

어림 활동이 문제 해결 과정에서 개념 이해, 해답 예측, 계산에 미치는 영향 : 속력과 밀도의 사례를 중심으로

서정아 · 조광희* · 송진웅* · 박승재**
(동마중학교) · *(서울대학교) · **(과학문화교육연구소)

The Effects of Estimation Activities on Understanding Concepts, Predicting and Calculating Answers in Problem Solving Procedure : Cases of Speed and Density

Jungah Suh · Kwanghee Jo⁺ · Jinwoong Song⁺ · Sung Jae Pak⁺⁺
(Dongma Middle School) · *(Seoul National University) ·
**(Science Culture Education Research Institute)

ABSTRACT

This article presents the effects of estimation activities related to speed and density on students' concept-understanding, answer-prediction, and answer-calculation in problem solving procedure with quantitative and qualitative methods. Participants were one hundred and ninety two seventh graders from one coeducational school in Seoul. Half of them participated in the estimation activities and the other half did in the measurement activities. Discussions of three students during estimation activities on density and their post-interviews were tape-recorded. Pre- and post-assessment scores were analyzed for the whole classes, and students' discussions and interviews served this research as evidences for the case analysis. Results of scores indicated that students in the estimation activities were significantly better than those in the measurement activities for predicting answers, but not for understanding concepts. Analysis of the cases revealed that estimation activity helped them to understand the relations of mass, volume and density, empirically, which enhanced their prediction ability. Furthermore, the ability could help a student with low calculation ability to comprehend the calculation problems. Thus, it is concluded that estimation activities could influence students' empirical learning on quantitative concepts, which enhanced their prediction ability.

Key words: estimation, problem solving, concept-understanding, prediction, calculation, speed, density

I. 서 론

물리 이론의 발달에서 어림과 측정은 중요한 역할을 담당하였다. 물리 개념은 정량화를 통하여 이론으로 발전하였는데(Hacking, 1983), 과학자들은 자신의 '경험'을 토

대로 과학적 가설을 세우고(PSSC, 1965) 이를 측정값과 비교하면서 이론을 추정한다. 일반적으로 과학자의 '경험'은 어림을 통한 대략적인 계산, 교육받은 짐작, 빨리 계산하기 등을 포함한다(Crane, 1969; Lobato, 1993). 예컨대 갈릴레이가 진자의 등시성을 검증한 과정(PSSC,

1965), 러더포드가 원자핵의 존재를 밝힌 과정(Andrade, 1964) 등은 어림과 측정이 물리학 이론의 생성과 발전에 밀접하게 관련됨을 보여주었다. 이처럼 측정이 실세계에서 물리적인 현상을 다루는 반면에, 어림은 인간의 사고를 바탕으로 과학세계와 실세계를 연결시켜 주어 실제 현상에 대한 물리적인 이해를 도울 수 있다(송진웅과 김혜선, 2001).

역사적으로 과학교육 현장에서는 측정 등의 실험 교육이 강조되었지만, 어림 교육은 별로 중요시되지 않았다. 다음과 같은 점에서 어림은 학생들의 문제 해결 과정에 영향을 미칠 수 있다. 첫째, 물리량의 크기에 대한 어림은 물리량에 대한 학생의 정량적 개념과 밀접하게 관련된다. 한 학생이 메스실린더를 이용하여 물의 부피를 측정할 수 있더라도, 1 L의 물을 1 mL나 100 L라고 어림하였다면 이 학생의 정량적인 부피 개념은 과학자와 다르다. 학생이 컵에 들어 있는 물의 부피를 어림한 후에 100 kg, 100 g 등으로 답하였다면, 그 학생이 부피와 질량에 대한 오개념을 지닌 것이라고 Schofield(1989)는 주장하였다. 또 다양한 물질의 밀도 값을 서로 비교하는 과정은 밀도 개념의 학습에 도움이 될 수 있다. 예를 들어 가벼운 나무와 무거운 철의 밀도 값을 비교하면서, 학생들은 밀도가 물체의 질량과 관련된다는 생각을 가질 수 있다.

둘째, 문제 해결에 관련된 연구(Crane, 1969; McMillan & Swadener, 1991; 흥미영과 박윤배, 1995; Fortgang, 1995)에 의하면 학생들은 물리 문제를 기계적으로 해결한 후에 계산한 물리량의 의미를 생각하지 않는 경향이 있다. 예를 들어, “폭포수의 물이 떨어지면서 50 %의 에너지가 내부 에너지로 전환되었다면 온도가 얼마나 올라갈까?” 라는 문제를 풀었을 때, 물의 온도를 계산한 값이 500 °C 이상으로 나와도 학생들이 이상함을 못 느끼는 경우도 있었다(Fortgang, 1995). 특히 관계식이나 숫자가 나오는 물리 문제의 경우, 그 문제의 현상적인 의미를 무시하고 수학적 부분에 몰두하여, 물리가 아닌 산술 문제처럼 푸는 경우가 흔하다(Crane, 1969; Fortgang, 1995). 물리량의 크기에 대한 어림 능력이 없다면 물리 문제는 단순한 계산에 불과하다. 그러나 어림 능력이 있다면 문제의 해답을 예측할 수 있으므로, 정답과 다른 답이 나왔을 때 자신의 계산 과정을 반성할 수 있다. 수학교육 분야의 연구에 따르면, 숫자 정보에 대하여 미리 예상하거나 대략 계산해보는 활동은 계산 능력 향상에 효과적이었다(Lobato, 1993; 김옥경, 1997; Micklo, 1999).

이와 같이 계산이 필요한 문제에서 학습자가 물리량의 정량적인 크기를 알고, 관련 개념을 이해하며, 그 문제의 현상적 의미를 예측(Wilson, 1973; Mandell, 1980)하기 위하여 어림 능력이 필요하다. 이에 본 연구는 과학 학습 현장에서 정량적으로 다루어지는 속력과 밀도 개념에 대하여 중학생을 대상으로 어림활동과 측정활동을 각각 실시한 후, 문제를 푸는 과정에서 학생들의 개념 이해, 해답 예측, 계산 능력에 어떤 변화가 생기는지를 알아보고자 하였다. 이를 위하여 두 가지 접근 방식으로 연구를 시도하였다.

첫째, 어림활동과 측정활동이 각각 학생들의 개념 이해, 해답 예측, 계산 능력에 유의미한 영향을 미치는가?

둘째, 어림활동은 학생들이 개념을 이해하고 문제의 해답을 예측하는 과정에서 어떻게 도움을 주는가?

이 두 연구문제는 문제의 성격이 조금 다르므로, 첫 번째 연구에서는 정량적이고 통계적인 방법을 사용하였고, 두 번째 연구에서는 정성적이고 미시적인 방법으로 접근하였다.

II. 연구 방법

1. 연구 대상

연구 대상은 서울시내에 있는 중학교의 1학년 남학생 192명이었다. 속력 수업 참여 학생 수는 어림활동반이 93명, 측정활동반이 94명이었다. 밀도 수업 참여 학생 수는 어림활동반이 89명, 측정활동반은 93명이었다. 속력과 밀도 참여 학생들은 대부분 같은 학생들이었으나, 불성실 응답 등을 제외한 까닭에 개념과 활동반에 따라 학생수가 달라졌다. 전체 학생들을 대상으로 개념 이해, 해답 예측, 계산 영역에 대하여 사전, 사후에 주관식 지필 검사를 실시하였다. 사례 분석은 밀도 수업에 참여한 어림활동반 학생들을 대상으로 하였으며, 이를 위하여 활동을 녹취하고 면담 분석을 실시하였다. 학생들의 이름은 어림활동반의 진이, 철수, 명오(모두 가명)이었고, 이 학생 제보자들은 모두 자발적으로 연구에 참여하였다.

2. 활동 내용

속력과 밀도 활동을 1999년 11월 중순부터 시작하여 12월 중순까지 실시하였다. 모든 활동은 45분 정규 수업

에서 진행되었으며, 속력과 밀도 각각에 대하여 별도로 교실에서 이론 수업을 받은 후, 각 개념에 대하여 두 차시씩, 총 네 차시의 활동을 하였다. 그 과정을 요약하여 Fig. 1에 제시하였다.

학생들은 모두 교실에서 개념에 대하여 이론 수업을 받은 상태였으며, 각 활동은 실험실에서 3명 1조를 이루어 조별로 이루어졌다. 어림활동은 물리량의 값을 비교하는 활동과 물리량의 값을 직접 어림하는 활동들로 이루어졌다. 학생들은 속력과 밀도에 대하여 각각 2시간씩 활동하였다. 첫 번째 시간의 수업은 학생들이 물리량의 값을 비교하는 활동을 통하여, 자료에 제시된 물리량의 크기를 직관적으로 이해할 수 있도록 구성되었다. 두 번째 시간의 수업은 학생들이 실제 물체를 보고 물리량의 크기를 어림하는 활동으로 이루어졌다.

측정활동은 교과서에 제시된 측정 실험을 일부 수정하여 생활에서 쉽게 접하는 물체들의 물리량을 측정하는 활동들로 이루어졌다. 어림활동과 같이 측정활동도 속력과 밀도에 대하여 각각 2시간씩이었다. 속력에 대한 측정활동 시간에는 초시계, 자, 시간기록계 등을 이용하여 '친구가 걸어가는 속력 측정하기', '떨어지는 물체의 속력 측정하기' 등을 실험하였다. 밀도 측정활동에서는 윗접시 저울, 전자 저울, 메스 실린더 등을 이용하여 '고체의 밀도 측정하기', '액체의 밀도 측정하기' 등을 학생들이 조별로 실험하였다. 어림활동과 측정활동의 예를 Table 1에 구체적으로 제시하였다.

3. 자료 수집과 분석

이 연구는 경향성을 파악하는 첫 번째 연구와 미시적인 변화를 관찰하는 두 번째 연구로 나누어 볼 수 있다. 따라서 연구에서 사용한 자료도 크게 두 가지 형식이다. 지필 검사지를 통하여 전체적인 경향성을 파악하고, 학생들의 활동 중 대화 내용과 사전 사후 면담을 근거로 어림활동 후에 나타난 변화를 미시적으로 밝히고자 하였다.

1) 지필 검사와 분석

지필 검사를 개념 이해 영역, 해당 예측 영역, 계산 영역으로 나누었다. 속력과 밀도에 관하여 각각 6문항씩 연구자들이 만들었고, 과학교육전문가 세 명이 안면타당도를 검증하였다. 구체적으로 살펴보면, 먼저 개념 이해 문항을 통하여 학생들이 속력, 밀도에 대하여 지닌 개념을 평가하였다. 각 개념 당 두 문항이며, 각 문항의 내용에 대한 대략적인 설명은 Table 2와 같다.

해당 예측 영역의 평가를 위하여 역시 두 문항을 제시하였다. 속력과 밀도의 영역 문항에 대한 예는 Table 3과 같다. 계산을 하기 전에 대략적으로 어떤 답이 나올지 예측하는 능력을 평가하기 위하여 해당 예측 영역의 문항에 구체적인 값을 제시하지 않았다. 정확한 숫자가 제시되어 있지 않았기 때문에 학생들은 사전 지식이나 합리적인 가정을 세워 해답을 예측하여야 했다(Crane, 1969). 생각의 과정도 점수에 반영하였는데, 만일 학생들이 지하철의 속력이나 은과 금의 밀도를 실제와 다르게 어렵하여 반대의 결과가 나왔더라도, 과정이 타당하고 합리적이면 옳은 답으로 간주하였다. 이와 같은 문항을 통하여 계산 문제를 접하였을 때 학생들이 풀이 과정을 예측하는 능력을 평가하고자 하였다.

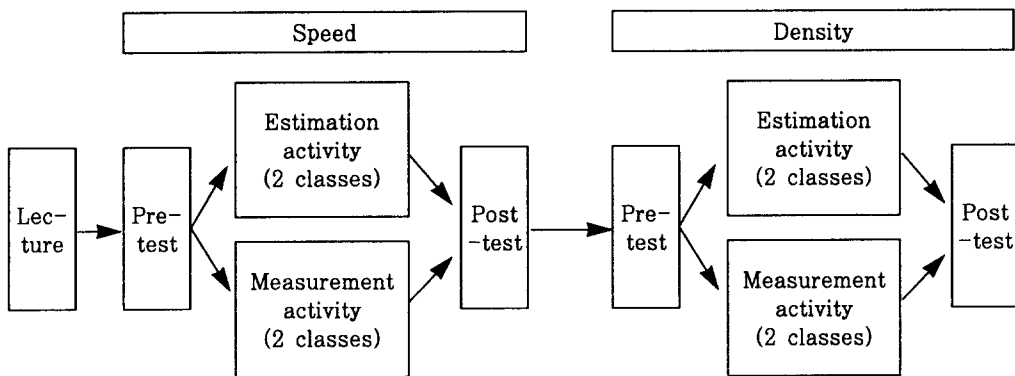


Fig. 1. The procedures in estimation and measurement group

Table 1. Examples of contents of estimation and measurement activities about speed and density

Activities		Estimation	Measurement
Lesson			
Speed	1st lesson	<ul style="list-style-type: none"> · Comparing and estimating velocities of subway & tortoise, falling man · Comparing 1km/h and 1m/s · Comparing the velocities of various falling objects 	<ul style="list-style-type: none"> · Marking on the floor at every 50 cm · Measuring the speed of a walking student with stopwatch
	2nd lesson	<ul style="list-style-type: none"> · Estimating the speed of walking · Estimating the speed of the falling object 	<ul style="list-style-type: none"> · Measuring the speed of a falling object with ticker-tape timer
Density	1st lesson	<ul style="list-style-type: none"> · Comparing and estimating the masses of two 30 cm cubes made of gold and ice · Comparing and estimating average densities of planets · Comparing and estimating weights of a golf ball and hummingbirds 	<ul style="list-style-type: none"> · Measuring the mass of coins · Measuring the volume of coins · Calculating the density of coins · Comparing the density of coins with other materials on the worksheet
	2nd lesson	<ul style="list-style-type: none"> · Estimating a density of a man · Estimating a density of a bob · Estimating a density of wood · Estimating the range of densities of gases, liquids, and solids 	<ul style="list-style-type: none"> · Measuring the mass of liquid · Measuring the volume of liquid · Calculating the density of the liquid

Table 2. Summary of questions about concepts

Concept	Question 1	Question 2
Speed	· Comparing the speeds of two objects in the picture	· Choosing the most speedy item in the problem
Density	· Comparing the densities of two objects of different size	· Comparing the mass of given objects with the same volume

Table 3. Example of questions about student's prediction ability of speed and density

Speed	A Subway started from Hanyang Univ. Station, and ran for two minutes, then arrived at Wangsimni Station. How far is it?
Density	One day, the king of Greece doubted whether his crown was made of pure gold or silver-mixed. The king asked Archimedes to examine it. He compared the volume of the crown with that of golden bar of the same mass as the crown, and found the crown contained silver. Which volume do you think was larger, the volume of the gold crown mixed with silver or the bar of pure gold of the same mass?

계산 영역의 문항은 위의 예측 문항과 동일하나 속력, 밀도값, 질량 등이 검사지에 제시된 형태이었다. 이는 일반적인 형태의 주관식 문항이며, 계산 과정과 해답을 모두 점수에 반영하였다. 이 문항을 통하여 해답의 예측과 계산 능력 사이에 어떤 관련성이 있는지를 알아보고자 하

였다.

이렇게 얻은 결과를 평가 답안지 채점 후 점수의 변화를 통계적으로 알아보기 위하여 Windows 용 SPSS 7.0을 이용하여 분석하였다. 어림활동반과 측정활동반의 사전, 사후 검사를 비교하기 위하여 양측 t 검정을 하였고, 학생

의 예측과 계산 결과의 관련성을 알아보기 위하여 카이제곱검정(χ^2)을 하였으며, Cramer V(ϕ 계수)를 구하였다. 그리고 경향성을 엄밀하게 구별하기 위하여 유의수준(p)은 .01로 설정하였다.

2) 활동 녹취와 면담

학생들은 세 명이 한 조를 이루어 활동하였다. 어림활동의 사례 연구에 참여한 학생제보자들은 한 조를 이루어 활동을 하였는데, 책상 가운데에 마이크가 달린 녹음기를 설치하고 연구자 중의 한 사람이 지도 교사로서 그들의 활동을 관찰하였다.

모든 학생들에게 먼저 지필로 된 평가지를 사전과 사후에 풀도록 하였다. 그리고 학생제보자 세 명을 따로 불러서 각 학생이 그 문제를 어떤 식으로 풀었는지, 왜 그렇게 답을 적었는지에 대하여 더 자세히 설명하도록 요청하였다. 따라서 면담의 질문 내용은 지필 평가지에 나온 문제들과 동일한데, 학생의 답변 의도가 명확하게 드러나지 않을 때에는 연구자가 추가로 질문하였다.

Ⅲ. 연구 결과와 토의

1. 어림 활동과 측정활동이 개념 이해, 해답 예측, 계산 능력에 미친 영향 : 지필 검사 결과

1) 개념 이해

속력, 밀도 개념을 이해하고 있는지를 묻는 지필 평가 결과, 어림활동반과 측정활동반에서 모두 개념 이해 정도가 향상되었다(Table 4). 단위 시간 동안 물체가 이동한 거리를 속력으로 이해하고 바르게 비교한 학생 수가 어림활동과 측정활동을 한 후에 모두 증가하였다. 또 어떤 물질에서 떼어낸 물체의 밀도가 원래 물질의 밀도와 같다는 사실과, 서로 다른 물질로 이루어진 두 물체의 부피가 같더라도 밀도가 다르면 질량이 다르다는 사실을 설명할 수 있는 학생 수도 두 활동 반에서 유의미하게 증가하였다. 이 결과는 어림활동이나 측정 활동을 한 후에 속력이나 밀도에 대한 개념 이해가 유의미하게 향상되었음을 의미한다. 따라서 어림활동과 측정활동은 개념에 대한 이해를 돕는 데 모두 효과적이었다.

2) 해답 예측

예측 과정에 대한 평가 결과는 Table 5와 같다. 속력과 밀도 모두 어림활동 후 예측 과정 점수가 유의미하게 증가하였고, 측정활동 후에는 유의미한 변화가 없었다. 계산 문제의 해답을 예측하기 위하여, 계산 문제에서 필요한 값들을 대략 어림하는 과정이 필요하였다. 그러나 학생들이 지하철의 속력이나 은과 금의 밀도를 실제와 다르게 어림하여 반대의 결과가 나왔다고 하더라도, 과정이 타당하고 합리적이면 옳은 답으로 간주하였다. 따라서 이 영

Table 4. Effect of the activities on students' conceptions of speed and density

	Activities	Number of students	Pre	Post	t
Speed	Estimation	n=93	5.30*(3.58) ^b	6.45 (3.34)	-3.27**
	Measurement	n=94	6.04 (3.18)	6.94 (3.24)	-2.98**
Density	Estimation	n=89	4.36 (3.53)	5.97 (3.77)	-3.82**
	Measurement	n=93	4.40 (3.48)	6.03 (3.31)	-4.43**

a: average (full mark=10) b: standard deviations ** $p < .01$

Table 5. Effect of the activities on students' prediction of speed and density

	Activities	Number of students	Pre	Post	t
Speed	Estimation	n=93	2.00*(2.48) ^b	3.76 (3.65)	-4.98**
	Measurement	n=94	2.31 (2.89)	2.91 (3.27)	-1.73
Density	Estimation	n=89	2.93 (2.22)	4.34 (3.29)	-4.39**
	Measurement	n=93	2.71 (2.18)	3.23 (2.68)	-1.48

a: average (full mark=10) b: standard deviations ** $p < .01$

역은 단순한 어림 능력만을 평가한 것만은 아니며, 계산 문제를 이해하고, 해답을 예측하는 능력을 평가하는 문항이었다. 결과적으로 어림활동만 학생들은 계산 문제에서 정확한 숫자가 주어지지 않아도 그 문제의 해답이 어떤 식으로 될지, 문제를 어떻게 풀어나가야 하는지를 알아내는 능력이 유의미하게 향상하였다.

3) 계산

계산 능력을 평가한 결과, 계산문제를 푸는 능력은 어림활동과 측정활동 간에 변화 경향의 차이가 없었다. 속력의 경우 어림활동만, 측정활동만 모두 사전 사후에서 유의미한 차이가 나타나지 않았다(Table 6). 반면 밀도의 경우 어림활동만과 측정활동만에서 모두 학생들이 밀도 계산을 더 잘 하게 되었다. 다만 속력과 밀도 모두 어림활동만에서 향상한 정도가 측정활동만에서 향상한 정도에 비하여 크다는 공통점이 있었다.

이와 같이 지필 검사 결과를 통하여 어림활동과 측정활동이 문제 해결과정에 미치는 영향을 살펴보았을 때, 어림활동과 측정활동 모두 학생들이 밀도 개념에 대하여 이해하도록 도와주었다는 것을 알 수 있었다. 또 어림활동은 예측 능력의 향상에 효과적이었으나, 측정활동은 유의미한 차이가 없었다. 예측을 한 문항에 대한 계산 결과는 유의미한 차이는 아니었으나, 두 개념 모두 어림활동만에서 향상한 정도가 측정활동만에서 향상한 정도에 비하여 컸다.

2. 어림활동이 문제와 관련된 개념 이해와 해당 예측에 미친 영향에 대한 사례 분석: 밀도를 중심으로.

위의 지필 검사 결과는 어림활동과 측정활동의 효과를 전체 학생들의 점수로만 비교한 것이기 때문에 각 활동이

학생들의 문제해결과정에 어떻게 영향을 주게 되는지를 탐색하기에는 한계가 있었다. 따라서 이를 미시적으로 알아보기 위하여 어림활동에 참여한 세 학생의 활동을 녹취한 자료와 면담기록을 분석하였다. 일반적으로 학생들은 속력보다 밀도 어림을 어려워하고(서정아 등, 2003), 이번 연구에서도 속력보다는 밀도 문제를 해결하는 과정에서 어림 활동의 효과가 더욱 잘 드러났으므로, 두 번째 연구는 밀도의 사례를 중심으로 기술하였다.

1) 학생제보자의 특성

세 명의 학생들은 밀도에 대하여 정확한 개념을 가지고 있지 않았다. 진이는 어렵스럽게 밀도가 물체의 무게와 관련된다는 것을 알고 있었지만 밀도, 부피, 질량의 관계를 정확히 이해하지는 못하였다. 밀도가 무엇인지 물어보았을 때, 진이는 “똑같은 양이 있을 때 물체의 무게 같은 거.”라고 설명하다. 그러나 구체적인 질문을 하자 “작은 도막은 작으니까 밀도가 작고요. 큰 거는 크니까 밀도가 크고...” 라고 응답한 것으로 보아, 밀도가 물체의 크기와 비례한다고 생각하고 있음을 알 수 있었다. 또한 부피를 비교하는 예측 2번 문제에 대하여 “금이 은 섞인 것보다 무겁다”라는 표현을 하여 부피와 무게의 개념을 혼동하고 있음을 드러내었다.

철수는 밀도를 “물체의 고유한 양”이라고 응답하였다. 예를 들어 큰 금속 도막에서 작은 금속 도막을 떼어내었을 때 밀도가 안 변하는 이유를 “밀도는 물체의 고유한 양이기 때문에 양이 다르더라도 밀도는 같다.”라고 하였다. 그러나 철수도 밀도, 부피, 질량의 용어를 정확히 알고 설명할 수 있는 것은 아니었다. 동일한 질량의 순금 덩어리와 은이 섞인 왕관의 부피를 비교하는 문제에서 처음에는 “금이요. 은보다 무겁잖아요. 같은 무게라고 할 때요. 은이요 더 가벼우니까요.”라고 응답하여 밀도, 부피, 질량의 관계를 비교적 이해하고 있는 것으로 보였다. 하

Table 6. Effect of the activities on students' calculation of speed and density

	Activities	Number of students	Pre	Post	t
Speed	Estimation	n=93	3.34*(3.35) ^b	3.39 (3.22)	-0.13
	Measurement	n=94	3.68 (2.84)	3.13 (3.09)	1.88
Density	Estimation	n=89	2.38 (3.55)	4.17 (4.21)	-4.62**
	Measurement	n=93	2.82 (3.54)	4.37 (3.83)	-3.21**

a: average (full mark=10) b: standard deviations ** p<.01

지만 끈이어 면담자가 밀도와 부피의 관계를 묻자 “부피... 잘 모르겠어요.”라고 응답하였던 것이다.

명오는 밀도를 “부피 분에 질량”이라고 정의하였으나, 밀도를 과학적으로 이해하지 못하였다. 예를 들어, 예측 2번에서 “금이 은보다 무겁기 때문에 순금덩어리의 부피가 크다”라고 설명하였다. 즉 명오는 물리량을 혼동하고 있었다.

이와 같이 세 학생들은 모두 밀도의 정의를 정확하게 설명할 수 없었으며, 부피와 밀도의 관계를 명확히 설명하지 못하였다. 진이는 밀도가 크면 물질의 부피나 질량도 모두 커진다고 생각하고 있었고, 철수는 밀도가 고유한 양이며 질량과 비례관계가 있다고 이해하고 있었으나 부피와 밀도를 정확하게 설명하지 못하였다. 또 명오는 밀도를 관계식으로만 암기하고 있어서 정성적인 설명을 하지 못하였다.

본 연구에 참여한 학생들의 사전 특성을 요약하면 아래 Table 7과 같다.

2) 밀도 값을 자신의 경험과 비교하여 이해하기

학생들은 물질의 밀도 값을 보면서 자신이 대략 어렵하였던 값과 비교를 하고, 어렵 값과 큰 차이가 나는 경우에 대하여 관심을 보였다. 예를 들어 아래의 대화 내용을 보면 진이, 철수, 명오는 금의 밀도가 19.3 g/cm³, 얼음의 밀도가 0.92 g/cm³ 로서 그 차이가 10여 g/cm³ 라는 사실을 의외로 받아들였다.

명오: 금의 밀도하고 얼음의 밀도하고 별로 차이가 안 나는 것 같아.

철수: 뭐가 차이가 없나.

명오: 별로 그 생각보다 많이 안 나잖아. 10밖에 안 나잖아.

철수: 어떻게 19지...

명오: 난 맨 처음 100몇 차이가 나는 줄 알았거든.

사전 개념 조사 결과를 보면 진이, 철수, 명오는 밀도를 잘 이해하지 못하였거나, 부피나 질량과 혼동하고 있었다. 따라서 명오는 이 대화 중에 부피나 질량이 크기 때문에 밀도도 클 것으로 예상하고 밀도의 차이가 ‘100몇 차이가 난다’라고 언급한 것이다. 이는 학생들이 밀도를 어렵하는 과제에서, 물체의 부피가 커지면 밀도 값도 크게 어렵한다는 어렵 실태 조사 결과(서정아 등, 2003)와도 관계가 있다.

이와 유사한 예가 다음의 대화 내용에도 드러난다. 학생들은 별새와 골프공의 질량을 비교하면서 이상하다고 느꼈는데, 수십 마리의 별새의 부피를 고려해 볼 때 골프공보다는 훨씬 무거운 것으로 예상하였기 때문에 이를 이상하다고 여긴 것이다.

진이: 별새 몇 마리가 골프공 하나의 질량에 해당하는가?

철수: 몇 마리일까?

(세어볼.)

철수: 별새가 너무 많지 않나? 골프공 하나에...

위와 같이 어림활동 과정을 통하여 학생들은 밀도가 질량이나 부피와 다른 개념이라는 것을 이해할 수 있었던 것으로 보인다.

**3) 물리량의 관계에 대한 경험적인 이해를 통한
해답 예측 능력의 향상**

어림활동을 하는 학생들은 질량, 부피, 밀도 세 가지의 물리량을 구분하는 것에 그치지 않고, 그들 사이의 관계식을 경험적으로 이해하기 시작하였다. 특히 질량이 일정할 경우 부피와 밀도 사이의 반비례 관계를 경험적으로

Table 7. The summary of characteristics of interviewees before activities

Name	Characteristics of interviewees before activities
Jinee	Density is proportional to objects' size. Confusing the concepts of mass, volume, and density
Chulsu	Density is a kind of characteristics of material. Having difficulty in explaining the relation between volume, mass and density
Myongoh	Density is the mass over volume. Thinking weight is proportional to the volume of objects

이해하게 되었다. 어림활동 중에 학생들은 수 십 마리의 벌새가 한 개의 골프공과 질량이 같다는 사실, 각 변이 30cm인 금덩어리의 질량이 성인 7명의 질량과 비슷하다는 사실 등을 접하였다. 학생들은 이를 통하여 질량이 같더라도, 밀도가 크다면 그 부피가 작을 것이라는 현상을 간접적으로 경험하였다. 이는 진이가 새롭게 알게 된 점으로서 “밀도가 클수록 부피가 작아진다”라고 언급한 것을 통하여 확인할 수 있다.

이와 같은 경험적인 이해를 바탕으로 계산 문제의 해답을 예측하는 능력이 향상하였다. 예를 들어 동일한 질량의 구리와 알루미늄청동의 부피를 비교하는 문제의 해답을 예측하도록 하였을 때, 진이는 “구리의 밀도가 크기 때문에 같은 질량이라면 알루미늄청동의 부피가 더 클 것이다”라고 하였으며, 철수 역시 “구리가 알루미늄보다 밀도가 클 것 같아서, 밀도는 부피가 적을수록 크기 때문에.”라고 하였다. 만일 이 학생들이 “밀도는 부피 분의 질량이라서 질량이 일정할 경우 부피와 밀도가 반비례한다.”라고 응답한다면, 이는 관계식의 의미를 수학적으로 암기하고 있을 뿐 그 관계식이 경험적인 세계에서 어떤 의미를 지니는지 설명하는 결과라고 보기는 어려웠을 것이다.

4) 해답의 예측과 계산과정의 관련 가능성 : 진이의 사례를 중심으로

어림활동반의 진이는 어림활동을 통하여 밀도 개념과 해답 예측 점수가 상대적으로 많이 올라간 학생이었다. 사전 검사 결과 그는 개념 이해, 예측, 계산 문항을 모두 제대로 해결하지 못하였으나 사후에 모두 옳은 답을 선택하였다.

어림활동 전에 진이는 관계식을 잘 모르고 있었고, 방정식을 제대로 푸는 능력이 부족하였다. 예를 들어 1차 평가에서 부피와 질량을 이용하여 밀도를 계산할 때

$$\text{“ 계산과정} = \frac{\text{질량}}{\text{동일한 부피}} \text{”라고 적었지만, 질량을 미지수}$$

로 놓고 계산하는 방법을 몰라서 답이 제대로 나오지 않았다.

어림활동을 한 후 진이는 부피가 동일한 순금반지(24k 반지)와 은을 섞은 금반지(18k 반지)의 질량을 비교하는 문제에서 “24k 반지가 더 무겁다. 금의 밀도가 은이 섞여 있는 것의 밀도보다 크기 때문이다.”라고 설명하였다. 직접 이 문제에 대한 계산을 할 때 진이는 관계식을 제대로

적용하지 못하였다. 진이는 관계식을 “ $18k\text{반지} = \frac{17}{2} = 34 \text{ g}$ ”, “ $24k\text{반지} = \frac{19}{2} = 38 \text{ g}$ ” 라고 적었다. 하지만 진이

는 이 이상한 식을 통해 정확한 답을 얻었고, 그 답은 진이의 예측과도 일치하였다.

두 번째 문제에서는 알루미늄청동으로 만든 물체와 순수한 구리로 만든 물체가 동일한 질량일 때 부피를 예측하라고 하였다. 진이는 “구리의 밀도가 크기 때문에 같은 질량이라면 알루미늄청동의 부피가 더 클 것으로 생각한다.”라고 응답하였다. 그리고 계산 문제에서는 계산식을 “구리 $750 \div 8 = 93.6 \text{ cm}^3$, 알루미늄 $750 \div 7.5 = 100 \text{ cm}^3$ ”으로 적었다. 그리고 이 문제에 대하여 “밀도가 8이고 질량이 모두 750 이니깐요...밀도가 클수록 부피가 작아지니까요”라고 설명하였다.

위의 계산 과정이나 면담을 통해 알 수 있듯이, 진이는 관계식을 완벽하게 알고 정확한 방정식을 세워 계산을 한 것은 아니었지만, 예측은 올바르게 하였고 답도 정확하게 나왔다. 진이가 사용한 관계식은 어림활동 전후에 크게 변하지 않았고, 어림활동 전과 마찬가지로 불완전하였다. 반면 진이의 예측은 어림활동 후 정확하게 바뀌었고 해답도 정확하게 나왔다. 즉 진이는 문제 해결과정에서 어림활동 후 형성된 개념으로 인해, 주어진 문제를 정확히 이해하였고 그 결과를 옳게 예측한 것이다. 그리고 관계식이 부정확함에도 불구하고 자신의 예측과 일치하도록 계산을 하여 옳은 답을 구하였다고 볼 수 있다. 따라서 진이와 같이 방정식 계산에 서툰 학생들이 어림을 통하여 계산 결과를 적절히 예측할 수 있다면, 물리 문제 풀이에 있어서 계산 능력의 부족으로 인한 어려움을 어느 정도 극복할 것으로 보인다.

문제해결 과정에 대한 선행 연구는 초보자들이 문제를 해결할 때 시행착오적이며 수단목표 접근법적 성향 (means-end approach)을 지녔다고 하였다(Larkin, 1980). 전문가들이 자신의 지식 구조에 기인하여 문제를 구조적으로 해결해 나가는 것과는 달리, 초보자들은 목표를 선정하면 그것의 해결을 위해 시행착오적으로 숫자를 대입하여 결과를 낸다는 것이다(Larkin, 1980). 진이도 이와 같았다. 문제해결 과정에서 진이는 방정식을 푸는 능력이 부족하고 밀도 개념도 부정확한 초보자였다. 그는 자신이 예측한 결과대로 답이 나오기를 원하였고, 식을 자신의 방식대로 푸는 것으로 여겨진다.

이와 같은 결과는 증거평가 연구에서 나타난 생각 의존 반응(theory-based response) 과 유사하다(Kuhn, et al., 1988; 장병기, 1994). 이와 같은 결과를 일반화하기 위해 학생들이 문제를 풀 때 자신이 예측한 결과와 계산결과가 일치하는 경우가 어느 정도인지 알아보았다. 지필 검사에 참여한 전체 172명의 학생들을 대상으로 밀도에 대한 예측 2번 문항(Fig. 2)의 예측 결과와 계산 결과를 비교하여 보았다

2. Aluminum-bronze is a kind of alloy mixed copper with aluminum. For practical use, copper is mixed with about 5~12% aluminum.
A factory made two kinds of accessories. One(A) is made from copper, and the other(B) is from aluminum-bronze. The masses of accessories are the same. Which accessory is larger in volume?

Fig. 2. The second question on prediction ability

“알루미늄청동과 구리를 이용하여 질량이 동일한 두 가지의 부속품을 만들었을 때, 어느 부속품의 부피가 더 클까?”라는 내용의 문항이었다. 답을 알루미늄청동이라고 하고, 그 이유를 알루미늄청동의 밀도가 구리보다 작기 때문에 동일한 질량이 되려면 그 부피가 더 커야 할 것이라고 쓴 경우를 옳은 답으로 간주하였다. 또 이유 설명 과정이 과학적으로 타당하지만, 단지 구리의 밀도와 알루미늄청동의 밀도를 잘 못 어림하여 답을 구리라고 유추하였다면 옳은 답으로 채점하였다.

이 문항에 대하여 예측 결과와 계산 결과를 비교한 것은 Table 8과 같다. 예측과 계산 문항의 정답 여부와 관계없이 예측 문항에서 응답지에 알루미늄청동이라고 적은 학생들의 수는 101명(무응답 제외)중에서 55명이었다. 한편 계산 문항에서 알루미늄청동이라고 응답한 학생 수는

65명이었다.

그런데 학생들의 예측 결과와 계산 결과는 관련이 있었다. 알루미늄청동이라고 예측한 학생 중에는 계산을 한 후 알루미늄청동이 답이라고 응답한 학생이 더 많았고, 구리라고 예측한 학생 중에는 계산을 한 후 구리라고 답을 적은 학생이 더 많았다. 구체적으로 살펴보면, 알루미늄청동이 답이라고 예측한 학생 55명 (54.5%)중에는 알루미늄청동이 답이라고 계산한 학생이 43.6 %, 구리가 답이라고 계산한 학생이 10.9 %이었다. 구리가 답일 것이라고 예측한 학생 46명 (45.5 %) 중에는 알루미늄청동이 답이라고 계산한 학생이 20.8 %, 구리가 답이라고 계산한 학생이 24.8 %이었다. 통계적으로도 예측 결과와 계산 결과는 유의미한 상관성이 있었다($\phi = .357, p<.01$).

특히 예측을 구리라고 하였으나 계산 후 알루미늄청동을 답이라고 쓴 학생들(20.8 %)의 경우, 예측은 틀리게 하였지만 관계식을 이용하여 방정식을 정확하게 해결한 것이라고 볼 수 있다. 즉 수학적 능력이 있는 학생들은 예측 결과와 무관하게 옳은 답을 낼 수 있음을 의미한다. 그러나 예측을 구리라고 한 46명 (45.5 %)의 학생 중 계산 결과도 구리라고 응답한 25명 (24.8 %)은 수리적인 계산을 잘 못하는 학생이라고 볼 수 있는데, 이런 학생들은 단순히 자신의 예측 결과와 일치하게 답을 적었다. 이와 같은 결과는 예측과 계산의 관련성이 수학적 능력이 있는 학생들보다는 수학적 능력이 부족한 학생들의 경우에 더욱 크게 나타날 수 있다는 것을 시사한다.

사례 분석 결과는 어림활동을 통하여 학생들이 밀도 문제와 관련지어 밀도 개념, 특히 밀도의 관계식과 밀도 값을 경험세계와 관련지어 이해할 수 있음을 드러내었다. 비록 어림활동을 통하여 직접 문제를 계산하는 능력의 변화를 가져온 것은 아니지만, 문제를 정성적으로 이해할 수 있었다. 그와 함께 수학적으로 능력이 부족한 학생들이 해답에 대한 예측 능력을 지닐 경우 밀도 문제를 쉽게 접근할 가능성이 있음을 알 수 있었다.

Table 8. Comparison of answers of prediction and calculation

Calculation	Prediction	Aluminum bronze	Copper	Total	chi-square (phi)
Aluminum bronze		44 ^a (43.6) ^b	21 (20.8)	65 (64.4)	12.88** ($\phi = 0.357$)
Copper		11 (10.9)	25 (24.8)	36 (35.6)	
Total		55 (54.5)	46 (45.5)	101 (100)	

a: Number of students b: Percent ** $p<.01$

IV. 결론 및 논의

본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다. 속력과 밀도에 대한 개념 이해와 해답 예측 과정을 지필로 평가한 결과, 어림활동과 측정활동이 모두 개념을 정성적으로 이해하는 데 도움을 주었고, 특히 어림활동은 계산 문제에서 해답을 예측하는 능력을 유의미하게 향상시켰다. 어림활동에 참여한 학생들에 대한 사례 분석 결과, 어림활동은 밀도 개념과 관련된 관계식이나 값을 경험적으로 이해하도록 하여 문제를 해결하는 과정에서 해답을 예측하도록 도와주었음을 알 수 있었다. 또 이처럼 해답 예측 능력이 높아지면 수학적 능력이 부족한 학생도 밀도 계산 문제를 이해할 수 있었다.

결론적으로 어림활동은 속력과 밀도 개념을 이해하는 것에 도움을 주며, 개념과 관련된 관계식과 값 등을 경험적으로 이해하도록 하여 계산 문제의 해답을 예측하는 과정에 도움을 주었다.

이와 같은 연구 결과는 측정교육과 어림교육을 새로운 관점에서 살펴볼 필요가 있음을 보여준다. 첫째, 어림능력은 과학 개념을 학습하고 측정을 여러 번 하여 저절로 생기는 것이 아니며, 예측 능력을 향상시키는 데 효과적이었다. 지금까지 과학 교육 현장에서 어림 능력은 개념 학습이나 측정활동을 통하여 자연스럽게 형성되는, 부수적인 영역으로 여겨졌다. 개념 수업에서는 구체적인 물리량의 실제적 의미보다 추상적인 이론 설명과 문제 풀이가 강조되고 있으며, 측정교육에서는 대부분 측정 기술의 습득이 중시되었다. 그런데 차수 어림 능력을 조사한 결과(서정아 등, 2003), 과반수의 중학생들이 생활 주변에서 쉽게 보는 물체의 물리량을 참값과 차수가 다르게 어림하였다. 또 서정아와 박승재의 연구(2003)에 따르면 어림활동은 측정활동에 비하여 어림능력의 향상과 단위 이해에 유의미하게 효과적이었다. 그리고 이 연구에서는 어림활동이 측정활동보다 계산 문제의 해답을 예측하는 과정에 효과적인 것으로 나타났다.

둘째, 어림활동은 추상적인 개념과 실제적인 측정을 연결짓는 다리 역할을 할 수 있다. 개념 학습과 측정은 모두 과학 교육에서 중요한 역할을 한다. 그러나 개념을 배우고 측정을 하였다고 하더라도, 그 값의 물리적 의미를 이해하였다고 단정지을 수 없다. 그러나 어림은 근본적으로 물리량 값의 의미를 파악하는 과정을 포함하고 있으므로, 이를 바탕으로 예측하는 능력이 생기는 것이다.

Larkin(1979)은 전문가들이 수식으로 문제 해결을 하기 전에 정성적인 사고 과정을 거친다고 하였는데, 어림은 정성적 사고 과정과 관련이 있을 수 있다. 과학활동에서 구체적인 사물이나 현상에 대한 측정값은 추상적이고 기호화된 수식에 대입되는데, 이때 나타나는 여러 수치들은 물리적인 의미를 지닌다. 수치의 물리적인 의미를 이해하는 과정이 과학에서 반드시 필요한 단계임을 감안한다면, 어림은 측정과 이론 사이를 연결해 주는, 다리와 같은 역할을 하는 것이다. 예를 들어 밀도를 단순히 부피 분의 질량으로 암기하는 것은 진정한 의미의 값이라고 볼 수 없다. 밀도 값을 보고 그것이 경험세계에서 어떤 물리적인 의미를 지니는지 설명할 수 있는 것은 단순 암기와는 다른 성격의 학습이다. 어림 활동 후 면담을 할 때, 한 학생은 밀도의 이해에 대하여 이렇게 말하였다.

“밀도에 대하여 뭔가 좀 알게 된 것 같아요. 음...남에게 설명해 줄 수 있을 것 같아요.”

국문 요약

본 연구는 속력과 밀도 개념에 대하여 어림활동을 실시하고, 학생들의 문제 해결과정에 미친 효과를 분석하였다. 그리고 사례 분석을 통하여 어림활동이 밀도 문제 해결과정에 주는 영향을 미시적으로 살펴보았다. 연구 대상은 중학교 1학년 남학생 192명이었다. 어림활동반의 세 명의 학생이 면담과 활동 녹취를 하였다. 연구 결과 어림활동과 측정활동이 모두 밀도 개념에 대한 정성적인 이해와 계산 능력에 도움을 주었으나, 계산 문제의 해답을 예측하는 능력은 어림활동반에서만 유의미하게 향상하였다. 사례 분석 결과, 어림활동은 학생들이 밀도의 관계식과 밀도 값을 경험세계와 관련지어 이해할 수 있도록 도와주었으며 이와 같은 이해를 바탕으로 계산 문제의 해답을 예측하도록 도왔다. 그리고 계산 능력이 부족한 한 학생은 계산 문제를 정성적으로 이해하여 답이 어떻게 되어야 할지를 말할 수 있었다. 결론적으로 어림활동은 개념과 관련된 관계식이나 값들을 경험적으로 이해하도록 도와 문제를 해결하는 과정에서 해답을 예측하도록 하였으며, 수학적 능력이 부족한 학생이 계산 문제를 이해하는 데에 도움이 되었다.

참고 문헌

- 김옥경(1997). 초등학교 6학년 학생들의 분수 개념 이해 및 분수 수업 방안에 대한 연구. 한국교원대학교 석사학위논문.
- 서정아, 박승재(2003). 중학생의 속력과 밀도에 대한 어렵 및 측정 활동이 관련 사항 이해와 능력 함양에 미치는 영향. *새물리*, 46(6), 305-313.
- 서정아, 조광희, 박승재(2003). 중학생의 물리량에 대한 차수 어렵 능력 분석. *한국과학교육학회지*, 23(3), 229-238.
- 송진웅, 김혜선(2001). 기본물리량 어림의 정확성 및 방법에 대한 탐색. *한국과학교육학회지*, 21(1), 76-88.
- 장병기(1994). 그림자 현상에 대한 학생의 생각과 제시된 증거 유형에 따른 추론 방식. 서울대학교 박사학위논문.
- 홍미영, 박운배(1995). 문제의 특성에 따른 대학생들의 화학 문제해결 과정의 차이 분석. *한국과학교육학회지*, 15(1), 80-91.
- Andrade, E. N. da C.(1964). *Rutherford and the nature of the atom*. 안운선(역). 전파과학사: 서울.
- Crane, H. R.(1969). Problems for introductory physics. *The Physics Teacher*, 7, 371-378.
- Fortgang, A.(1995). The triangle of science. *The Science Teacher*, 62(1), 32-36.
- Hacking, I.(1983). *Representing and Intervening: Introductory Topics in the Philosophy of Natural Science*. Cambridge University Press: NY, 233-245.
- Kuhn, D., Amsel, E., O'Loughlin, M.(1988). *The Development of Scientific Thinking Skills*. Academic Press: CA.
- Larkin, J. H.(1979). Processing information for effective problem solving. *Engineering Education*, 70(3), 285-288.
- Larkin, J. H.(1980). Teaching problem solving in physics: The psychological laboratory and the practical classroom. In D. T. Tuma & F. Reif (Eds.) *Problem Solving and Education: Issues in Teaching and Research*. Wiley: NY, 111-125.
- Lobato, J. E.(1993). Making connections with estimation. *Arithmetic Teacher*, 40(6), 347-351.
- Mandell, A.(1980). Problem solving strategies of sixth-grade students who are superior problem solvers. *Science Education*, 64(2), 203-211.
- McMillan, C.III & Swadener, M.(1991). Novice use of qualitative versus quantitative problem solving in electrostatics. *Journal of Research in Science Teaching*, 28(8), 661-670.
- Micklo, S. (1999). Estimation: it's more than a guess. *Childhood Education*, 75(3), 142-145.
- PSSC(1965). *PSSC Physics*. PSSC 번역위원회(역). 탐구당: 서울, 7.
- Rogers, E. M.(1960). *Physics for the inquiring mind: the methods, nature, and philosophy of physical science*. Princeton University Press: NJ.
- Schofield, B.(1989). Use of apparatus and measuring instruments. *Assessment of Performance Unit. Science at Age 13: A Review of APU Survey findings 1980-84*. Her Majesty's Stationary Office: London, 55-71.
- Wilson, J. T.(1973). *An investigation into the effects of generating hunches upon subsequent search activities in problem-solving situations*. Paper presented at the 46th annual meeting of National Association for Research in Science Teaching. (Eric Document Reproduction Service No. ED 079 064).