

## ◎ 논문

## 마이크로채널 내부의 저속 유동장 수치해석

정 찬 흥\*

## Numerical Analysis of Low-Speed Flows in Micro-Channels

C. H. Chung

Low-speed gas flows in micro-channels are investigated using a kinetic theory analysis. The Boltzmann equation simplified by a collision model is solved by means of a finite difference approximation with the discrete ordinate method. Calculations are made for flows in simple micro-channels and a micro-fluidic system consisting of two micro-channels in series. The results are compared well with those from the DSMC method and an analytical solutions to the Navier-Stokes equations. It is shown that the present method is a useful tool for the modeling of low-speed flows in micro-channels.

**Key Words:** 전산유체역학(CFD), 저속유동(Low Speed Flow), 마이크로채널 유동(micro-channel Flow), 볼츠만 방정식(Boltzmann Equation), BGK 모델(BGK Model)

## 1. 서 론

MEMS는 크기가 수백 nm에서 수 mm에 이르는 초소형 시스템이나 초소형 정밀기계를 의미하며, 전기전자, 기계, 소형화 및 바이오 분야 등 상용에서 군수용에 이르기 까지 무궁무진한 응용처를 가지고 있는 21세기의 산업적 요구를 충족시킬 수 있는 중요한 기술이다. MEMS 기술의 발전을 위하여는 미세가공기술의 발전과 더불어 MEMS 장치들의 효율적인 설계를 위한 micron 및 submicron 스케일의 유동장 대한 이해와 분석이 필수적이다. 그러나 이미 수년전부터 다양한 응용제품이 나오고 있는 가공 기술 분야의 빠른 발전에도 불구하고, MEMS 장치 내에서의 유체의 흐름을 분석하고 예측할 수 있는 기술의 개발은 종래와는 다른 micro-scale 유동장의 특성으로 인하여 많은 어려움을 겪고 있는 실정이다. 이것은 미소 MEMS 유동장은 Navier-Stokes

방정식을 이용한 기존의 CFD 기법이 적용되지 않는 새로운 유동영역이기 때문이다.

미끄럼, 천이 및 자유분자영역의 저속micro-channel 유동장은 Navier-Stokes 방정식 등 연속체영역에 적용되는 기존의 CFD 기법으로 해석하기 어려우며, 비연속체영역에서의 유체의 이동 및 전달현상을 분석하기 위해서 phase space에서의 분포함수에 대한 보존적인 Boltzmann 방정식을 풀어야 한다.

Boltzmann 방정식의 강력한 해석 기법인 직접모사법(Direct Simulation Monte-Carlo method)[1]의 가장 취약한 부분은 저속 유동장 해석이다. 지금까지 직접모사법을 적용한 수많은 연구결과들이 발표되었으나 고속 유동장이 대부분이고, 저속의 경우 유동장의 특성길이가 평균자유행로의 수십 배 이하인 경우에 한정되어 있다. 저속 유동장을 직접모사법으로 수치해석시 통계적 산란(statistical noise)으로 인하여 현재의 전산처리 능력으로는 기존의 직접모사법을 이용한 실용적인 저속 유동장 분석은 불가능하다고 알려져 있다[2]. 최근에는 직접모사법과 병행하여 macroscopic 유동변수들을 함께 계산 및 저장하여 CPU time을 수천 배 이상 줄일 수 있는 IP (Information Preservation) DSMC 방법[3]이 제시되

\* 2004년 3월 1일 접수

\* 정회원, 대구대학교 화학공학과

\*E-mail : chc@webmail.daegu.ac.kr

있으나 아직도 막대한 전산처리용량을 필요로 하며 정확도의 검증이 더 필요하다.

본 연구에서는 모델 충돌적분항(Model Collision Integral)으로 단순화된 Boltzmann 방정식을 Discrete Ordinate 방법과 결합된 유한차분법[4]을 이용하여 길이와 높이의 비  $L/h$ 가 30인 작은 마이크로채널,  $L/h$ 가 2,500으로 큰 마이크로채널 및 두 개의 채널이 직렬로 연결된 마이크로 시스템 내부의 저속 유동장을 해석하였으며, 검증을 위하여 해석결과가 실험값 및 다른 여러 가지 방법에 의한 계산결과와 비교되었다.

## 2. 해석 기법

### 2.1 Model Equation

2차원 Cartesian 좌표계에서 BGK 모델 Boltzmann 방정식[5]은 정상상태에서 식 (1)로 기술된다.

$$V_x \frac{\partial f}{\partial x} + V_y \frac{\partial f}{\partial y} = A_c (F - f) \quad (1)$$

여기에서  $f(x, y, V_x, V_y, V_z)$ 은 수밀도분포함수(number density distribution function),  $V_x, V_y, V_z$ 는 각 방향의 분자속도,  $A_c$ 는 충돌빈도(collision frequency)이다. 국지평형분포함수(local equilibrium distribution)  $F$ 는 아래의 식 (2)로 주어진다.

$$F = \frac{n}{(2\pi RT)^{3/2}} \exp\left[-\frac{(V-U)^2}{2RT}\right] \quad (2)$$

유동장의 거시흐름변수(macroscopic flow variable)인 수밀도  $n$  속도  $U$  온도  $T$  등은 식 (3.1), 식 (3.2) 및 식 (3.3)과 같이 수밀도분포함수를 분자속도계에 대하여 적분하여 구할 수 있다.

$$n(\vec{\eta}) = \int f(V, \vec{\eta}) dV \quad (3.1)$$

$$nU(\vec{\eta}) = \int V f(V, \vec{\eta}) dV \quad (3.2)$$

$$\frac{3}{2} nRT(\vec{\eta}) = \frac{1}{2} \int V^2 f(V, \vec{\eta}) dV \quad (3.3)$$

여기에서  $\vec{\eta}$ 는 peculiar velocity,  $\vec{\eta} = V - U$ 이다. 식 (4.1), 식 (4.2)의 축소분포함수(reduced distribution

function)[6]를 도입하여  $z$  방향의 분자속도에 대하여 적분한 후 독립변수의 수를 줄이면 식 (5.1)-(5.4)를 얻는다.

$$g(x, y, V_x, V_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y, V_x, V_y) dV_z \quad (4.1)$$

$$h(x, y, V_x, V_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} V_z^2 f(x, y, V_x, V_y) dV_z \quad (4.2)$$

$$V_x \frac{\partial g}{\partial x} + V_y \frac{\partial g}{\partial y} + A_c g = A_c G \quad (5.1)$$

$$V_x \frac{\partial h}{\partial x} + V_y \frac{\partial h}{\partial y} + A_c h = A_c H \quad (5.2)$$

$$G(x, y, V_x, V_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} F dV_z \quad (5.3)$$

$$H(x, y, V_x, V_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} V_z^2 F dV_z \quad (5.4)$$

유동장의 특성거리  $L$ 과 기준 상태에서의 평균분자속도(most probable speed)  $V_o = \sqrt{2RT}$ 를 이용하여 식 (6)의 무차원 변수들을 도입한 후

$$\begin{aligned} \hat{x} &= x/L & \hat{y} &= y/L & \hat{n} &= n/n_o & \hat{V}_i &= V_i/V_o \\ \hat{U}_i &= U_i/V_o & \hat{T} &= T/T_o & \hat{A}_c &= A_c L/V_o \\ \hat{g} &= gV_o^2/n_o & \hat{h} &= h/n_o & \hat{G} &= GV_o^2/n_o & \hat{H} &= H/n_o \end{aligned} \quad (6)$$

분자속도계에 식 (7.1)-(7.3)의 극좌표계(Polar Coordinate System)를 도입한다.

$$\hat{V}_x = \hat{V} \sin \phi \quad (7.1)$$

$$\hat{V}_y = \hat{V} \cos \phi \quad (7.2)$$

$$\phi = \tan^{-1}(\hat{V}_x / \hat{V}_y) \quad (7.3)$$

다음으로, 물리좌표계를 일반좌표계로 변환하면 식 (8.1)-(8.4)의 지배방정식을 얻는다.

$$B \frac{\partial g}{\partial \eta} + C \frac{\partial g}{\partial \xi} + A_c g = A_c G \quad (8.1)$$

$$B \frac{\partial h}{\partial \eta} + C \frac{\partial h}{\partial \xi} + A_c h = A_c H \quad (8.2)$$

$$B = (V \cos \phi x_\xi - V \sin \phi y_\xi) / J_t \quad (8.3)$$

$$C = (V \sin \phi x_\eta - V \cos \phi y_\eta) / J_t \quad (8.4)$$

무차원변수 표시기호  $\hat{\cdot}$ 는 편의상 모든 변수에서 생략되었으며,  $J_{\delta}$ 는 변환의 자코비안(Jacobian)이다.

**2.2 Discrete Ordinate Method**

Gauss-Hermite 반구적공식(half range quadrature)[7]은 식 (9)와 같이 함수에 관한 적분을 마디(root)  $V_{\delta}$ 에서의 계수(weight)  $P_{\delta}$ 을 이용하여 변환하는 방법이다.

$$\int_0^{\infty} e^{-V^2} V^{\omega} Q(V) dV = \sum_{\delta=1}^N P_{\delta} Q(V_{\delta}) \quad (9)$$

속도각(velocity angle)  $\phi$ 에 대한 적분에는 Simpson 규칙을 도입하면 거시흐름변수를 구하기 위한 속도계에 관한 적분들은 식 (10.1)-(10.4)의 구적법으로 표시될 수 있다.

$$n = \sum_{\delta=1}^N \sum_{\sigma=1}^K P_{\delta} P_{\sigma} g_{\delta\sigma} \quad (10.1)$$

$$nU_x = \sum_{\delta=1}^N \sum_{\sigma=1}^K P_{\delta} P_{\sigma} V_{\delta} \sin\phi_{\sigma} g_{\delta\sigma} \quad (10.2)$$

$$nU_y = \sum_{\delta=1}^N \sum_{\sigma=1}^K P_{\delta} P_{\sigma} V_{\delta} \cos\phi_{\sigma} g_{\delta\sigma} \quad (10.3)$$

$$\frac{3}{2} nT = \sum_{\delta=1}^N \sum_{\sigma=1}^K P_{\delta} P_{\sigma} (h_{\delta\sigma} + V_{\delta}^2 g_{\delta\sigma}) - \kappa(U_x^2 + U_y^2) \quad (10.4)$$

여기에서  $N$ 은 Gauss-Hermite 반구적공식의 차수(order)이고,  $K$ 는 Simpson 규칙에서 소구간의 개수이다.

볼츠만식의 해를 구하는 목적은 분포함수  $f$  자체보다는 거시흐름변수를 구하는 것이므로 지배방정식은 식 (11.1)-(11.6)과 같이 분자속도계에 독립적인  $2 \times N \times K$  개의 별개의 식(discrete equation)으로 변형될 수 있다.

$$B \frac{\partial g_{\delta\sigma}}{\partial \eta} + C \frac{\partial g_{\delta\sigma}}{\partial \xi} + A g_{\delta\sigma} = A_c G_{\delta\sigma} \quad (11.1)$$

$$B \frac{\partial h_{\delta\sigma}}{\partial \eta} + C \frac{\partial h_{\delta\sigma}}{\partial \xi} + A h_{\delta\sigma} = A_c H_{\delta\sigma} \quad (11.2)$$

$$B = (V_{\delta} \cos\phi_{\sigma} x_{\xi} - V_{\delta} \sin\phi_{\sigma} y_{\xi}) / J_t \quad (11.3)$$

$$C = (V_{\delta} \sin\phi_{\sigma} x_{\eta} - V_{\delta} \cos\phi_{\sigma} y_{\eta}) / J_t \quad (11.4)$$

$$G_{\delta\sigma} = \frac{n}{\pi T} \exp\{-[(V_{\delta} \sin\phi_{\sigma} - U_x)^2$$

$$+ (V_{\delta} \cos\phi_{\sigma} - U_x)^2 / T]\} \quad (11.5)$$

$$H_{\delta\sigma} = \frac{1}{2} T G_{\delta\sigma} \quad (11.6)$$

**2.3 유한차분법**

위의 식을 풀기위하여 물리적공간계와 속도계의 특성에 따라 식 (12.1)-(12.4)의 단순 양함수법(simple explicit scheme)을 이용하면

$$\frac{\partial g_{\delta\sigma}}{\partial \xi} = \frac{g_{\delta\sigma}(\xi, \eta) - g_{\delta\sigma}(\xi - js\Delta\xi, \eta)}{js\Delta\xi} \quad (12.1)$$

$$\frac{\partial g_{\delta\sigma}}{\partial \eta} = \frac{g_{\delta\sigma}(\xi, \eta) - g_{\delta\sigma}(\xi, \eta - is\Delta\eta)}{is\Delta\eta} \quad (12.2)$$

$$is = \text{sign}[(V_{\delta} \cos\phi_{\sigma} x_{\xi} - V_{\delta} \sin\phi_{\sigma} y_{\xi}) / J_t] \quad (12.3)$$

$$js = \text{sign}[(V_{\delta} \sin\phi_{\sigma} y_{\eta} - V_{\delta} \cos\phi_{\sigma} x_{\eta}) / J_t] \quad (12.4)$$

식 (13.1)-(13.4)의 유한차분방정식을 얻는다.

$$g_{\delta\sigma}(\xi, \eta) = [D_o G_{\delta\sigma}(\xi, \eta) + B_o g_{\delta\sigma}(\xi, \eta - is\Delta\eta) + C_o g_{\delta\sigma}(\xi - js\Delta\xi, \eta)] / (B_o + C_o + D_o) \quad (13.1)$$

$$B_o = is(\cos\phi_{\sigma} x_{\xi} - \sin\phi_{\sigma} y_{\xi}) / (J_t \Delta\eta) \quad (13.2)$$

$$C_o = js(\sin\phi_{\sigma} y_{\eta} - \cos\phi_{\sigma} x_{\eta}) / (J_t \Delta\xi) \quad (13.3)$$

$$D_o = A_o / V_{\delta} \quad (13.4)$$

동일한 방법을 적용하면  $h_{\delta\sigma}$ 에 대하여도 유사한 방정식을 얻는다. 위의 방정식을 반복계산법을 이용하여 해석할 때에 분포함수  $g_{\delta\sigma}$ 와  $h_{\delta\sigma}$ 의 값은 다음 단계를 위하여 저장할 필요가 없으며 단지  $A_c$ ,  $G_{\delta\sigma}$  및  $H_{\delta\sigma}$ 의 값만 직전 단계의 거시흐름변수를 이용하여 계산하면 된다.

**2.4 경계조건**

원방경계에서는 유장이 평형상태에 놓여있으므로 분포함수가 식 (14.1), 식 (14.2)의 Maxwell 분포로 주어진다.

$$g_{\delta\sigma} = \frac{n}{\pi T_b} \exp\{-[(V_{\delta} \sin\phi_{\sigma} - U_x)^2 + (V_{\delta} \cos\phi_{\sigma} - U_y)^2 / T_b]\} \quad (14.1)$$

$$h_{\delta\sigma} = \frac{1}{2} T_b g_{\delta\sigma} \quad (14.2)$$

여기서 하첨자  $b$ 는 원방경계를 나타낸다. 표면에서는 반사된 분자가 표면의 온도  $T_w$ 에 따른 Maxwell 분포를 갖는 식 (15.1), 식 (15.2)의 diffuse 반사조건이 사용되었다.

$$g_w = \frac{n_w}{\pi T_w} \exp\{-[(V_\delta \sin \phi_\sigma - U_{wx})^2] \quad (15.1)$$

$$h_w = \frac{1}{2} T_w g_w \quad (15.2)$$

for  $(\vec{c} \cdot \vec{n}) < 0$

여기서  $\vec{n}$ 는 표면내방향 (inward normal to surface) 법선벡터이다.  $n_w$ 은 표면수밀도흐름(wall number flux)으로 미리 알 수 없으며, 표면에서 법선방향의 순수밀도흐름(net flux normal to surface)이 없다는 식 (16)의 조건을 적용하여 계산되어야만 한다.

$$\int_{(\vec{c} \cdot \vec{n}) > 0} (\vec{c} \cdot \vec{n}) f d\vec{c} = - \int_{(\vec{c} \cdot \vec{n}) < 0} (\vec{c} \cdot \vec{n}) F d\vec{c} \quad (16)$$

**2.5 Collision Frequency**

BGK model의 경우 충돌빈도는 식 (17)과 같이 주어진다.

$$A_c = \frac{\phi P}{\mu} \quad (17)$$

여기에서  $P$ 는 압력,  $k$ 는 Boltzmann 상수이다. 충돌빈도를 계산하기 위하여 강구모델(hard sphere model)의 평균자유행로(mean free path)를 이용하는 경우 모델상수  $\phi$ 는 일반적으로 2/3에서 1사이의 값 [8]을 가진다.  $\mu$ 는 coefficient of viscosity이며, 식 (18)과 같은 온도 의존성[9]을 갖고 있다. 여기서 하첨자  $o$ 는 기준상태를 나타낸다.

$$\frac{\mu}{\mu_o} = \left(\frac{T}{T_o}\right)^\omega \quad (18)$$

가변강구(Variable Hard Sphere) 분자모델 [1]의 경우 기준상태에서의 평균자유행로(mean free path)  $\lambda_o$ 는 점도  $\mu_o$ 와 식 (19.1), 식 (19.2)의 관계로 나타낼 수 있다.

$$\lambda_o = \frac{16}{5} \frac{F_k \mu_o}{m m_o (2\pi R T_o)^{1/2}} \quad (19.1)$$

$$F_k = \frac{(7-2\omega)(5-2\omega)}{24} \quad (19.2)$$

따라서 무차원화된 충돌빈도는 가변강구 분자모델의 평균자유행로를 이용하는 경우 식 (20)과 같이 나타낼 수 있다.

$$A_c = \phi F_k \frac{8nT^{1-\omega}}{5\sqrt{\pi}Kn} \quad (20)$$

여기서  $Kn$ 는 식 (21)로 주어지는 기준상태에서의 누센수(Knudsen Number)이다.

$$Kn = \frac{\lambda_o}{L} \quad (21)$$

**3. 해석 결과**

MEMS 장치는 다양한 형상의 micro-channel 과 chamber들로 구성되어있다. 그림 1과 같은 micro-channel 은 MEMS 장치를 구성하는 가장 기본적인 형상이나, 이런 단순한 형상에서 조차도 기존의 직접모사법 등으로 미끄럼, 천이 및 자유분자영역에서의 유동장을 해석하는데 많은 어려움이 존재한다.

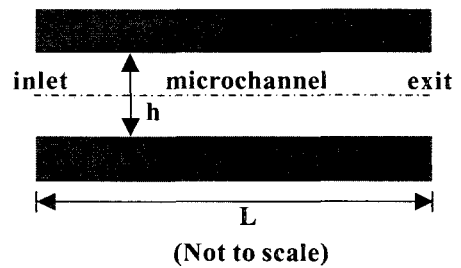


Fig. 1 Simple micro-channel geometry.

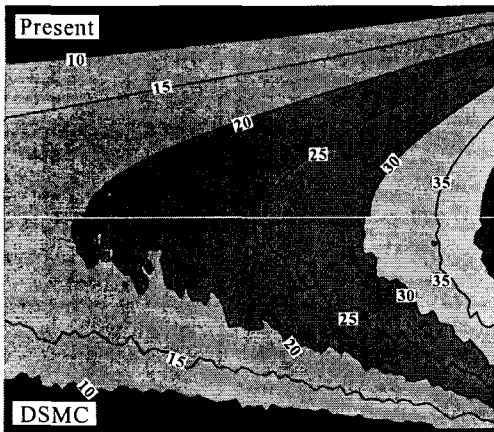


Fig. 2 Comparison of x-velocity contours ( m/s) for the simple micro-channel.

첫 번째로 계산된 문제는 높이  $h = 0.5 \mu\text{m}$  길이  $L = 15 \mu\text{m}$ 인 비교적 짧은 micro-channel이다. 상류 및 하류 chamber와 channel 벽면의 온도는 모두 300K인 경우로 유장내의 온도변화를 무시할 수 있고, 따라서 내부에너지 전달을 무시할 수 있다. 입구 압력은 2.5bar, 출구압력은 1bar로 압력비는 2.5이며, 평균압력에서의 누셀수는  $Kn = 0.06$ 으로 미끄럼영역에 해당한다. Channel의 길이가 짧고 압력비가 높아 직접모사법에 의한 계산이 가능하고, 미끄럼영역에 해당하므로 여러 가지 방법에 의한 수치해석결과를 비교하여 검증할 수 있어 많은 연구에서 유사한 문제가 해석 되었다.

그림 2에는 본 연구와 직접모사법에 의하여 계산된 channel 내에서의 x-velocity contour가 비교되었으며, 속도의 단위는  $m/s$ 이다. 직접모사법 계산결과(아랫부분)를 위하여 이용된 code[10]에는 Variable Hard Sphere(VHS) 모델[1]과 No Time Counter(NTC) 기법[1]이 사용되었으며, cell 수는 4,000(80×50), cell 당 평균 sampling size는 1,000,000이다. 본 연구의 계산에서(위부분의 contour)는 81×51 grid가 사용되었다. 기체는 질소이며, 계산에 사용된 점도지수(viscosity exponent)는  $\omega=0.77$ , 모델상수는  $\phi=1.35$ 이다. Channel 입구 및 출구에서의 압력경계조건을 위하여 characteristic line 방법[11]이 이용되었다. 서로 다른 방법에 의한 계산결과들이 잘 일치하고 있으나, 직접모사법에 의한 계산결과에는 statistical noise가 많이 있음을 알 수 있다. 계산은 Pentium IV 3.06GHz 데스크탑 PC에서 행하여 졌으며, 계산시간은 본 연구의 방법에 약 14시간, 직접모사법에는 약 15시간이 소요되었다.

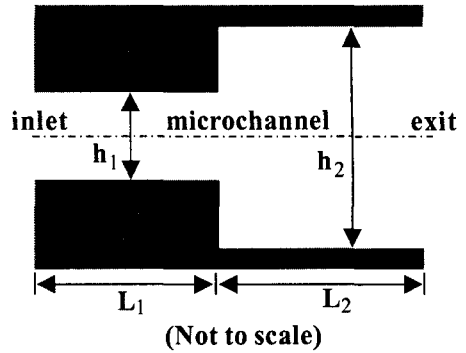


Fig. 3 micro-fluidic system with two micro-channels in series.

두 번째로 계산된 문제는 그림 3에 보인 것처럼 두 개의 channel이 직렬로 연결된 micro-fluidic system이다. 각 channel의 높이와 길이는 각각  $h_1 = 0.5 \mu\text{m}$ ,  $L_1 = 7.5 \mu\text{m}$ ,  $h_2 = 1.0 \mu\text{m}$ ,  $L_2 = 7.5 \mu\text{m}$ 이다. 상류 및 하류 chamber와 channel 벽면의 온도는 모두 300K이다. 입구압력은 2.5bar, 출구압력은 1bar로 첫 번째 문제와 같다. 그림 4에는 본 연구와 직접모사법에 의하여 계산된 channel 내에서의 x-velocity contour가 비교되었으며, 속도의 단위는  $m/s$ 이다. 두 개의 channel이 직렬로 연결된 경우 연결부분에서의 팽창으로 인하여 기체의 속도가 갑작스럽게 감소한 후 다시 증가함을 볼 수 있다. 첫 번째 문제와 마찬가지로 본 연구의 계산결과와 직접모사법에 의한 계산결과들이 잘 일치하고 있으나, 직접모사법에 의한 계산결과에는 statistical noise가 많이 있음을 알 수 있다.

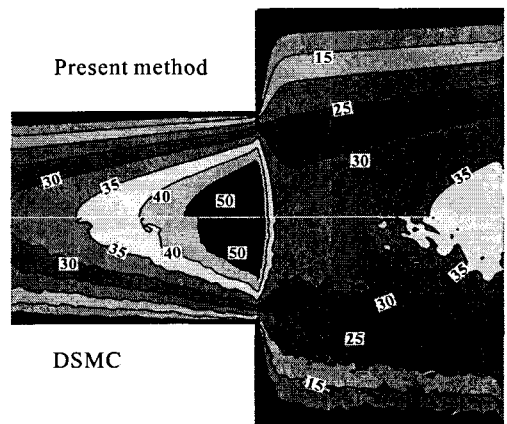


Fig. 4 Comparison of x-velocity contours ( m/s) for the micro-fluidic system.

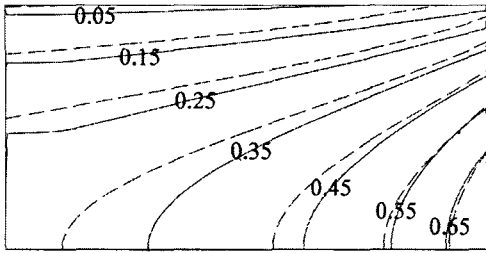


Fig. 5 Comparison of x-velocity contours (m/s) in a microchannel of  $h = 1.2 \mu\text{m}$  and  $L = 3,000 \mu\text{m}$  at  $Kn = 0.03$ : dashed lines, A-NS, solid lines, present method.

세 번째로 계산된 문제는 높이  $h = 1.2 \mu\text{m}$  길이  $L = 3,000 \mu\text{m}$ 로  $L/h$  비율이 매우 큰 단순 micro-channel이다. 상류 및 하류 chamber와 channel 벽면의 온도는 모두 300K이고, 입구압력은 20psig, 출구압력은 0psig로 압력비는 2.36이며, 평균 압력에서의 누센수는  $Kn = 0.03$ 으로 미끄럼영역에 해당한다. 계산시간은 약 150시간이 소요 되었다.  $L/h$  비율이 매우 커 channel 내부의 유속이 1 m/s 이하로 매우 작아 직접모사법에 의한 계산은 현재의 전산처리능력으로는 불가능하다.

미끄럼 영역에 해당하는 길이가 매우 긴 등은 상태의 2차원 단순 channel의 경우 미끄럼 경계조건을 이용하여 Nvier-Stokes 방정식의 해[12]를 식 (22), 식 (23)과 같이 구할 수 있다.

$$\overline{R(x)} = \frac{\sqrt{(6\theta K_e + R_p)^2 - x[(R_p^2 - 1)] + 12\theta K_e(R_p - 1)}}{-6\theta K_e} \quad (22)$$

$$U(x, y) = \frac{1}{2\mu} \frac{dP}{dx} (y^2 - h^2 - 4h^2 K\theta) \quad (23)$$

여기서  $\overline{P}$ 와  $\overline{x}$ 는 각각 출구압력과 channel 길이로 무차원화된 값이며,  $\theta$ 는 흐름방향(streamwise)의 모멘텀 accommodation이다. 하첨자는 출구에서의 값을 나타내며  $K$ 는 식 (24)와 같이 정의된 local 누센수이다.

$$K = \sqrt{\frac{\pi \gamma}{2}} \frac{Ma}{Re} \quad (24)$$

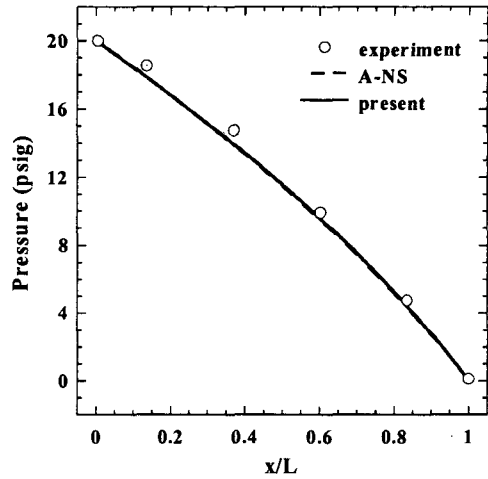


Fig. 6 Comparison of pressure distribution in a microchannel of  $h = 1.2 \mu\text{m}$  and  $L = 3,000 \mu\text{m}$  at  $Kn = 0.03$ .

그림 5에는 본 연구와 식 (23)에 의하여 계산된 channel 내에서의 x-velocity contour가 비교되었으며, 속도의 단위는 m/s이다. 그림 6에는 본 연구와 식 (22)에 의하여 계산된 channel 내에서의 압력분포가 실험값과 비교되었다. 계산결과가 실험에서 나타난 압력의 비선형성을 잘 나타내고 있음을 알 수 있다.

#### 4. 결론

모델 충돌적분항으로 단순화된 Boltzmann 방정식을 Discrete Ordinate 방법과 결합된 유한차분법을 이용하여 다양한 종류의 micro-channel 내부 유동장이 해석되었다.

본 연구의 해석방법을 검증하기 위하여 해석결과가 실험값 및 다른 여러 가지 방법에 의한 계산결과와 비교되었다. 비교적 짧은 단순채널 및 직렬로 연결된 채널에서의 결과는 직접모사법의 결과와 잘 일치하였으며, 직접모사법의 적용이 불가능한  $L/h$  비율이 매우 큰 채널의 계산 결과는 실험 및 Nvier-Stokes 방정식을 이용한 계산 결과와 비교적 잘 일치하였다.

본 방법은 statistical noise가 없으며, 고속 유동장 및 직접모사법이 적용되기 어려운 저속 유동장에도 적용될 수 있는 방법이다.

## 후 기

본 연구는 대구대학교 교원연구년 지원사업으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참고문헌

- [1] Bird, G. A., *Molecular Gas Dynamics and The Direct Simulation of Gas Flows*, Oxford University Press, London, 1994.
- [2] Oh, C. K., Oran, E. S., and Sinkovits, R. S., "Computations of High-Speed, High Knudsen Number micro-channel Flows," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 11, No. 4, 1997, pp. 497-505.
- [3] Fan, J. and Shen, C., "Statistical Simulation of Low-Speed Rarefied Gas," *Journal of Computational Physics*, Vol. 167, 2001, pp. 393-412.
- [4] Chung, C. H., De Witt, K. J., Jeng, D. R., and Keith Jr., T. G., "Numerical Analysis of Rarefied Gas Flow Through a Slit," *J. of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 6, No. 1, 1992, pp. 27-34.
- [5] Bhatnagar, P. L., Gross, E. P., and Krook, M., "A Model for Collision Processes in Gases. I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component Systems," *Physicaal Review*, Vol. 94, No. 3, 1954, pp. 511-525.
- [6] Chu, C. K., "Kinetic-Theoretic Description of the Formation of a Shock Wave," *Physics of Fluids*, Vol. 8, No. 1, 1965, pp. 12-22.
- [7] Shizgal, B., "A Gaussian Quadrature Procedure for Use in the Solution of the Boltzmann Equation and Related Problems," *J. of Computational Physics*, Vol. 41, No. 2, 1981, pp. 309-327.
- [8] Atassi, H. and Shen, S. F., "A Unified Kinetic Theory Approach to External Rarefied Gas Flows. Part 1. Derivation of Hydrodynamic Equations," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 53, Part 3, 1972, pp. 417-431.
- [9] Chapman, S., and Cowling, T. G., *The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases*, Cambridge University Press, London (1958).
- [10] Chung, C. H., De Witt, K. J., Stubbs, R. M., and Penko, P. F., "Simulation of Overexpanded Low-Density Nozzle Plume Flow," *AIAA J.*, Vol. 33, No. 9, 1995, pp. 1646-1650.
- [11] Nance, P. R., Hash, D. B., and Hassan, H. A., "Role of Boundary Conditions in Monte Carlo Simulation of micro-electromechanical Systems," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 12, No. 3, 1998, pp. 447-449.
- [12] Arkilic, E. B., Schmidt, M. A., and Breuer, K. S., "Gaseous Slip Flow in Long micro-channels," *Journal of micro-electromechanical Systems*, Vol. 6, No. 2, 1977, pp. 167-178.