOGO mathematics in the classroom*. Routledge, London and New York.
- Labode, Colette. (2000). Dynamic geometry environments as a source of rich learning contexts for the complex activity of proving, *Educational Studies in Mathematics* 44, pp.151-161.
- Noss, Richard. (1986). Constructing a conceptual framework for elementary algebra through logo programming, *Educational Studies in Mathematics* 17, pp.335-357.
- Noss, Richard.; Hoyles, Celia (1996). *Windows on Mathematical Meanings*, Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Sfard, Anna (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin, *Educational Studies in Mathematics* 22, pp.1-36.
- Sutherland, R. (1989). Providing a computer based framework for algebraic thinking, *Educational Studies in Mathematics* 20, pp.317-344.
- Sutherland, R. (1982). What is algebraic about programming in logo, *Learning Mathematics and Logo*, MIT Press, pp.37-54.