

■ 論 文 ■

민감도 분석을 이용한 도로 혼잡통행료 산정 모형 개발

Development of a Model for Calculating Road Congestion Toll with Sensitivity Analysis

김 병 관

(서울대학교 환경대학원 석사)

임 용 택

(여수대학교 교통물류시스템공학부 조교수)

임 강 원

(서울대학교 환경대학원 교수)

목 차

- I. 서론
 - II. 혼잡통행료 산정 연구 검토
 - 1. 혼잡통행료 산정 이론
 - 2. 바이레벨 문제에 관한 선행 연구
 - III. 혼잡통행료 산정모형 개발
 - 1. 상위수준 목적함수 설정
 - 2. 하위수준 목적함수 설정
 - 3. 민감도 분석
 - 4. 알고리즘 구축
 - IV. 모형의 적용 및 평가
 - 1. 2-링크 네트워크
 - 2. Sioux-falls 네트워크
 - V. 결론
- 참고문헌

Key Words : 혼잡통행료, 네트워크 설계문제, 바이레벨 문제, 가변수요모형, 사회적 순 편익, Stackelberg 게임, 민감도 분석

요 약

급격히 증가하는 차량수요에 대응하기 위하여 도로의 공급을 증대시키는 양적인 측면의 도로정책 기조가 유지되고 있지만, 이는 근본적인 해결책이 될 수 없다는 인식이 대두되어 왔다. 이에 따라 기존 도로시설의 효율적 활용과 교통수요를 관리하는 방법에 많은 관심이 모아지고 있다. 이중 혼잡통행료는 수요를 관리하고 차량을 도로망에 적절히 배정하는 수단으로 생각될 수 있으며, 교통 혼잡과 환경에 대한 악영향을 줄일 수 있는 가장 효율적인 방법 중 하나로 고려되고 있다. 이에 따라 혼잡통행료 산정문제는 그동안 경제학자와 교통전문가에게 중요하고 흥미로운 연구 분야로 여겨져 왔고 다양한 방법으로 연구가 이루어져 왔다.

본 연구에서는 이러한 혼잡통행료 산정문제를 네트워크 설계문제(Network Design Problem, NDP)로 보고 통행배정문제와 혼잡통행료 산정 최적화 문제가 결합된 바이레벨 문제(Bi-level Problem)로 모형을 개발하였다. 여기서, 통행배정문제는 혼잡통행료 징수에 따른 통행자의 행태변화를 고려하기 위하여 Sheffi(1985)가 제시하였던 가변수요모형(Elastic-Demand Network Equilibrium Model)을 적용하였고, 혼잡통행료 산정 최적화 문제로서 사회적 순 편익 최대화문제를 고려하였다.

또한, 이런 형태의 바이레벨 문제는 게임이론측면에서 보면, 두 문제간의 비협력을 전제로 하는 Nash 비협력 게임과 상호 협력을 전제하는 Stackelberg게임으로 구분할 수 있는데, 본 연구에서는 민감도 분석을 통하여 최적해를 찾는 Stackelberg 게임으로 모형을 개발하였다. 통행수요는 단일계층으로 승용차로만 구성되어있다고 가정하였으며, 개발된 모형에 대하여 2개 네트워크에서 실험이 이루어졌다. 실험을 통하여 모형의 알고리즘에 관한 설명과 검증을 하였으며, 혼잡통행료 산정문제와 함께 적합한 혼잡통행료 징수 대상 링크의 선정이 중요한 연구대상임을 제시하였다.

I. 서론

도시부 도로망은 급격히 증가하는 차량수요에 대응하기 위하여 도로의 공급을 증대시키는 양적인 측면의 팽창을 거듭해 왔다. 하지만 교통체계가 차량수요와 활동체계의 순환고리관계에 있다는 점을 생각하면, 이는 근본적인 해결책이 될 수 없다는 인식이 대두되어왔다. 그러한 해결책의 하나로 혼잡통행료는 수요를 관리하고 차량을 도로망에 적절히 배정하는 수단으로 생각될 수 있고, 현재 세계 여러 도시에서 시행되어 그 적용성이 검토되어지고 있다.

그동안 혼잡통행료 산정문제는 서로 다른 방법으로 많은 연구가 이루어져 왔다. 대부분의 이전 연구들은 가설적이고 이상적인 상황에 국한되어져 왔으며, 혼잡통행료 부과에 따른 운전자의 행태변화에 대해서는 모형의 구성 및 해석의 어려움으로 연구가 상대적으로 미진한 경향이 있었다.

본 연구는 혼잡통행료 산정문제를 도로운영자 측면의 상위수준 최적화 문제와 그런 운영자의 의사결정에 따라 반응하는 도로이용자 측면의 하위수준 최적화 문제가 결합된 네트워크 설계문제(Network Design Problem, NDP)로 보고 통행배정문제와 혼잡통행료 산정 최적화 문제로 구성된 바이레벨 문제(Bi-level Problem)로 모형을 개발한다. 혼잡통행료 부과에 따른 도로 운영자의 행태를 좀 더 정확하게 묘사하기 위하여 탄력적인 교통수요를 고려하는데, 이를 위하여 Sheffi(1985)가 제시한 가변수요모형(Elastic-Demand Network Equilibrium Model)을 적용하였다.

바이레벨 형태로 구성된 두 개의 최적화 문제는 게임이론(game theory)측면에서 분석할 수도 있는데, Fisk(1984)는 교통계획 및 운영과 관련하여 바이레벨 문제를 Nash noncooperative game과 Stackelberg game으로 구분하였다. 지금까지 바이레벨 문제를 푸는 전통적인 접근법은 두 최적화 문제가 평행하다고 보고 비교적 쉽게 해를 찾을 수 있는 Nash 비협력 게임이 주로 이용되어 왔다. 그러나 도로 운영자가 교통 분야에서 다루고자하는 제반 교통정책을 수행하고자 할 때 도로이용자의 반응·행태를 어느 정도 예상하고 어떤 정책을 결정한다는 것이 보다 합리적이고 현실적이라는 가정하에 본 연구에서는 leader와 follower가 존재하는 stackelberg 게임 형태로 모형을 개발한다. 이런 형태로 최적 혼잡통행료를 산정하려는 연구로는 Yang et

al.(1996, 1997) 등이 있으나, 계산과정이 복잡하다는 한계가 있다. 본 연구에서는 이런 문제를 극복하기 위하여 휴리스틱(heuristic) 방법을 사용한다.

결론적으로 본 연구에서는 혼잡통행료 산정문제를 도로망 설계문제로 보고, 하위수준 문제(lower level problem)는 혼잡통행료 부과에 따른 통행자의 행태변화를 최적화문제로 구성하며, 상위수준 문제(upper level problem)는 운영자 측면에서 보다 바람직한 최적 해를 제시할 것으로 기대되는 Stackelberg 형태의 최적화문제로 구성된 바이레벨 문제를 개발하고 이를 평가하는데 연구의 목적이 있다. 연구의 기본가정으로 기종점간의 통행 수요함수는 통행시간간의 함수로 가정하며, 모든 통행은 승용차로만 구성되어있다고 가정한다. 또한, 모든 통행자는 동질적인 하나의 계층이라 간주하며, 동일한 시간가치를 갖고 있다고 가정한다.

일반적으로 도로상에 혼잡통행료를 부과하면, 통행수요변화, 경로변경, 출발시간변경, 수단변경 또는 목적지변경 등 다양한 형태변화로 나타나는데, 본 연구에서는 통행수요변화와 경로변경에 한정해서 분석한다. 즉, 이들 변화를 제외한 나머지 형태변화는 없는 것으로 가정한다.

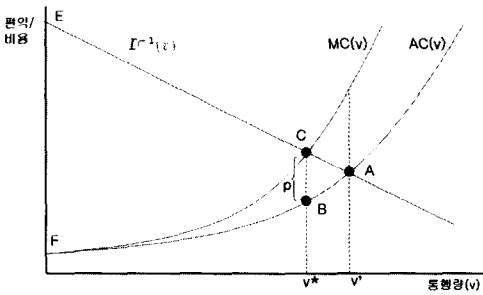
II. 혼잡통행료 산정 연구 검토

1. 혼잡통행료 산정 이론

혼잡통행료 이론은 근대 경제학의 한계비용이론(marginal cost pricing)과 교통공학의 교통류 이론이 접목되면서 발전되었다(Hoden, 1990). 혼잡통행료 이론의 핵심은 도로 운영자(정부)가 혼잡이 발생하는 교통시설의 이용에 일정한 조치를 취하지 않으면 교통시설은 비효율적으로 이용된다는 것이다. 현재 활용되는 교통시설의 최적 혼잡통행료 산정모형은 지금까지 이론적으로 잘 확립되어져온 한계비용가격이론(marginal cost pricing)에 근거를 두고 있다. <그림 1>은 일반적인 한계비용가격이론에 의한 혼잡통행료의 개념을 설명한 것이다

함수 $D^{-1}(v)$ 는 통행자의 수요곡선 또는 개별 이용자들이 경험하는 한계편익을 나타내며, 수요함수의 역함수에 해당한다. $AC(v)$ 는 사적 평균비용곡선을 나타내고, $MC(v)$ 는 사회적 한계비용곡선을 나타낸다.

만약 도로이용에 대하여 요금을 부과하지 않는다면



〈그림 1〉 혼잡통행료의 이론

통행량은 수요곡선과 평균비용곡선의 교점 A가 된다. A점은 이용자균형(user equilibrium)이라 불리고 혼잡현상이 발생하는 교통시설의 시장균형에 해당한다. 이러한 이용자균형은 사적 평균비용만 고려하고 다른 사용자에게 끼친 혼잡비용은 고려하지 않는 상태에서 이용자 자신의 편익을 극대화하려고 함에 의해 도달되며, 교통수요가 안정되는 상태이기도 하다.

한편 그림의 이용자균형 A에서는 한계편익이 $D^{-1}(v')$ 인 반면, 한계비용은 $MC(v')$ 에 해당한다. 따라서 이용자균형 A에서는 효율성의 관점에서 과잉이 발생하는 시장실패가 나타난다. 이 그림에서 사회적 한계비용곡선 $MC(v)$ 와 사적 평균비용곡선 $AC(v)$ 간의 차이는 혼잡으로 인한 외부불경제를 나타내고 교통혼잡에 따른 교통혼잡 비용 또는 자중손실(welfare loss)로 해석된다.

따라서 이러한 시장실패를 막기 위해서 운영자의 개입이 필요하다. 이를 위한 대안이 혼잡통행료를 부과하는 것으로 p만큼 혼잡통행료를 부과한다면 새로운 균형 C를 가져온다. 이러한 새로운 균형에서 통행량은 v' 에서 v^* 로 감소하게 되고 이 경우 교통혼잡 비용은 발생하지 않는다. 결론적으로 전통적 이론에 있어서 혼잡통행료는 도로통행과 관련된 사회적 비용을 최소화하여 사회적 순 편익을 극대화하기 위해서 도로이용자에게 부과되는 비용이라 할 수 있으며 이것은 사회적 한계비용과 사적 평균비용의 차이로 계산된다.

만약 모든 링크에 다음 식(1)과 같이 혼잡통행료가 부과된다면 정확히 시스템 평형에 도달하게 된다.

$$MCT_a = MC_a - AC_a = \frac{d(v_a \times t_a(v_a))}{d v_a} - t_a(v_a) \quad \forall a \in A \quad (1)$$

여기서, MCT_a : 링크 a의 혼잡통행료

- MC_a : 링크 a의 한계비용
- AC_a : 링크 a의 평균비용
- A : 네트워크상의 링크 집합
- a : 링크
- v_a : 링크 a의 통행량
- t_a : 링크 a의 통행비용

2. 바이레벨 문제에 관한 선행 연구

일반적으로 도로망설계문제(NDP)와 같은 바이레벨 문제는 두 개의 서로 다른 문제로 결합되어 지는데, 이렇게 결합된 두 개의 문제는 서로의 최적화 결과물인 최적해를 도출하고 각 최적 해를 서로의 입력 자료로 요구하는 구조를 갖고 있다. 즉, 바이레벨 문제는 상위수준 문제와 하위수준 문제로 나눌 수 있고 상위수준과 하위수준 의사결정자는 자신의 목적함수를 최적화하기 위해서 자신의 전략을 선택해야하는 계층적 구조를 가지고 있다. NDP 문제는 일반적으로 크게 기존 도로망에 새로운 링크를 추가·폐쇄하는 문제를 다루는 이산형 도로망설계문제(Discrete Network Design Problem)와 기존 도로망에서 링크의 용량을 증대/감소하는 연속형 도로망설계문제(Continuous Network Design Problem)로 나눌 수 있다. 그러나 실제 의사결정과정에서 이산형과 연속형의 혼합형의 경우가 있을 수 있다. 예를 들어 어떤 링크를 개선하고 현재 도로망에 어떤 링크를 추가시켜야 하는 문제를 위해서 이산형과 연속형 변수를 모두 고려해야 할 경우가 존재한다. 이를 혼합형 도로망설계문제(Mixed Network Design Problem)라 한다.

바이레벨 문제를 Maher (1999)는 두 가지 접근법으로 분류하였는데, 상위수준 문제와 하위수준 문제를 평행하게 보고 상호 일관된 해(mutually consistent solution)를 찾는 방법(Equilibrium programming)과 두 문제를 평행하게 보지 않고 상위수준 문제에서

〈표 1〉 바이레벨 문제의 구분

게임이론	도출된 해	특성
Nash 비협력 게임	mutually consistent solution Nash equilibrium solution	상위문제와 하위문제를 평행하게 보고 Nash 균형 해를 도출
Stackelberg 게임	Stackelberg solution	민감도 분석을 이용하여 상위문제에 하위문제의 결정변수를 고려

하위수준 문제의 의사결정변수를 고려해서 해를 도출하는 방법이 있다. 이들 두 가지 접근법을 게임이론으로 해석하면(Fisk, 1984), 전자의 상호 일관된 해법은 Nash 비협력 게임에 대응하고 후자의 바이레벨 문제는 Stackelberg 게임 또는 leader-follower 게임에 대응한다. <표 1>은 이들 두 가지 접근법을 정리한 내용이다.

일반적으로 바이레벨 문제는 다음과 같은 수학적식으로 표현할 수 있다.

상위수준 목적함수

$$\minimize_p F(p, v(p)) \tag{2}$$

$$\text{subject to } G(p, v(p)) \leq 0 \tag{3}$$

하위수준 목적함수

$$\minimize_v f(p, v) \tag{4}$$

$$\text{subject to } g(p, v) \leq 0 \tag{5}$$

여기서, F 와 p 는 상위수준 의사결정자의 목적함수와 결정변수; G 는 상위수준 목적함수의 제약식; f 와 v 는 하위수준 의사결정자의 목적함수와 결정변수; g 는 하위수준 목적함수의 제약식이다.

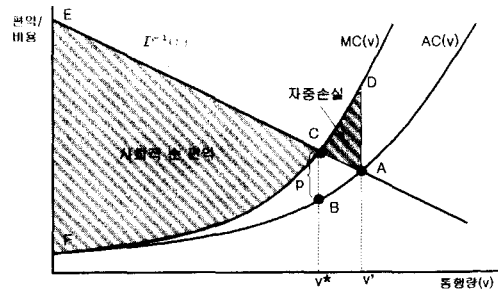
식(2)에서의 $v(p)$ 를 response 또는 reaction function이라 하는데, 이 $v(p)$ 는 특정한 값이 될 수도 있고 p 에 대한 v 의 함수 값이 될 수 있다. 즉, $v(p)$ 가 특정 값으로 주어질 경우 Nash 비협력 게임이 되고 함수로 주어질 경우 Stackelberg 게임이 된다고 볼 수 있다. 바이레벨 문제를 성공적으로 풀기 위해서는 이 reaction function을 어떻게 모형에 고려하는가가 중요하다.

III. 혼잡통행료 산정모형 개발

1. 상위수준 목적함수 설정

본 연구에서는 수요가 변화는 상황을 반영할 수 있고 사회적 관점에서 도로의 효율적인 이용을 유도할 수 있는 사회적 순 편익 극대화(social net benefit)를 상위목적함수로 고려한다.

도로운영자의 어떠한 개입도 없을 경우, 즉 혼잡통



<그림 2> 사회적 순 편익과 자중손실

행료를 부과하지 않을 경우 <그림 2>에서 도로이용자의 통행패턴은 사용자균형상태(UE)로 수요함수의 역함수와 평균비용곡선(AC)이 만나는 점 A에서 균형이 이루어지고 통행량이 결정된다. 이 경우 사회적 순 편익은 $\triangle CEF$ 의 면적에서 $\triangle ACD$ 만큼의 면적을 제외한 부분으로 계산되고, $\triangle ACD$ 의 면적은 교통혼잡에 따른 교통혼잡비용, 외부비용 또는 자중손실로 해석된다. 만약 p 만큼의 혼잡통행료가 부과된다면 이용자 개인에게 있어서 평균통행비용은 p 만큼 증가하고 따라서 수요가 조절되므로 통행패턴은 한계비용곡선(MC)과 만나는 점 C에서 균형이 이루어지고 $\triangle ACD$ 면적의 자중손실은 발생하지 않으므로 사회적 순 편익은 극대화된다. 이때 중요한 것은 혼잡통행료를 부과할 때 평균비용곡선은 p 에 따라 변화하지만, 사회적 관점에서 혼잡통행료 p 는 생성되거나 없어지는 것이 아니기 때문에 한계비용곡선(MC)은 변화하지 않는다.

여기서 혼잡통행료 p 는 평균비용곡선과 수요곡선이 균형을 이루는 이용자균형의 통행패턴을 한계비용곡선과 수요곡선이 균형을 이루는 시스템최적균형(SO)의 통행패턴으로 유도하는 수단으로 해석할 수 있으며, 본 연구는 이러한 최적 혼잡통행료를 찾는 것이다. 따라서 상위 문제는 수요함수의 아래 부분(사회적 편익)에서 한계비용함수의 아래 부분(사회적 비용)을 뺀 사회적 순편익을 극대화시키는 혼잡통행료 p 를 구하는 문제가 된다.

$$\begin{aligned} & \maximize_p F(p, d(p), v(p)) \tag{6} \\ & = \sum_{w \in W} \int_0^{d_w} D_w^{-1}(y) dy - \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} MC_a(x) dx \end{aligned}$$

여기서,

- W : 네트워크의 모든 O/D쌍의 집합
- d_w : $w \in W$ 인 O/D쌍 사이의 수요

- c_w : $w \in W$ 인 O/D쌍 사이의 통행비용
- $D_w(c_w)$: $w \in W$ 인 O/D쌍의 통행비용이 c_w 일 때 단조 감소하는 통행수요함수
- $D_w^{-1}(d_w)$: 수요함수의 역함수
- $MC_a(v_a)$: $a \in A$ 인 링크 a 의 한계비용

여기서, 제약식은 혼잡통행료 산정에 있어서 혼잡통행료의 제한된 범위를 나타내며 일반적으로 하한값은 0 또는 사전에 정의할 수 있는 어떤 값이 될 수 있고 상한값은 도로 이용자가 합리적이라고 고려할 수 있는 상한선을 나타낸다.

2. 하위수준 목적함수 설정

혼잡통행료를 징수하게 되면 통행비용이 바뀌고 그에 따라 수요가 변화하는 것이 보다 현실적이다. 따라서 본 연구에서는 식(7)과 같이 통행수요변화를 고려할 수 있는 가변수요 통행배정모형을 하위수준 문제로 설정한다. 여기서, 가변수요 통행배정모형은 Sheffi(1985)가 제안한 동등 수리최소화문제로 이의 동등성조건(equivalence condition)은 Sheffi(1985)에 자세히 기술되어 있다.

$$\min_{v_a, d_w} \text{imize } f(d, v) \tag{7}$$

$$= \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} t_a(x) dx - \sum_{w \in W} \int_0^{d_w} D_w^{-1}(y) dy$$

$$\text{subject to } \sum_{r \in R_r} f_r = d_w, w \in W \tag{8}$$

$$\sum_{r \in R} f_r \delta_{ar} = v_a \quad a \in A \tag{9}$$

$$d_w \leq \overline{d}_w \quad w \in W \tag{10}$$

$$f_r \geq 0, r \in R \tag{11}$$

여기서,

R_w : $w \in W$ 인 O/D쌍 사이의 경로집합

f_r : $r \in R$ 인 경로의 통행량

t_a : 링크 a 의 통행비용함수

δ_{ar} : 만약 경로 r 이 링크 a 를 이용하면 1, 그렇지 않으면 0

\overline{d}_w : 기종점간 총통행량으로 상한값

위 하위문제를 풀기 위해서 Sheffi가 제시한 수정된

Frank-Wolf 알고리즘을 이용한다.

3. 민감도 분석

민감도를 구하는 방법은 Tobin & Friesz (1988), Yang et al.(1996, 1997) 등이 제시한 바 있으나, 계산과정이 복잡한 한계가 있다. 따라서 본 연구에서는 미분개념을 직접 사용하여 민감도를 구하도록 한다. 혼잡통행료 산정모형에서 민감도 분석은 혼잡통행료 (p)에 대한 균형상태의 통행수요, $d(p)$ 와 균형상태의 링크통행량, $v(p)$ 의 미분계수를 계산하기위해 적용된다. 계산된 미분계수의 정보를 이용하여 p 에 대한 통행수요와 링크통행량을 1차 Taylor series로 선형 근사화시키는데, 이때 선형 근사화된 함수를 반응함수(reaction function)라고 한다.

그러나, 결정적 통행배정(DUE)에서는 통행수요 d , v 와 p 간에 명시적인 함수형태가 존재하지 않기 때문에 혼잡통행료 p 에 대한 통행수요의 미분계수를 직접 구할 수 없다. 따라서, 본 연구에서는 반복과정을 통해서 다음과 같이 구한다.

- ① 혼잡통행료 p^o 에 대하여 하위수준의 가변수요 통행배정을 수행하여 d_w^o 와 v_a^o 를 구한다.
- ② 아주 작은 Δp 값을 적용하여 $p' = p^o + \Delta p$ 에 대하여 다시 한번 하위수준의 통행배정을 수행하여 d_w' 와 v_a' 를 구한다.
- ③ 각 링크와 O-D간 통행수요에 대하여 미분계수 Q_{d_r} 와 Q_{v_a} 를 다음과 같이 구한다.

$$Q_{d_r} = \lim_{\Delta p \rightarrow 0} \frac{d_w' - d_w^o}{\Delta p} \tag{12}$$

$$Q_{v_a} = \lim_{\Delta p \rightarrow 0} \frac{v_a' - v_a^o}{\Delta p} \tag{13}$$

- ④ 미분계수 Q_{d_r} 와 Q_{v_a} 를 이용하여 통행수요 $d(p)$ 와 링크교통량 $v(p)$ 의 선형 근사함수(반응 함수)를 구한다.

$$d_w(p) = d_w^o + Q_{d_r}(p - p^o) \tag{14}$$

$$v_a(p) = v_a^o + Q_{v_a}(p - p^o) \tag{15}$$

이 반응함수에 의해서 식(6)의 상위목적함수는 식 (16)과 같이 변형된다.

$$\begin{aligned} & \max_{p} \text{imize } F(d(p), v(p)) \\ & = \sum_{w \in W} \int_0^{d_w^* + Q_w(p-p^n)} D_w^{-1}(y) dy \\ & - \int_0^{v_a^* + Q_a(p-p^n)} MC_a(x) dx \end{aligned} \quad (16)$$

4. 알고리즘 구축

민감도 분석을 이용하여 본 연구에서 제시한 바이레벨 문제의 풀이 과정을 정리하면 다음과 같다.

- (단계0) Initialization (n=0)
n = 0
pⁿ, Δp 값 설정
- (단계1) n = n + 1
- (단계2) pⁿ⁻¹을 기초로 통행배정수행(1차)하여 하위수준의 v_aⁿ⁻¹(pⁿ⁻¹), d_wⁿ⁻¹(pⁿ⁻¹) 값을 구한다.
- (단계3) pⁿ⁻¹'을 기초로 통행배정수행(2차)하여 하위수준의 v_aⁿ⁻¹'(pⁿ⁻¹'), d_wⁿ⁻¹'(pⁿ⁻¹') 값을 구한다. 여기서, pⁿ⁻¹' = pⁿ⁻¹ + Δp
- (단계4) 민감도 계산

$$Q_{d_w} = \frac{d_w^{n-1}' - d_w^{n-1}}{\Delta p}$$

$$Q_{v_a} = \frac{v_a^{n-1}' - v_a^{n-1}}{\Delta p} \text{ and}$$

$$v_a^n(p) = v_a^{n-1}(p^{n-1}) + Q_{v_a}(p^n - p^{n-1})$$

$$d_w^n(p) = d_w^{n-1}(p^{n-1}) + Q_{d_w}(p^n - p^{n-1})$$
- (단계5) v_aⁿ, d_wⁿ을 가지고 상위문제를 풀어{pⁿ}을 계산한다.
- (단계6) 수렴성 검사

$$\frac{|p^n - p^{n-1}|}{p^{n-1}} \leq \epsilon$$
 이면 중지, 그렇지 않으면 1단계 반복(여기서, ε은 미리 설정된 작은 값)

위 알고리즘중 단계2와 단계3에서 통행배정을 2회

반복해야하는 문제가 있다. 이는 교통망이 커질 경우 계산상 문제가 될 수 있는데, 이를 해결하기 위한 방법으로 Sheffi(1985)가 제안한 streamline방법을 사용할 수 있다. streamline방법은 통행배정을 수렴할 때까지 반복하지 않고, 1회만 반복하는 방법으로 계산시간을 대폭 줄일 수 있을 것으로 기대된다.

N. 모형의 적용 및 평가

본 연구의 모형을 평가하기 위하여 2개의 예제 교통망을 이용한다.

1. 2-링크 네트워크

첫번째 예제는 Stackelberg 게임 이론을 적용한 혼잡통행료 산정 모형의 알고리즘과 민감도 분석의 수행 과정을 설명하기 위한 것이다. <그림 3>와 같은 2개의 링크로 구성된 간단한 네트워크로 기종점 1→2간에 하나의 O-D만 존재한다.

여기서 수요함수는 다음과 같으며,

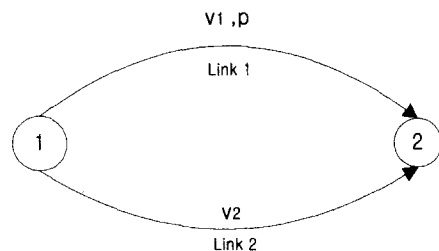
$$D^{-1}(d) = 10 - d \quad (17)$$

혼잡통행료를 징수하는 링크 1과 징수하지 않는 링크 2의 링크비용함수는 다음과 같이 가정한다.

$$t_1 = 2 + v_1 + p \text{ 와 } t_2 = 1 + 2v_2 \quad (18)$$

혼잡통행료 산정모형의 알고리즘을 순차적으로 설명해보자. 먼저, p=0 로 초기화하고, p=0에서 가변수요 통행배정을 수행하면 다음과 같이 링크통행량과 수요함수를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \min_{v, d} \int_0^{v_1} (2+x) dx + \int_0^{v_2} (1+2x) dx - \int_0^d (10-y) dy \\ & = \min_{v, d} \left[2x + \frac{1}{2} x^2 \right]_0^{v_1} + [x + x^2]_0^{v_2} - \left[10y - \frac{1}{2} y^2 \right]_0^d \end{aligned}$$



<그림 3> 2-링크 네트워크

subject to $v_1 + v_2 = d$

$v_1 > 0, v_2 > 0, d > 0$

$\therefore v_1 = 3, v_2 = 2, d = 5$

민감도 분석을 위하여 $\Delta p = 0.001$ 만큼 혼잡통행료를 증가시키면,

$p' = p + \Delta p = 0.001$ 가 되고 식(18)의 링크비용함수는 다음과 같이 된다.

$$t_1 = 2 + v_1 + p' \quad t_2 = 1 + 2v_2$$

$$= 2.001 + v_1$$

이 링크비용함수로 다시 한번 통행배정을 수행하여 링크통행량과 통행수요를 계산한다.

$$\min_{v, d} \int_0^{v_1} (2.001 + x) dx + \int_0^{v_2} (1 + 2x) dx - \int_0^d (10 - y) dy$$

$$= \min_{v, d} \left[2.001x + \frac{1}{2}x^2 \right]_0^{v_1} + [x + x^2]_0^{v_2} - \left[10y - \frac{1}{2}y^2 \right]_0^d$$

$\therefore v_1 = 2.9994, v_2 = 2.0002, d = 4.9996$

2번의 통행배정결과를 이용하여 각 링크통행량과 통행수요의 민감도 분석을 수행하여 다음과 같은 미분계수를 얻을 수 있다. 이러한 민감도 값은 교통정책 시행에 있어서 매우 유용하고 중요한 정보가 된다.

$$Q_d = \frac{4.9996 - 5}{0.001} = -0.4$$

$$Q_{v_1} = \frac{2.9994 - 3}{0.001} = -0.6$$

$$Q_{v_2} = \frac{2.0002 - 2}{0.001} = +0.2$$

민감도 분석을 통해 얻어진 미분계수로 통행수요와 각 링크통행량으로 다음의 1차 Taylor's 선형근사식을 얻는다.

$$d(p) = 5 - 0.4p$$

$$v_1(p) = 3 - 0.6p$$

$$v_2(p) = 3 + 0.2p$$

선형근사식을 이용하여 상위문제를 푸는데, 여기서 상위목적함수인 식(16)의 사회적 순 편익 최대화문제

를 최소화문제로 바꾸서 최적 혼잡통행료 p 를 구한다.

$$\min_p F(d(p), v(p))$$

$$= \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} MC(x) dx - \sum_{w \in W} \int_0^{d_w} D_w^{-1}(y) dy$$

$$= \int_0^{v_1^* + Q_{v_1}(p-p^*)} MC(x) dx$$

$$- \sum_{w \in W} \int_0^{d_w^* + Q_{d_w}(p-p^*)} D_w^{-1}(y) dy \quad (19)$$

여기서, 각 링크의 한계비용은 다음과 같이 구해진다.

$$MC_1 = \frac{d(2v_1 + v_1^2)}{dv_1} = 2 + 2v_1$$

$$MC_2 = \frac{d(v_2 + 2v_2^2)}{dv_2} = 1 + 4v_2$$

따라서 식(19)는 다음과 같이 풀 수 있다.

$$\min_p [2x + x^2]_0^{v_1(p)=5-0.4p} + [x + 2x^2]_0^{v_2(p)=2+0.2p}$$

$$- \left[10y - \frac{1}{2}y^2 \right]_0^{d(p)=5-0.4p}$$

$$= 0.52(p - \frac{1}{1.04})^2 - 12.98$$

$$\therefore p = \frac{1}{1.04} = 0.962$$

이상의 민감도 분석 결과를 정리하면 <표 2>와 같다. 표에서 '모형에서 계산된 값'은 반응함수를 이용하여 추정된 값이고, '실제값'은 $p = 0.962$ 을 기초로 통행배정을 수행하여 계산된 값으로 서로 정확히 일치하고 있음을 알 수 있다.

<표 3>은 모형에 의해 산정된 혼잡통행료를 링크1에만 적용한 경우와 한계비용이론에 의한 혼잡통행료를 2개 링크 모두에 적용한 경우에 대하여 각각 도출된 값을 정리한 내용이다.

표에서 보듯이 링크1에만 혼잡통행료를 부과한 경

<표 2> 2-링크 네트워크 민감도 분석결과

$\frac{\partial d}{\partial p}$	$\frac{\partial v_1}{\partial p}$	$\frac{\partial v_2}{\partial p}$	모형에서 계산된 값 Linear approximation ($p=0.962$)				실제값 Exact solution ($p=0.962$)			
			v_1	v_2	d	F	v_1	v_2	d	F
-0.4	-0.6	+0.2	2.42	2.19	4.62	12.98	2.42	2.19	4.62	12.98

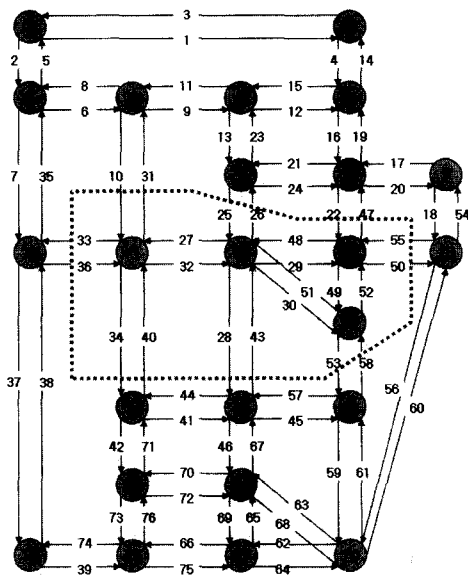
〈표 3〉 2-링크 네트워크의 실험결과 (편의단위:시간)

변수	혼잡통행료를 부과하지 않음 $p=0$	모형에 의한 혼잡통행료를 부과 (링크1) $p_1=0.962$	한계비용이론의 혼잡통행료 부과 (모든 링크) $p_1=2.214$ $p_2=2.714$
v_1	3	2.423	2.214
v_2	2	2.192	1.357
d	5	4.615	3.571
F	12.50	12.98	14.96
총편익	37.50	35.50	29.33
총비용	25.00	22.52	14.37

우, 순편익(F)이 약간 증가하고 있는데, 이는 예제 교통망이 매우 단순하기 때문이다. 그러나 모든 링크에 통행료를 부과한 경우, 좀 더 큰 순편익 증가를 보이고 있다.

2. Sioux Falls 네트워크

2번째 예제는 대형 네트워크에 대한 실험으로 많이 사용된 〈그림 4〉의 Sioux-Falls 네트워크에 모형을 적용해 보았다. 이 실험에서는 임의로 cordon-line(점선)을 설정하였으며, 진입하는 링크 10, 22, 25, 36, 40, 43, 55, 58의 8개 링크에서 혼잡통행료를 징수할 경우와 각 링크별로 모형을 이용하여 혼잡통행료를 산



..... cordon line

〈그림 4〉 Sioux-Falls 네트워크

〈표 4〉 Sioux-Falls 네트워크의 링크 입력자료

Link #	기	종	t_{a0}	q_a	Link #	기	종	t_{a0}	q_a
1	1	2	309	2200	39	13	24	72	2200
2	1	3	62	2200	40	14	11	165	2200
3	2	1	309	2200	41	14	15	72	2200
4	2	6	62	2200	42	14	23	62	2200
5	3	1	62	2200	43	15	10	165	2200
6	3	4	72	2200	44	15	14	72	2200
7	3	12	165	2200	45	15	19	72	2200
8	4	3	72	2200	46	15	22	62	2200
9	4	5	72	2200	47	16	8	62	2200
10	4	11	165	2200	48	16	10	72	2200
11	5	4	72	2200	49	16	17	62	2200
12	5	6	72	2200	50	16	18	72	2200
13	5	9	62	2200	51	17	10	113	2200
14	6	2	72	2200	52	17	16	62	2200
15	6	5	72	2200	53	17	19	62	2200
16	6	8	62	2200	54	18	7	62	2200
17	7	8	72	2200	55	18	16	72	2200
18	7	18	62	2200	56	18	20	391	2200
19	8	6	62	2200	57	19	15	72	2200
20	8	7	72	2200	58	19	17	62	2200
21	8	9	72	2200	59	19	20	165	2200
22	8	16	62	2200	60	20	18	391	2200
23	9	5	62	2200	61	20	19	165	2200
24	9	8	72	2200	62	20	21	72	2200
25	9	10	62	2200	63	20	22	113	2200
26	10	9	62	2200	64	21	20	72	2200
27	10	11	113	2200	65	21	22	62	2200
28	10	15	165	2200	66	21	24	72	2200
29	10	16	72	2200	67	22	15	62	2200
30	10	17	113	2200	68	22	20	113	2200
31	11	4	165	2200	69	22	21	62	2200
32	11	10	72	2200	70	22	23	72	2200
33	11	12	72	2200	71	23	14	62	2200
34	11	14	165	2200	72	23	22	72	2200
35	12	3	165	2200	73	23	24	62	2200
36	12	11	72	2200	74	24	13	72	2200
37	12	13	370	2200	75	24	21	72	2200
38	13	12	370	2200	76	24	23	62	2200

정할 때, 사회적 순 편익을 극대화하는 상위 8개 링크를 선정하여 혼잡통행료를 징수할 경우에 대하여 실험을 수행하고 비교하였다.

링크의 비용함수는 다음 식(20), 식(21)과 같은 BPR식을 사용하였고, 비용함수의 입력 자료는 〈표 4〉과 같다.

일반 링크 :

$$t_a = t_{a0} [1 + 0.15 (\frac{v_a}{q_a})^4] \tag{20}$$

혼잡통행료를 부과하는 링크 :

$$t_a = t_{a0} [1 + 0.15 (\frac{v_a}{q_a})^4] + p \quad (21)$$

여기서, t_{a0} 는 링크 a의 자유교통류 통행비용(free-flow link travel cost), q_a 는 링크 a의 용량이다.

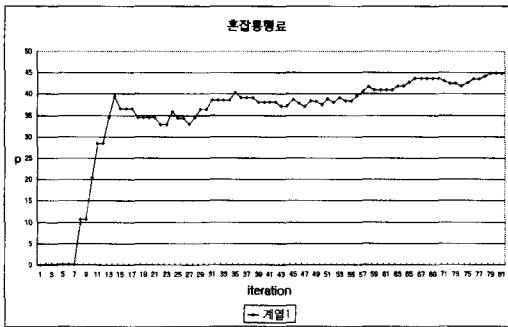
통행수요는 6개의 O-D쌍(1→10, 2→10, 13→10, 20→11, 7→11)을 고려하였고 수요함수로는 식(22)과 같은 지수함수를 이용하며, C_w 는 기종점간 통행비용이며 A_w, B_w 는 파라메타들이다.

$$D(C_w) = A_w \exp(B_w C_w) \quad (22)$$

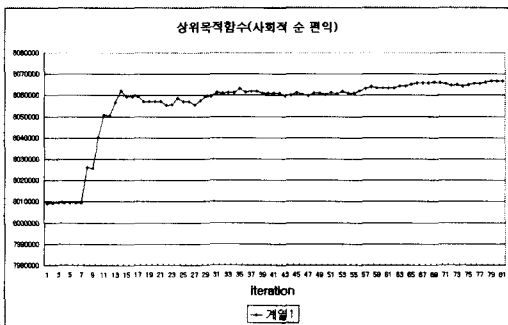
수요함수의 입력 자료는 다음 <표 5>와 같다.

<표 5> 수요함수의 입력자료

O/D 번호	기점(O)	종점(D)	A_w	B_w
d_1	1	10	4,000	-0.0013
d_2	2	10	4,000	-0.0015
d_3	13	10	4,000	-0.0012
d_4	20	11	4,000	-0.0015
d_5	7	11	4,000	-0.0017



<그림 5> 설계변수인 혼잡통행료 변화



<그림 6> 상위목적함수인 사회적 순 편익의 변화

<표 6> 상위 8개 링크의 실험결과 (단위:시간)

순위	링크	한계비용이론 혼잡통행료 (MCP)	모형의 혼잡통행료 (P)	사회적 순 편익(F)	증가량 (ΔF)
1	9	0.148	66.695	8,068,973.14	59,726.62
2	48	49.803	31.341	8,046,026.03	36,779.52
3	4	40.892	57.099	8,022,431.64	13,185.12
4	39	21.896	35.357	8,021,316.08	12,069.56
5	76	2.387	35.357	8,021,316.08	12,069.56
6	25	51.683	45.392	8,018,707.15	9,460.63
7	27	44.603	31.663	8,016,746.98	7,500.46
8	2	37.934	42.117	8,015,374.96	6,128.45

<표 7> 혼잡통행료 부과 대상 링크의 실험결과(단위:시간)

구분	상위 8개 링크	cordon 설정	이용자균형 P=0	시스템최적
P	34.345	44.903	0.000	MCP_a
F	8,080,741.34	8,066,888.82	8,009,246.51	8,175,324.15
ΔF	71,494.83	57,642.31	0.00	166,077.64

분석결과, 사회적 순 편익을 극대화하기 위해서 설정된 cordon-line으로 진입하는 차량에 대해서 징수되는 혼잡통행료는 반복횟수 80회에서 44.903에 수렴하였고, 사회적 순 편익은 8,066,888.824(+57,642.311)으로 수렴하였다. 다음 <그림 5>, <그림 6>은 혼잡통행료와 사회적 순 편익이 수렴해가는 변화를 보여주고 있다.

또한, 혼잡통행료 부과 대상링크의 선정에 관한 대안으로 각 개별 링크별로 혼잡통행료를 부과할 때의 사회적 순 편익과 혼잡통행료를 징수하지 않을 경우와 비교하여 사회적 순 편익의 증가량이 큰 상위 8개 링크를 선정하여 모형을 이용 혼잡통행료를 산정하였다. <표 6>은 하나의 링크만 혼잡통행료를 부과할 경우 선정된 상위 8개 링크에 대한 결과이다.

선정된 8개 링크를 혼잡통행료 부과 대상 링크로 고려하여 혼잡통행료를 산정하였을 때 혼잡통행료는 34.345로 산정되었고 그때의 사회적 순 편익은 8,080,741.341(+71,494.828)로 계산되어 졌다. 이런 결과는 첫 번째 실험보다도 더 나은 결과를 제시하고 있다. 지금까지의 실험결과들을 비교한 내용이 다음 <표 7>에 나타나 있고, 한계비용이론에 의해 marginalcost toll (MCP_a)은 <표 8>에 나타나있다.

위 결과로부터 상위 8개 링크를 선정하여 혼잡통행료를 산정시 더 적은 혼잡통행료를 부과 하고도 사회적 순 편익을 더 높일 수 있었다. 이는 혼잡통행료 산정시 대상 링크의 선정이 중요한 문제가 될 수 있음을 보여주고 있다.

〈표 8〉 한계비용이론에 의한 각 링크의 marginal-cost toll

link #	MCT _o	link #	MCT _o
1	0.000	39	21.896
2	37.934	40	41.416
3	0.000	41	0.643
4	40.892	42	0.000
5	0.000	43	50.050
6	4.977	44	0.536
7	3.148	45	0.000
8	0.000	46	0.000
9	0.148	47	0.000
10	1.345	48	49.803
11	0.000	49	0.000
12	0.000	50	0.000
13	6.279	51	0.000
14	0.000	52	0.000
15	1.099	53	0.000
16	5.667	54	0.000
17	0.852	55	2.338
18	2.013	56	0.000
19	0.000	57	0.000
20	0.000	58	0.000
21	1.695	59	0.000
22	3.511	60	0.000
23	0.000	61	0.000
24	0.000	62	0.002
25	51.683	63	18.005
26	0.000	64	0.000
27	44.603	65	1.228
28	0.000	66	0.001
29	0.000	67	17.458
30	0.000	68	0.000
31	0.000	69	0.000
32	23.899	70	1.166
33	0.000	71	16.801
34	0.000	72	0.003
35	0.000	73	0.000
36	3.184	74	0.000
37	0.000	75	1.163
38	0.021	76	2.387

V. 결론

본 연구는 혼잡통행료 산정문제를 풀기 위하여 바이레벨 문제를 제시하고 풀이 알고리즘으로 leader와 follower가 존재하는 Stackelberg 게임이론을 이용하여 최적해를 도출하는 모형을 개발하였다. 바이레벨 문제의 상위수준은 운영자인 정부의 입장에서 사회적 순

편익을 극대화시키는 혼잡통행료를 산정하는 문제로 설정하였고, 하위수준은 상위수준에서 결정된 혼잡통행료에 따른 도로 이용자의 수요와 통행패턴을 반영하는 가변수요 통행배정문제로 설정하였다.

2개의 평가 예제를 통하여 일부링크에 혼잡통행료를 부과하였을 경우, 모든 링크에 marginal-cost toll이 부과되는 시스템 최적상태의 사회적 순 편익보다는 적지만 부과하지 않을 경우보다 사회적 순 편익은 증가하였고, 혼잡통행료를 징수하지 않을 경우의 이용자균형상태와 marginal-cost toll이 부과되는 시스템 최적상태와의 중간정도의 통행패턴을 보였다. 또한, 혼잡통행료 징수 대상 링크 선정의 실험에서 대상 링크를 합리적으로 설정하여야만 혼잡통행료 징수 목적을 더 효율적으로 달성할 수 있음을 알 수 있었다.

향후 연구과제로 상당히 다양한 분야가 있다. 먼저, 본 연구는 이론적인 측면에서 개발된 것으로 매우 단순화된 교통망과 가정한 parameter값들을 적용하여 도출된 결과들이다. 따라서, 이를 해석하는 데는 현실적으로 한계를 갖을 수 밖에 없으며, 추후 이를 현실 교통망에 적용하는 연구가 필요하다.

두 번째로, 연구의 가정에서 모든 통행은 승용차로만 구성되어있다고 가정하였으나, 혼잡통행료를 부과하면 다른 통행수단으로 변경이 가능하기 때문에 보다 현실적인 결과를 위해서는 승용차와 다른 수단을 함께 고려하여 혼잡통행료를 산정하는 연구가 남아 있다. 또한, 모든 통행자는 동일한 계층이라 간주하고 동일한 시간가치를 갖고 있다고 가정하였는데, 이를 이질적인 그룹으로 세분화시켜 분석할 필요도 있다. 이외에, 도심으로 진입하는 링크별로 서로 다른 혼잡통행료를 부과하는 연구도 남아 있으며 부과대상 링크를 선정하는 연구도 중요한 부분으로 남아있다.

참고문헌

1. 임강원·임용택(2003), "교통망분석론", 서울대학교 출판부, pp.19~61, pp.155~231.
2. 임용택(2004), "민감도 분석을 이용한 연속형 교통망설계모형의 개발", 대한교통학회지, 제22권 제2호, 대한교통학회, pp.65~76.
3. Fisk, C.S.(1983), "Game theory & transportation system modelling", Transportation Research 18B, pp.301~313.

4. Maher, M.J. (2001), "A bi-level programming approach for trip matrix estimation and control problem with stochastic user equilibrium link flows", *Transportation Research* 35B, pp.23~40.
5. Tobin, R.L., Friesz, T.L. (1988) "Sensitivity analysis for equilibrium network flows", *Transportation Science* 22, pp.242~250
6. Yang, H. & Michael G. H. Bell (1998), "Models and algorithms for road network design: a review and some new developments" *Transport review* Vol.18, No.3, pp.257~278.
7. Yang, H. & William H. K. Lam (1996), "Optimal road tolls under condition of queueing and congestion", *Transportation Research* 30A, pp.319~332.
8. Yang, H. & Michael G. H. Bell (1997), "Traffic restraint, road pricing and network equilibrium", *Transportation Research* 31B, pp.303~314.
9. Hoden, D. (1989), "Wardrop's Third Principle : Urban Traffic Congestion and Traffic Policy", *Journal of Transport Economics and Policy*, pp.239~262.

✉ 주 작 성 자 : 임용택

✉ 논문투고일 : 2004. 7. 27

논문심사일 : 2004. 9. 2 (1차)

2004. 10. 6 (2차)

심사판정일 : 2004. 10. 6

✉ 반론접수기한 : 2005. 2. 28