

추가변형률 유한요소 직접적분법을 이용한 복합적층 곡선패널의 비감쇠 강제진동응답

Undamped Forced Vibration Response of Curved Composite Panels
using Enhanced Assumed Strain Finite Element-Direct Integration Method

박 원 태* 천 경 식** 손 병 직***
Park, Won-Tae Chun, Kyoung-Sik Son, Byung-Jik

Abstract

The composite shell element is developed for the solution of undamped forced vibration problem of composite curved panels. The finite element used in the current study is an 4-node enhanced assumed shell element with six degrees of freedom per node. The composite shell element is free of both shear and membrane locking phenomenon by using the enhanced assumed strain(EAS) method. A modification to the first-order shear deformation shell theory is proposed, which results in parabolic through-thickness distribution of the transverse shear strains and stresses. It eliminates the need for shear correction factors in the first order theory. Newmark's direct integration technique is used for carrying out the integration of the equation motion, to obtain the response history. Parametric studies of curved composite panels are carried out for forced vibration analysis by geometrical shapes and by laminated composite; such as fiber orientation, stacking sequence.

요 지

복합적층 곡선패널의 비감쇠 강제진동문제를 해결하기 위한 쉘 요소를 제안하였다. 본 연구에서는 절점당 6개의 자유도를 갖는 4절점 EAS 쉘요소를 사용하였다. EAS 방법을 이용하여 전단잠김과 면내잠김 현상을 극복하였으며, 전단보정계수를 사용하지 않고 분포형상함수에 의해 두께방향에 따른 전단변형을 포물선으로 분포시킨 수정된 1차전단변형이론을 적용하였다. Newmark 직접적분법이 시간에 관한 운동방정식의 적분과 시간이력을 해결하기 위해 적용되었다. 곡선패널의 기하학적 조건과 화이버 보강각도 및 적층조건 등의 매개 변수 변화에 따른 강제진동응답을 분석하였다.

Keywords : 4-node EAS finite element, composite, curved panel, undamped forced vibration, Newmark direct integration

핵심 용어 : 4절점 EAS 유한요소, 복합적층, 곡선패널, 비감쇠 강제진동, Newmark 직접적분법

* 정회원, 천안공업대학 토목과 부교수, 공학박사

** 정회원, 서울시립대학교 토목공학과 박사과정

*** 정회원, 한국표준과학연구원 환경안전계측센터, 공학박사

E-mail : pwtae@dragon.cntc.ac.kr 041-550-0355

• 본 논문에 대한 토의를 2004년 3월 31일까지 학회로 보내 주시면 2004년 7월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

1. 서론

복합재료 구조물은 항공우주산업을 그 시발점으로 하여 토목, 기계, 조선 등 여러 분야에서 적용되고 있으며 선진국에서는 섬유강화 복합재료를 교량, 건물, 관로 등의 건설분야에 응용하려는 연구가 10여년 전부터 활발히 진행되어 왔다. 최근에는 국내에서 복합 재료를 이용한 교량 적용용 구조데크가 개발되어 공사 현장 가교에 적용되었고(이성우 등, 2001), 유리섬유 보강 폴리에스터와 비닐에스터 폴리머 복합재료를 이용하여 수직층된 FRP패널과 파형 FRP부재로 구성된 고강도 복합신소재 교량을 법정도중에 국내최초로 건설하기도 하였다(지효선 등, 2002). 그러나 경량화로 인하여 복합재료의 동적거동에 관한 연구는 필수적이며, 자유진동해석을 통한 고유진동수와 외부하중에 의한 거동특성을 파악해야 한다.

연구동향을 살펴보면 Khedeir와 Reddy(1990)는 외부압력을 받는 크로스-플라이로 적층된 원통형 쉘의 동적응답을 예측하기 위한 정확해를 제시하였다. Lim과 Liew(1994)은 얇은 이중 곡선패널의 진동응답을 예측하기 위해 전체영역내에서 경계조건을 고려하여 해석적 형태로 접근할 수 있는 p-Ritz 방법을 적용하여 해결하였다. Sinha와 Mukh-opadhyay (1995)는 임의의 삼각형 모양을 갖는 얇은 쉘 요소와 지배방정식에 대한 Newmark 직접적분법을 사용하여 절점당 36개의 자유도를 갖는 보강된 판과 쉘의 유한요소 해석을 수행하였다. 최근에는 3차원 고차까지 변위장을 확장하여 3차원 탄성해석을 수행하였으며, Kant와 Swaminathan (2001)는 크로스-플라이를, 한성천 등(2003)은 역대칭 앵글-플라이를 갖는 복합재료 적층판의 동적거동을 해석하여 새로운 기준을 제시하였다. Chun과 Lam(1998)은 4변 고정지지된 적층판을 해석모델로 설정하여 충격거동을 해석하였으며, Krishamurthy 등(2003)은 그 적용범위를 쉘로 확장하여 다양한 곡률에 따른 충격거동을 분석하였다. 또한 천경식 등(2003, 2004)은 충격하중을 받는 복합적층판 및 절판 구조물의 동적거동특성을 연구하였으며, 임의의 속도로 주행하는 차량하중에 의한 복합재료 교량 바닥판의 동적응답을 해석하였다.

본 연구는 4절점 EAS 유한요소와 시간에 대한 직접적분법을 적용하여 복합재료로 적층된 곡선패널의 강제진동응답을 분석하고자 한다. 즉, 외부하중에 의한 곡선패널의 동적응답을 분석하고, 다양한 곡률과 화이버 보강각도에 따른 영향을 고찰하였다. EAS 유한요소는 Hu-Washizu의 변분수식화를 통해 유도된 것으로 전단 및 면내잠김현상을 제거하고, 선택적 감차적분으로 인한 계급(rank)의 부족으로 발생할 수 있는 가상의 제로에너지모드를 제거한다. 또한 본 저자가 제시한 간단히 수정된 1차전단변형이론을 적용함으로써 두께방향에 대한 전단변형률과 전단응력을 분포형상함수에 의해 기존의 일정한 등분포가 아닌 포물선분포로 고려하였다. 전단보정계수는 더 이상 필요하지 않다.

2. 쉘요소의 기하학적 형상

쉘을 3차원 탄성체로 가정하여 해석하는 것이 일반적이거나, 중간 두께를 갖는 쉘은 3차원 탄성체의 특성과 얇은 쉘의 역학적인 특성이 공존하므로 전단변형을 고려한 쉘의 해석이 요구된다(천경식 등, 2002). 본 연구의 해석모델은 복합적층 곡선패널로 Mindlin 이론을 근거하였으며, 적용한 4절점 쉘요소는 Fig. 1과 같다. 중립면에서 두 개의 무차원 좌표계 ξ, η 로 표시되었으며 ζ 축은 쉘의 중립면에서 수직한 축이다. 곡선좌표계의 원점은 각 요소의 중앙점에 위치하고 있으나 일반적으로 이 좌표계는 직교하지 않는다. 그러므로 각 요소의 중앙점에서의 국부좌표계 (r, s, t) 를 세운다. (r, s) 와 (ξ, η) 평면은 동일평면에 존재한다.

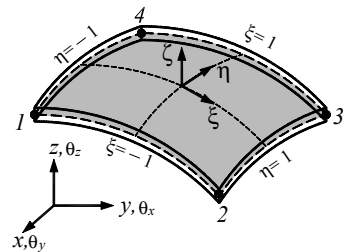


Fig. 1 4절점 쉘요소

국부좌표계에 접하는 방향벡터 V 는 식 (1)과 같이 정의된다. 우선, V_i 는 한 절점에서 상부와 하부 두점을 연결하는 벡터로서 셀요소의 두께 h 에 의해 결정되어진다. 벡터 V_r 는 벡터 V_i 에 직각하고 평면 xz 내에 존재하는 벡터이며, V_s 는 정의된 V_r 와 V_i 의 곱에 의하여 정의된다. 여기서, e_i, e_j 와 e_k 는 각각 x, y 및 z 축에 대한 단위벡터를 의미한다.

$$V_r = (V_i \times e_j) / |V_i \times e_j| \quad (1a)$$

$$V_s = (V_i \times V_r) / |V_i \times V_r| \quad (1b)$$

요소의 변위장은 중립면에 위치한 각각의 절점에서 전체좌표계 방향의 변위자유도와 셀의 중립면의 각각의 절점에서 정의되는 절점좌표계에 관한 회전자유도를 고려한다. 절점당 6개의 자유도는 식 (2)와 같이 중립면에서 보간된다.

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{Bmatrix} = \sum_i^4 N_i(\xi, \eta) \begin{Bmatrix} u^i \\ v^i \\ w^i \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_x^i \\ \theta_y^i \\ \theta_z^i \end{Bmatrix} \quad (2)$$

임의의 한 점은 1차전단변형이론에 근거한 Mindlin-Reissner이론과 Reddy(1984)의 단순화된 고차전단변형이론으로부터 간단히 수정된 1차전단변형이론(천경식 등, 2003c)으로 접근하였으며 자세한 내용은 4절에 소개한다. 국부좌표계의 변위들은 전체좌표계의 중립면의 절점당 6개의 자유도로 식 (3)과 같이 보간된다.

$$\begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{w} \end{Bmatrix} = [\mathbf{T}]^T \begin{Bmatrix} u^i \\ v^i \\ w^i \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \bar{\theta}_r \\ \bar{\theta}_s \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [\mathbf{T}]^T \begin{Bmatrix} \theta_x^i \\ \theta_y^i \\ \theta_z^i \end{Bmatrix} \quad (3)$$

여기서, 전체 축 (x, y, z)에 관한 새로운 국부 축 (r, s, t)의 방향여현은 $[\mathbf{T}]$ 행렬에 의해 정의된다.

국부좌표계에서 전체좌표계로의 좌표변환에 의한 전체좌표계의 변위는 위치벡터의 정의를 사용하여 좌표변환행렬(천경식 등, 2003b)에 의해 결정된다.

3. EAS 유한요소

EAS(enhanced assumed strain) 유한요소는 Hu-Washizu의 변분수식화 과정에서 유도되며, 요소의 내부 에너지를 표현하면 다음과 같다.

$$\Pi_{\text{HW}}(u, \varepsilon, \sigma) = \int_{\Omega} \left(\frac{1}{2} \varepsilon_h^T C \varepsilon_h + \sigma_h^T (Lu_h - \varepsilon_h) \right) d\Omega \quad (4)$$

여기서, u_h, ε_h 와 σ_h 는 각각 변위, 변형률 그리고 응력을 의미한다. C 는 재료강성행렬로서 등방성 및 비등방성에 따라 행렬의 차원이 결정된다. L 은 변형률을 나타내기 위한 미분 연산자이며, Ω 는 요소의 영역을 의미한다. 유한요소에서 변형률은 적합(compatible) 변형률 ε_c 와 새롭게 추가되는(extra/enhanced) 변형률 ε_e 로 나누며 식 (5)와 같이 표현할 수 있다(Simo and Rifai, 1990).

$$\varepsilon_h = \varepsilon_c + \varepsilon_e = Lu_h + \varepsilon_e \quad (5)$$

식 (6)에 나타난 응력 σ_h 와 추가된 변형률 ε_e 의 직교성은 해의 수렴성 및 조각시험을 통과하기 위한 필요조건이다.

$$\int_{\Omega} \sigma_h^T \varepsilon_e d\Omega = 0 \quad (6)$$

$$\Pi_{\text{HW}}(u, \varepsilon, \sigma) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} (Lu_h + \varepsilon_e)^T C (Lu_h + \varepsilon_e) d\Omega \quad (7)$$

추가된 변형률(enhanced strain) ε_e 의 보간함수는 HR-요소(Pian and Sumihara, 1984)와 동일한 응력장을 구성하도록 선택한다.

두 요소의 등가성은 Andelfinger와 Ramm(1993)에 의해 이미 증명되었다. EAS-요소의 보간함수는 식 (8)과 같다.

$$\epsilon_{11}^e(\xi, \eta) = \xi S_1 + \xi \eta S_2 \quad (8a)$$

$$\epsilon_{22}^e(\xi, \eta) = \eta S_3 + \xi \eta S_4 \quad (8b)$$

$$\epsilon_{12}^e(\xi, \eta) = \xi S_5 + \eta S_6 + \xi \eta S_7 \quad (8c)$$

$$\epsilon_{33}^e(\xi, \eta) = \xi S_8 + \eta S_9 + \xi \eta S_{10} \quad (8d)$$

$$\epsilon_{13}^e(\xi, \eta) = \xi S_{11} + \xi \eta S_{12} \quad (8e)$$

$$\epsilon_{23}^e(\xi, \eta) = \eta S_{13} + \xi \eta S_{14} \quad (8f)$$

여기서, S_1, \dots, S_{14} 는 요소내의 응력장을 결정하는 상수들이다. $\epsilon_{11}^e, \epsilon_{22}^e$ 에서 $\xi \eta$ 항은 임의의 요소 형상을 갖는 경우를 제외한 직사각형이나 평행사변형 요소를 갖는 경우에는 영향을 주지 않으므로 단지 ξ 또는 η 만으로도 충분하다. 식 (9)는 EAS-요소내에서 추가된 면내변형률과 전단변형률을 행렬로 나타낸 것이다.

$$\epsilon_m^e = \begin{bmatrix} \xi & 0 & 0 & 0 & \xi \eta & 0 & 0 \\ 0 & \eta & 0 & 0 & 0 & \xi \eta & 0 \\ 0 & 0 & \xi & \eta & 0 & 0 & \xi \eta \end{bmatrix} \quad (9a)$$

$$\epsilon_s^e = \begin{bmatrix} \xi & 0 & \xi \eta & 0 \\ 0 & \eta & 0 & \xi \eta \end{bmatrix} \quad (9b)$$

자연좌표계에서 정의된 EAS-요소내 추가된 변형률을 전체좌표계로 변환하기 위해 Simo와 Rifai(1990)에 의해 제시된 방법을 채택하였다. 즉, 일정변형률상태에서 추가된 변형률에 의해서 변형에너지를 야기하지 않는 조건으로 식 (10)과 같이 함수행렬식에 의해 재구성한다. 일반적으로 비적합모드(Choi et al., 2001)나 EAS 변형률을 추가적으로 사용하게 되면 변형에너지의 변화로 인해 유한요소는 조각시험을 통과할 수 없다. 이를 해결하기 위하여 B-bar방법(Zienkiewicz and Taylor, 1989)이나 비적합변위

모드의 미분값을 보정하는 CCL방법(Choi et al., 2001)이 사용되고 있으며 그 개념은 EAS 요소에서도 동일하게 적용된다.

$$\epsilon_{mh}^e = \left(\frac{j_0}{j} \right) \Lambda_o^{-T} \epsilon_m^e \quad (10)$$

$$\Lambda_o = \begin{bmatrix} J_{11o}^2 & J_{21o}^2 & 2J_{11o}J_{21o} \\ J_{12o}^2 & J_{22o}^2 & 2J_{12o}J_{22o} \\ J_{11o}J_{12o} & J_{21o}J_{22o} & J_{11o}J_{22o} + J_{12o}J_{21o} \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서, 행렬 Λ_o 은 요소내 $\xi = \eta = 0$ 에서 결정된 함수행렬식 $J(0, 0)$ 의 요소로 구성되며, j_0 와 j 는 각각 $J(0, 0)$ 와 $J(\xi, \eta)$ 의 행렬식을 의미한다. 위와 같은 방법은 EAS-요소내 추가된 면외변형률 및 전단변형률에도 동일하게 적용하여 대체한다.

4. 수정된 1차전단변형

본 연구에서는 간단한 수정방법에 의해 개선된 1차전단변형이론을 적용하였다. 수정방법은 고차전단변형이론(Reddy, 1984)에서 유도된다. 고차전단변형이론은 변위장을 z 에 대해 Taylor로 확장하여 적용하고, 판/셸의 상·하면에서 전단응력과 변형률이 0이 되어야 하는 조건을 설정하면서 결정된다. 식 (12)는 고차전단변형이론의 변위장을 나타낸 것이다.

$$u = u_o + z\psi_x - z^3 \frac{4}{3h^2} \left(\psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (12a)$$

$$v = v_o + z\psi_y - z^3 \frac{4}{3h^2} \left(\psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (12b)$$

$$w = w_o \quad (12c)$$

고차전단변형이론에 의한 변형률에서 z^3 항을 제외한 나머지 항으로도 충분히 면내변형률의 분포경향을 나타낼 수 있으므로 고차항을 제거하면 1차전단변형이론에 의한 면내변형률과 동일하다.

고차전단변형이론과 유사하게 1차전단변형이론의 전단 응력과 변형률이 두께방향으로 포물선 분포를 나타내고, 판/셸의 상·하면에서 0이 되도록 함수를 결정, 적용하면 식 (13)과 같다. 두께방향으로 전단변형이 일정하다고 가정함으로써 적용되어온 전단보정계수는 더 이상 필요하지 않다.

$$\gamma_{yz} = f_z \omega(\chi) \left(\psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (13a)$$

$$\gamma_{xz} = f_z \omega(\chi) \left(\psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (13b)$$

식 (13)에서 χ 는 $2(z/h)$ 를 의미하며, f_x 와 $\omega(\chi)$ 는 전단변형에 관한 분포형상함수로서 보다 자세한 내용은 저자가 앞서 발표한 참고문헌(천경식 등, 2003c)에 수록되어 있다. 즉, 기존의 1차전단변형이론과 비교하여 변위장, 자유도에는 변화가 없고, 오직 전단변형률만을 간단히 수정하여 거동개선을 보였다. 복합적층 구조의 적합조건식은 식 (14)와 같다. 적층구조의 면내력, 모멘트, 전단력 등의 단면력은 각 층에서 발생하는 응력을 두께방향으로 적분하여 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \\ Q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & 0 \\ B & D & 0 \\ 0 & 0 & \bar{A} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon \\ \kappa \\ \gamma \end{Bmatrix} \quad (14)$$

여기서,

$$A = \sum_{k=1}^{NL} \bar{C}_{ij}^k (z_{k-1} - z_k), \quad B = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{NL} \bar{C}_{ij}^k (z_{k-1} - z_k)$$

$$D = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{NL} \bar{C}_{ij}^k (z_{k-1}^3 - z_k^3), \quad \bar{A} = \sum_{k=1}^{NL} \bar{C}_{ij}^k f_z (z_{k-1} - z_k)$$

\bar{C}_{ij}^k 는 임의의 k 번째 층에서 구조축에 관한 응력-변형률의 관계를 나타내기 위해 재료축의 재료강성행렬 C_{ij}^k 를 좌표변환하여 구성한 구조축의 재료강성행렬이다. A, B, D 와 \bar{A} 는 각각 인장, 인장과 휨 연계, 휨 강성행렬과 전단강성행렬을 의미하며, NL 은

전체 적층수이다. f_z 는 앞서 정의한 수정된 전단변형률에 의해 도입된 분포형상함수 $f_x \omega(\chi)$ 의 적분형태이다.

5. 시간이력해석

Hamilton 이론은 물체가 가지고 있는 관성력에 D'Alembert 원리를 적용함으로써 강체 또는 변형체에 대해서 유도할 수 있는 일반적인 가상일의 원리이다. Hamilton 이론을 적용하면 평형방정식은 식 (15)와 같이 나타낼 수 있으며, U 는 내부 변형 에너지, V 는 외력에 의한 포텐셜 에너지, K 는 운동역학적 에너지를 의미한다.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (K - U - V) dt = 0 \quad (15)$$

식 (15)와 기본적인 변형률-변위 관계, 단면력-변형률 관계 그리고 재료강성행렬 등에 의해 전체구조계의 강성과 질량행렬로 동적평형방정식을 나타내면 식 (16)과 같다.

$$[K]\{\varphi\} + [M]\{\ddot{\varphi}\} = \{F\} \quad (16a)$$

$$\{\varphi\} = \{u_0, v_0, w_0, \theta_x, \theta_y, \theta_z\}^T \quad (16b)$$

여기서, $[K], [M]$ 는 각각 강성과 질량행렬을 의미한다. 동적평형방정식을 해결하기 위해서 본 연구에서는 Unconditionally Stable한 조건을 만족시킬 수 있는 방법인 Newmark 직접적분법을 선택하였으며, 감쇠효과는 무시하였다. 직접적분법은 선형 가속도 방법의 확장으로 시간 $(n+1)$ 에서의 속도와 변위를 결정할 수 있다. 우선, α 와 γ 는 접근방법의 정확도와 안정성에 영향을 주는 인자로서, $\alpha = 1/2$, $\gamma = 1/4$ 일 때 Unconditionally Stable의 조건을 만족한다.

$$[\bar{K}]\{\varphi\}_{n+1} = \{\bar{F}\} \quad (17a)$$

$$[\bar{K}] = [K] + \alpha_o [M] \quad (17b)$$

$$\{\bar{F}\} = \{F\}_{n+1} + [M]\{\delta\}_n \quad (17c)$$

여기서,

$$\{\delta\}_n = a_0\{\varphi\}_n + a_1\{\dot{\varphi}\}_n + a_2\{\ddot{\varphi}\}_n$$

$$a_0 = \frac{1}{\gamma\Delta t^2}, \quad a_1 = a_0\Delta t, \quad a_2 = \frac{1}{2\gamma} - 1$$

시간 t_{n+1} 에서 구한 변위 $\{\varphi\}_{n+1}$ 를 가지고 그 시간에서의 속도 $\{\dot{\varphi}\}_{n+1}$ 와 가속도 $\{\ddot{\varphi}\}_{n+1}$ 는 식 (18)과 같이 구한다.

$$\{\ddot{\varphi}\} = a_0(\{\varphi\}_{n+1} - \{\varphi\}_n) - a_1\{\dot{\varphi}\}_n - a_2\{\ddot{\varphi}\}_n \quad (18a)$$

$$\{\dot{\varphi}\} = \{\dot{\varphi}\}_n + a_3\{\ddot{\varphi}\}_n - a_4\{\ddot{\varphi}\}_{n+1} \quad (18b)$$

여기서, $a_3 = (1 - \alpha)\Delta t$, $a_4 = \alpha\Delta t$ 이다.

6. 해석 예 및 결과분석

간단히 수정된 1차전단변형이론과 4절점 EAS 요소를 이용한 복합재료로 적층된 곡선패널의 동적거동을 분석하고자 우선 작성한 프로그램의 검증을 실시하였다. 이를 근거로 적층셀의 강제진동응답을 곡률비, 적층배열, 화이버 보강각도 및 하중조건 등의 다양한 매개변수에 따라 분석하였다. 본 연구에서 적용한 직교이방성 재료의 역학적 성질은 식 (19)와 같다.

$$E_1/E_2 = 25, \quad E_2 = 2.1 \times 10^6 \text{ N/cm}^2 \quad (19)$$

$$G_{12} = G_{13} = 0.5E_2, \quad G_{23} = 0.2E_2$$

$$\nu_{12} = 0.25, \quad \rho = 8.0 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}^4$$

6.1 프로그램의 검증

본 논문의 연구방향은 복합재료 곡선패널의 강제진동해석으로 구조강성행렬과 구조질량행렬 모두 정확히 구현이 되어야 그 거동을 제대로 예측할 수 있다. 우선, 정적해석은 구조강성행렬과 하중의 분배를 검증하고자 실시한 것이며, 해석모델은 유한요소개발시 비교

자료로 주로 사용되는 등방성 재료를 갖는 Scordelis-Lo Roof로 설정하였다. 구조질량행렬은 적층셀의 자유진동해석을 통해 기존의 연구자료와 비교함으로써 검증이 가능하지만 본 연구에서는 적층판의 강제진동에 따른 수직처짐에 대한 시간이력과 비교함으로써 보다 신뢰할 수 있을 것으로 사료되어 참고문헌(Kant et al., 1990)에 제시된 모델로 설정하였다.

Fig. 2과 같이 양단이 격벽으로 지지된 지붕형 셀 구조물(Scordelis-Lo Roof)을 1/4부분만 모델링을 하여 해석하였다. 하중은 z 방향으로 셀의 단위면적당 $90N$ 의 자중이 작용한다. 재료의 역학적 성질은 등방성 $E = 4.32 \times 10^8 \text{ N/cm}^2$, $\nu = 0.0$ 이며, 반경 $R = 25 \text{ cm}$, 두께 $t = 0.25 \text{ cm}$ 의 기하학적 형상을 갖는다. Table 1은 정적해석에 의한 해석모델의 C점에서의 수직처짐을 참고문헌과 비교하여 나타낸 것으로 정해는 0.3024 cm 이다.

다음은 식 (19)에 제시된 복합재료를 $[0/90/0]$ 으로 적층시킨 고정지지된 정사각형판의 강제진동응답과 비교하였다. 해석모델의 기하학적 형상은 한변의 길이 25 cm 이고 두께는 5 cm 이며, 하중은 z 방향으로 $q_0 = 10 \text{ N/cm}^2$ 를 재하시켜 해석하였다.

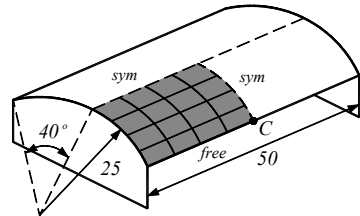


Fig. 2 Scordelis-Lo Roof의 해석모델

Table 1 Scordelis-Lo Roof의 수직처짐(wc) 비교

Mesh	Present	NMS-4F (Choi et al.)	Taylor (1985)
4×4	0.2989	0.3165	0.3166
8×8	0.2996	0.3039	0.3039
16×16	0.3018	0.3016	0.3016
Exact	0.3024		

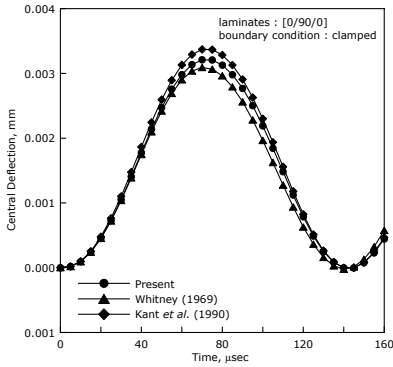


Fig. 3 고정지지된 적층판의 중앙점 처짐

Fig. 3은 3차원 고차전단변형이론(Kant et al., 1990)과 전단보정계수 5/6을 사용한 1차전단변형이론의 결과들과 비교하여 시간에 따른 적층판의 중앙점 처짐을 비교하여 나타낸 것이다. EAS 유한요소와 간단수정된 1차전단변형이론을 적용한 본 연구의 프로그램은 등방성 쉘의 정적거동 및 적층판의 동적거동에서 기존 참고문헌과 매우 일치하고 있다.

6.2 강제진동응답

본 절에서는 복합재료 곡선패널의 곡률비 (R/h), 재료강성을 결정하는 적층배열과 화이버 보강각도 등의 변화에 따른 강제진동응답을 분석하였다. 그림 4는 복합적층 곡선패널의 해석모델을 나타낸 것이다. 유한요소의 요소분할수는 10×10 이고, 곡선패널의 원주길이 b 와 원통길이 a 의 비를 1로 고정하였다. 그에 따른 기본적인 기하학적 형상은 $a = b = 250 \text{ mm}$,

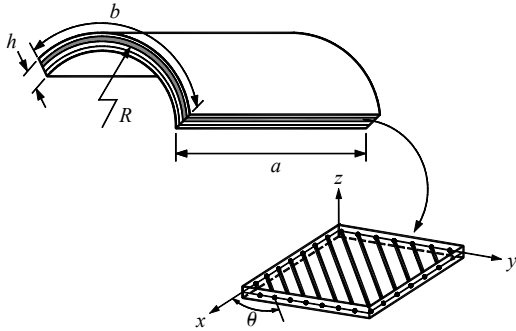


Fig. 4 복합적층 곡선패널 해석모델

$h = 12.5 \text{ mm}$ 이다.

곡선패널의 곡률비는 R/h 로 정의하며, 곡률비가 커질수록 평판에 가까워지는 것을 의미한다. 하중재하는 중력방향으로 등분포하중이 재하된 후 제거되지 않고 남아있는 상태에서 해석을 수행하였으며, 그 다음 순간하중과 진동하중에 대한 진동응답을 규명하였다. 본 연구에서 감쇠효과는 고려하지 않는다. 감쇠구조계에 대한 동적응답은 비감쇠구조계에 대한 동적응답에 비해 적으며 하중이 재하되는 초기시간에만 나타나므로, 동적하중에 의한 지속상태 동적응답이 더욱 지배적이다.

우선, 직교이방성 단일층으로 이루어진 경우 화이버 보강각도 $[0]$ 과 $[90]$ 한하여 곡률비에 따른 곡선패널의 강제진동응답을 비교하였다. 등분포하중을 받는 4변 고정지지된 곡선패널의 시간이력을 Fig. 5에 나타내었다.

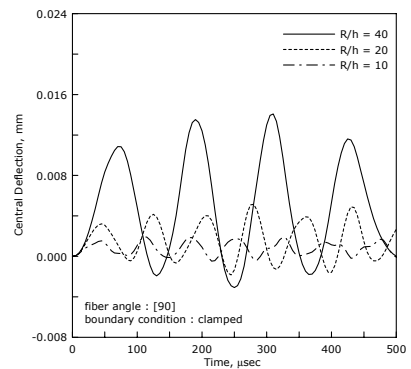
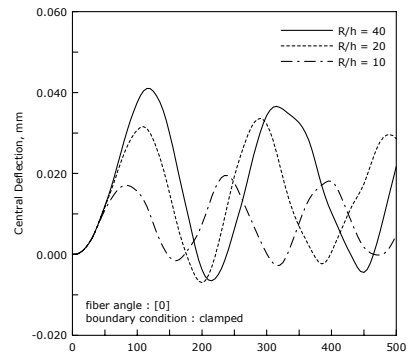


Fig. 5 곡선패널의 곡률비에 따른 동적처짐

화이버 보강각도가 $[90]$ 인 경우 즉, 원주방향으로 배치된 경우가 $[0]$ 일 때 보다 3배이상 처짐이 작게 발생하였다. 이 현상은 $[90]$ 인 경우가 외부에서 수직으로 하중이 작용할 경우에 $[0]$ 일 때 보다 hoop stress에 저항하는 힘이 훨씬 더 크기 때문이다. 또한 곡률비가 작을수록 그 거동차이가 더욱 현저하게 발생하며 이 또한 원주방향 면내거동의 영향이 증가하기 때문이다. 전반적으로 화이버 보강각도에 의해 전체 구조계의 강성을 효율적으로 높일 수 있지만, 그에 따른 진동주기가 상당히 작아져 그 진폭이 미소할지라도 심하게 떨리는 현상을 보일 수 있다.

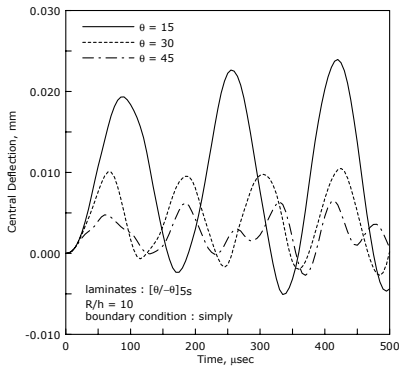


Fig. 6 곡선패널의 보강각도에 따른 동적처짐

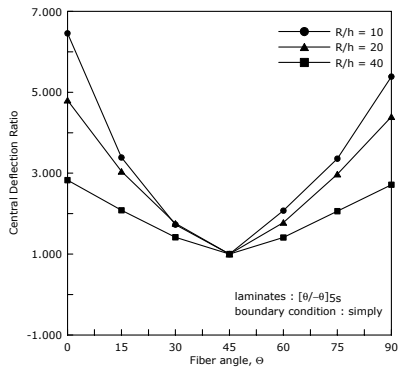


Fig. 7 곡선패널의 보강각도에 따른 처짐비율

Fig. 6은 화이버 보강각도 변화에 따른 곡선패널의 시간이력을 비교하여 나타낸 것이다. 경계조건은 4번 단 순지지이고, 곡률비 $R/h = 10$, 적층배열 $[\theta/-\theta]_{5s}$

로 단일적층두께는 0.625 mm 이다. 이때 역학적 인장-휨 연계강성도의 영향을 제거하기 위하여, 즉 $B_{ij} = 0$ 이 되도록 중립면에 대하여 대칭성을 가지도록 하였다. Fig. 6에서 화이버 보강각도가 증가함에 따라 질량이 아닌 강성계수가 증가하여 진폭이 크게 감소하는 것을 볼 수 있다.

Fig. 7에서 처짐비율은 처짐이 가장 작게 발생하는 $\theta = 45^\circ$ 를 기준으로 나머지 값들을 나누어 표시하였다. 곡률비가 작을수록 강제진동에서 발생하는 처짐은 화이버 보강각도의 변화에 따라 진폭 변화율이 크며, 그 값은 화이버 보강각도 0과 90에서 더욱 현저하였다. 즉, 원통($\theta = 0$) 또는 원주방향($\theta = 90$)으로의 단일보강만으로는 충분한 강성효과를 가져올 수 없고, 서로 교차배열이 되어야 할 것이다.

지금까지 재하된 하중은 시간에 관계없이 일정한 등분포하중이 곡선패널의 상부에 z 방향으로 지속적으로 재하된 경우였다. 다음에 고려할 순간하중은 $t_0 = 0\ \mu\text{sec}$ 에 재하되었던 하중이 어느 시간 이후 순간적으로 하중이 제거됨을 의미한다. 본 연구에서는 Heavy side step function인 H 을 적용하여 하중 조건을 구현하였다. 즉, 특정시간 t_1 까지 하중을 재하하고 그 시간 이후 하중을 순간적으로 또는 선형적으로 제거한다. 이를 편의상 모두 순간하중이라 정의하며 자세한 하중형태는 식 (20)과 같다. 적층조건은 준등방성(quasi-isotropic)을 갖는 $[0/\pm 45/90]_s$ 이다. 준등방성의 유효탄성계수 E_1 과 E_2 는 동일하며, 인장 강성도 A_{ij} 의 성분들중에서 $A_{11} = A_{22}$, $A_{11} - A_{22} = 2A_{23}$ 그리고 $A_{13} = A_{23} = 0$ 의 조건을 만족한다(Herakovich, 1997). 특정시간 t_1 을 기준으로 하중이 완전히 제거된 전·후, 곡선패널의 중앙점 처짐에 대한 시간이력을 해석하였다.

$$q_1(x, y, t) = q_0 \cdot H(t_1 - t) \quad (20a)$$

$$q_2(x, y, t) = q_0 \cdot H\left(1 - \frac{t}{t_1}\right) \quad (20b)$$

$$t_1 = 140, 270, 550\ \mu\text{sec}$$

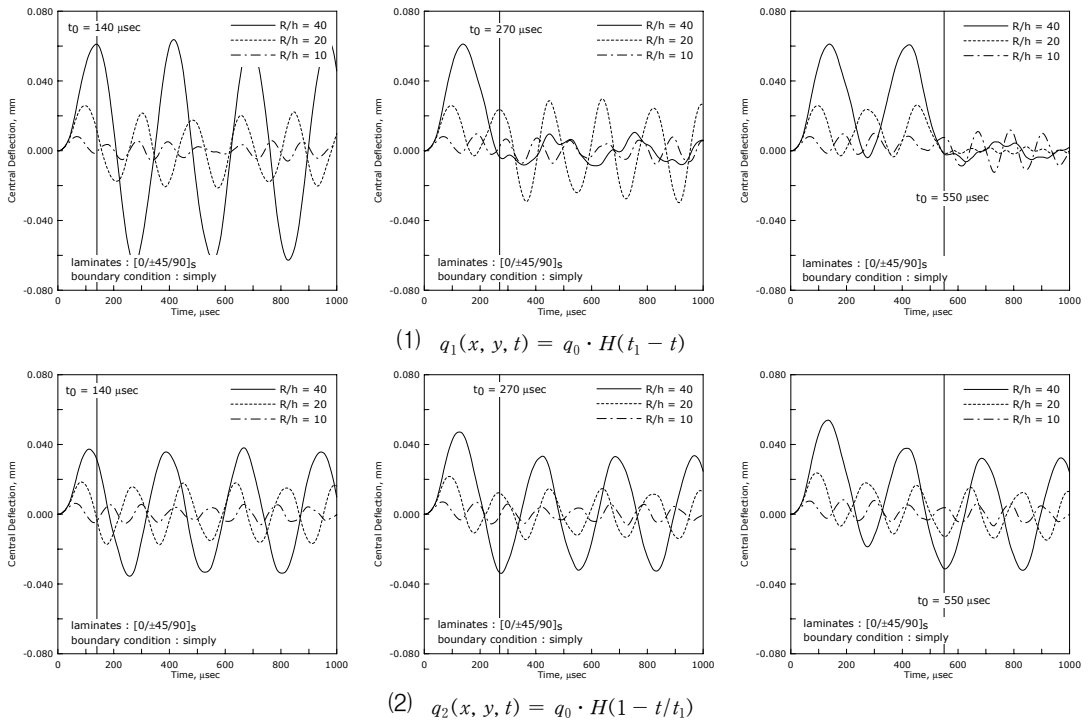


Fig. 8 순간하중에 의한 곡선패널의 처짐

Fig. 8은 곡선패널의 곡률변화와 순간하중에 대한 동적처짐을 나타낸 것이다. 식 (20a)와 같은 순간하중하에서 제거된 시간에서의 진폭에 따라 진행되어오던 동적응답이 매우 다르게 분포하고 있다. 하중이 순간적으로 제거되는 시간 $140 \mu\text{sec}$ 에서는 $R/h = 40$, $270 \mu\text{sec}$ 에서는 $R/h = 20$, $550 \mu\text{sec}$ 에서는 $R/h = 10$ 인 곡선패널의 동적처짐이 가장 최대가 되는 시점이며, 진폭이 가장 크게 발생하였다. 또한 하중이 제거되는 시점에서 진폭이 0에 근접하면 회전주기가 불규칙적으로 나타났다. 즉, 순간하중에 의한 곡선패널의 동적응답은 곡률에 관계없이 순간적으로 재하하중이 제거되는 시점에서의 응답 즉, 진폭크기에 상당히 종속되어 있음을 알 수 있다. 식 (20b)에 의한 강제진동은 하중이 제거되는 시간과 무관하게 거의 동일한 진폭으로 정상상태의 진동특성을 나타내고 있다. 외부하중을 서서히 제거함으로써 완전히 제거되는 시점에서의 진폭크기에

대한 민감성을 낮출 수 있다. 또한 곡률이 10에서 20 보단 20에서 40으로 증가하는 것에서 응답변화가 큰 이유는 셸과 곡선구조물은 주로 면내거동으로 저항하므로 곡률이 작은 경우 보다 큰 강성을 지니게 된다. 곡률 R/h 가 클수록 더욱 뚜렷한 거동차이를 나타난다.

마지막으로 외력으로 작용하는 진동하중의 진동수 변화에 따른 곡선패널의 최대동적처짐/최대정적처짐을 비교·분석하였다. 곡선패널의 최대정적처짐은 질량행렬을 고려하지 않은 상태에서 구하며, 시간에 관계없이 일정한 값을 가진다. 하중은 식 (21)과 같이 Sin 함수로 가정하여 곡선패널의 중양점에 집중하중으로 재하하였다.

$$P = A \cdot \sin(\omega_n \cdot t) \quad (21)$$

여기서, ω_n 는 외부하중이 가지고 있는 진동수이며,

A 는 진폭으로 1.0N으로 설정하였다. 적용한 재료의 물성치는 $E_2 = 100 \text{ N/cm}^2$, $E_1/E_2 = 40$, $G_{12}/E_2 = G_{13}/E_2 = 0.6$, $G_{23}/E_2 = 0.5$, $\nu_{12} = 0.25$ 이고, 밀도는 $\rho = 0.01 \text{ N} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}^4$ 이다. 적층조건은 $[0/90/0]$ 이다. 기하학적 형상은 $a/b = 1$ 으로, 한번의 길이 $a = 250 \text{ mm}$, 두께 $h = 12.5 \text{ mm}$ 이고, 반경 $R = 238.73 \text{ mm}$ 이다.

Fig. 9는 하중진동수 변화에 따른 곡선패널의 시간 이력을 나타낸 것으로, 점선으로 표시한 정적처짐은 하중진동수에 관계없이 일정한 값을 갖으나, 동적처짐은 상당히 불규칙적인 거동을 보이고 있다. 하중진동수가 커질수록 동적처짐이 크게 발생하다가 $w_n = 6.0 \text{ rad/sec}$ 에서 오히려 정적처짐보다 동적 처짐이 작게 발생하였다. 곡선패널의 고유진동수가 4.75, 8.02인 것을 고려해볼 때, 하중진동수와 구조물의 고유진동수가 일치하는 부근에서 가장 큰 처짐값을 가진다는 것을 알 수 있다. 즉, 외부하중의 진동수가 곡선패널의 각각 1, 2차의 고유진동수에 접근함에

따라 각각의 모드(mode)에 따른 1, 2차의 모드형상으로 동적응답현상이 접근하며 진폭이 매우 커진다. 곡선패널의 처짐형상은 시간 $t = 20 \text{ sec}$ 에서 하중진동수에 따라 나타낸 것이다. 동일시간에서 하중진동수에 따라 거동이 상당히 다르며, 하중진동수 $w_n = 6 \text{ rad/sec}$ 에서는 곡선패널의 중앙점 부근에서 반대방향으로의 처짐이 발생하는 것을 알 수 있다.

Fig. 10은 하중진동수가 증가하면서 발생하는 곡선패널의 최대동적처짐을 최대정적처짐으로 나누어 비교하여 나타낸 것이다. 그림에서 동일한 기하학적 조건 하에서 직교이방성을 갖는 복합재료를 임의의 보강각도로 적층시킴으로써 각기 다른 거동특성을 보여주고 있다. 이때 가장 크게 발생하는 Peak치에서의 하중진동수는 곡선패널의 고유진동수와 일치하는 부근이다. 그 부근을 지나 급격하게 감소하다가 두 번째 진동모드에서 다시 증가하고 있다. 즉, 외부하중의 진동수를 파악함으로써 적절한 고유진동수를 갖도록 기하학적 형상이 아닌 복합재료의 적층배열을 변화시켜 쉽게 구조적 효율성을 높일 수 있을 것이다.

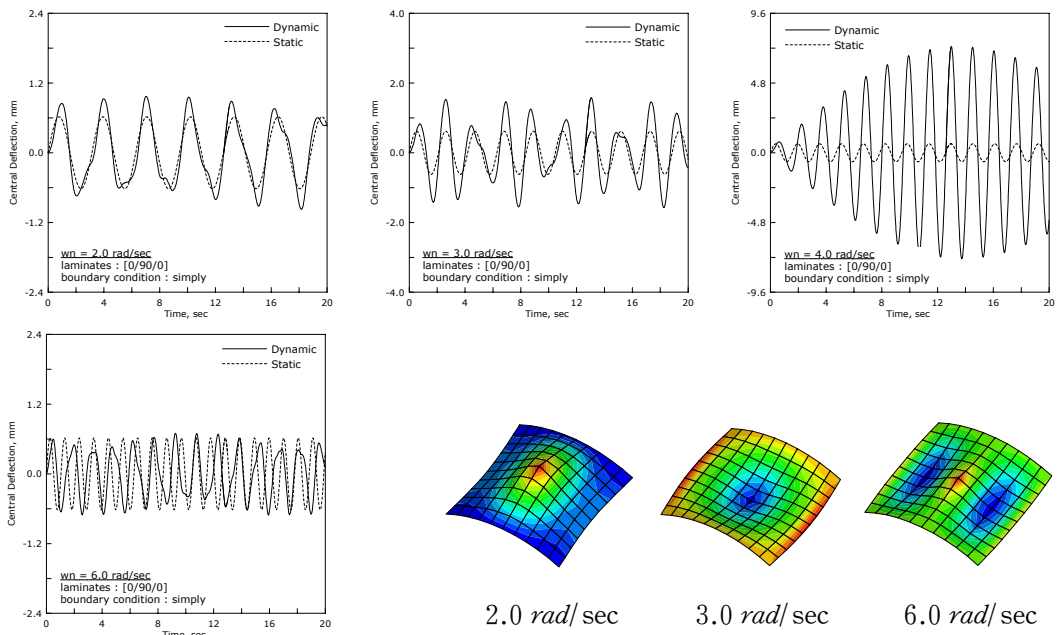


Fig. 9 하중진동수에 의한 곡선패널의 응답과 처짐형상

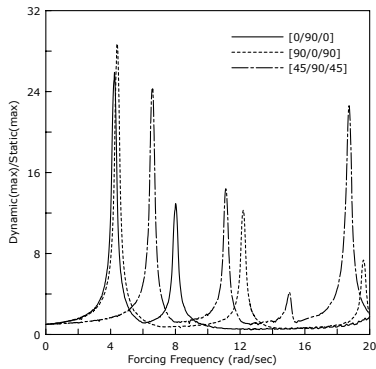


Fig.10 하중진동수에 의한 곡선패널의 최대처짐비

7. 결론

4절점 EAS 복합재료 셸요소의 성능을 평가하고, 매개변수와 하중조건에 따른 곡선패널의 강제진동응답 특성을 분석하고자 연구를 수행하였다. 본 연구에서는 EAS 유한요소를 사용함으로써 얇은 판 및 셸의 전단 잠김현상은 물론 면내잠김현상을 극복하였고, 단순화된 고차전단변형이론으로부터 간단히 수정한 1차전단 변형이론을 적용하여 전단보정계수를 사용하지 않고 보다 정확한 결과를 도출하였다.

복합적층 곡선패널은 원주방향으로 화이버가 보강되고 그 방향으로의 탄성계수가 클수록 진폭과 주기가 작아진다. 복합적층구조의 적층수는 연계강성의 변화에 영향을 주어 동적거동을 감소시키지만 면내거동이 지배적인 셸은 적층수보다는 곡률에 의해 그 거동이 결정되는 것을 알 수 있다. 즉, 곡선패널의 곡률이 커질수록 강제진동응답에서 발생하는 처짐의 진폭 증가율이 크게 발생한다. 순간하중에 의한 곡선패널의 동적응답은 곡률에 관계없이 순간적으로 재하하중이 제거되는 시점에서의 응답 즉, 진폭크기에 상당히 종속되어 있다. 하중진동수에 따른 동적처짐은 해당 구조물의 고유진동수와 일치하는 부근에서 가장 크게 발생하였다. 이때 화이버 보강각도 및 적층배열에 따라 구조물의 진동특성에 큰 변화가 있었으며 이는 복합재료의 이방성에 따른 각 거동간의 연성효과에 따른다.

건설산업현장에서 복합재료의 사용량이 증대되고 있는 시점이다. 본 연구에서 제시한 결과를 통해 외부하

중에 의한 복합적층 곡선패널의 강제진동응답을 규명하는데 도움이 될 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

1. 이성우, 이선구, 김정현, "경량 고내구성 복합소재 교량 바닥판의 개발", 대한토목학회 학술발표논문집, 2001, pp.1-4.
2. 지효선, 천경식, 손병직, 장석윤, "완전 복합신소재교량 상부구조 현장적용 실험연구", 대한토목학회 학술발표 논문집, 2002, pp.139-142.
3. 천경식, 손병직, 장석윤, "대변형 효과를 고려한 비등방성 원통형 셸의 거동에 관한 연구", 한국강구조학회 논문집, 제14권 4호, 2002, pp.489-497.
4. 천경식, 최희권, 장석윤, "충격하중을 받는 복합적층판의 동적거동에 관한 연구", 대한토목학회 논문집, 제23권 4-A호, 2003a, pp.743-752.
5. 천경식, 임성순, 장석윤, "복합적층 절판구조물의 저속 충격거동", 대한토목학회 논문집, 제23권 6-A호, 2003b, pp.1205-1214.
6. 천경식, 홍대기, 장석윤, "복합적층구조해석을 위한 1차 전단변형이론의 간단한 수정방안", 서울시립대학교 산업기술연구보고서 논문집, 2003c, pp.1-7.
7. 천경식, 장석윤, "복합재료 교량 바닥판의 주행속도에 따른 동적응답 평가", 한국복합재료학회 논문집, 제16권 6호, 2003, pp.23-32.
8. 천경식, 지효선, 장석윤, "이동하중을 받는 복합재료 적층판의 동적거동특성", 대한토목학회 논문집, 제24권 1-A호, 2004, pp.125-134.
9. 한성천, 천경식, 최희권, 장석윤, "3차원 고차이론을 이용한 역대칭 앵글-플라이 복합재료 적층판의 동적거동", 대한토목학회 논문집, 제23권 4-A호, 2003, pp.647-655.
10. Andelfinger, U. and Ramm, E., "EAS-elements for 2D-, 3D-, plate and shell structures and their equivalence to HR-elements", Int J Numer Meths Eng, Vol.36, 1993, pp.1311-1337.
11. Choi, C.K., Chung, K.Y. and Lee, T.Y., "A direct modification method for strains due to non-conforming modes", Struct Eng Mech, Vol.11, 2001, pp.325-340.
12. Chun, L. and Lam, K.Y., "Dynamic response of fully-clamped laminated composite plates subjected to low-velocity impact of a mass", Int J Solids Struct, Vol.35(11), 1998, pp.963-979.
13. Herakovich, C.T., Mechanics of Fibrous Composites,

-
- John-Wiley & Sons, New-York, 1997.
14. Kant, T. and Swaminathan, K., "Analytical solutions for free vibration of laminated composite and sandwich plates based on a higher-order refined theory", *Compos Struct*, Vol.53, 2001, pp.73-85.
 15. Khedeir, A.A. and Reddy, J.N., "On the transient response of cross-ply laminated circular cylindrical shells", *Int J Impact Eng*, Vol.9, 1990, pp.475-484.
 16. Krishnamurthy, K.S., Mahajan, P. and Mittal, R.K., "Impact response and damage in laminated composite cylindrical shells", *Compos Struct*, Vol.59, 2003, pp.15-36.
 17. Lim, C.W. and Liew, K.M., "A pb-2 Ritz formulation for flexural vibration of shallow cylindrical shells of rectangular planform", *J Sound Vib*, Vol.173, 1994, pp.343-375.
 18. Pian, T.H.H. and Sumihara, K., "Rational approach for assumed stress finite elements", *Int J Numer Meths Eng*, Vol.20, 1984, pp.1685-1695.
 19. Reddy, J.N., "A simple higher-order theory for laminated composite plates", *J Appl Mech*, Vol.51, 1984, pp.745-752.
 20. Sinha, G. and Mukhopadhyay, M., "Transient dynamic response of arbitrary stiffened shells by finite element method", *ASME J Vib Acoustics*, Vol.117, 1995, pp.1-6.
 21. Simo, J.C. and Rifai, M.S., "A class of mixed assumed strain methods and the method of incompatible modes", *Int J Numer Meths Eng*, Vol.29, 1990, pp.1595-1638.
 22. Talyor, R.L., "Finite element analysis of linear shell problems", *Proc of the Mathematics in Finite Elements and Applications*, Whiteman, J.R. (ed.), Academic Press, New York, 1985, pp.191-203.
 22. Zienkiewicz, O.C. and Talyor, R.L., "The Finite Element Method: Basic Formulation and Linear Problems", Vol.I, McGraw-Hill, New York, 1989.

(접수일자 : 2003년 11월 24일)