

# 전력시장 입찰함수모형에서 입찰 파라미터 선택에 관한 연구

論 文

53A-11-8

## A Study on the Selection of a Bidding Parameter at the Bidding Function Model in an Electricity Market

趙 喆 熙\* · 李 光 浩\*

(Cheol-Hee Cho · Kwang-Ho Lee)

**Abstract** - Generation companies(Genco) submit the supply functions as a bidding function to a bid market in a competitive electricity market. The profits of Gencos vary in accordance with the bid functions, so the selection of a bidding function plays a key role in increasing their profits. In order to get a profitable bidding function which is usually linear, it is required to modify adequately the intersection and the slope of a linear supply function. This paper presents an analysis of the selection of the supply function from the viewpoint of Nash equilibrium(NE). Four types of bidding function parameters are used for analyzing the electricity market. The competition of selecting bidding parameters is modeled as two level games in this research. One is a subgame where a certain type of parameters is given and the players compete to select values of the underlying parameters. The other is an overall game where the players compete to select a profitable type among the four types of parameters. The NEs in both games are computed by using an analytic method and a payoff matrix method. It is verified in case studies for the NE of overall game to satisfy the equilibrium condition.

**Key Words** : Electricity Market, Nash Equilibrium, Bidding Parameters, Game Theory, Payoff Matrix

### 1. 서 론

최근의 전력산업은 기존의 수직통합적인 독점구조에서 경쟁을 통한 효율성 증대를 목적으로 시장경쟁 체제로 변화하고 있다. 이러한 경쟁적 전력시장에는 다수의 발전사업자, 송배전사업자, 전력소비자 등이 시장참여자로 등장하게 되며, 각 시장참여자들은 전략적 행동을 통해 더 많은 이득을 얻으려 노력하게 된다. 하지만 전력산업의 특성상 다수의 참여자가 있다고 하더라도 완전경쟁을 유도하기는 쉽지 않으므로 과점형태의 전력시장을 가정하고 해석하는 것이 일반적이다.

전력시장해석에 응용되는 모형에는 발전량으로 경쟁하는 Cournot모형[1,2,3,4], 가격 경쟁을 통해 공급량이 결정되는 Bertrand모형[3,4], 그리고 공급함수를 직접 입찰함으로써 경쟁에 참여하는 공급함수모형[3,4,5,6,7] 등이 있다.

공급함수모형은 공급함수와 수요함수를 입찰하기 때문에 전력시장에서 공급과 수요의 탄력성을 반영할 수 있고 또한 전력시장운영규칙[8]에서 제시된 입찰 형태와도 가장 유사하다. 이러한 이유로 공급함수모형으로 전력시장을 해석하는 연구가 많이 진행되고 있다[3,4,5,6,7].

전력시장에 적용된 공급함수모형은 대부분 일차함수의 공급과 수요함수를 가정한다. 공급함수모형으로 전력시장을 해

석할 경우 절편 또는 기울기를 전략적 입찰파라미터로 두고 시장참여자의 전략을 분석하는 경우가 대부분이다[3,4,6]. 그리고 몇몇 연구에서는 기울기와 절편을 동시에 일정한 비율만큼 변화시켜 입찰파라미터로 이용하는 모형[9]과 기울기와 절편을 각각 독립적으로 변화시키는 모형[5]도 시도되었다.

지금까지의 연구는 위의 네 가지의 입찰파라미터 중 먼저 하나를 가정하고, 가정된 입찰파라미터로만 시장참여자가 입찰하는 형태이다. 이 경우 시장참여자는 서로 같은 종류의 입찰파라미터로만 입찰에 참여하게 된다. 본 논문에서는 입찰파라미터를 가정하지 않고 시장참여자가 네 가지 파라미터 모형 중에서 전략적으로 선택함과 동시에 파라미터의 값을 결정하는 문제를 다룬다.

전략적 입찰파라미터가 하나의 변수로 표현되는 모형에서는 이득함수를 미분하여 내쉬균형을 계산한다. 하지만 한 기업이 선택하는 입찰파라미터의 변수가 두 개 이상일 경우 해석적 내쉬균형 계산이 복잡한 비선형 형태로 나타나서 해석적 계산이 어렵다. 따라서 이 경우에는 보수행렬법(payoff matrix)[10]으로 내쉬균형을 계산한다.

사례연구에서는 간단한 계통모형에 대해 내쉬균형을 계산하여 공급함수모형에서 입찰파라미터 사이에 우월전략(dominant strategy)과 열등전략(dominated strategy)이 존재함을 보이고 두 참여자가 선택하게 되는 입찰파라미터 모형과 파라미터 값에 대한 내쉬균형을 계산하고 이를 검증한다.

### 2. 입찰함수 선택 게임의 정식화

#### 2.1 문제의 표현

본 논문에서는 한계비용함수와 수요함수를 선형으로 가정

\* 교신저자, 學生會員 : 檀國大 電氣工學科 碩士課程

E-mail : batim@hitel.net

\* 正 會 員 : 檀國大 電氣電子컴퓨터工學部 副教授·工博

接受日字 : 2004年 6月 10日

最終完了 : 2003年 9月 15日

하여 식 (1)과 같이 표현한다. 수요함수는 한계비용함수와 같은 형태이고 기술기가 음수이며, 발전력 공급에 따른 이득 (profit)은 수입(revenue)에서 발전비용(cost)을 뺀 값으로 표현된다.

$$\begin{aligned} f_i(q_i) &= b_i + m_i \times q_i \\ g_i(q_i) &= k_{bi} + k_{mi} \times q_i \end{aligned} \quad (1)$$

- $\Pi_i$ : 발전기  $i$ 의 공급량
- $f_i, g_i$ : 발전기  $i$ 의 한계비용함수와 입찰함수
- $b_i, m_i$ : 한계비용함수의 절편과 기울기
- $k_{bi}, k_{mi}$ : 입찰함수의 절편과 기울기
- $q_i$ : 발전기  $i$ 의 공급량
- $\Pi_i$ : 발전기  $i$ 가  $q_i$ 를 생산할 때의 이득
- $p$ : 시장가격
- $C_i$ : 발전기  $i$ 가  $q_i$ 를 생산할 때의 발전비용

전력시장에서 거래의 결정은 제시된 입찰함수를 한계비용함수로 가정하여 사회적후생(Social Welfare ; SW)이 최대가 되면서, 공급기업의 이득이 극대가 되는 조건에서 이루어진다 [6]. 사회적후생은 소비자효용(benefit)에서 발전비용을 뺀 값으로 정의되며, 다음 식 (2)와 같이 표현된다.

$$Max \left\{ \sum B_i(d_i) - \sum C_i(q_i) \right\} \quad (2)$$

여기서  $H(d)$ 는 수요함수를 영부터  $d$ 까지 적분한 값이다.

### 2.2 입찰파라미터의 종류

발전기업은 이득을 극대화하기 위한 입찰함수를 전략적으로 선택하여 시장운영자에게 제출한다. 입찰함수는 일차함수로 가정하였으므로 일차항과 상수항에 의해 결정되며 한계비용함수와의 관계에 따라 네 형태로 구분된다. 본 연구에서는 네 가지 경우를 대상으로 전략적 특성 분석을 시도한다.

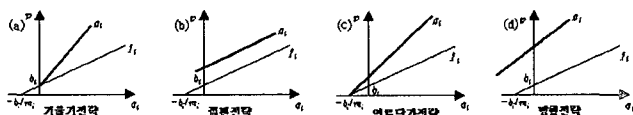


그림 1 입찰파라미터의 종류  
Fig. 1 Four types of bidding parameters

그림 1과 같이 (a)는 한계비용함수에서  $k_{bi}=b_i$ 로 고정하고  $k_{mi}$ 를 전략적으로 선택하는 모형으로 입찰함수는  $g_i(q_i) = b_i + k_{mi} \times q_i$ 의 형태로 나타난다. 기울기를 전략으로 사용하는 이와 같은 경우를 기울기전략이라 칭한다. (b)는 한계비용함수에서  $k_{mi}=m_i$ 로 고정하고  $k_{bi}$ 를 전략적으로 택하는 모형으로 이 때 입찰함수는  $g_i(q_i) = k_{bi} + m_i \times q_i$ 의 형태로 나타나고 이를 절편전략이라 칭한다. (c)에서 공급기업이 전략적으로 선택하는 입찰 파라미터는  $k_{ni}$ 이고 이때  $k_{bi} = k_{ni} \times b_i$ ,  $k_{mi} = k_{ni} \times m_i$ 이며  $k_{bi}/k_{mi} = b_i/m_i$ 의 관계를 갖는다. 입찰함수는 한계비용함수에 일보다 큰 실수를 곱한  $g_i(q_i) = k_{ni} \times (b_i + m_i \times q_i)$  형태이고 입찰 파라미터와 무관하게  $-b_i/m_i$ 점을 지난다. 입찰함수에서  $b_i + m_i \times q_i$ 를 발전력에 따른 열량 특성을 표현하는 부분으로 본다면  $k_{ni}$ 를 연료 단가라고 할 수 있다. 따라서 이러한 전략을 연료단가전략이라

칭한다. (d)는 한계비용함수의 절편과 기울기를 각각 독립적으로 입찰하는 모형으로 입찰함수는  $g_i(q_i) = k_{bi} + k_{mi} \times q_i$ 이다. 공급자는  $k_{mi}, k_{bi}$ 를 병행하여 입찰전략으로 이용하므로 이때를 병행전략이라 칭한다. 네 가지의 입찰파라미터에서 (a)(b)(c)는 입찰파라미터로 한 가지만을 전략으로 선택하는 경우이고 (d)는 공급함수의 절편과 기울기, 두 가지를 사용하는 경우이다.

### 2.3 부분게임의 정의

전력시장에서 두 공급기업( $F_1, F_2$ )을 가정하고  $F_1, F_2$ 는 각각 2.2절에서 살펴본 네 가지의 입찰파라미터 중 하나를 전략으로 선택한다면, 두 명의 참여자가 선택 가능한 전략을 각각 네 개씩 가진 2인 게임으로 생각 할 수 있다. 이 게임에서  $F_1$ 은  $k_{m1}, k_{b1}, k_{n1}, (k_{m1}, k_{b1})$ 의 네 가지의 전략 중 이득 극대화를 위한 하나의 전략을 택할 것이고  $F_2$ 도 마찬가지로 하나의 전략을 택할 것이다.  $F_1, F_2$ 가 각각 하나의 전략모형을 택한 후에는 파라미터의 값을 결정하기 위한 게임이 발생하는 데 이를 부분게임(subgame)이라 정의한다.

$F_1, F_2$ 는 각각  $k_{m1}, k_{b1}, k_{n1}, (k_{m1}, k_{b1})$ 의 네가지 전략모형을 가지므로 본 논문에서의 부분게임은  $4 \times 4$ 의 16종류가 나타난다. 16종류의 부분게임 중  $F_1, F_2$ 가 서로 같은 전략모형을 택하는 경우를 부분대칭게임으로, 서로 다른 종류의 전략모형을 선택하는 경우를 부분비대칭게임이라 칭한다. 다음 표 1에서 회색으로 표시된 4개는 부분대칭게임이고 나머지 12개는 부분비대칭 게임이다.

표 1 부분대칭게임과 부분비대칭게임  
Table 1 Symmetric and asymmetric subgames

| $F_1 \backslash F_2$ | $k_{m2}$<br>(기울기전략) | $k_{b2}$<br>(절편전략) | $k_{n2}$<br>(연료단가전략) | $(k_{m2}, k_{b2})$<br>(병행전략) |
|----------------------|---------------------|--------------------|----------------------|------------------------------|
| $k_{m1}$             | ①                   | ⑤'                 | ⑥'                   | ⑧'                           |
| $k_{b1}$             | ⑤                   | ②                  | ⑦'                   | ⑨'                           |
| $k_{n1}$             | ⑥                   | ⑦                  | ③                    | ⑩'                           |
| $(k_{m1}, k_{b1})$   | ⑧                   | ⑨                  | ⑩                    | ④                            |

### 3. 부분게임의 내쉬균형

본 연구에서는 공급기업  $F_1, F_2$ 와 가격탄력성을 갖는 수요함수  $f_0$ 를 가정하고 선로 및 발전용량제약은 고려하지 않는다. 따라서 부분게임의 내쉬균형은 단순전략으로 계산된다[3].

#### 3.1 부분대칭게임의 내쉬균형

##### 3.1.1 기울기전략 부분대칭게임

기울기전략 부분대칭게임은 표 1의 ①이며, 기울기 입찰이므로  $k_{b1}=b_1, k_{b2}=b_2$ 이고 공급자는  $k_{m1}, k_{m2}$ 를 선택하는 모형이다. 공급량은 식 (2)의 사회적 후생(SW)이 극대일 조건에서 결정된다. 발전력  $q_1, q_2$ 에 대한 최적 조건식  $\partial SW / \partial q_1 = 0, \partial SW / \partial q_2 = 0$ 를 적용하면 다음 식 (3)의 관계가 유도된다.

$$\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} k_{m2} + m_0 & -m_0 \\ -m_0 & k_{m1} + m_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 - b_1 \\ b_0 - b_2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

여기서  $\Delta = m_0 k_{m1} + k_{m1} k_{m2} + k_{m2} m_0$ 이다.

입찰파라미터  $k_m$ 과  $k_{m2}$ 가 두 공급기업의 이득  $\Pi_1$ 과  $\Pi_2$ 에 대해서 최적조건식  $\partial\Pi_1(q_1^*)/\partial k_m^* = 0$ ,  $\partial\Pi_2(q_2^*)/\partial k_{m2}^* = 0$ 을 만족할 때 이득이 극대가 되며 내쉬균형전략을 이룬다.

식 (3)과 위의 이득 극대 조건을 연립하여  $k_m^*$ ,  $k_{m2}^*$ 에 대해 정리하면 다음 식 (4)로 표현된다.

$$k_m^* = \frac{m_1}{2} + \sqrt{\frac{m_1^2}{4} + \frac{m_0}{2m_0+m_2} \Delta}, \quad k_{m2}^* = \frac{m_2}{2} + \sqrt{\frac{m_2^2}{4} + \frac{m_0}{2m_0+m_1} \Delta} \quad (4)$$

기울기전략 부분대칭게임에서 내쉬균형  $k_m^*$ 과  $k_{m2}^*$ 는 입찰함수, 한계비용함수, 수요함수에서의 절편과는 무관하고 기울기에 의해서만 결정되는 특성을 알 수 있다.

### 3.1.2 절편전략 부분대칭게임

입찰파라미터로 절편을 이용하는 부분대칭게임으로 표 1의 ②에 해당되며 입찰함수의 기울기는  $k_m = m_1$ ,  $k_{m2} = m_2$ 이고 절편만 변화시킨다. 공급량은 사회적 후생이 극대일 조건으로부터 다음 식 (5)와 같이 결정된다[6].

$$\begin{pmatrix} q_1^* \\ q_2^* \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} m_2+m_0 & -m_0 \\ -m_0 & m_1+m_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0-k_m \\ b_0-k_{m2} \end{pmatrix} \quad (5)$$

여기서  $\Delta = m_0 m_1 + m_1 m_2 + m_2 m_0$ 이다.

발전기업은 이득 극대화를 위한 전략을 택하게 되므로  $\partial\Pi_1(q_1^*)/\partial k_m^* = 0$ ,  $\partial\Pi_2(q_2^*)/\partial k_{m2}^* = 0$ 을 만족할 때가 내쉬균형이다.

식 (5), 이득 극대 조건을 연립하여 계산하면 식 (6)의 내쉬균형  $k_m^*$ ,  $k_{m2}^*$ 를 구할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} k_m^* \\ k_{m2}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (m_2+m_0)(\Delta+m_2 m_0) & -m_2 m_0^2 \\ -m_1 m_0^2 & (m_1+m_0)(\Delta+m_1 m_0) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta m_2+m_0 b_1+m_2^2 m_0 b_0 \\ \Delta m_1+m_0 b_2+m_1^2 m_0 b_0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

식 (4)의 기울기전략의 내쉬균형과 비교함으로써 식 (6)의 절편전략의 내쉬균형  $k_m^*$ ,  $k_{m2}^*$ 은 두 공급기업의 한계비용과 수요함수의 기울기뿐만 아니라 절편에도 영향을 받음을 알 수 있다.

### 3.1.3 연료단가전략 부분대칭게임

표 1에서 ③은 연료단가전략 부분대칭게임으로 입찰함수는 식 (7)과 같으며 공급량은 사회적 후생이 극대가 되는 최적조건을 적용함으로써 다음 식 (8)과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} g_1(q_1) &= k_{m1} (b_1 + m_1 \times q_1) \\ g_2(q_2) &= k_{m2} (b_2 + m_2 \times q_2) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{pmatrix} q_1^* \\ q_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{m1} m_1 + m_0 & m_0 \\ m_0 & k_{m2} m_2 + m_0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} b_0 - k_{m1} b_1 \\ b_0 - k_{m2} b_2 \end{pmatrix} \quad (8)$$

두 공급기업은 이득극대화를 위한 전략을 택하게 되므로  $\partial\Pi_1(q_1^*)/\partial k_{m1}^* = 0$ ,  $\partial\Pi_2(q_2^*)/\partial k_{m2}^* = 0$ 이 만족될 때 내쉬균형이다.

식 (8)과 이득 극대 조건을 연립하여 계산하면 연료단가전략의 내쉬균형을 구할 수 있다. 이때 나타나는 비선형 연립방정식은 Matlab을 사용하여 계산하였다.

### 3.1.4 병행전략 부분대칭게임

표 1에서 ④는 병행전략 부분대칭게임으로 전략변수가 두

개씩이므로 해석적으로 구하기가 어렵다. 따라서 입찰파라미터 ( $k_m$ ,  $k_{m2}$ )와 ( $k_{m1}$ ,  $k_{m2}$ )의 구간을 정하고 이산화하여 각각의 전략을 변화시키면서 이득행렬을 만든 후 보수행렬법으로 내쉬균형을 찾는다[8,9].

## 3.2 부분비대칭게임의 내쉬균형

### 3.2.1 기울기와 절편전략 부분비대칭게임

공급기업  $F_1$ 은 기울기를,  $F_2$ 는 절편을 입찰하는 모형으로 가정하면 표 1의 ⑤에 해당되는 부분비대칭게임이다. 입찰함수는  $g_1(q_1) = b_1 + k_m \times q_1$ ,  $g_2(q_2) = k_{m2} + m_2 \times q_2$ 이고 공급량은 후생이 극대일 조건에서 다음 식 (9)와 같이 결정된다.

$$\begin{pmatrix} q_1^* \\ q_2^* \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} m_2+m_0 & -m_0 \\ -m_0 & k_m+m_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0-b_1 \\ b_0-k_{m2} \end{pmatrix} \quad (9)$$

여기서  $\Delta = m_0 k_m + k_m m_2 + m_2 m_0$ 이다.

두 공급기업은 이득극대화를 위한 전략을 택하게 되는데 그때의 최적조건은  $\partial\Pi_1(q_1^*)/\partial k_m^* = 0$ ,  $\partial\Pi_2(q_2^*)/\partial k_{m2}^* = 0$ 이다.

식 (9)와 이득 극대 조건을 연립하여 계산하면 다음 식 (10)의 내쉬균형전략이 계산된다.

$$\begin{aligned} k_m^* &= \frac{m_0 m_1 + m_1 m_2 + m_2 m_0}{m_0 + m_2} \\ k_{m2}^* &= \frac{\Delta k_m^* + m_0 b_2 + k_m^* m_0 (m_0 b_1 + b_0 k_m^*)}{(k_m^* + m_0)(k_m^* m_0 + \Delta)} \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)에서 기울기전략의  $k_m^*$ 은 한계비용함수와 수요함수의 기울기만으로 이루어지며  $k_{m2}^*$ 는 기울기와 절편 모두 연관됨을 알 수 있다.

### 3.2.2 기울기와 연료단가전략의 부분비대칭게임

표 1의 ⑥은  $F_1$ 은 기울기를,  $F_2$ 는 연료단가를 입찰한다고 가정한 모형으로 입찰함수는 각각  $g_1(q_1) = b_1 + k_m \times q_1$ ,  $g_2(q_2) = k_{m2} (b_2 + m_2 \times q_2)$ 이다. 공급량은 사회적 후생의 극대화 조건을 통해서 다음 식 (11)과 같이 유도된다.

$$\begin{pmatrix} q_1^* \\ q_2^* \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} k_{m2} m_2 + m_0 & -m_0 \\ -m_0 & k_m + m_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 - b_1 \\ b_0 - k_{m2} b_2 \end{pmatrix} \quad (11)$$

여기서  $\Delta = m_0 k_m + k_m k_{m2} m_2 + k_{m2} m_2 m_0$ 이다.

두 공급기업은 이득극대화를 목적으로 입찰전략을 변화시키므로 최적조건식은  $\partial\Pi_1(q_1^*)/\partial k_m^* = 0$ ,  $\partial\Pi_2(q_2^*)/\partial k_{m2}^* = 0$ 이고, 식 (11)과 연립하여 계산하면  $k_m^*$ 과  $k_{m2}^*$ 이 구해진다.

### 3.2.3 절편과 연료단가전략의 부분비대칭게임

표 1의 ⑦은 공급기업  $F_1$ 은 절편을,  $F_2$ 는 연료단가를 입찰하는 모형으로 입찰함수는  $g_1(q_1) = k_{m1} + m_1 \times q_1$ ,  $g_2(q_2) = k_{m2} (b_2 + m_2 \times q_2)$ 이다. 공급량을 계산하기 위해서 사회적 후생의 극대화 조건을 이용하면 다음 식 (12)이 유도된다.

$$\begin{pmatrix} q_1^* \\ q_2^* \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} k_{m2} m_2 + m_0 & -m_0 \\ -m_0 & m_1 + m_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 - k_{m1} \\ b_0 - k_{m2} b_2 \end{pmatrix} \quad (12)$$

여기서  $\Delta = m_0 m_1 + m_1 k_{m2} m_2 + k_{m2} m_2 m_0$ 이다.

두 공급기업은 이득 극대화를 목적으로 하기 때문이 식 (12)와  $\partial\Pi_1(q_1^*)/\partial k_A=0$ ,  $\partial\Pi_2(q_2^*)/\partial k_B=0$ 을 연립하여 비선형연립방정식을 풀면 내쉬균형이 구해진다.

**3.2.4 병행전략이 사용되는 부분비대칭게임**

$F_1$ 은 병행전략을,  $F_2$ 는 기울기전략을 입찰한다고 가정하면, 표 1에서 ⑧, ⑨, ⑩에 해당되며 입찰에 사용되는 변수는 총 세 개이다.  $F_1$ 은 병행전략으로서 절편과 기울기를 모두 변화시켜 이득극대화 전략을 취하므로 미분을 이용하여 해석적으로 내쉬균형을 계산하기 어렵다. 따라서 보수행렬법으로 내쉬균형을 계산한다.

**4. 전체게임의 표현**

**4.1 보수행렬의 구성**

전체게임(overall game)의 보수행렬은 16개의 부분게임에서 계산한 내쉬균형전략에서의 이득으로 구성된다. 표 2는 4x4형태의 전체게임의 보수행렬이다. 4x4형태의 보수행렬에서 병행전략이 열등전략(dominated)이라면  $F_1$ 과  $F_2$ 는 병행전략을 선택하지 않으므로 내쉬균형에 영향을 미치지 못한다. 따라서 4x4형태가 아닌 3x3형태구성할 수 있다. 다음 표 2에서 옅은 회색으로 표현된 부분은 3x3형태의 전체게임의 보수행렬이다.

표 2 전체게임의 구성

Table 2 The payoff matrix of an overall game

| $F_1 \backslash F_2$ | $k_m$<br>(기울기전략) | $k_B$<br>(절편전략) | $k_2$<br>(연료단가전략) | $(k_m, k_B)$<br>(병행전략) |
|----------------------|------------------|-----------------|-------------------|------------------------|
| $k_m$                | $\Pi_1/\Pi_2$    | $\Pi_1/\Pi_2$   | $\Pi_1/\Pi_2$     | $\Pi_1/\Pi_2$          |
| $k_B$                | $\Pi_1/\Pi_2$    | $\Pi_1/\Pi_2$   | $\Pi_1/\Pi_2$     | $\Pi_1/\Pi_2$          |
| $k_2$                | $\Pi_1/\Pi_2$    | $\Pi_1/\Pi_2$   | $\Pi_1/\Pi_2$     | $\Pi_1/\Pi_2$          |
| $(k_m, k_B)$         | $\Pi_1/\Pi_2$    | $\Pi_1/\Pi_2$   | $\Pi_1/\Pi_2$     | $\Pi_1/\Pi_2$          |

**4.2 전체게임의 내쉬균형**

전체게임의 내쉬균형은 표 2에서와 같이  $F_1$ 과  $F_2$  각각 기울기, 절편, 연료단가전략으로 구성되는 3x3형태의 이득행렬을 대상으로 계산한다. 그리고 한계비용함수와 수요함수 등의 시장조건을 변화시켜 수만 번 반복하여 전체게임의 내쉬균형이 표 1의 ①에 해당되는 기울기전략으로 수렴함을 확인한다.

**4.3 열등전략의 확인**

발전기업은 기울기, 절편, 연료단가, 병행전략의 네 가지의 전략을 선택 할 수 있다. 하지만 기울기와 절편을 모두 사용함에도 불구하고 병행전략을 선택했을 때가 기울기만을 선택한 경우보다 이득이 크지 않다면 발전기업은 병행전략을 선택하지는 않을 것이다.

기울기전략 부분비대칭게임의 내쉬균형인  $k_m^*$ ,  $k_B^*$ 에서  $F_1$ ,  $F_2$ 는 절편전략을 추가하여 사용할 수 있다. 추가된 전략절편에 대한 이득의 변화를 나타내는  $\partial\Pi_1(q_1)/\partial k_A$ ,  $\partial\Pi_2(q_2)/\partial k_B$ 의 값이 영이면  $F_1$ 과  $F_2$ 는 각각  $k_A$ ,  $k_B$ 를 전략으로 추가해서 변화시키더라도 이득이 더 커지지 않는다. 따라서 절편을 전략으로 추가할 유인 없는 것이다. 기울기전략에서  $F_1$ 과  $F_2$ 는 병행전략으로 변화할 유인이 없음을 사례연구에서 확인한다.

$F_1$ 은 절편전략,  $F_2$ 는 기울기전략으로 입찰하는 경우  $k_A$ 와

$k_B^*$ 에서 각각의 추가 전략에 대한  $\partial\Pi_1(q_1)/\partial k_m$ 과  $\partial\Pi_2(q_2)/\partial k_B$ 의 값이 영에 근접함을 확인하고 반대의 경우에도 민감도가 영에 가까움을 확인한다.

연료단가전략으로 입찰하는 경우는 병행전략 중 일정비율로 절편과 기울기를 변화시켜 입찰하는 것으로 생각할 수 있다. 그러므로 병행전략이 열등전략으로 확인되면 연료단가전략 또한 열등전략이 된다.

**5. 사례연구**

**5.1 시장의 조건**

전력시장에서 입찰에 참여하는  $F_1$ ,  $F_2$ 의 한계비용함수와 전력의 수요를 표 3에서와 같이 나타낸다. 송전용량 및 발전용량 등의 제약조건은 고려하지 않는다.

표 3 수요함수와 한계비용함수

Table 3 The demand and the marginal cost functions

|              | 함수 형태              | $b_i$ | $m_i$ |
|--------------|--------------------|-------|-------|
| $F_1$ 한계비용함수 | $b_1+m_1q_1$       | 10    | 0.35  |
| $F_2$ 한계비용함수 | $b_2+m_2q_2$       | 10    | 0.45  |
| $f_0$ 전력수요   | $b_0-m_0(q_1+q_2)$ | 100   | 0.5   |

**5.2 부분게임의 해석**

주어진 시장조건에 대해 3절의 해법을 적용한다. 3절의 해석적으로 구한 해법에 대입하면 표 2에서 옅은 회색으로 표현된 부분게임에 대한 내쉬균형을 구할 수 있다. 나머지 부분게임의 내쉬균형은 보수행렬법으로 계산한다. 해석적으로 계산된 9종류의 내쉬균형에 대해서는 최적조건의 만족 여부를 확인하는 것으로 검증이 가능하지만 보수행렬법으로 계산하는 내쉬균형은 이득분포를 확인함으로써 검증이 가능하다.

$F_1$ 은 기울기전략, 절편전략, 연료단가전략, 병행전략 중 한 가지 전략모형을 선택하면서 변화시키고  $F_2$ 는 병행전략으로 입찰하는 경우의 내쉬균형을 살펴보면, 먼저  $F_1$ 이 기울기전략으로  $F_2$ 가 병행전략으로 입찰하는 표 1의 ⑧에 해당되는 부분게임에서  $k_m$ ,  $k_B$ 는 0.01단위로,  $k_2$ 는 0.5단위로 이산화하여 내쉬균형을 계산하면  $k_m^*=0.63$ ,  $k_B^*=0.63$ ,  $k_2^*=16.5$ 이다.

내쉬균형에서  $F_1$ ,  $F_2$ 는 모두 이득이 최대이기 때문에 서로 이득을 변화시킬 유인이 없다. 따라서 다음 그림 2에서와 같이  $F_1$ 과  $F_2$ 는 서로 전략을 변화시켜 더 큰 이득을 낼 수 없는 내쉬균형 상태임을 알 수 있다.

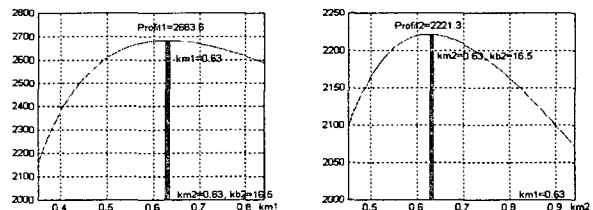


그림 2 기울기와 병행전략의 내쉬균형과 이득분포  
Fig. 2 Profits with slope vs. bilateral strategies

$F_1$ 이 절편전략으로  $F_2$ 가 병행전략으로 입찰하는 표 1의 ⑨게임에서 내쉬균형은  $k_A^*=29.5$ ,  $k_B^*=0.5$ ,  $k_2^*=21$ 으로 계산된다. 그림 3은 내쉬균형 상태임을 나타낸다.

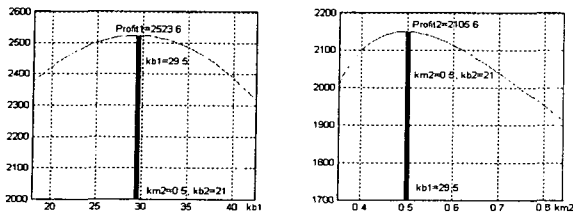


그림 3 절편과 병행전략의 내쉬균형과 이득분포  
Fig. 3 Profits with intercept vs. bilateral strategies

다음은  $F_1$ 이 연료단가전략 이용하고  $F_2$ 가 병행전략을 선택하는 표 1의 ⑩게임에서 내쉬균형을 구한 경우를 나타낸다. 그림 4는  $k_m^*=1.62$ ,  $k_n^*=0.57$ ,  $k_B^*=19.5$ 이고 내쉬균형 임을 나타낸다.

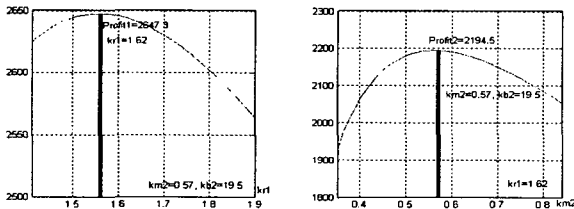


그림 4 연료단가와 행전략의 내쉬균형과 이득분포  
Fig. 4 Profits with fuel cost vs. bilateral strategies

그림 5는  $F_1$ 과  $F_2$ 가 모두 병행전략으로 입찰하는 표 1의 ④에 해당되는 병행전략 부분대칭게임의 내쉬균형이다.  $F_1$ 과  $F_2$ 가 병행전략으로 입찰하므로 네 개의 전략변수 중 기울기는 0.01단위로 절편은 0.5단위로 이산화하고 내쉬균형 계산하면  $k_m^*=0.55$ ,  $k_B^*=16.5$ ,  $k_n^*=0.66$ ,  $k_B^*=13.5$ 이다. 또한 이득분포는 내쉬균형임을 보여준다.

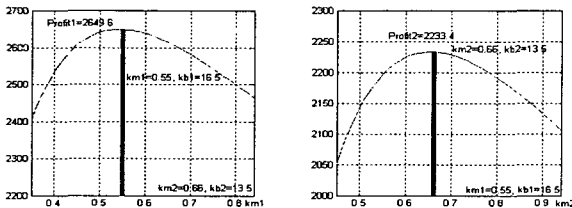


그림 5 병행전략에서 내쉬균형전략과 이득분포  
Fig. 5 Profits of bilateral vs. bilateral strategies

그림 2, 3, 4, 5에서 계산된 이득을 비교하면 그림 2에서 기울기전략으로 입찰한 경우  $F_1$ 의 이득이 2682.6 가장 큰 것을 알 수 있다. 이렇게 계산된 부분게임의 내쉬균형을 나타내면 다음 표 4와 같다. 첫 번째 원소의 경우  $k_m=0.6471$ ,  $k_n=0.7321$ 을 의미한다.

표 4 부분게임의 내쉬균형전략으로 나타난 전체게임  
Table 4 The overall game composed of subgame NE.

| $F_1 \setminus F_2$ | $k_m$             | $k_B$             | $k_n$             | $(k_m, k_B)$            |
|---------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------------|
| $k_m$               | 0.6471/0.7321     | 0.6344/27.6704    | 0.6344/1.4659     | 0.63/0.63/16.5          |
| $k_B$               | 31.0573/0.7149    | 28.5249/24.4028   | 30.5625/1.3489    | 29.5/0.5/21             |
| $k_n$               | 1.6099/0.7149     | 1.4984/26.9939    | 1.4984/1.3489     | 1.62/0.57/19.5          |
| $(k_m, k_B)$        | (0.64, 10.5)/0.73 | (0.48, 18.5)/26.5 | (0.56, 15.5)/1.44 | (0.55, 16.5)/0.66, 13.5 |

5.3 전체게임 내쉬균형

표 4에서의 부분게임의 내쉬균형전략에 대한 이득행렬을 표현하면 다음 표 5와 같다. 표 5에서 밑줄 표시된 것은 전체 게임에서의 대응전략[7]을 나타낸 것이다. 이 경우  $F_1$ 은 각각의 경우  $k_m$ 을 택할 때에 이득이 최대가 된다. 마찬가지로  $F_2$ 도  $k_n$ 를 선택하여 입찰할 경우에 이득이 최대가 됨을 알 수 있다. 표 3에서 주어진 시장조건에 대한 전체게임에서  $F_1$ ,  $F_2$ 는 네 가지 입찰파라미터 중 기울기전략으로 입찰하는 경우 서로 이득이 최대이다. 따라서 입찰파라미터로 기울기전략을 선택했을 때를 내쉬균형이라 할 수 있고 표 5의 회색부분으로 표현된다.

표 5 전체게임의 보수행렬  
Table 5 The payoffs of a overall game

| $F_1 \setminus F_2$ | $\Pi_1(k_m)$         | $\Pi_2(k_B)$  | $\Pi_2(k_n)$  | $\Pi_2(k_m, k_B)$ |
|---------------------|----------------------|---------------|---------------|-------------------|
| $\Pi_1(k_m)$        | <u>2682.2/2259.3</u> | 2655.6/2120.5 | 2687.0/2231.2 | 2682.6/2221.3     |
| $\Pi_1(k_B)$        | 2526.9/2215.8        | 2519.6/2110.3 | 2526.6/2195.0 | 2523.6/2105.6     |
| $\Pi_1(k_n)$        | 2656.6/2252.4        | 2627.1/2120.0 | 2652.4/2225.7 | 2647.3/2194.5     |
| $\Pi_1(k_m, k_B)$   | 2688.0/2258.6        | 2602.4/2119.2 | 2652.6/2225.7 | 2649.6/2233.4     |

5.4 시장변동에 따른 변화

전력시장의 한계비용함수와 수요함수는 시장의 특성에 의해서 변할 수 있다. 이렇게 변화하는 시장의 특성을 반영하기 위해서 공급기업의 한계비용함수와 시장의 수요함수를 변화시킬 때의 내쉬균형을 알아본다.

시장의 특성은 표 3에서 공급함수와 수요함수의 일차항과 상수항의 계수를 -10%~+10% 범위에서 임의로 50000회 변화시켰다. 다음 그림 6은 50000회 시행하여 전체게임의 균형 전략을 계산한 결과이다. 전체게임의 내쉬균형이 달라지는 지를 살펴보기 위해서 기울기전략에 대한 최적대응전략을 계산하여 비교한 것이다.

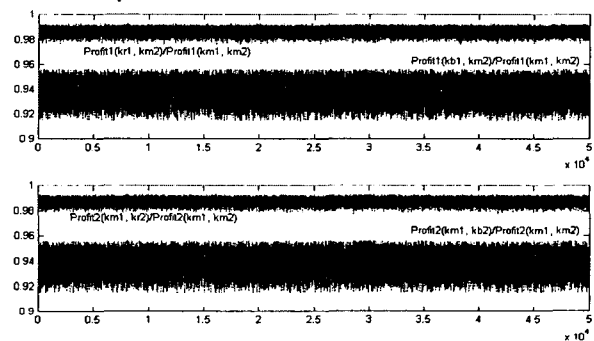


그림 6 균형전략에서 이득의 비교  
Fig. 6 The comparison of profits at NEs

그림 6에서  $F_1$ 의 이득을 보면  $\{1 > \Pi_1(k_n^*, k_n^*) / \Pi_1(k_m^*, k_m^*) > \Pi_1(k_B^*, k_B^*) / \Pi_1(k_m^*, k_m^*)\}$ 임을 알 수 있다. 즉  $F_2$ 가 기울기전략을 선택할 때  $F_1$ 의 이득의 크기는 기울기전략 > 연료단가전략 > 절편전략의 순서이다. 따라서 절편전략보다는 연료단가전략, 연료단가전략보다는 기울기전략을 택하는 것이 이득이 더 커진다. 마찬가지로  $F_2$ 의 경우도 이득의 크기는 기울기전략, 연료단가전략, 절편전략의 순서임을 알 수 있다. 따라서 기울기 전략을

선택 할 경우 전략을 수정할 유인이 없으므로 기울기전략이 내쉬균형이며, 그림 6과 같이 50000회 시행의 결과 항상 내쉬균형을 확인하였다. 한편 본 논문에서 병행전략은 열등전략이라고 주장한 바 있으며 이를 검증하기 위해 4.3에서와 같이 추가 전략 사용에 대한 유인(incentive)을 분석하였다. 기울기전략 내쉬균형  $k_{m1}^*, k_{m2}^*$ 에서 절편을 추가하여 이득이 커지는지 확인하기 위해 50000회 실험에서  $\partial \Pi(q_1)/\partial k_{m1}$ ,  $\partial \Pi(q_2)/\partial k_{m2}$ 를 계산하면 절댓값이  $0 \sim 2.84 \times 10^{-14}$ 이다. 따라서  $F_1$ 과  $F_2$ 는 절편을 전략으로 추가하더라도 이득은 거의 변화가 없으므로 병행전략을 선택할 유인은 없다.  $F_1$ 은 절편전략으로  $F_2$ 는 기울기전략으로 입찰하는 경우,  $F_1$ 은 기울기전략으로  $F_2$ 는 절편전략으로 입찰하는 경우 각각  $\partial \Pi_1(q_1)/\partial k_{m1}$ ,  $\partial \Pi_2(q_2)/\partial k_{m2}$ 과  $\partial \Pi_1(q_1)/\partial k_{b1}$ ,  $\partial \Pi_2(q_2)/\partial k_{b2}$ 의 절댓값은  $0 \sim 3.6 \times 10^{-12}$ 의 값을 가지므로 역시 병행전략을 택하지 않는다. 연료단가전략은 일정비율로 절편과 기울기를 변화시켜 입찰하는 것으로 생각할 수 있다. 따라서 병행전략의 일부로 생각할 수 있으므로 두 공급기업은 입찰 전략으로 선택하지 않을 것이다.

### 6. 결 론

공급함수모형으로 전력시장을 해석하는 여러 가지 연구가 있었지만 선택할 수 있는 전략을 하나로 가정하고 시장을 해석하는 모형이 대부분이었다. 본 논문에서는 선택할 수 있는 전략을 하나로 가정하지 않고 공급함수모형에서 나타날 수 있는 네 가지 전략을 모두 포함하여 전력시장을 해석하였다.

두 공급기업을 가정할 때 공급기업은 네 종류의 입찰파라미터를 각각 입찰전략으로 선택할 수 있고 이 경우 나타나는 16종류의 부분게임에 대해서 해석적 기법과 보수행렬법으로 내쉬균형을 계산하였다.

부분게임의 내쉬균형에 대한 이득을 이용하여 전체게임을 구성하여 보수행렬법으로 전체게임의 내쉬균형을 구하였다. 이 때 병행전략은 기울기전략에 비해 열등전략이고, 이를 검증하기 위해 이득을 추가전략으로 미분하여 영에 근접함을 확인할 수 있었다. 따라서 전체게임의 보수행렬은 병행전략을 제외하고  $3 \times 3$ 형태로 표현되었다.

기울기전략이 전체게임의 내쉬균형 임을 검증하기 위해 각각 공급함수와 수요함수를 변화시키면서 50000번 전체게임의 내쉬균형을 분석하였으며, 시행한 결과 모든 경우에서 전체게임의 내쉬균형이 기울기전략으로 나타남을 확인하였다.

향후 송전용량 및 발전용량 등의 제약조건을 고려하여 실제 입찰과 유사한 조건에서 공급기업의 입찰파라미터 선택에 관한 연구가 필요할 것이다.

### 참 고 문 헌

[1] J. B. Cardell, C. C. Hitt, W. W. Hogan, "Market Power and Strategic interaction in Electricity Networks," Resource and Energy Economics, Vol.19, pp109-137, 1997.  
 [2] L. B. Cunningham, Ross Baldick, and Martin L. Baughman, "An Empirical Study of Applied Game Theory: Transmission Constrained Cournot Behavior," IEEE Trans.

on Power Systems, Vol.17, No.1, pp. 166-172, February 2002.

[3] 이광호, "전력거래에서 제약조건이 고려된 내쉬균형점의 복합 전략 연구," 전기학회논문지 51A권 4호 pp.196-201, 2002. 4.  
 [4] 이광호, "송전선 제약조건에 따른 전력거래에서의 시장지배력 연구," 전기학회논문지 51A권 8호 pp. 403-409, 2002. 8.  
 [5] Ross Baldick, "Electricity market equilibrium models: The effect of parametrization," IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 17, No. 4, pp. 1170-1176, November 2002.  
 [6] S. Borenstein, J. Bushnell, E. Kahn and S. Soft, "Market Power in California Electricity Market," Utility Policy, Vol. 5, No. 3, pp. 219-236, 1995.  
 [7] C. A. Berry, B. F. Hobbs, W. A. Meroney, "Analyzing Strategic Behavior in Transmission Networks," IEEE Tutorial on Game Theory in Electric Power Markets, IEEE Press T-136-0, pp. 7-32, 1999.  
 [8] 한국전력거래소, 전력시장운영규칙, <http://www.kpx.or.kr>.  
 [9] K. H. Lee, and R. Baldick, "Tuning of Discretization in Bimatrix Game Approach to Power System Market Analysis," IEEE Trans. on Power Systems, February 2003.  
 [10] S. Stoft, "Using Game Theory to Study Market Power in Simple Networks," IEEE Tutorial on Game Theory in Electric Power Markets, IEEE Press TP-136-0, pp.33-40, 1999.

## 저 자 소 개



### 조 철 희(趙喆熙)

1976년 12월 2일 생. 2003년 단국대학교 전기공학과 졸업. 2003년~현재 동 대학원 전기공학과 석사과정.  
 Tel : 02-799-1092  
 E-Mail : batim@hitel.net



### 이 광 호(李光浩)

1965년 12월 22일 생. 1988년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1990년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1995년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사). 1995년 전력연구원 위촉연구원. 2001년 미국 Univ. of Texas (Austin) 방문교수. 1996~현재 단국대 공대 전기공학과 부교수.  
 Tel : 02-709-2868  
 E-Mail : khlee@dgu.edu