

## 바퀴구동 도립진자에 대한 퍼지 가변구조제어

### Fuzzy Variable Structure Control of Wheel-Driven Inverted Pendulum

유 병 국\*

Byung-Kook Yoo\*

#### 요 약

본 논문에서는 Takagi-Sugeno(T-S) 퍼지모델에 대한 가변구조제어방식을 제안하며 이를 이용한 바퀴구동 도립진자의 자세제어를 보인다. 비선형 시스템이 T-S퍼지모델로 모델링 될 수 있다는 가정 하에서 바퀴구동 도립진자에 대하여 몇 개의 대표 동작점을 기준으로 시스템을 선형화하여 퍼지모델을 얻고 이를 통해 가변구조제어이론을 도입하여 제어를 설계한다. 제안된 제어법칙은 퍼지모델을 구성하는 각각의 선형 부 시스템의 입력이득 행렬을 동일한 행렬로 단일화하고 그 단일화된 제어이득행렬을 토대로 설계되어진다. 이득행렬의 단일화 과정에서 생성되는 불확실성은 가변구조제어 이론의 입력 외란으로 해석되어질 수 있으며 이러한 단일화 외란은 기존 가변구조제어의 강인성에 의해 해결되어질 수 있다. 바퀴구동 도립진자 시스템 예를 통해 제안된 제어알고리즘의 타당성과 유용성을 보인다.

#### ABSTRACT

This paper suggests a fuzzy variable structure control scheme for Takagi-Sugeno(T-S) fuzzy model and presents the attitude control of the wheel-driven inverted pendulum(WDIP) based on the proposed control algorithm. The proposed controller is designed based on the T-S fuzzy modeling of nonlinear system and the unification of gain matrices in linear subsystems that constitute the overall fuzzy model. The uncertainties generated in the gain matrix unifying procedure can be interpreted as the input disturbances of the conventional variable structure control. These unifying disturbances can be resolved by using the robustness property of the conventional variable structure system. Design example for wheel-driven inverted pendulum demonstrates the utility and validity of the proposed control scheme.

**Key words** : Variable structure control, Takagi-Sugeno fuzzy model, Wheel-driven inverted pendulum.

#### I. 서론

퍼지 시스템을 이용한 제어에서 가장 큰 문제점은 그 안정도의 증명이 어렵다는 것이었다. 이러한 문제를 해결하기 위해 최근 10여년 동안 많은 연구자들에 의해 설계 방식의 체계화나 안정도 분석에 관한 여러 연구들이 행해져 왔다. 이러한 노력은 크게 두 가지로 대별된다. 먼

저 Wang[1]에 의해 수학적으로 증명된 Universal Approximation Theorem이 있다. 이것은 퍼지 시스템이 compact한 입력공간상의 어떠한 비선형 함수도 임의의 오차 이내로 근사될 수 있다는 것이다. Wang은 이 정리를 근거로 오차방정식을 이용한 적응 퍼지제어방식을 제안하였다. [2]에서는 이 정리를 이용하여 슬라이딩 모드제어 방식에 퍼지 시스템을 도입하는 방식을 제안하였으며 그 외의 많은 연구에서도 기존 제어이론의 부분적인 문제점을 퍼지시스템 도입을 통해 해결하려는 노력들이 있었다. 이러한 방식들은 Mamdani 타입의 퍼지시스템을 이

\*한려대학교 멀티미디어정보통신공학부

접수 일자 : 2004. 7. 19      수정 완료 : 2004. 10. 12

논문 번호 : 2004-2-4

용하는 것이었으며 퍼지시스템 자체의 안정도 증명이 아닌 기존 제어이론의 안정도 분석 방식을 이용하는 것이었다. 다른 방법으로, 비선형 시스템을 Takagi-Sgeno타입의 퍼지시스템[3]으로 모델링 하고 이 모델에 대한 안정도를 분석하는 연구가 있었다[4]. 이것은 하나의 퍼지시스템이 몇 개의 선형 시스템(부 시스템)으로 표현된 유한개의 규칙으로 구성되며 각 부 시스템에 대하여 퍼지 합성(fuzzy blending)에 의해 최종 추론되는 시스템이다. 이러한 퍼지 합성 방식을 병렬분산보상(PDC, parallel distributed compensation)이라 하며 T-S 퍼지 시스템을 이용하여 설계된 입력에 대하여 시스템의 안정도 분석이 [5]에 소개되어졌다. 이 안정도 분석은 각 부 시스템에 대하여 공통의 대칭 양정실 행렬을 찾는 문제로 귀결된다. 이러한 선형 행렬 부등식(LMI) 문제에 대하여는 [14,15]에서 소개된 이론을 근거로 하고 있다. 또한 [6]에서는 퍼지 제어기와 퍼지 관측기의 분리 성질(separation property)에 대하여 분석하였으며 [7]에서는 선형 제어기를 이용하여 퍼지 시스템을 안정화하는 방법을 제안하였다. 이러한 연구들에서는 하나의 비선형 시스템이 T-S 퍼지모델로 모델링될 수 있다는 가정 하에서 그 T-S 퍼지 모델에 대한 안정도 및 T-S 타입 퍼지 제어기에 대한 안정도를 보이는 것이었다.

최근 슬라이딩 모드 제어방식과 T-S 퍼지 모델을 합성하는 연구로, [8]에서 T-S 퍼지 시스템을 슬라이딩 평면으로 설정하는 제어 방식이 제안되었다. 그러나 이 방식에서는 슬라이딩 모드의 수학적 안정도 분석이 없고 2차 시스템에 국한된 것이며 단지 시간 최적화에 주안점을 둔 것이었다. 그리고 [9]에서 T-S 퍼지모델에 대하여 슬라이딩 모드 제어방식을 제안하였으나 안정도를 보장하기 위한 몇 가지 조건을 만족해야하며 제어기 설계과정에서 그 조건을 고려하기 위해 복잡한 계산을 수행하여야 한다.

본 논문에서는 비선형 시스템이 T-S 퍼지모델로 모델링 될 수 있다는 가정 하에서 가변구조제어이론[10-13]을 도입한 간단한 퍼지 가변구조제어방식을 제안한다. 이 방식에서는 단일입력을 갖는 비선형 시스템에 대하여 T-S 퍼지모델을 구성하는 각 부 시스템의 입력 이득행렬을 단일화하고 이 단일화 과정에서 발생된 단일화 외란을 가변구조제어이론을 통해 처리하며 또한 T-S 퍼지 모델링 과정에서 선형화되지 않는, 즉 상태에 독립적인 입력 외란 또한 처리될 수 있음을 보인다. 제안된 제어 방식에 대하여 그 안정도를 보이며 또한 제어 입력이 슬라이딩 평면에 대한 도달조건(reaching condition)을 만족함을 증명한다. 제안된 제어 알고리즘의 설계과정과 그 타당성을 보이기 위해 바퀴구동 독립진자 시스템에 적용하고 그 결과를 고찰한다.

본 논문의 구성은 2장에서 비선형 시스템에 대한 변형된 T-S 퍼지모델을 소개하고 3장에서는 변형된 T-S 퍼지모델에 대한 퍼지 가변구조제어방식을 제안하고 그 안정도를 보인다. 4장에서는 바퀴구동 독립진자 시스템에

대하여 제안된 제어방식을 적용하고 마지막으로 결론을 5장에 서술한다.

## II. T-S 퍼지 모델

비선형 시스템에 대한 일반적인 T-S 퍼지 모델에서는 몇 개의 동작점에서 선형화하기 때문에 (1)에서의  $f_i$ 는 고려하지 않지만 본 논문에서는 입력 이득 행렬의 단일화과정에서 발생하는 불확실성과 외란을 모두 고려하기 위해 (1)과 같은 T-S 퍼지 규칙을 고려한다.

$$\text{Rule } i \quad \text{IF } z_1(t) \text{ is } Z_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } z_p(t) \text{ is } Z_{ip} \\ \text{THEN } \dot{x}(t) = A_i x(t) + B(u(t) + f_i(x, t)), \quad (1) \\ i = 1, 2, \dots, r$$

이것은 퍼지 시스템의  $i$ -번째 규칙이며 여기서  $Z_{ij}(i=1, 2, \dots, r, j=1, 2, \dots, p)$ 는 퍼지 집합,  $x(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 는 상태 벡터이다.  $u(t) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ 는 입력 벡터,  $\dot{x}(t) = A_i x(t) + B(u(t) + f_i(x, t))$ 는  $i$ -번째 규칙의 출력,  $A_i$ 와  $B$ 는 각각  $n \times n$ 과  $n \times m$  행렬, 그리고  $f_i(x, t) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ 는 불확실성과 외란을 나타낸다.  $r$ 은 전체 규칙 수를 나타내며  $z_i$ 는 측정 가능한 시스템 변수이며 퍼지 모델의 입력변수이다. 본 논문에서는 모든 상태 변수가 측정 가능하며 모든  $(A_i, B)$ 는 제어 가능하다고 가정한다.

**가정 1. (정합조건) :** (1)에서  $f_i(x, t)$ 는 다음과 같이 표현되어질 수 있다.

$$f_i(x, t) = \Delta \overline{B}_i(x, t)u(t) + \overline{d}_i(x, t), \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2)$$

여기서

$$\begin{aligned} \text{rank}(\Delta B_i, B) &= \text{rank } B, & \Delta B_i(x, t) &= B \Delta \overline{B}_i(x, t) \\ \text{rank}(d_i, B) &= \text{rank } B, & d_i(x, t) &= B \overline{d}_i(x, t), \end{aligned}$$

$\Delta \overline{B}_i(x, t)$ 는  $m \times m$ 행렬,  $\overline{d}_i$ 는  $m \times 1$ 벡터이다.

가정 1이 만족된다면 (1)은 다음과 같이 다시 표현되어질 수 있다.

$$\text{Rule } i \quad \text{IF } z_1(t) \text{ is } Z_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } z_p(t) \text{ is } Z_{ip} \\ \text{THEN } \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + d_i(x, t), \quad (3) \\ i = 1, 2, \dots, r$$

여기서  $B_i = B + \Delta B_i(x, t)$ . (3)에서 출력부의  $d_i(x, t)$ 를 제거하면 일반적인 T-S 퍼지모델과 같은 형태이다. 이

때  $\Delta B_i$ 는 일반적인 입력 불확실성 행렬을 나타내는 것이 아니라  $B_i (i=1, 2, \dots, r)$ 를 동일화 하는 과정에서 발생한 입력 불확실성을 나타내며 결국  $f_i$ 는 동일화 불확실성과 외란으로 표현되어진다. 일반적으로 입력이득행렬  $B_i$ 를 단일화하는 것은 그리 간단한 문제가 아니다[9]. 그러나 단일 입력을 갖는 시스템이라면 ( $m=1$ ) 이득행렬  $B_i$ 를 단일화는 간단히 계산되어질 수 있다.

가정 2 : 다음과 같은 양의 함수  $\rho_i(x, t)$ 가 존재한다.

$$\|f_i(x, t)\| < \rho_i(x, t), \quad \forall (x, t), \quad i=1, 2, \dots, r. \quad (4)$$

(1)과 같은 규칙으로 이루어진 퍼지 시스템에 대하여 단일값 퍼지화, 곱 추론, 그리고 무게중심법 비퍼지화 방법을 사용하면 퍼지시스템은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \frac{\sum_{i=1}^r w_i [A_i x(t) + B(u(t) + f_i(x, t))]}{\sum_{i=1}^r w_i} \\ &= \sum_{i=1}^r \mu_i [A_i x(t) + B(u(t) + f_i(x, t))] \end{aligned} \quad (5)$$

여기서

$$\begin{aligned} w_i &= w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p \mu_{z_j}(z_j(t)), \\ \mu_i &= \mu_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \end{aligned}$$

이며  $z(t) = [z_1(t) \dots z_p(t)]$ ,  $\mu_{z_j}(z_j(t))$ 는 퍼지집합  $Z_{ij}$ 에 대한  $z_j(t)$ 의 소속정도이다. 여기서 모든  $t$ 에 대하여  $\mu_i(z(t)) \geq 0, i=1, \dots, r, \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) = 1$  이다.

### III. 퍼지 슬라이딩 모드 제어

본 절에서는 병렬분산보상(PDC)의 개념을 이용하여 퍼지 슬라이딩 모드 제어를 설계한다. 이것은 주어진 T-S 퍼지 모델(플랜트)에 대하여 각 규칙에 대한 보상기를 설계하는 것이다. 즉, 각각의 플랜트 규칙에 대응되는 슬라이딩 모드 제어기가 전체적으로 하나의 T-S 퍼지 모델에 퍼지 합성(fuzzy blending)되는 비선형 제어를 설계하는 것이다.

먼저 슬라이딩 모드 제어를 위해 안정한  $n-m$ 차원의 스위칭 공간  $\Omega$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\Omega = \{x : h_j(x) \equiv s_j x = 0, s_j \in \mathbb{R}^{1 \times n}, j = 1, 2, \dots, m\} \quad (6)$$

즉, 다음과 같은 스위칭 함수를 설계한다.

$$h = Sx \quad (7)$$

여기서  $h = [h_1, h_2, \dots, h_m]^T \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ 이며  $S = [s_1^T, s_2^T, \dots, s_m^T]^T \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 이다. 이 때  $S$ 는 full rank 이며  $SB$ 가 nonsingular이어야한다. 그리고 이  $S$ 는  $n-m$ 차원의 스위칭 공간  $\Omega$ 가 안정하도록 설계해야 한다.

이제 설정된  $S$ 를 이용하여 다음과 같은 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 설계한다.

$$\begin{aligned} \text{Rule } i \quad & \text{If } z_1(t) \text{ is } Z_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } z_p(t) \text{ is } Z_{ip} \\ & \text{Then } u(t) = -(SB)^{-1}Kh + u_{ei} + u_{si}, \\ & i = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 전체부의 입력변수  $z_i, i=1, \dots, p$ 와 퍼지집합  $Z_{ij}, i=1, \dots, r, j=1, \dots, p$ 는 (1)에서의 것과 동일하며  $K$ 는  $m \times m$  양정실 행렬이다. 그리고  $u_{ei}$ 는 다음과 같이 nominal 시스템에 대한 조건에서 유도되어진다.

$$h = SA_i x + SB u_{ei} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, r. \quad (9)$$

따라서

$$u_{ei} = -(SB)^{-1}SA_i x. \quad (10)$$

또한  $u_{si}$ 는 입력 외란과 관련된 입력은 다음과 같이 설계되어진다.

$$u_{si} = \begin{cases} -\frac{B^T S^T h}{\|B^T S^T h\|} (\rho_i(x, t) + \eta), & \text{if } h \neq 0 \\ 0, & \text{if } h = 0 \end{cases} \quad (11)$$

$i=1, 2, \dots, r$ . 여기서  $\eta > 0$ 이다. (8)에 대하여 단일값 퍼지화, 곱 추론, 그리고 무게중심법 비퍼지화 방법을 사용하는 일반적인 추론을 통한 출력은 다음과 같이 표현되어진다.

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{\sum_{i=1}^r w_i [-(SB)^{-1}Kh + u_{ei} + u_{si}]}{\sum_{i=1}^r w_i} \\ &= \sum_{i=1}^r \mu_i [-(SB)^{-1}Kh + u_{ei} + u_{si}]. \end{aligned} \quad (12)$$

슬라이딩 모드 제어에서는 제어 입력이 반드시 다음과 같은 도달조건(reaching condition)을 만족해야 한다.

$$h^T h < -n \|h\| \quad (13)$$

따라서 제안된 제어 입력이 (13)과 같은 도달조건을 만족하며 또한 전체 페루프 제어 시스템이 안정함을 다음의 정리를 통해 증명한다.

**정리 1 :** 시스템 (1)에 대하여 가정 1, 2가 만족되고, 안정한 스위칭 공간  $\Omega$ 를 구성하기 위해  $S$ 를 안정하게 설정한다면 제어입력 (8)은 (13)의 도달조건을 만족하며 또한 전체 페루프 시스템은 안정하다.  $\square$

**증명 :** 다음과 같은 양정실 함수  $V$ 를 Lyapunov 후보함수로 선정한다.

$$V = \frac{1}{2} h^T h. \quad (14)$$

이를 시간에 대하여 미분하며 (11)을 (5)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} V &= h^T S \left( \frac{\sum_{i=1}^r w_i [A_i x(t) + B(u(t) + d_i(x, t))]}{\sum_{i=1}^r w_i} \right) \\ &= \frac{-\sum_{i=1}^r w_i \sum_{j=1}^r w_j h^T K h + \sum_{i=1}^r w_i \sum_{j=1}^r w_j h^T S B d_i}{\sum_{i=1}^r w_i \sum_{j=1}^r w_j} \\ &\quad - \frac{\sum_{i=1}^r w_i \sum_{j=1}^r w_j \|B^T S^T h\| (\rho_j + n)}{\sum_{i=1}^r w_i \sum_{j=1}^r w_j} \\ &\leq \frac{-\sum_{i=1}^r w_i \sum_{j=1}^r w_j h^T K h + \sum_{i=1}^r w_i \sum_{j=1}^r w_j \|h^T S B\| \|d_i\|}{\sum_{i=1}^r w_i \sum_{j=1}^r w_j} \\ &\quad - \frac{\sum_{i=1}^r w_i \sum_{j=1}^r w_j \|B^T S^T h\| (\rho_j + n)}{\sum_{i=1}^r w_i \sum_{j=1}^r w_j} \\ &\leq \frac{-\sum_{i=1}^r w_i \sum_{j=1}^r w_j h^T K h - \sum_{i=1}^r w_i \sum_{j=1}^r w_j \|B^T S^T h\| n}{\sum_{i=1}^r w_i \sum_{j=1}^r w_j} \\ &= -h^T K h - \|B^T S^T h\| n. \quad (15) \end{aligned}$$

따라서  $h \neq 0$ 에 대하여  $\dot{V} < 0$ 이다. 이는 상태가 유한시간 내에 스위칭 평면에 도달됨을 의미한다. 즉, (13)의 도달 조건을 만족한다. 그리고  $n-m$ 차원의 스위칭 공간이 안정하도록  $S$ 를 선정한다면 스위칭 평면에 도달된 이후의 상태 궤적은 슬라이딩 모드의 안정한 동특성에 의해 원점으로 점근적으로 수렴한다. Q.E.D.

#### IV. 모의실험 및 결과 고찰

##### 1. 모의실험

그림 1과 같은 바퀴구동 도립진자 시스템을 고려한다.

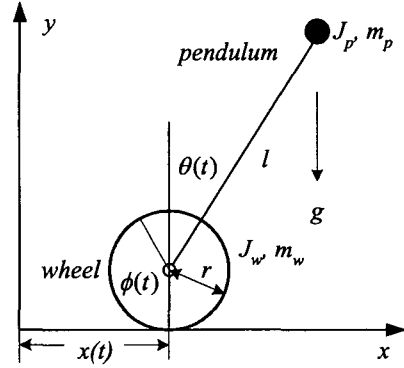


그림 1. 바퀴구동 도립진자 시스템  
Fig. 1 Wheel-driven inverted pendulum system

여기서  $J_p$ 와  $J_w$ 는 각각 진자와 바퀴의 관성모멘트,  $m_p$ 와  $m_w$ 는 진자와 바퀴의 질량,  $l$ 은 진자의 길이, 그리고  $r$ 은 바퀴의 반지름을 나타낸다.  $\theta(t)$ 는 수직 축에 대하여 진자가 이루는 각을, 그리고  $\phi(t)$ 는 바퀴의 회전각을 나타낸다. 이에 대한 동력학을 유도하면 다음과 같이 표현된다[17].

$$\begin{aligned} 0 &= M_p \ddot{\theta} + m_p r l \cos(\theta) \dot{\phi} - m_p g l \sin(\theta) \\ \tau &= M_{pw} \ddot{\phi} + m_p r l \cos(\theta) \ddot{\theta} - m_p r l \sin(\theta) \dot{\theta}^2. \quad (16) \end{aligned}$$

여기서  $M_p = m_p l^2 + J_p$ ,  $M_{pw} = (m_p + m_w) r^2 + J_w$ 이다. 본 시물레이션에서는 (16)에 대하여 진자의 각도제어만을 대상으로 하기 때문에 상태변수  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \dot{\theta}$ 로 변환하고 외란을 고려하여 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 \\ x_2 &= \frac{-m_p r l \cos(x_1) \tau - m_p^2 r^2 l^2 \cos(x_1) \sin(x_1) x_2^2}{\Delta} \\ &\quad + \frac{M_{pw} m_p g l \sin(x_1)}{\Delta} + 0.1 \sin(20t) \quad (17) \end{aligned}$$

여기서  $\Delta = M_p M_{pw} - m_p^2 r^2 l^2 \cos^2(x_1)$ 이며  $\tau$ 는 진자를 기준으로 바퀴에 가해지는 입력토크,  $g$ 는 중력가속도이다. 또한 시물레이션에서는 진자의 질량  $m_p = 4.8$  [kg], 바퀴의 질량  $m_w = 0.2$  [Kg], 진자의 길이  $l = 1.2$  [m], 바퀴의 반지름  $r = 0.04$  [m],  $M_p = 4.8$ , 그리고

$M_{pw} = 0.008228$ 으로 설정하였다.

(17)에 대하여 각각 동작점  $x_1 = 0, \pm\pi/4$ 와  $x_2 = 0, \pm 2$ 에 대하여 선형화 하여 얻은 퍼지규칙은 다음과 같이 5개의 규칙 ( $r=5$ )으로 구성된다.

- $R^1$  : If  $x_1$  is about 0,  $x_2$  is about 0,  
then  $\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1\tau(t)$
- $R^2$  : If  $x_1$  is about 0,  $x_2$  is about  $\pm 2$ ,  
then  $\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2\tau(t)$
- $R^3$  : If  $x_1$  is about  $\pm\pi/4$ ,  $x_2$  is about 0,  
then  $\dot{x}(t) = A_3x(t) + B_3\tau(t)$
- $R^4$  : If  $x_1$  is about  $+\pi/4$ ,  $x_2$  is about  $+2$ ,  
or  $x_1$  is about  $-\pi/4$ ,  $x_2$  is about  $-2$ ,  
then  $\dot{x}(t) = A_4x(t) + B_4\tau(t)$
- $R^5$  : If  $x_1$  is about  $+\pi/4$ ,  $x_2$  is about  $-2$ ,  
or  $x_1$  is about  $-\pi/4$ ,  $x_2$  is about  $+2$ ,  
then  $\dot{x}(t) = A_5x(t) + B_5\tau(t)$

(18)

여기서

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 114.2 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 62.0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -7.8783 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.8630 & -3.4685 \end{bmatrix},$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.8630 & 3.4685 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -56.7 \end{bmatrix}, \quad B_3 = B_4 = B_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ -5.3225 \end{bmatrix}.$$

(19)

본 논문에서 고려한 형태로, 입력 이득행렬 모든  $B_i$ ,  $i=1, \dots, 5$ 를 동일화 하며 외란을 고려한 형태로 모델을 다시 표현하면 다음과 같다.

- $R^1$  : If  $x_1$  is about 0,  $x_2$  is about 0,  
then  $\dot{x}(t) = A_1x(t) + B(\tau(t) + f_1(x, t))$
- $R^2$  : If  $x_1$  is about 0,  $x_2$  is about  $\pm 2$ ,  
then  $\dot{x}(t) = A_2x(t) + B(\tau(t) + f_2(x, t))$
- $R^3$  : If  $x_1$  is about  $\pm\pi/4$ ,  $x_2$  is about 0,  
then  $\dot{x}(t) = A_3x(t) + B(\tau(t) + f_3(x, t))$
- $R^4$  : If  $x_1$  is about  $\pi/4$ ,  $x_2$  is about  $+2$ ,  
or  $x_1$  is about  $-\pi/4$ ,  $x_2$  is about  $-2$ ,  
then  $\dot{x}(t) = A_4x(t) + B(\tau(t) + f_4(x, t))$
- $R^5$  : If  $x_1$  is about  $+\pi/4$ ,  $x_2$  is about  $-2$ ,  
or  $x_1$  is about  $-\pi/4$ ,  $x_2$  is about  $+2$ ,  
then  $\dot{x}(t) = A_5x(t) + B(\tau(t) + f_5(x, t))$

(20)

여기서  $A_i$ ,  $i=1, \dots, 5$ 는 (19)와 같고

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -56.7 \end{bmatrix}, \quad \Delta \bar{B}_i = \begin{cases} 0, & i=1,2 \\ -0.90613 & i=3,4,5 \end{cases} \quad (21)$$

그리고  $d_i = [0 \ 0.1 \sin(20t)]^T$ ,  $i=1, \dots, 5$ 이므로  $\bar{d}_i = -0.01764 \sin(20t)$ ,  $i=1, \dots, 5$  이며  $f_i$ ,  $i=1, \dots, 5$  는 다음과 같이 계산된다.

$$f_i = \begin{cases} -0.01764 \sin(20t), & i=1,2 \\ -0.90613u - 0.01764 \sin(20t), & i=3,4,5 \end{cases} \quad (22)$$

따라서  $\rho_i$ ,  $i=1, \dots, 5$ 를 다음과 같이 설정한다.

$$\rho_i = \begin{cases} 0.01764 |\sin(20t)|, & i=1,2 \\ |u_{kei}| + 0.01764 |\sin(20t)|, & i=3,4,5 \end{cases} \quad (23)$$

여기서  $u_{kei} = -(SB)^{-1}SAx - (SB)^{-1}K\theta$ 이며  $S$ 는 다음과 같이 선택하였다.

$$S = [10 \ 1] \quad (24)$$

따라서  $n-m$ 차원의 스위칭 공간은 1차 동역학 시스템이 된다. 이 경우의 슬라이딩 모드는  $x_2 = \dot{x}_1 = -10x_1$ 이 되고 이는  $x_1(t) = e^{-10t}$ 의 해를 갖는다. 따라서 슬라이딩 모드는 점근적으로 안정하다. 또한  $S$ 는 full rank이며  $SB$ 또한 nonsingular이다. 그리고  $\eta$ 는 0.1,  $K$ 는 10.0으로 설정하였다. 시뮬레이션에 사용된 퍼지집합은 다음과 같다.

$$\mu_{\text{about } 0}(x_1) = \text{EXP}[-(x_1/(\pi/8.0))^2]$$

$$\mu_{\text{about } \pi/4}(x_1) = \begin{cases} 1.0 - \mu_{\text{about } 0}(x_1), & \text{if } x_1 > 0, \\ 0.0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\mu_{\text{about } -\pi/4}(x_1) = \begin{cases} 1.0 - \mu_{\text{about } 0}(x_1), & \text{if } x_1 < 0, \\ 0.0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\mu_{\text{about } 0}(x_2) = \text{EXP}[-(x_2/(\pi/4.0))^2]$$

$$\mu_{\text{about } 2}(x_2) = \begin{cases} 1.0 - \mu_{\text{about } 0}(x_2), & \text{if } x_2 > 0, \\ 0.0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\mu_{\text{about } -2}(x_2) = \begin{cases} 1.0 - \mu_{\text{about } 0}(x_2), & \text{if } x_2 < 0, \\ 0.0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(25)

## 2. 결과고찰

그림 2는 제안된 제어입력에 대한 진자의 각도를 나타낸 것이며 그림 3은 상태궤적을 상태공간상에 나타낸 것이다. 여기서 상태 초기 값은 각각  $x(0) = [\pm\pi/4, 0]^T$ ,  $[\pm\pi/8, 0]^T$ 로 하였다. 이 결과로부터 1.2초 이내에 제어

목적을 달성함을 알 수 있다. 특히 그림 3에서는 (24)에서 선정한 S에 따른 스위칭 선을 확인할 수 있다. 즉, 임의의 초기 상태가 (24)로부터 유도되는  $x_2 = -10x_1$ 에 유한시간 내에 도달되고 도달된 상태가 스위칭 선을 따라 원점으로 수렴되는 것을 알 수 있다. 그림 4는 초기값을  $x(0) = [\pi/4, 0]^T$ 로 한 경우에 대한 제어입력을 나타내었으며 가변구조제어의 특징인 체터링(chattering)을 확인할 수 있다.

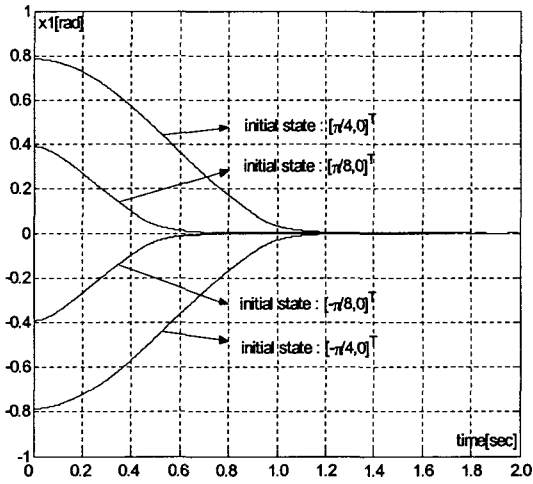


그림 2. 제어결과,  $x(0) = [\pm\pi/4, 0]^T, [\pm\pi/8, 0]^T$   
 Fig. 2. Control results,  $x(0) = [\pm\pi/4, 0]^T, [\pm\pi/8, 0]^T$

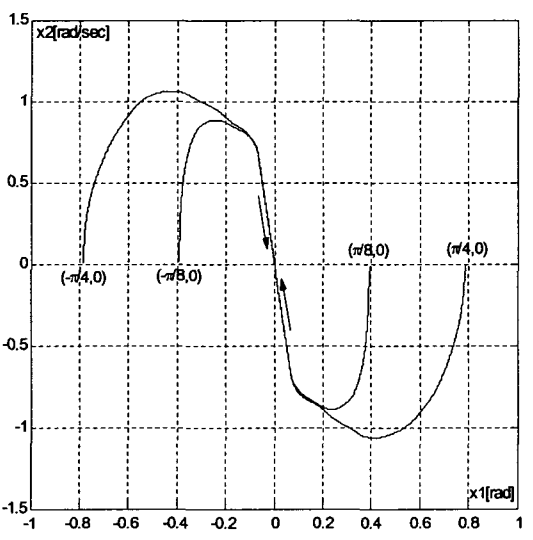


그림 3. 상태궤적,  $x(0) = [\pm\pi/4, 0]^T, [\pm\pi/8, 0]^T$   
 Fig. 3. State trajectory,  $x(0) = [\pm\pi/4, 0]^T, [\pm\pi/8, 0]^T$

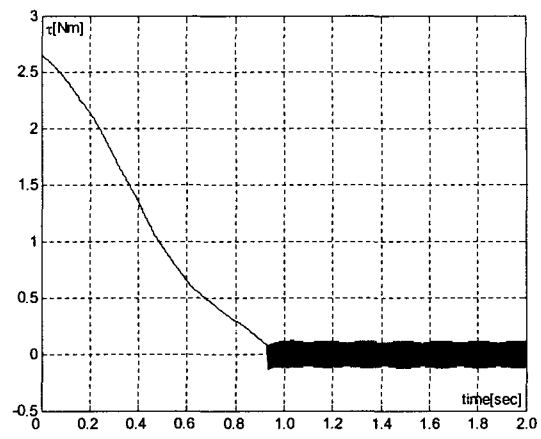


그림 4. 제어입력,  $x(0) = [\pi/4, 0]^T$   
 Fig. 4. Control input,  $x(0) = [\pi/4, 0]^T$

V. 결 론

본 논문에서는 비선형 시스템에 대한 T-S 퍼지 모델을 이용한 퍼지 가변구조제어방식을 제안하였다. 제안된 제어알고리즘에서는 기존의 T-S 퍼지모델의 형태를 변형하며 입력 이득 행렬의 동일화 과정과 이를 외란으로 처리하는 방법을 사용하였다. 또한 기존의 T-S 퍼지 모델을 이용한 제어방식에서 처리되지 못했던 선형화 되지 않는 외란에 대하여 가변구조제어이론의 도입으로 해결할 수 있음을 보였다. 제안된 제어 입력이 도달조건을 만족함을 증명하였으며 전체 페루프 시스템이 안정함을 보였다. 제안된 제어방식을 바퀴구동 도립진자 시스템의 진자 균형제어에 적용하여 그 타당성을 확인하였다.

참 고 문 헌

- [1] L. X. Wang, "Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis," Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1994.
- [2] B. K. Yoo and W. C. Ham, "Adaptive fuzzy sliding mode control of nonlinear system," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 6, no. 2, May 1998.
- [3] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE Trans. System Man Cybernetics*, vol. 15, pp.116-132, 1985.
- [4] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability analysis and design of fuzzy control systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 45, no. 2, pp. 135-156.
- [5] H. O. Wang, K. Tanaka, and M. F. Griffin, "An approach to fuzzy control of nonlinear systems:

- Stability and design issues," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 4, no. 1, pp. 14-23, Feb. 1996.
- [6] X. J. MA, Z. Q. Sun, and Y. Y. He, "Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 6, no. 1, pp. 41-51, Feb. 1998.
- [7] S. H. Zak, "Stabilizing fuzzy system models using linear controllers," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 7, no. 2, pp. 236-240, Apr. 1999.
- [8] B. Iliev and I. Hristozov, "Variable structure control using Takagi-Sugeno fuzzy system as a sliding surface," *IEEE Trans. Fuzzy Systems, FUZZ-IEEE'02*, pp.644-649, 2002.
- [9] X. Yu, Z. Man, and B. Wu, "Design of fuzzy sliding-mode control systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 95, pp. 295-306, 1998.
- [10] V. A. Utkin, "Sliding modes and their applications in variable structure systems," Moscow: Mir, 1978.
- [11] J.-J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*," Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1991.
- [12] J. Y. Hung, W. Gao, and J. C. Hung, "Variable structure control: A survey," *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 40, no. 1, Feb. 1993
- [13] K. B. Park and J. J. Lee, "Adaptive sliding mode controller with monotonically non-increasing gain for nonlinear uncertain systems, IEEE Workshop on Variable Structure Systems, VSS'96, pp. 139-142, 1996.
- [14] L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, and S. Boyd, "Linear matrix inequalities in systems and control theory," SIAM, Philadelphia, PA, 1994.
- [15] L. E. Ghaoui and S.-L. Niculescu, *Advances in linear matrix inequality methods in control*," SIAM, Philadelphia, PA, 2000.
- [16] R. H. Baumann and W. J. Rugh, "Feedback control of nonlinear systems by extended linearization," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. AC-31, no. 1, pp. 40-46, 1986.
- [17] I. G. Park and W. C. Ham, "Attitude control of inverted pendulum using uniped robot type," *KIEE/IEEK/ICASE Journal of Joint Conference*, pp. 183-187, 2001.



유 병 국(Byung-Kook Yoo)

1992년 전북대학교 전자공학과 공학사

1995년 전북대학교 전자공학과

공학석사

1999년 전북대학교 전자공학과

공학박사

현 재 : 한려대학교 멀티미디어정보통신공학과 전임  
강사

관심분야 : 로봇제어, 적응제어, 가변구조제어, 퍼지 및  
지능시스템, 보조기 및 의지