

Edgebreaker에서 Operation 코드들의 확률분포

조철형 · 강창욱 · 김덕수

한양대학교 산업공학과

Probability Distribution of Operation codes in Edgebreaker

Cheol-Hyung Cho · Chang-Wook Kang · Deok-Soo Kim

Department of Industrial Engineering, Hanyang University

Being in an internet era, the rapid transmission of 3D mesh models is getting more important and efforts toward the compression of various aspects of mesh models have been provided. Even though a mesh model usually consists of coordinates of vertices and properties such as colors and normals, topology plays the most important part in the compression of other information in the models.

Despite the extensive studies on Edgebreaker, the most frequently used and rigorously evaluated topology compressor, the probability distribution of its five op-codes, C, R, E, S, and L, has never been rigorously analyzed yet. In this paper, we present probability distribution of the op-codes which is useful for both the optimization of the compression performance and a priori estimation of compressed file size.

Keywords : 3D model compression, Edgebreaker, op-code, probability distribution

1. 서 론

3차원 모델은 크게 geometry 정보, topology 정보, property 정보로 구성되어 있으며 모두 각각의 특징에 맞는 압축방법이 필요하다. 여기에는 Deering[1]의 연구를 시작으로 최근까지 다양한 많은 연구들이 존재하고 있다. 그 중에서 topology 정보를 압축하는 Edgebreaker[2]는 최악의 경우에서 삼각형 당 메모리 사용량을 효율적으로 줄일 수 있는 장점을 가지고 있으며, 그 우수성만큼이나 파생연구들도 다양하다[3][4][5][6][7].

Edgebreaker는 3차원 모델의 topology 정보를 5개의 op-code 들(C,R,E,S,L)로 구성된 한 개의 문자열로 완전하게 표현 할 수 있다. 이 문자들은 압축 경로 및 각 삼각형들의 연결 형태를 설명하며, 삼각형당 한 개씩 대응되기 때문에 압축결과 안에는 항상 삼각형개수만큼의 문자들이 존재하게 된다. 압축이 끝난 삼각형들은 해당 Op-code가 설명하는 독특한 연결방식으로 다른 삼각형들과 결합되어 있다. 결국 Op-code의 성질이 Edgebreaker가 가지고

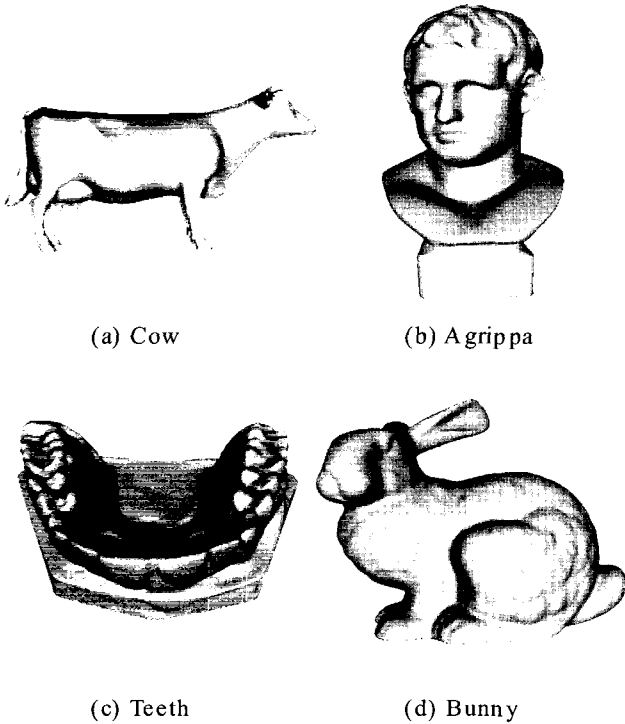
있는 고유의 특징을 설명한다고 할 수 있으며, 본 연구에서 이중 op-code의 확률분포에 대하여 논하고자 한다.

5000개 이상의 삼각형들을 가지는 대용량 3차원 모델을 Edgebreaker로 압축하여 보면, 실험적으로 확인 할 수 있는 중요한 현상이 하나 있다. 각 op-code들이 압축 문자열안에서 나타난 각 op-code들의 빈도수를 전체 삼각형 수로 나누면 op-code들의 확률 분포를 얻을 수 있다. 이런 Op-code 확률들에는 언제나 지켜지는 특정 크기 순이 있다는 것이 본연구의 주된 관심사이다.

<그림 1>에 보이는 4가지 모델의 topology 정보를 Edgebreaker로 압축하면, 각 op-code들의 확률이 C, R, E, S, L 순을 따른다는 것을 <그림 2>를 통하여 알 수 있다. <그림 2>의 x축은 Edgebreaker의 initial gate로 사용된 edge들의 번호를 나타내고 있으며, y축은 x축에 따른 Op-code 확률 값을 나타내고 있다.

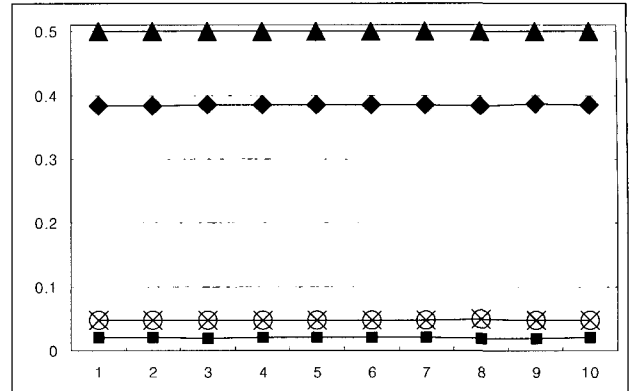
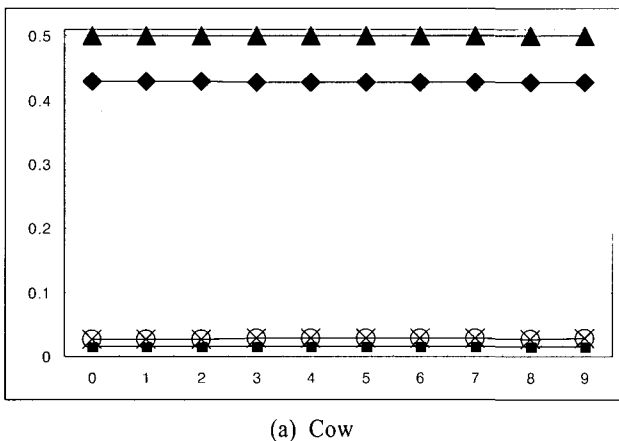
즉, Op-code의 확률분포는 모델과 initial gate에 상관없이 항상 C, R, E, S, L의 순서로 유지되는 것이 일반적으로 보여 진다. Rossignac의 Edgebreaker 논문에서도 실

험적인 방법을 통하여 op-code들의 확률 분포를 C(50%), R(36.3%), E(5.6%), S(5.6%), L(2.5%)순으로 논하였으며, 이것을 매우 당연한 결과로 받아들였다. 그럼에도 불구하고 이러한 현상에 대한 이유나 해석을 제시한 연구는 아직 존재하지 않는다. 그러므로 본 연구에서 op-code 확률의 크기 순서에 관한 Conjecture를 설정하고 그 검증을 통하여 op-code의 확률분포를 해석 하고자 한다.

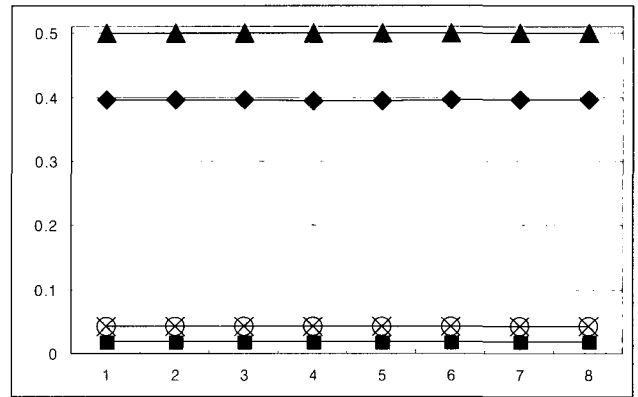


<그림 1> 본 연구에서 사용된 3D 모델

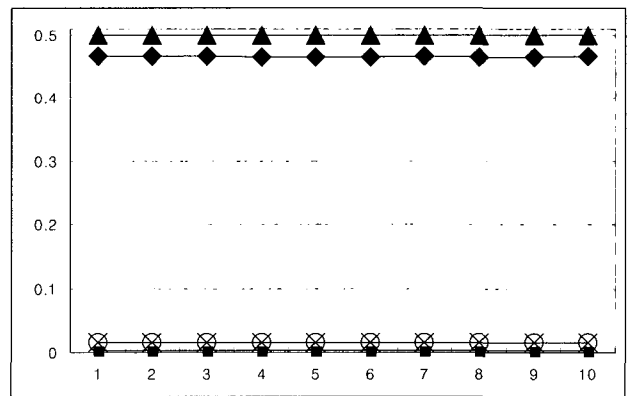
Conjecture 1. 충분히 많은 삼각형들로 구성되어 있는 모델을 Edgebreaker로 압축하면, 그 결과에서의 op-code 확률들은 항상 $Pr(C) > Pr(R) > Pr(E) > Pr(S) > Pr(L)$ 의 성질을 가지고 있다.



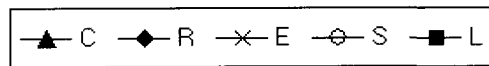
(b) Agrippa



(c) Teeth



(d) Bunny



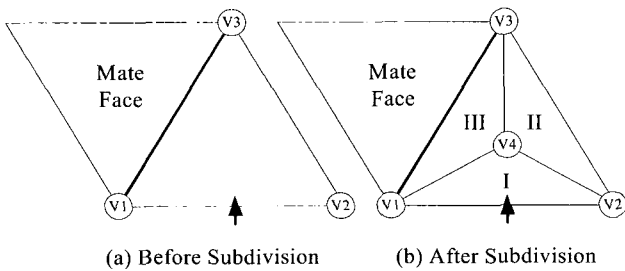
<그림 2> 각 모델에 대한 op-code 들의 확률 분포

2. 삼각형 분할과 op-code의 변환 규칙

Op-code는 Edgebreaker의 알고리즘 특성상 다음과 같은 몇 가지 성질들을 가지고 있다. 첫 번째, “Op-code내의 C, R, E, S, L의 개수를 모두 더하면 전체 삼각형들

의 개수가 된다.” 즉, $Pr(C) + Pr(R) + Pr(E) + Pr(S) + Pr(L) = 1$ 이 된다. 두 번째, “모델의 모든 삼각형들 중 50%는 항상 C 문자로 구성되어 진다.” C 문자는 압축과정에서 새로운 vertex를 만날 때마다 할당 받게 된다. 그러므로 초기 initial gate로 사용된 두 개의 vertex를 제외하고 C 코드가 할당된 삼각형의 수는 항상 $|V|-2$ 개가 된다($|V|$: 전체 vertex의 수). 단순 메쉬(simple mesh)에서 전체 삼각형의 수가 $2|V|-4$ 개 이므로 C의 확률은 언제나 0.5가 된다. 세 번째 “E 문자의 개수는 S 문자의 개수보다 언제나 한 개 더 많다.” Edgebreaker는 압축경로로써 깊이 우선탐색을 통한 분기(branch)를 허용한다. 그러므로 분기 횟수만큼의 S와 각 분기를 종료하는 |S|만큼의 E 코드가 최소한 필요하게 된다. 결국 E 코드의 수는 |S|에다 전체 압축을 종료하기 위한 한 개의 E 코드를 더해 계산 할 수 있다. 위의 세 가지 특징들은 op-code 확률 분포를 이해하기 위하여 알아야 될 기본 성질이다.

Op-code의 분포를 조사하기 위하여 본 연구에서는 삼각형 분할(triangle subdivision) 개념을 이용한다. 분할하면서 생기는 추가적인 삼각형들의 Op-code를 확정적으로 정리 할 수 있다면, 분할 횟수에 따라서 특정 op-code 비율을 가지는 메쉬를 어렵지 않게 만들어 낼 수 다. 이것을 이용하면 Conjecture 1의 검증이 매우 용이하게 된다. <그림 3>은 이런 목적을 위하여 삼각형을 분할하는 방법을 보여주고 있다. 만일 압축 대상이 되는 삼각형이 v_1, v_2, v_3 라고 가정을 하고, 압축을 위한 gate edge를 v_1, v_2 라 하고, 다음 삼각형으로 나가는 edge를 v_2, v_3 라고 한다면, 삼각형 $v_1v_2v_3$ 에 새 vertex, v_4 ,를 추가하여 <그림 3>의 (b)와 같이 3개의 삼각형으로 분할 할 수 있다. 이때 v_1v_3 는 더 이상 gate로 사용되지 않는다. 이런 edge를 wall이라고 하며, 이것을 공유하고 있는 이웃 삼각형을 우리는 Mate Face(MF)라고 부르며, 이런 분할 방법은 압축 전과 압축후의 MF의 압축 정보에 어떠한 영향도 주지 않고 또한 압축경로도 바뀌지 않는다. 결국 주위의 다른 삼각형에 영향을 주지 않기 때문에 해당 삼각형의 op-code 변화만 관측하면 되는 장점이 있다 앞으로 본 논문에서 분할 후 생긴 새로운 세 개의 삼각형은 gate edge v_1v_2 로 부터 반시계 방향으로 T_I, T_{II}, T_{III} 로 부를 것이다.



<그림 3> 삼각형 분할 방법

분할 후의 해당 삼각형들의 op-code변화는 다음과 같이 크게 5가지 규칙들에서 확정적으로 정의 될 수 있다. 이는 삼각형에 할당된 op-code를 말한다.

분할규칙 1 : R 코드를 가지는 삼각형을 분할하면, 분할된 삼각형들의 op-code는 $T_I \equiv C, T_{II} \equiv R, T_{III} \equiv L$ 이 된다.<그림 4>

분할규칙 2 : E 코드를 가지는 삼각형을 분할하면, 분할된 삼각형들의 op-code는 $T_I \equiv C, T_{II} \equiv R, T_{III} \equiv E$ 가 된다.<그림 5>

분할규칙 3 : S 코드를 가지는 삼각형을 분할하면, 분할된 삼각형들의 op-code는 $T_I \equiv C, T_{II} \equiv S, T_{III} \equiv L$ 이 된다.<그림 6>

Case 1: 만일 MF $\equiv E$ 이고 MF의 gate가 X(<그림 8> (a)참조)라면, $T_{III} \equiv E, MF \equiv L$ 이 된다.

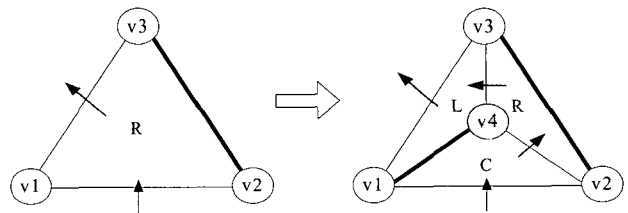
Case 2: 만일 MF $\equiv E$ 이고 MF의 gate가 Y(<그림 8> (a)참조)라면, $T_{III} \equiv E, MF \equiv R$ 이 된다.

Case 3: 만일 MF $\equiv R$ 이면, $T_{III} \equiv E, MF \equiv S$ 이 된다.

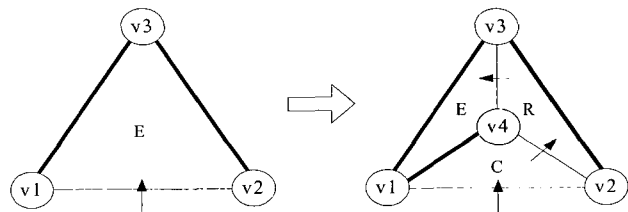
Case 4: 만일 MF $\equiv L$ 이면, $T_{III} \equiv E, MF \equiv S$ 이 된다.

분할규칙 4 : L 코드를 가지는 삼각형을 분할하면, 분할된 삼각형들의 op-code는 $T_I \equiv C, T_{II} \equiv S, T_{III} \equiv E$ 가 된다.<그림 7>

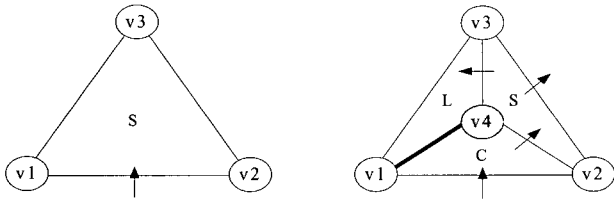
가령, E 코드를 가지는 삼각형을 분할하면, 압축 경로가 여전히 T_I, T_{II}, T_{III} 를 모두 지나가게 되며 기존의 압축경로는 그대로 지켜진다. 그 결과로서 기존의 E 코드와 더불어 C 코드, R 코드의 개수가 새롭게 늘어난다. 다른 규칙들도 이와 비슷하게 해석될 수 있다.



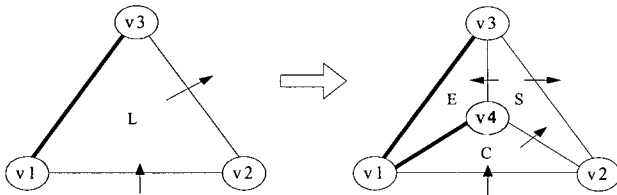
<그림 4> R 코드 삼각형 분할과 op-code 결과



<그림 5> E 코드 삼각형 분할과 op-code 결과



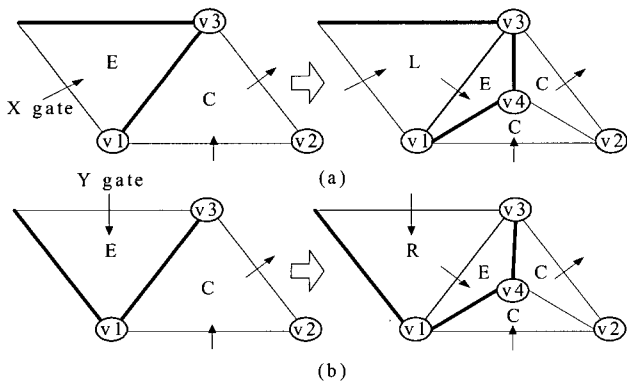
<그림 6> S 코드 삼각형 분할과 op-code 결과



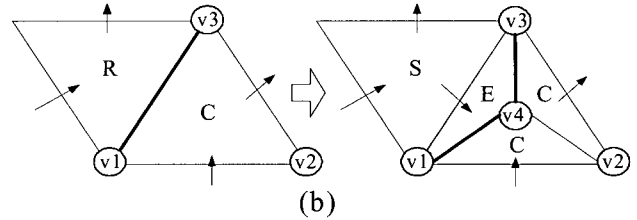
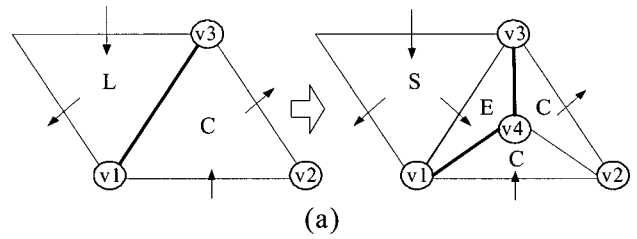
<그림 7> L 코드 삼각형 분할과 op-code 결과

분할규칙 5 : C 코드를 가지는 삼각형을 분할하면, $T_I \equiv C$, $T_{II} \equiv C$ 가 되고, T_{III} 는 MF의 Op-code에 따라서 다음과 같이 네 가지 case중 한가지로 나타난다.

분할규칙 1~4와는 다르게, C 코드를 가지는 삼각형을 분할하게 되면, <그림 8>과 <그림 9>처럼 대상 삼각형 뿐만 아니라, MF의 Op-code도 같이 변화한다. 그러므로 분할규칙 5에는 MF의 변경사항도 같이 포함되었다. C 코드를 가지는 삼각형의 MF는 알고리즘 특성상 R, L, E 중 한 개의 코드만이 할당 될 수 있다. 만일 MF로 R, L 코드가 할당 될 경우 분할 결과는 각각 유일한 경우로 나타나게 된다(Fig.9), 그러나 E 코드가 할당된 삼각형은 그 삼각형의 gate 방향에 따라서 그 결과가 다르다. 즉, Fig. 8에서처럼 두 가지 방향(X, Y)의 gate에 대하여 T_{III} 에 다른 op-code가 생기기 때문에 분명히 분리 시켜 정의되어야 한다. 결국 MF가 E 코드를 가지는 두 가지의 경우와 R, L 코드를 가지는 두 가지의 경우만이 C 코드를 가지는 삼각형을 분할 시의 결과이다.



<그림 8> Mate Face에 E 코드가 올 경우, C 코드를 가지는 삼각형의 분할규칙



<그림 9> Mate Face에 R과 L 코드가 올 경우, C 코드를 가지는 삼각형의 분할규칙

표 1과 2에서 이런 5개의 분할규칙에 대하여 종합적으로 정리하였으며 이를 통하여 분할 결과에 관한 몇 가지 특징 등을 발견할 수 있다. 이것에 관하여는 후에 4장 결론에서 정리할 것이다.

<표 1> R, E, S, L 코드를 가지는 삼각형의 분할규칙

분할 전	분할 후		
	T_I	T_{II}	T_{III}
R	C	R	L
E	C	R	E
S	C	S	L
L	C	S	E

<표 2> C 코드를 가지는 삼각형의 분할규칙

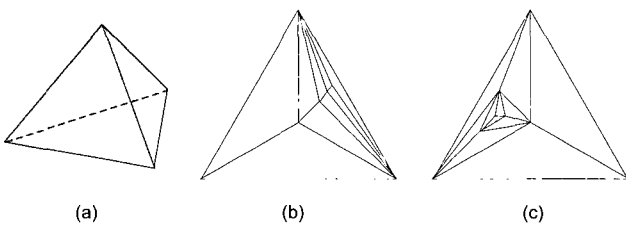
분할 전	MF	분할 후			
		T_I	T_{II}	T_{III}	MF
C	E	C	C	E	L
	E	C	C	E	R
	R	C	C	E	S
	L	C	C	E	S

3. Conjecture 1의 검증

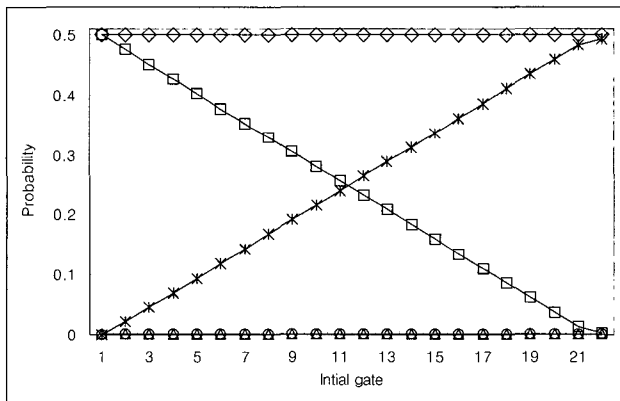
3.1 실험

여기서는 1장에서 가정한 Conjecture 1의 검증을 위한 몇 가지 실험을 할 것이다. <그림 10>의 (a)는 정사

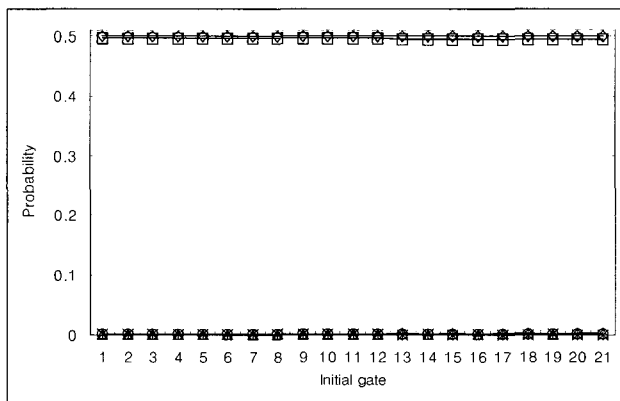
면체를 보여주고 있다. 이 사면체는 initial gate에 상관없이 Edgebreaker의 압축 결과가 항상 “CCRE”이다. 이런 정사면체를 T_0 라 한다면, 이중 R코드를 할당 받는 삼각형에 분할규칙 1을 적용하면, 우리는 그 다면체를 T_{R1} 이라고 부른다. 그러면 T_{R1} 의 Edgebreaker 결과는 분할규칙 1에 의해서 “CCCRLE”가 된다. 다시 R 코드가 할당된 삼각형을 분할하면, T_{R2} (“CCCCRLLE”)을 얻을 수가 있다. 이런 식으로 본 연구에서는 T_0 를 이용하여 1000개의 삼각형을 가지고 있는 두 개의 모델, T_{R498} <그림 10(b)>과 T_{E498} <그림 10(c)>을 만들도록 한다.



<그림 10> (a) 정사면체 (b) TR4 (c) TE4



(a) T_{R498} 의 결과



(b) T_{E498} 의 결과

<그림 11> T_{R498} 과 T_{E498} 의 op-code 확률분포

두 개의 모델을 우리는 가능한 모든 initial gate에 대하여 Edgebreaker로 압축한 후에 그 결과를 살펴보았다. <그림 11>의 (a)는 T_{R498} 의 결과이며, (b)는 T_{E498} 의 결과이다. 각 그림에서 x축은 initial gate의 번호이며, y축은 각 Op-code의 확률 값이다. 참고로 (a)의 x축은 독자의 이해를 돕기 위하여 C,R,E,S,L의 비율에 맞추어 정렬을 한 것이다. <그림 11 (a)>는 T_{R498} 모델이 Conjecture 1의 성질, $Pr(C) > Pr(R) > Pr(E) > Pr(S) > Pr(L)$ 을 따르지 않는 것을 보여준다. 그러나 T_{E498} 모델 결과는(<그림 11(b)>) 비록 극단적으로 나뉘어져 있지만, initial gate에 상관없이 Conjecture 1의 성질이 철저히 지켜지는 것을 확인할 수 있다. 결국 이 실험결과를 통해서, Conjecture 1의 가설은 언제나 성립하지 않음을 알 수 있다. 그러나 우리는 일반적인 모델에서 왜 Conjecture 1의 성질이 성립되는지 이유를 알지 못한다. 그러므로 다음절의 본 실험 분석에서 이에 대한 새로운 Conjecture 2를 성립하고, 이 문제를 검증해 볼 것이다.

3.2 실험 분석

우리는 이미 앞 절에서 어떤 모델의 압축결과가 $Pr(C) > Pr(R) > Pr(E) > Pr(S) > Pr(L)$ 의 성질을 만족하지 않을 수 있다는 것을 확인하였다. 그러나 <그림 2>에서처럼 실제로 많은 모델에서 이런 성질은 일반적인 것처럼 보인다. 본 절에서는 이런 성질이 왜 일반 모델에서 잘 지켜지는지에 관한 Conjecture 2를 설정하고 그 증명을 하고자 한다.

Conjecture 2. 충분히 많은 삼각형들로 구성되어 있는 모델 안에서 특정 조건이 만족된다면, 그 모델의 Op-code 확률 분포는 항상 $Pr(C) > Pr(R) > Pr(E) > Pr(S) > Pr(L)$ 을 따른다

본 연구에서는 Conjecture 2의 조건을 vertex degree로 판단하였으며, 이에 대하여<그림 1>의 모델과 3.1절의 두 모델의 vertex degree 정보들을 정리하였다. 표 3은 <그림 1>의 모델에서 vertex의 degree를 조사해서 정리한 것이다. 모든 모델에서 평균 degree 값은 거의 6에 가깝게 나왔으며, 그 분산도 1~2 미만으로 계산되었다. 분산이 매우 작게 나왔다는 것은 모델 안의 대부분 vertex의 degree가 6이거나 6에 가깝다는 것을 의미한다. 보통 컴퓨터 그래픽스에서 사용되는 3차원 모델들은 메쉬 생성 알고리즘(예를 들어 “Delaunay triangular mesh generation”) 혹은 3D scanner들을 사용하여 구성된다. 이런 식으로 구성된 메쉬들은 face를 구성하는 삼각형 내의 최소각이 커지기 때문에 대부분의 vertex degree가 6에

가깝게 구성된다. 그래서 Conjecture 2의 조건을 vertex degree의 분산이라 가정하면, 그 분산이 작은 모델의 압축결과에서 $\Pr(C) > \Pr(R) > \Pr(E) > \Pr(S) > \Pr(L)$ 가 유지될 수 있다는 가정이 성립된다.

이것을 검증하기 위하여 3.1의 실험에서 사용한 T_{R498} , T_{E498} 에 대한 자세한 vertex degree분포를 <표 4>에 정리해 놓았다. T_{CA498} 는 tetrahedron의 첫번째 C 코드가 할당된 삼각형을 498회 분할한 결과이며, T_{CB498} 는 초기 정사면체의 두번째 C 코드가 할당된 삼각형을 498회 분할한 결과이다. 분할을 통하여 새롭게 만들어진 4개의 mesh, T_{CA498} , T_{CB498} , T_{R498} , T_{E498} 는 모두 평균 vertex degree가 6에 가깝게 나타났다. 그러나 vertex degree의 분산을 보면 T_{E498} 를 제외한 나머지 모델의 경우 982 이상이 나타났다. 이런 메쉬를 Edgebreaker로 압축하여 보면, 모두 Conjecture 1이 거짓으로 나타나게 된다. 그러나 T_{E498} 에서의 분산은 매우 적게 나타났으며, 3.1절의 실험에서도 <그림 11 (b)>에서처럼 Conjecture 1의 성질이 충실히 지켜지는 것을 알 수 있다. 결국 Conjecture 2에서 정의한 조건을 메쉬의 vertex degree 분산값으로 본다면, 그 모델의 Edgebreaker 압축 결과에는 항상 $\Pr(C) > \Pr(R) > \Pr(E) > \Pr(S) > \Pr(L)$ 의 성질이 관측될 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서 우리는 Edgebreaker의 알고리즘 최적화와 압축 전 파일 사이즈 추정등에 사용할 수 있는 op-code의 확률 분포를 분석하였다. 더불어 모델 내의 vertex degree의 분산과 op-code의 확률 분포가 매우 유사성이 높은 것으로 설명 되었으며, 이것은 메쉬 생성 알고리즘의 수행척도로도 이용될 수 있다고 본다. 즉, vertex degree가 모두 6에 가깝도록 생성된 메쉬는 그 압축 결과에서 $\Pr(C) > \Pr(R) > \Pr(E) > \Pr(S) > \Pr(L)$ 의 성질이 철저히 지켜지게 될 것이다.

더불어 삼각형의 분할 규칙등을 통하여 Edgebreaker 알고리즘의 최적화를 유도할 수 있다. 가령, 분할규칙 4를 통하여 압축결과내의 L코드를 완전히 없애버릴 수 있기 때문에, op-code 예측을 이용하여 압축해제를 하는 알고리즘에 대한 op-code 예측 에러를 줄일 수 있게 된다.

마지막으로 삼각형에 새로운 vertex를 추가하여 topology 정보는 변화시키지 않고, geometry 정보만을 변화시켜 새로운 메쉬를 구성하는 알고리즘을 개발한다면, 우리는 삼각형 분할 규칙을 통하여 그 메쉬의 압축결과를 알고리즘 수행 없이 정확하게 얻을 수가 있게 된다.

참고문헌

- [1] M. Deering, "Geometry Compression". Proceedings of ACM SIGGRAPH' 95, Vol.3, pp. 13-20, 1995
- [2] J. Rossinac, "Edgebreaker : Connectivity compression for triangular meshes". IEE Transaction on Visualization and Computer Graphics, Vol.5, No.1, pp. 47-61, 1999
- [3] J. Rossignac and A. Szymczak, "Wrap and Zip : Linear decoding of planar triangle graphs", Computational Geometry Theory and Applications, Vol.14, pp. 119-135, 1999.
- [4] M. Isenburg and J. Snoeyink, "Spirale Reversi : Reverse decoding of the Edgebreaker encoding", Computational Geometry Theory and Applications, Vol.20, pp. 39-52, 2001.
- [5] Deok-Soo Kim, Youngsong Cho and Donguk Kim, "The Compression of the Normal Vectors of 3D Mesh Models Using Clustering", Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2330, pp. 275-284, 2002.
- [6] Deok-Soo Kim, Youngsong Cho, Donguk Kim, and Hyun Kim, "Probability Distribution of Index Distances in Normal Index Array for Normal Vector Compression", Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2657, pp. 887-896, 2003.
- [7] A. Szymczak, D. King, J. and Rossignac, "An Edgebreaker-based efficient compression scheme for regular Meshes", Computational Geometry : Theory and Application, Vol. 20, pp. 5368, 2001.
- [8] Owen, S. J., "A Survey of Unstructured Mesh Generation Technology", 7th International Meshing Roundtable, Dearborn, Michigan, Oct. 26-28, 1998.