

폴리드론을 이용한 공간도형 분할 탐구

한 대 희 (청주교육대학교)

I. 개요

최근 입체 도형 학습을 도와주는 많은 교구가 개발되고 보급되고 있으나 이를 수학 학습에서 의미 있게 활용하지 못하고 있는 것으로 보인다. 본 프로그램은 입체 도형을 만들 수 있는 교구인 폴리드론을 이용하여 직관적으로는 해결하기 어려운 과제를 탐구함으로써 일상적인 경험으로 개발하기 어려운 2차적 공간 직관을 개발하는 것을 목표로 한다.

II. 준비물

폴리드론 4인 1조당 1 세트, 연습장, 자, 3색 이상의 필기구

III. 프로그램

본 프로그램을, 기초활동, 탐구활동, 심화 활동으로 구성하였다. 적용 학년에 따라서 3부분의 활동 중에서 선택적으로 활용할 수 있을 것이며 활동양도 조절할 수 있을 것이다.

1. 기초 활동

과제 : 정사면체를 각 면에 평행한 평면으로 이등분하였다.

- 1) 모두 몇 조각이 되는가?
- 2) 나누어진 조각들은 어떤 입체 도형들인가?

활동 : 위의 문제를 다음과 같이 해결해 본다.

- 1) 종이나 보조물을 사용하지 않고 생각해 보기
- 2) 종이 위에 그려보기
- 3) 폴리드론을 이용해서 해결하기

관찰 및 평가 사항 : 위의 활동을 하는 동안 다음 사항을 확인한다.

- 1) 직관적으로 답을 생각해 내는가?
- 2) 답을 그림으로 표현할 수 있는가?
- 3) 자신이 추측한 답을 정당화하려고 하는가?
- 4) 구체물을 어떻게 사용하는가?
 - (1) 시각적 보조물로 사용하는가?
 - (2) 추측에 대한 정당화 방법으로 사용하는가?
- 5) 보다 일반적인 문제에 대한 질문을 하는가?
 - (1) 다른 입체를 절단하는 문제
 - (2) 절단의 횟수를 늘리는 문제 등

2. 탐구 활동

과제 : 정사면체를 각 면에 평행한 평면으로 3, 4, 5 등분하였다.

- 1) 각 경우에 모두 몇 조각이 되는가?
- 2) 각 경우에 어떤 도형들이 몇 조각씩 되는가?

활동

- 1) 종이나 보조물을 사용하지 않고 생각해 보기
- 2) 종이 위에 그려보기
- 3) 폴리트론을 이용해서 해결하기

관찰 및 평가 사항 : 위의 활동을 하는 동안 다음 사항을 확인한다.

- 1) 직관적으로 답을 생각해 내는가?
- 2) 답을 그림으로 표현할 수 있는가?
- 3) 자신이 추측한 답을 정당화하려고 하는가?
- 4) 구체물을 어떻게 사용하는가?
 - (1) 시각적 보조물로 상용하는가?
 - (2) 추측에 대한 정당화 방법으로 사용하는가?

5) 각각의 활동을 통하여 일반적인 규칙을 찾아내려는 성향을 보이는가?

3. 심화 활동

과제: 정사면체를 각 면에 평행한 평면으로 n 등분하였을 때 어떤 도형이 몇 개씩 만들어지는가?

활동

- 1) 폴리드론을 이용하여 규칙을 찾아본다.
- 2) 폴리드론을 이용하여 3, 4, 5등분 하였을 때의 결과를 그림 혹은 기호로 표현해 본다.
 - (1) 실물 그리기
 - (2) 단순화된 그림 그리기
 - (3) 기호화된 그림 그리기 - 규칙 표현
- 3) 일반적인 문제 상황의 해결법 유도

관찰 및 평가 사항

- 1) 일반적인 규칙을 찾아내는가?
- 2) 자신의 찾아낸 규칙에 대한 검증을 하려 하는가
- 3) 공간 도형과 관련된 성질을 단순화된 방식으로 표현해 낼 수 있는가?
- 4) 규칙이 드러날 수 있는 기호화된 표현 방식을 사용하는가?
- 5) 복잡한 문제 상황(10등분의 경우)을 자신이 만든 방식으로 해결할 수 있는가?
- 6) 공간도형에 대한 2차적 직관이 형성되었는가?

IV. 프로그램 해설

1. 기초 활동

기초 활동에서 학생들은 직관적으로 과제를 해결할 수도 있으며, 그림을 그려서 문제를 해결할 수도 있다. 학년에 따라서는 직관적으로 해결한 결과에 대한 논리적 정당화를 요구할 수도 있다. 대체로 재능을 보이는 학생들은 이유에 대한 설명이 곧 바로 답을 말하기도 하며, 고학년으로 올라갈수록 논리적인 설명을 시도하는 경향이 나타난다. 폴리드론과 같은 구체물을 이용하여 문제를 확인할 수도 있으며, 폴리드론 사용 없이 바라 탐구활동으로 이행할 수도 있다.

2. 탐구 활동

탐구 활동의 과제는 도저히 직관적으로 혹은 입체 그림을 이용해서는 해결할 수 없는 문제이다. 학생들은 기초 활동에서 사용한 구체물을 이용하여 이 문제를 탐구하게 된다. 이 때 구체물을 사용하는 방식과 수준에서 다양한 반응이 나타난다. 교사는 학생들 중에서 누가 적절한 아이디어를 먼저 찾아내는지, 소그룹 내에서 아이디어가 어떻게 생겨나고 논쟁하고 공유되는지 등을 관찰할 수 있다.

3. 심화 활동

대체로 학생들은 탐구 활동에서 2, 3 등분된 상황을 구체물을 이용하여 실제로 세는 것과 센 결과에서 규칙을 발견하는 정도에 그친다. 그러나 보다 재능이 있는 학생들은 n 등분한 상황을 구체물을 사용하지 않고도 해결할 수 있는 전략을 개발하게 된다. 이 과제는 제시한 심화 활동에서 그치지 않고 보다 심화된 문제로 연결될 수 있다. 보다 창의적인 학생들은 이러한 상황에서 새로운 문제를 제기 할 수도 있다.