

수학적 추론 능력 신장을 위한 탱그램 활용

나 귀 수 (청주교육대학교)

I. 개요

탱그램(Tangram)은 세계적으로 가장 대중적으로 사용되고 있는 퍼즐 중의 하나이다. 본 자료에서는, 초등학교 학생들의 수학적 추론 능력과 공간 감각 신장을 위해 탱그램을 효과적으로 활용하는 방안에 대해 모색하고자 한다.¹⁾

II. 준비물

4인 1조당 탱그램 1 세트, 연습장, 필기구

III. 프로그램

본 자료는, 기초 활동, 탐구 활동, 심화 활동으로 구성되어 있다. 본 자료를 적용하는 대상에 따라 각 활동의 양을 가감하여 운영할 수 있다.

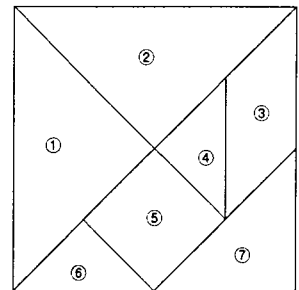
1. 기초 활동

<과제 및 활동> 오른쪽 그림은 탱그램을 나타낸 것이다.

탱그램 조각들로 나타나는 도형들의 넓이 사이의 관계를 설명하여라.

가. <그림 1>의 탱그램 그림을 보고 해결하여 보아라.

나. 탱그램 조각들을 붙이면서 해결하여 보아라.



<그림 1> 탱그램

1) 본 자료는 김남희(2000)의 '탱그램 활용을 통한 수학적인 생각의 구체화'를 참조하여 만들어졌다. (대한수학교육학회지 <학교수학> 2권 2호, 7-17 참조)

<관찰 및 평가 사항> 위의 활동을 하는 동안 다음 사항을 확인한다.

- 가. 하나의 탱그램 조각의 넓이를 기준으로 해야 하는 것을 생각할 수 있는가?
- 나. 하나의 탱그램 조각의 넓이를 기준으로 했을 때, 다른 탱그램 조각의 넓이가 어떻게 되는가를 생각하는가? 예를 들어, 가장 작은 탱그램 조각의 넓이를 1이라고 하고, 다른 탱그램 조각의 넓이를 구할 수 있는가?
- 다. 탱그램 조각들의 넓이 사이의 관계를 설명할 수 있는가?

2. 탐구 활동

<과제 및 활동> 탱그램 조각들을 2개 이상 붙여서 만들 수 있는 삼각형과 사각형을 생각해 보자.

- 가. 삼각형, 정사각형, 직사각형, 사다리꼴, 평행사변형을 만들어 보아라.
- 나. 만들 수 있는 삼각형, 정사각형, 직사각형의 각각의 개수를 알아보아라.
- 다. 다른 사각형들(사다리꼴, 평행사변형)을 만들어 보아라.
- 라. 사다리꼴, 평행사변형을 각각 몇 가지 만들 수 있는지 알아보아라.

<관찰 및 평가 사항>

- 가. 탱그램 조각들을 적절히 붙여서 다양한 삼각형과 사각형을 만들어 낼 수 있는가?
- 나. 삼각형(정사각형, 직사각형, ...)을 만들 때, 체계적인 접근 방법(예를 들어 넓이를 기준으로 하는 방법)을 나름대로 고안하여 활용하는가?
- 다. 만들 수 있는 삼각형, 정사각형, 직사각형을 모두 만들 수 있는가?
- 라. 각각의 활동을 통하여 일반적인 규칙을 찾아내려고 하는가?

3. 심화 활동

<과제 및 활동> 탱그램 조각들을 2개 이상 붙여서 만들 수 있는 다각형을 생각해 보자.

- 가. 오각형, 육각형, 칠각형 ... 등을 만들어 보아라.
- 나. 만들 수 있는 오각형, 육각형, 칠각형 ... 등의 각각의 개수를 알아보아라.

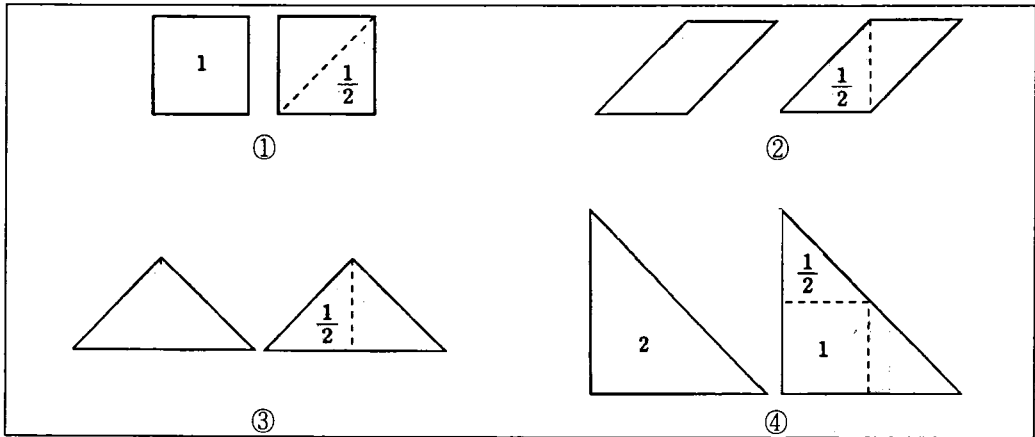
<관찰 및 평가 사항>

- 가. 탱그램 조각들을 적절히 붙여서 다양한 다각형을 만들어 낼 수 있는가?
- 나. 오각형(육각형, 칠각형, ...)을 만들 때, 체계적인 접근 방법을 나름대로 고안하여 활용하는가?
- 다. 만들 수 있는 오각형(육각형, 칠각형, ...)을 모두 만들 수 있는가?
- 라. 각각의 활동을 통하여 일반적인 규칙을 찾아내려고 하는가?

IV. 프로그램 해설

1. 기초 활동

탱그램을 이용한 도형의 구성 활동은 위에서 논의되는 추론적 사고를 강화시켜줄 수 있는 훌륭한 소재가 될 수 있다. 초등 수준에서 다루어질 수 있는 추론 학습은 탱그램 조각들이 가지는 도형의 넓이 사이의 관계를 설명하는 학습 활동에서 가능하다.



<그림 2> 탱그램 조각의 변의 길이 및 넓이 관계 추론

아래의 설명은 탱그램 조각들이 가지는 도형의 넓이 사이의 관계를 논리적으로 설명하는 과정이다(<그림 2> 참조).

<그림 2>의 ①

가장 작은 직각이등변삼각형 두 개를 빗변이 마주하도록 붙이면 탱그램의 작은 정사각형이 한 개만 들어진다. 작은 정사각형의 넓이를 1이라고 하면 가장 작은 직각이등변삼각형의 넓이는 1/2이 된다.

<그림 2>의 ②

가장 작은 직각이등변삼각형 두 개를 빗변이 아닌 변이 마주하도록 붙이면 탱그램의 평행사변형이 한 개만 들어진다. 가장 작은 직각이등변삼각형의 넓이는 1/2이었으므로 평행사변형의 넓이는 1이 된다.

<그림 2>의 ③

가장 작은 직각이등변삼각형 두 개를 빗변이 아닌 변이 마주하도록(②와 다른 방법으로) 붙이면 탱그램의 중간 크기의 직각이등변삼각형이 한 개 만들어진다. 가장 작은 직각이등변삼각형의 넓이는 $1/2$ 이었으므로 중간 크기의 직각이등변삼각형의 넓이는 1이 된다.

<그림 2>의 ④

큰 직각이등변삼각형은 가장 작은 직각이등변삼각형 두 개와 정사각형 하나로 구성되므로 ①에서의 넓이를 이용하면 큰 직각이등변삼각형의 넓이는 2가 된다.

①~④에서 얻은 결과를 이용한 추론으로 학생들은 탱그램에 대한 설명을 아래와 같이 제시할 수 있다.

탱그램의 각 도형의 넓이는 정사각형 넓이의 1배 또는 $1/2$ 배 또는 2배이다.

탱그램의 모든 도형의 넓이를 합하면 8이다. 또는

탱그램 7조각을 모두 사용하여 만든 정사각형의 넓이는 8이다.

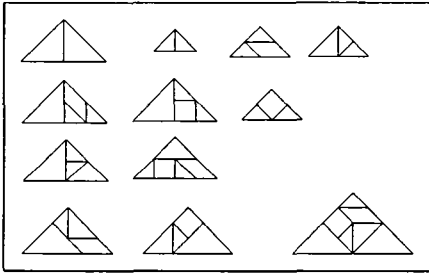
탱그램의 도형들이 가지는 길이와 넓이에 대한 위와 같은 관계를 학생들이 이해하게 되면 탱그램 조각을 이용하여 새로운 도형을 구성하거나 주어진 기하학적 모양을 만들어내는 활동을 훨씬 수월하게 해 낼 수 있게 된다.

2. 탐구 활동

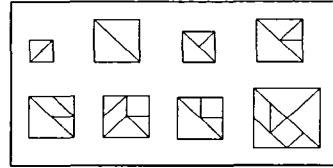
탱그램에 모든 평면도형이 포함되어 있는 것은 아니지만 초등수학교육과정에서 중요하게 다루어지고 있는 삼각형, 사각형(정사각형), 평행사변형의 도형들이 포함되어 있다. (<그림 1> 참조)

초등 저학년 수준에서 도형을 지도하기 위해 교사는 먼저 학생들로 하여금 탱그램의 조각의 형태에 주목하게 하고 그 형태를 관찰하고 비교해 보도록 한다. 그 과정에서 학생들은 조각들 사이의 비교, 대조를 통해 각 도형들이 가지는 중요한 성질을 간단히 설명할 수 있게 된다. 이 단계를 지나면 도형의 고유한 용어를 설명해야 할 필요성이 생기게 된다. 기하는 삼각형, 사각형, 평행사변형과 같은 고유의 용어를 가지고 있는데, 학생들이 이러한 새롭고 고유한 용어를 정확히 사용하기 위해서는 충분한 시간이 필요하다. 도형의 정의는 도형을 시각화하고, 측정하며, 도형의 성질을 관련짓고 그들의 성질에 따라 도형을 분류하는 경험으로부터 유도되어야 한다. 탱그램은 삼각형, 정사각형, 평행사변형의 모델을 제공하므로 구체를 통해 삼각형, 사각형(정사각형), 평행사변형의 성질을 탐구하는 활동을 제공해준다.

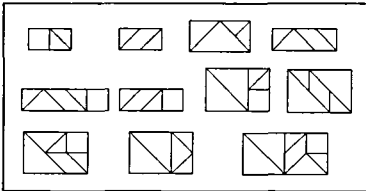
보다 높은 단계에 이르러서는 탱그램의 구성요소인 7개의 조각을 적절히 이용하여 또다른 평면도형들을 구성해 보는 학습활동을 제공해 볼 수도 있다.



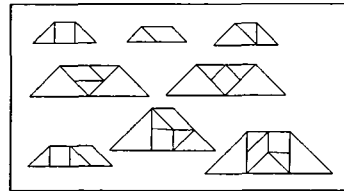
<그림 3> 탱그램으로 구성된 삼각형



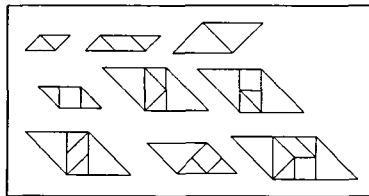
<그림 4> 탱그램으로 구성된 정사각형



<그림 5> 탱그램으로 구성된 직사각형



<그림 6> 탱그램으로 구성된 등변사다리꼴



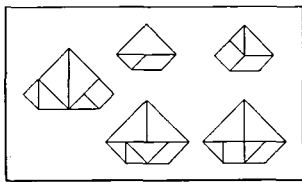
<그림 7> 탱그램으로 구성된 평행사변형

<그림 3> ~ <그림 7>과 같은 도형의 구성활동을 통해 학생들은 삼각형, 정사각형, 직사각형, 평행사변형, 사다리꼴의 도형이 가지는 기본적인 특징들을 확실하게 인식할 수 있다. 뿐만 아니라 이러한 활동 속에서 탱그램 조각들의 변의 길이와 넓이를 비교하고 이를 바탕으로 도형을 구성하게 되므로 공간감각과 측정 개념, 추론적 사고가 발달될 수 있는 풍부한 경험을 제공받게 된다.

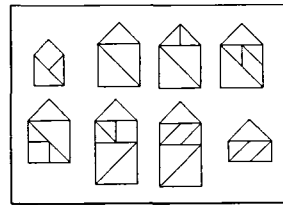
3. 심화 활동

탱그램의 구성요소인 7개의 조각은 평면도형의 기본이 되는 다각형들로서 이들을 적절히 혼합하여 구성하면 새로운 다각형을 구성해 낼 수 있다. 탱그램을 가지고 여러 가지 다각형을 구성해 보는 심화활동을 제시하면 학생들이 다각형의 정의를 확실하게 인식할 수 있을 뿐 만 아니라 공간구성력 및 창의적인 사고를 훈련하는 데에도 상당한 도움을 얻을 수 있다.

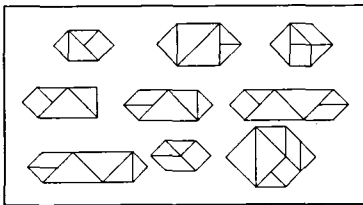
<그림 8>~<그림 11>은 탱그램으로 구성된 다각형의 일부를 나타낸 것이다.



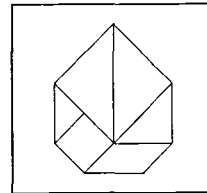
<그림 8> 탱그램으로 구성된 오각형



<그림 9> 탱그램으로 구성된 오각형(말이 사각형)



<그림 10> 탱그램으로 구성된 육각형



<그림 11> 칠각형