기술혁신학회지 제7권 제3호
2004년 4월 pp. 533~554

몬테칼로 시뮬레이션을 이용한 기술투자 실물옵션평가에 대한 연구*

A Study on Real Option Valuation for Technology Investment Using the Monte Carlo Simulation

성웅현**

Sung, Oong-Hyun

<목 차>

Abstract

Real option valuation considers the managerial flexibility to make ongoing decisions regarding implementation of investment projects and deployment of real assets. The appeal of the framework is natural given the high degree of uncertainty that firms face in their technology investment decisions. This paper suggests an algorithm for estimating volatility of logarithmic cash flow returns of real asset based on Monte Carlo simulation. This research uses a binomial model to obtain point estimate of real option value with embedded expansion option case and provides also an array of numerical results to show the interval estimation of option value using Monte Carlo simulation.

핵심어 : 이항모형, 실물옵션가치, 몬테칼로 시뮬레이션

Key words : Binomial model, Real option value, Monte Carlo simulation

---

* 이 논문은 2004년도 한신대학교 학술연구비에 의하여 연구되었음.
** 한신대학교 정보과학대학 정보통계학과 정교수, E-mail : soh@hs.ac.kr

Ⅰ. 서 론

기술에 대한 신규투자는 기술경쟁력을 향상시키고 시장을 선점하기 위해서 필수적인 요소이고, 투자에 대한 불확실성이 높은 경우에는 미래 상황에 따라 투자계획을 재조정하여 수행할 수 있는 전략적 사고가 필요하다. 투자 타당성 분석에서 전통적으로 사용되는 순현재가치(net present value)는 이러한 전략적 가치를 적절히 반영하지 못하는 단점이 있으며, 또한 투자가치는 할인율에 의하여 크게 좌우된다는 한계 역시 지니고 있다. Baldwin 과 Clark(1994) 연구에 의하면 고도성장 산업분야에서 추가성장을 창출하기 위한 투자가치를 평가할 때 전통적인 평가방법은 그 가치를 과소평가하는 경향이 있기 때문에, 적기에 성장기회를 이용하지 못할 가능성이 높다고 주장하였다. McGrath(1997), Benaroch 와 Kauffman(1999)도 순현재가치는 관리자의 유연한 의사결정가치를 고려하지 못하고 있다고 주장하고, 이러한 문제를 개선하기 위한 대안으로 실물옵션평가를 추천하고 있다. 따라서 불확실성이 높은 투자환경에서 기회가치를 극대화하기 위해서는 투자 유효기간동안 다양한 실물옵션을 탐색하고 개발할 필요가 있고, 설정된 실물옵션들은 관리자에게 유연성과 수익을 창출할 수 있는 기회가 될 것이다.

옵션평가모형은 분석모형(analytical model)과 수치모형(numerical model) 등 크게 두 가지 범주로 구분된다. 분석모형은 기초자산에 대한 특정 확률미분방정식을 설정하여 옵션가치를 구하는 방법으로 Black 과 Scholes(1973) 에 의하여 개발된 블랙숄즈모형(Black-Scholes Model)이 대표적인 모형이다. 수치모형은 옵션가치를 계산하기 위해서 특정 확률미분방정식을 사용하지 않고, 옵션 유효기간을 짧은 기간으로 세분한 단계별 과정에서 기초자산의 변동에 대하여 특정 가정을 설정하여 옵션가치를 산출하게 되며, Cox , Ross 와 Rubinstein (1979) 등이 개발한 이항모형이 대표적인 모형이다. 또한 수치모형의 범주에는 Boyle(1977) 에 의해서 처음 제안된 몬테칼로 시뮬레이션(Monte Carlo Simulation)이 있다.

일반적으로 기술투자에 설정되는 실물옵션은 옵션기간 만료 중에 권리를 조기행사하거나 처분할 수 있기 때문에 미국형 콜옵션 혹은 풋옵션 성격을 가진다. 실물옵션분석에서 실물옵션가치에 영향을 미치는 핵심적인 변수는 기초자산가치, 투자비용, 변동성, 무위험이자율, 옵션기간 등이다. 실물옵션분석에서 가장 핵심적인 문제는 기초자산가치의

변동성(volatility)에 관한 추정과제이다. 또한 다른 변수들도 투자 유효기간동안 단일값으로 고정되기 보다는 불확실성을 내포하고 있기 때문에, 실물옵션가치를 평가할 때 단일값으로 추정하기 보다는 구간추정을 고려하는 것이 적절할 것으로 판단된다. 금융옵션에서는 기초자산가치에 대한 시계열자료가 충분하기 때문에 다양한 통계모형을 이용하여 변동성을 추정할 수 있지만, 개별 신규 기술투자가치 평가에서는 역사적 시계열자료가 없기 때문에 통계모형을 이용하여 변동성을 추정할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 실물옵션평가에 필요한 변동성을 추정하기 위해서 몬테칼로 시뮬레이션 논리를 제안하고, 또한 실물옵션가치를 구간으로 추정하기 위해서 이항모형에 몬테칼로 시뮬레이션을 적용하고자 한다.

II. 주요 연구결과

최근 실물옵션의 적용범위는 천연자원개발, 정보기술 투자, 생물공학기술 투자, 농업투자 등을 결정하는데 상당히 넓게 활용되고 있다. Luehrman(1998)은 불확실성이 높게 내재된 정보기술투자 프로젝트를 평가하기 위해서 실물옵션과 순현재가치를 비교 분석하였다. 순현재가치에 비해서 실물옵션평가의 장점은 일단 프로젝트가 착수되더라도 불확실한 시장상황에 따라 연기, 축소, 확장, 포기 할 수 있는 관리자 능력을 고려할 수 있기 때문에, 특정 기간에 걸쳐 일련의 관리적 의사결정을 할 수 있는 전략적 가치가 내재될 수 있다고 주장하였다. Benardo 와 Kauffman(1999, 2000)은 전자금융 네트워크 개발을 포함한 프로젝트를 유사미국형(pseudo-American) 콜옵션을 사용하여 평가하였다. Panayi 와 Trigerogis(1998)는 장거리 통신의 기반투자 프로젝트 평가에서 두단계로 구성된 복합옵션을 고려하였다. 첫번째 단계는 미래 영업활동을 위해서 필요한 정보시스템을 개발하고, 두번째 단계는 수요에 따라 확장옵션을 고려하여 옵션가치를 평가하였다. Triantis, Hodder(1990)와 Cortazar , Schwartz, Salinas(1998)는 다중요인의 변동성을 고려한 실물옵션모형을 적용하였고, Longstaff 와 Schwartz(2001)는 몬테칼로 시뮬레이션을 적용하여 미국형 옵션가치를 산출하였다.

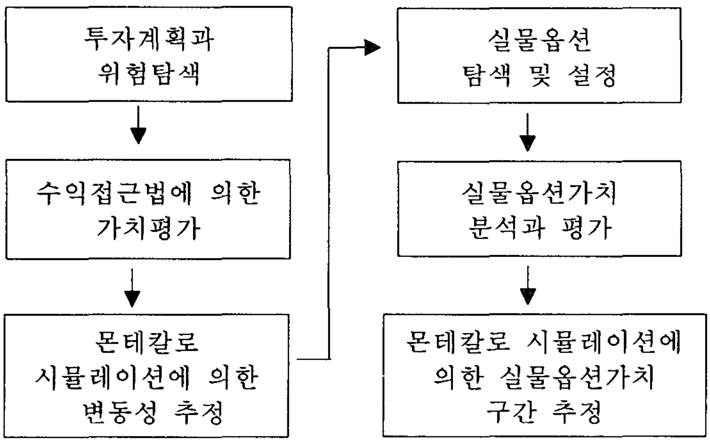
최근 실물옵션에 대한 국내 연구도 활발해지고 있다. 허은녕(2000)은 위험도가 높은

에너지프로젝트의 가치평가기법으로 실물옵션의 적용가능성을 논의하였고, 설성수와 유창석(2002)은 실무전문가들이 사용할 수 있는 다양한 실물옵션모형을 사례에 적용하여 분석하였다. 성웅현(2002)은 중단기에 걸쳐 초기투자와 후속투자로 구성된 투자가치를 이중실물옵션(double real option)모형을 적용하여 평가하는 방법을 제안하였다. 이유태와 이창규(2002)는 정유회사의 가치를 DCF 방법으로 평가할 때 기업가치를 저평가하기 때문에 회계적 가치 외에 관리적 유연성을 고려한 실물옵션방법을 제안하였다. 관리적 유연성은 기업 관리자의 적용 가능한 생산관리적 기반으로서 기업의 미래 현금흐름에 영향을 주고 기업의 가치에 영향을 미친다고 주장하고, 블랙숄즈모형을 이용한 분석결과 정유회사 가치는 순현재가치로 구한 것보다 두 배나 크다는 결론을 제시하였다. 박호정과 황의식(2003)은 농지보존 프로그램과 시장의 불확실성이 농업투자에 어떠한 영향을 미치는지를 실물옵션모형으로 분석하여 농업투자 효과가 과소평가되고 있음을 보였다. 그리고 윤원철 · 손양훈 · 김수덕(2003)은 에너지산업의 여건 변화에 따라 투자사업 혹은 프로젝트의 경제성을 평가하기 위해서 새로운 대안으로 만기시 포기, 확대, 축소, 전환 등 옵션평가의 적용 타당성을 논의하였고, 옵션방법에 의하여 발전소 건설에 대한 경제성을 재평가 하였다.

국내외 상기 논문의 제한점을 요약하면 다음과 같다. 첫째, 변동성에 대한 추정논리이다. 국내 논문의 대부분은 해당 기업 혹은 투자 프로젝트에 대한 변동성을 임의로 혹은 가능한 범위 등으로 20%~50% 로 설정하여, 가능한 범위 내에서 가치의 민감도를 평가하였다. 반면에 외국 논문 대부분은 해당 기업의 주가(혹은 자기자본) 변동성 혹은 업종 자기자본 변동성의 평균을 변동성의 대용치로 이용하고 있다. 그러나 개별 투자프로젝트의 평가에 적용될 변동성은 기업 혹은 업종 자기자본 변동성 보다는 해당 투자프로젝트로부터 발생된 현금할인흐름의 변동성으로 평가하는 것이 적절하다고 판단된다. 왜냐하면 기업 변동성은 다양한 투자로 이루어진 포트포리오 변동성으로 구성되기 때문에, 이를 개별 투자트로젝트의 변동성으로 사용하기에는 문제가 있다고 판단된다. 둘째, 실물옵션 가치에 대한 표현방법이다. 실물옵션가치를 단일값으로 점추정한다는 것은 입력변수의 불확실성이 높은 경우에 신뢰성 문제가 제기될 수 있다. 이러한 경우에는 점추정보다는 실물옵션가치의 참값이 속할 가능한 구간을 몬테칼로 시뮬레이션을 이용하여 범위로 설정하는 것이 적절하다고 판단된다.

Ⅲ. 실물옵션가치 평가절차

투자가치를 실물옵션으로 평가하기 위해서 본 연구에서 제안한 논리는 크게 세가지 단계로 구분된다. 첫번째 단계는 경제적 유입기간동안 발생될 수 있는 투자가치를 우선 수익접근법(income approach)으로 산출하고, 실물옵션평가에 필요한 변동성을 몬테칼로 시뮬레이션으로 추정하는 것이다. 두번째 단계는 수익접근법에서 구한 투자가치를 기초 자산가치로 설정하고 변동성, 투자비용, 무위험이자율 등을 이용하여 실물옵션가치를 산출하게 된다. 마지막 단계는 실물옵션가치를 구간추정하기 위해서 몬테칼로 시뮬레이션을 활용한다. 이러한 세가지 단계에서 분석절차를 요약하면 [그림 1]과 같고, 절차에 따른 세부적인 내용은 다음과 같다.



[그림 1] 실물옵션가치 분석 절차

[절차 1] 투자계획과 위험 탐색 : 관리자는 기업의 책무, 비전, 목표, 기업전략 등과 일치하는 프로젝트 혹은 투자를 계획한다. 실행 프로젝트에 대한 투자계획을 수립할 때에는 투자의 전략적 목적(시장침투, 경쟁우위 확보, 성장, 시너지, 세계화 등)과 사전적 가정(기술적요인 , 조직요인, 경제적요인, 시장요인 등)을 설정한 다음 연관된 위험수준들을 탐색한다.

[절차 2] 수익접근법에 의한 가치평가 : 개별적인 실행 투자계획이 수립되면 다음 단계

는 수익접근법에 의하여 투자(혹은 기술)가치를 평가하는 것이다. 수익접근법에 의해서 투자(기술)가치를 구하기 위해서는 경제적 유입기간동안 미래 현금흐름과 비용에 대한 예측, 할인율, 기술기여도 등에 관한 정보가 필요하다. 수익접근법으로 산출된 기술가치는 실물옵션분석에서 기본정보인 기초자산가치로 사용한다.

[절차 3] 몬테칼로 시뮬레이션에 의한 변동성 추정 : 실물옵션모형에서 변동성은 개별 투자에서 발생된 미래 현금흐름의 변동성을 의미하기 때문에 금융옵션에서 사용되는 역사적 변동성을 사용할 수 없다. 따라서 몬테칼로 시뮬레이션에 의해서 변동성을 추정한다.

[절차 4] 실물옵션 설정 : 관리자는 투자의 유효기간동안 다양한 전략적 옵션을 설정한다. 예를 들면, 시장상황이 향후에 호전될 경우에 대비해서 현재 생산규모를 유연하게 확장할 수 있는 확장옵션, 중장기적으로 침체될 경우로 예상되는 경우에 현재 생산규모를 유연하게 축소할 수 있는 축소옵션, 또한 시장상황이 중장기적으로 악화될 경우에 대비해서 현재 사업을 포기할 수 있는 포기옵션 등을 고려할 수 있을 것이다.

[절차 5] 실물옵션가치 평가 : 실물옵션가치는 기초자산가치, 투자비용, 변동성, 무위험이자율, 투자기회 유효기간 등에 의해서 결정된다.

[절차 6] 실물옵션가치 구간추정 : 입력 변수에 대한 불확실성이 높은 경우에는 실물옵션가치를 단일값으로 추정하기 보다는 몬테칼로 시뮬레이션을 이용하여 구간으로 추정한다.

IV. 실물옵션가치와 변동성 추정

이항모형은 옵션유효 기간을 여러 기간으로 구분하여 기간마다 기초자산가치 변동이 두가지 결과만으로 구성된 이항분포(binomial distribution)를 가정하는 것으로 Cox , Ross 와 Rubinstein (1979) 의해서 제안되어 가장 널리 사용되는 옵션가치평가 방법이다. 이항모형의 세가지 핵심적인 가정은 다음과 같다. 첫번째 가정은 기초자산가치는 다기간 이항과정(multiplicative binomial process)에 따른다는 것이다. 즉, 기초자산가치는 단위기간마다 한번씩 두가지 결과(상승과 하락 또는 대폭상승과 소폭상승) 중 하나로 선택되어

변동한다는 것이다. 두번째 가정은 시장상황은 완전하고 경쟁적인 시장이라는 것이다. 이 가정의 의미는 기초자산의 옵션만기까지의 단위기간 세분화는 무한적으로 가능하고, 거래자는 시장가격의 수용자이고, 유효기간 동안 기초자산에서는 배당이 발생되지 않는다는 것이다. 마지막 가정으로 무위험이자율과 변동성은 단위기간동안 일정하며 사전에 알려져 있다고 가정한다.

1. 실물옵션가치

실물옵션가치는 투자로부터 기대되는 현금흐름에 대한 현재가치 (S), 투자수명 동안 기대되는 투자비용의 현재가치 (K), 투자기회 유효기간 (T), 변동성 (σ), 무위험이자율 (r_f) 등 다섯가지 변수에 의하여 결정된다. 이항모형에서 기초자산가치인 S 의 미래 변동과정을 설명하기 위해서는 우선 매 단계마다 상승률과 하락률을 결정하여야 한다. 이항모형에서는 짧은 단위기간 (δt)동안 기초자산가치 S 의 수익률 $\delta S / S$ 에 대한 확률과정을 설명하기 위해서 식(1)과 같은 지수브라운운동(exponential brownian motion)을 가정한다.

$$\frac{\delta S}{S} = e^{\{\mu(\delta t) + \sigma\varepsilon\sqrt{\delta t}\}} = e^{\mu(\delta t)} \times e^{\sigma\varepsilon\sqrt{\delta t}} \tag{1}$$

식(1)에서 μ 는 기초자산가치의 평균 성장률을 의미하고 ε 은 평균이 0 이고 분산이 1 인 표준정규분포에 따른 확률오차항을 의미한다. 수익률 구조에서 $e^{\mu(\delta t)}$ 는 결정적 부분(deterministic part)으로 지수브라운운동의 기울기 혹은 성장률을 의미한다. 평균성장률은 투자의 미래 현금흐름을 결정할 때 이미 고려하였기 때문에 실물옵션 수익률 구조에서 결정적 부분이 된다. 따라서 미래 변동은 확률적 부분(random part)인 $e^{\sigma\varepsilon\sqrt{\delta t}}$ 에 따라 결정되고, 확률적 부분은 변동성 (σ), 확률오차항 (ε), 단위기간 (δt)으로 구성된다. 이항모형은 이산형모형이기 때문에 단계마다 확률오차항을 이용하여 연속적 모의실험을 하지 않기 때문에 확률오차항 ε 을 제외하면 $e^{\sigma\sqrt{\delta t}}$ 로 축소되어 표현된다. 따라서 이항모형에서 수익률 확률과정은 식(1)에서 식(2)와 같이 축소되어 표현될 수 있다.

$$\frac{\delta S}{S} = e^{\{\mu(\delta t) + \sigma\sqrt{\delta t}\}} = e^{\mu(\delta t)} \times e^{\sigma\sqrt{\delta t}} \tag{2}$$

이항모형에서 단계별 기초자산가치 변동은 식(2)와 같은 지수브라운운동에 의하여 발생되기 때문에, 식(2)로 부터 이항모형에서 적용될 기초자산가치의 상승률과 하락률을 유도할 수 있다. 이항모형에서 상승률과 하락률의 방향은 서로 반대이지만 대칭적(symmetric)이다. 단계별 상승률 (u)은 식(2)의 우변 두번째 함수인 $u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}}$ 가 되고, 하락률 (d)은 상승률의 역수인 $d = 1/u = e^{-\sigma\sqrt{\delta t}}$ 가 된다. 상승률과 하락률은 기초자산가치의 변동성 (σ)이 높을수록 두 비율의 차이는 넓어지고, 단위기간 (δt)이 작아질수록 상승률은 감소하게 된다. 이항모형에서 두가지 결과에서 상승이 발생될 확률은 p 는 식(3)과 같이 정의되고, 발생되지 않을 확률을 $(1-p)$ 라고 표시하자.

$$p = \frac{e^{r_f(\delta t)} - d}{u - d} \tag{3}$$

이항모형에서 사용되는 위험중립확률 p 는 특정 사건이 발생될 확률을 추정할 때 일반적으로 고려하는 객관적 확률(objective probability)과는 의미가 다르다. 이항모형에서 사용되는 위험중립확률은 수리적 전개를 간편하게 표현하기 위해서 사용된 개념이기 때문에, 위험중립확률을 흔히 위험조정확률(risk-adjusted probability) 혹은 헷징확률(hedging probability)이라고도 부른다. 위험중립확률은 이항모형에서 후진귀납법을 이용하여 단계별 평가가치를 두가지 상황에 대한 기대가치를 산출할 때 사용된다. 만약 투자의 유효기간동안 n 번 변화하는 과정에서 상승이 j 번 발생되고 하락이 $n-j$ 번 발생되는 경우 콜옵션가치 C 는 식(4)와 같이 구해진다. 식(4)에서 ${}_nC_j$ 는 상승이 n 번 중 상승이 j 번 발생될 경우의 수, $S(u^j, d^{n-j})$ 는 미래 기초자산가치, K 는 투자비용의 현재가치, r_f 는 무위험이자율을 의미한다.

$$C = \max\left[\left\{\sum_{j=0}^{n} {}_nC_j\, p^j (1-p)^{n-j} \times \max(S(u^j d^{n-j}) - K, 0)\right\} e^{-r_f \times \delta t \times n},\ S - K\right] \tag{4}$$

2. 몬테칼로 변동성 추정

실물옵션 입력변수 가운데 가장 추정하기 어려운 변수는 변동성에 대한 추정이다. Mun(2002)에 의하면 변동성을 추정할 수 있는 방법으로 (1) 역사적 변동성, (2) 자연대수 현금할인흐름 수익률 변동성, (3) 몬테칼로 시뮬레이션 변동성, (4) 시장 대용치 등이 있다. 개별 투자프로젝트에 대해서 역사적 변동성을 추정하는 것은 불가능하기 때문에, 본 연구에서는 두번째와 세번째 방법을 함께 병행하여 추정하고자 한다. 투자 프로젝트에 대한 변동성 추정 절차는 다음과 같다.

[절차 1] 상대수익률 계산 : 실물옵션 유효기간이 T 일 때 투자로 인한 연도별 현금할인흐름을 $PV_t\,,\, t=1\,,2\,,\cdots\,,\,T.$ 라고 표시하자. 이때 t 시점(연도)과 바로 이전 $t-1$ 시점사이의 현금할인흐름 상대수익률을 구하면 PV_t / PV_{t-1} 이 된다.

[절차 2] 자연대수 상대수익률 계산 : 앞에서 구한 상대수익률을 자연대수로 변환하면 $y_t = \ln(PV_t / PV_{t-1})$ 이 되고 y_t 개수는 $T-1$ 개가 된다. 자연대수 수익률을 사용하는 이유는 실물옵션모형에서 기초자산가치는 대수정규분포(lognormal distribution)에 따른다고 가정하기 때문이다.

[절차 3] 변동성 추정 : $T-1$ 개 y_t 로부터 표본평균 $\overline{y} = (\sum_{t=1}^{T-1} y_t)/(T-1)$ 과 표본표준편차 $\hat{\sigma}$ 을 계산한다. 여기서 추정값 $\hat{\sigma}$ 는 변동성 참값 σ 의 점추정값(point estimate)으로 식(5)과 같이 계산된다.

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{T-2} \sum_{t=1}^{T-1} (y_t - \overline{y})^2} \tag{5}$$

[절차 4] 몬테칼로 변동성 추정 : 몬테칼로 시뮬레이션에서 특정 변수에 설정된 확률분포로부터 발생시킨 난수를 이용하여 식(5)의 변동성을 반복적으로 구한 다음, 그 분석결과를 그래프 혹은 요약통계 등으로 표현한다. 수익접근법에서 연도별 현금할인흐름 변동성에 영향을 미치는 주요 변수는 연도별 매출액, 비용구조, 할인율 등이다. 주요 변수에 설정된 확률분포에서 발생시킨 i-번째 난수에서 구한 연도별 현재가치를 PV_t^i 라고

했을 때, 자연대수 상대수익률은 $y_t^i = \ln(PV_t^i / PV_{t-1}^i)$ 이 된다. 이때 i-번째 난수에서 구한 표본평균을 $\overline{y}^i = (\sum_{t=1}^{T-1} y_t^i)/(T-1)$ 로 표시하면, i－번째 변동성 추정값 $\hat{\sigma}^i$ 은 식(6)으로부터 다시 계산된다.

$$\hat{\sigma}^i = \sqrt{\frac{1}{T-2} \sum_{t=1}^{T-1} \left(y_t^i - \overline{y}^i\right)^2}, \quad i = 1, 2, \cdots, s. \tag{6}$$

위와 같은 과정을 매우 큰 회수인 s 회 반복적으로 시행했을 때 몬테칼로 변동성 점추정값은 $\hat{\sigma}^* = \left(\sum_{i=1}^{s} \hat{\sigma}^i\right)/s$ 가 된다. 또한 몬테칼로 변동성 자료분포를 이용하여 구간추정(interval estimate)을 할 경우에는 자료분포의 하한값인 하위 25%(Q1)와 상한값인 상위 25%(Q3)를 이용한다.

3. 몬테칼로 시뮬레이션의 장점과 제한

금융옵션에서 변동성은 주가(혹은 자기자본)에 대한 역사적 시계열자료로부터 자연대수 주가 수익률의 표본표준편차로 구하거나 GARCH 등과 같은 통계적 모형을 이용하여 추정할 수 있다. 반면에 개별 기술투자 투자프로젝트에 대한 변동성은 미래 현금할인흐름의 자연대수 수익률의 표본표준편차로 추정된다. 그러나 표본표준편차가 변동성의 참값을 대표하기 위해서는 충분한 기간동안의 수익률 자료가 필요하다. 일반적으로 투자가치 평가시 설정된 미래 현금흐름 유입기간은 장기가 아니기 때문에 변동성 추정에 신뢰성 문제가 제기될 수 있다. 이러한 문제를 부분적으로 해결하기 위해서는 몬테칼로 시뮬레이션을 이용하여 변동성을 추정할 필요가 있다.

몬테칼로 시뮬레이션을 이용하여 변동성을 추정할 때 주요 장점은 다음과 같다. 첫째, 시뮬레이션은 사전에 설정된 가능한 가정으로부터 모의실험을 독립적이고 반복적으로 수행한 결과로부터 근사값을 구할 수 있고, 그 결과로부터 보다 효율적인 의사결정을 선택할 수 있을 것이다. 둘째, 시뮬레이션방법은 일반적으로 다른 복잡한 분석적 접근(analytical approaches)보다 상대적으로 이해하기가 용이하다는 것이다. 예를 들면, 변동성에 영향을 미치는 주요 변수인 연도별 매출액, 비용구조, 할인율 등을 수요 및 원가 예측

모형(회귀모형, 시계열모형 등), 할인율 모형(CAPM, APT 모형 등)과 같은 분석적 모형으로 추정 혹은 예측하는 것 보다는, 미래 시장정보와 동향정보에 근거한 시뮬레이션 결과는 상대적으로 이해하기가 수월하다.

그러나 시뮬레이션방법으로 변동성을 추정할 때 한계도 있다. 첫째, 상당히 많은 반복적인 해를 구하는 절차로 구성된 시뮬레이션을 수행하기 위해서는 분석목적에 적합한 효율적인 컴퓨터 프로그램이 필요하다. 둘째, 설정된 가정과 반복적인 절차로 수행된 시뮬레이션 결과에 대한 신뢰성 문제이다. 이러한 문제는 특정 입력변수의 가정에 대한 타당성을 시장정보에 의하여 확보하고, 또한 확률분포 설정과정에서 이상값(outliers)이 발생될 수 있는 경우를 최소화하면 극단적인 결과가 발생될 수 있는 가능성을 감소시킬 수 있을 것이다. 만약 몬테칼로 변동성 추정이 적합한 확률분포의 가정과 모수 설정에 의하여 합리적으로 산출되었다면, 투자프로젝트에 대한 실물옵션가치를 평가하는데 기여함과 동시에 효율적인 투자 의사결정을 수행하는데 유용한 기법이 될 것이다.

V. 확장옵션가치 사례분석

본 연구의 첫 번째 목적은 개별 투자프로젝트에 대한 실물옵션가치를 평가할 때 적용될 수 있는 적절한 변동성의 추정이다. 따라서 투자가치평가에 필요한 개별 변수값을 구하는 절차는 생략하기로 하고 다음과 같은 가상 사례로부터 변동성을 몬테칼로 시뮬레이션을 이용하여 추정하고자 한다. 평가대상 기술의 경제적 수명은 해당분야 주변 기술의 발전 동향과 관련 특허의 경쟁기술 출현전망 등을 고려하여 약 5년으로 가정하였다. 경제적 유입기간인 5년간 매출액 규모(40억, 107억, 198.8억, 250억, 300억)는 국내 시장성장, 기술과 사업경쟁력 등을 종합적으로 분석하여 시장점유율로 추정되었다. 할인율은 가중평균자본비용, 기술력위험, 규모위험 등을 종합적으로 고려하여 약 30%, 기술기여도는 약 34% 로 설정하고, 5년 후 잔존가치는 없다고 가정하였다. 비용구조는 시장에서 구한 유사업종 정보에 근거하여 구하였다. 매출액 대비 매출원가 비율은 약 52%, 판매비와 관리비는 약 17%, 감가상각비는 약 6%, 법인세율은 약 28% 로 설정하였다. 위와 같은 정보에 근거하여 수익접근법으로 구한 기술가치평가는 약 28.8억원으로 추정되었다.

1. 몬테칼로 변동성 추정

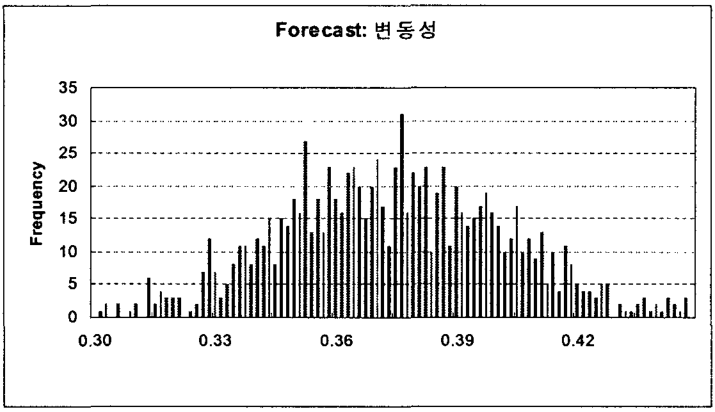
이제부터 몬테칼로 변동성을 추정하기 위해서 자연대수 상대수익률의 표준편차 $\hat{\sigma}$ 을 결과변수로 두고 변동성에 영향을 미치는 변수 중 불확실성이 높은 주요 변수인 연도별 매출액, 할인율 등을 사전변수로 선택하였다. 그리고 사전변수에 가정된 특정 확률분포로부터 난수를 추출하여 결과변수인 자연대수 상대수익률의 표준편차를 반복적으로 추정하였다. 재무분석 시뮬레이션에서 활용되는 확률분포는 여러 가지가 있으나 일반적으로 자주 사용되는 확률분포로 균일분포, 정규분포, 삼각분포, 대수정규분포 등이 있다. 본 사례에서 5년간 연도별 매출액 확률분포는 균일분포[1])로 가정하였고, 연도별 매출액의 상한값과 하한값은 평가에 적용된 매출액을 평균으로 하고 상하 범위를 약 ±10%로 가정하였다. 왜냐하면 균일분포는 고려대상 변수의 확률분포에 대한 정보가 부족할 때 시뮬레이션에서 자주 사용되는 분포이고, 재무분석 시뮬레이션에서 매출액 분포는 균등분포로 자주 가정되기 때문이다. 할인율에 대한 확률 분포는 정규분포[2])에 따른다고 가정하였고, 정규분포의 모수인 평균은 평가에서 사용된 30% 로, 표준편차는 미지의 값이므로 평균의 10% 인 약 3% 라고 가정하였다. 성웅현·양동우(2003)에 의하면 산업업종별 할인율 분석에서 체계적인 위험분포는 실증적으로 정규분포에 근사하는 것으로 나타났다. 그리고 비용구조는 기술가치평가 과정에서 설정된 비율을 그대로 사용하였다. 위와 같은 사전변수에 대한 확률분포 가정으로부터 자연대수 상대수익률 변동성을 Crystal Ball 소프트웨어를 이용하여 1000번 시뮬레이션을 실행한 결과 자료분포와 요약통계는 [그림 2]와 <표 1>와 같다.

---

1) 균일분포는 특정 구간 (a, b)에서 확률변수가 취할 수 있는 값이 모두 동일한 밀도를 갖는 경우의 확률분포를 의미한다. 균일분포에서 a 는 구간 하한값이고 b 는 구간 상한값을 의미하고, 균일분포 확률밀도함수는 $f(x) = 1/(b-a),\quad a \le x \le b$ 와 같다.

2) 정규분포의 형태는 위치모수인 평균 μ 와 척도모수인 분산 σ^2 에 의해서 결정된다. 정규분포 확률밀도함수 $f(x)$는 아래와 같이 표시된다.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad -\infty < x < \infty.$$



[그림 2] 몬테칼로 변동성 자료분포

<표 1> 몬테칼로 변동성 요약통계

구분	평균	중위값	표준편차	왜도	Q1	Q3
통계값	38%	38%	3%	-0.07	36%	40%

몬테칼로 변동성 자료분포에서 평균 $\hat{\sigma}^*$ 은 약 38% 로 구해졌고, 표준편차는 약 3% 로 대칭적인 분포에 근사하게 나타났다. 그리고 몬테칼로 변동성 자료분포에서 하한 25%(Q1)는 약 36% 로 상한 25%(Q3)는 약 40% 로 구해졌다. 따라서 실물옵션 분석에서 사용될 변동성에 대한 몬테칼로 점추정값은 약 36% 로, 구간추정값 범위는 약 36% - 약 40% 로 설정하는 것이 적절할 것으로 판단된다.

2. 확장옵션 가치평가

기업에서 투자계획을 수립할 때 다양한 실물옵션을 설정할 수 있지만, 본 연구에서는 미래시점에서 경쟁력을 선점 혹은 강화 하거나 개발된 기술을 활용하여 다른 시장으로 진입하기 위한 추가적인 투자를 계획할 때 고려될 수 있는 확장옵션을 설정하였다. 실물옵션모형에서 일정한 기간동안 특정 시점에서 시장정보에 따라 확장옵션을 시행할 수 있다는 논리는 금융옵션에서 미국형 콜옵션 특성과 같다. 이제부터 사례를 통해서 확장

옵션가치 산출과 단계별 의사결정과정을 분석하면 다음과 같다.

사례분석에서 현행 사업에 대한 기술가치평가는 약 28.8억원으로 추정되었다. 관리자는 향후 5년 동안 현행 사업에 대한 향후 전망이 매우 긍정적(수요 증대로 인한 수익률 증가, 경쟁력 강화의 필요성 등)이기 때문에 특정 시점에서 사업규모를 두배로 확장할 수 있는 옵션을 고려하여 현행 사업을 수행하고 있다고 하자. 실물옵션모형에 사용될 변동성에 대한 몬테칼로 추정값은 <표 2>에서 변동성 평균인 약 38% 로 설정하고, 무위험 이자율은 약 5% 라고 가정하자. 그리고 향후 5년 동안 특정시점에서 생산규모를 두배로 확장하기 위해서 필요한 투자비용은 약 18억원으로 가정하자. 이항모형을 이용하여 확장옵션가치를 산출하기 위한 입력정보는 $S = 28.8$, $\sigma = 0.38$, $T = 5$, $r_f = 0.05$, $K = 18$ 이 된다. 이 경우에 연도별 5기간 이항모형을 구성하여 단계별 기초자산가치, 평가가치, 의사결정과 옵션가치 분석은 다음과 같다.

1) 기초자산가치의 변동

5기간 이항모형에서 단계별 기초자산가치의 변동을 구하기 위해서 상승비율 u 와 하락비율 d 를 구하면, 기간별 상승비율은 $u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}} = 1.4623$ 이 되고, 하락비율은 $d = 1/u = 0.6839$ 이 된다. 현재시점 기초자산가치를 S_o 로 표시하면, 중간 k 단계까지 S_o 가 j 번 상승하고 $k-j$ 번 하락했을 경우에 기초자산가치는 $S(u^j, d^{k-j}) = u^j d^{k-j} S_o$ 가 된다. 사례에 대하여 5기간 이항모형을 적용했을 때 기초자산가치 변동을 요약하면 [그림 3]과 같다.

2) 후진귀납법을 이용한 단계별 평가가치와 의사결정

이항모형을 이용해서 확장옵션이 내재된 단계별 평가가치와 의사결정은 수익을 최대화하기 위한 전략으로 선택된다. 만기 시에는 현행사업을 확장 혹은 유지 등 두가지 중에서 하나를 결정밖에 없기 때문에, 두가지 가치를 비교하여 큰 값을 평가가치로 결정하고 대응되는 전략을 선택한다. 만기 이전 중간단계에서 의사결정은 다음 단계에서 시장상황이 호전될 것을 예상하여 옵션을 개방하는 것과, 그 시점에서 확장옵션을 행사하는 두가지 경우를 검토하게 된다. 중간 특정단계에서 확장옵션을 개방했을 때 가치는 다음

단계 평가가치로부터 후진귀납법(backward induction calculation)을 사용하여 구하고, 그 시점에서 평가가치는 확장옵션을 행사했을 때 가치와 개방했을 때 가치를 비교하여 큰 값으로 결정된다. 이러한 과정에서 구한 단계 마디별 평가가치와 의사결정 구조는 [그림 4]와 같고, 주요 네개 마디 A, B, C, D 에 대한 계산과정을 설명하면 다음과 같다.

(1) 마디 A 와 B 평가가치와 의사결정

만기시에는 현행사업을 확장 혹은 유지 등 두가지 중에서 하나를 결정할 수밖에 없기 때문에, 두가지 가치를 비교하여 큰 값을 평가가치로 결정하게 된다. 마디 A는 기초자산가치가 다섯번 연속적으로 상승했을 경우이다. 이때 확장옵션을 행사했을 때 가치 $E(u^5)=367.11$ 는 유지했을 때 가치 $S(u^5)=192.55$ 보다 크기 때문에 의사결정은 확장을 선택하게 되고, 평가가치는 $V(u^5) = \max[E(u^5), S(u^5)] = 367.11$ 이 된다. 마디 B 에서 기초자산가치는 한번 상승하고 네번 하락하는 경우이다. 이 경우에 확장옵션을 행사했을 때 가치 $E(ud^4)=0.42$ 가 유지했을 때 가치 $S(ud^4)=9.21$ 보다 작으므로 대응되는 의사결정은 유지로 선택되고, 평가가치는 $V(ud^4)=\max[E(ud^4), S(ud^4)]=9.21$ 이 된다.

[마디 A 에서 확장가치, 유지가치, 평가가치 계산]

$$E(u^5) = 2 \times S(u^5) - K = 2 \times 192.55 - 18 = 367.11, \quad S(u^5) = 192.55$$

$$V(u^5) = \max[E(u^5), S(u^5)] = \max[367.11, 192.55] = 367.11$$

[마디 B 에서 확장가치, 유지가치, 평가가치 계산]

$$E(ud^4) = 2 \times S(ud^4) - K = 2 \times 9.21 - 18 = 0.42, \quad S(ud^4) = 9.21$$

$$V(ud^4) = \max[E(ud^4), S(ud^4)] = \max[0.42, 9.21] = 9.21$$

(2) 마디 C 와 D 평가가치와 의사결정

4단계 이하에서는 그 시점에서 확장옵션을 행사하는 경우와 시장상황이 호전될 것을 예상해서 확장옵션을 다음 단계로 개방하는 두가지 중에서 하나를 결정하고, 평가가치는 두가지 가치를 비교하여 큰값으로 결정된다. 중간단계에서 개방했을 때 가치는 다음 단계의 평가가치로부터 후진귀납법을 사용하여 구한다. 예를 들면, 마디 C 와 같이 네번 연속적으로 상승했을 경우 확장옵션을 개방했을 때 가치 $O(u^4)$ 는 다음 단계 평가가치의 기대값 $[\,p\,V(u^5) + (1-p)\,V(u^4 d)\,]$을 연속복리이자율 $e^{-r_f \delta t}$ 로 할인한 가치를 의미한다. 위험중립확률을 식(5)로 구하면 $p = 0.4720$ 이 된다. 이때 확장옵션을 개방했을 때 가치 $O(u^4) = 246.24$ 가 확장을 시행했을 때 가치 $E(u^4) = 245.36$ 보다 크므로 의사결정은 개방으로 선택하고, 평가가치는 $V(u^4) = \max[\,O(u^4), E(u^4)\,] = 246.24$ 가 된다. 현재시점 마디 D 에서도 옵션을 개방했을 때 가치 $O_o = 45.27$ 가 확장을 시행했을 때 가치 $E_o = 39.60$ 보다 크기 때문에 개방으로 선택하고, 현재시점에서 평가가치는 $V_o = \max[\,O_o, E_o] = 45.27$ 이 된다.

[마디 C 에서 개방가치, 확장가치, 평가가치 계산]

$$O(u^4) = [\,p\,V(u^5) + (1-p)\,V(u^4 d)\,]\; e^{-r_f \times \delta t}$$

$$= [\,0.4720\,(367.11) + 0.5280\,(162.10)]\; e^{-0.05 \times 1} = 246.24$$

$$E(u^4) = 2 \times S(u^4) - K = 2 \times 131.68 - 18 = 245.36$$

$$V(u^4) = \max[\,O(u^4), E(u^4)] = \max[246.24, 245.36] = 246.24$$

[마디 D 에서 개방가치, 확장가치, 평가가치 계산]

$$O_o = [\,p\,V(u) + (1-p)\,V(d)\,]\; e^{-r_f \times \delta t}$$

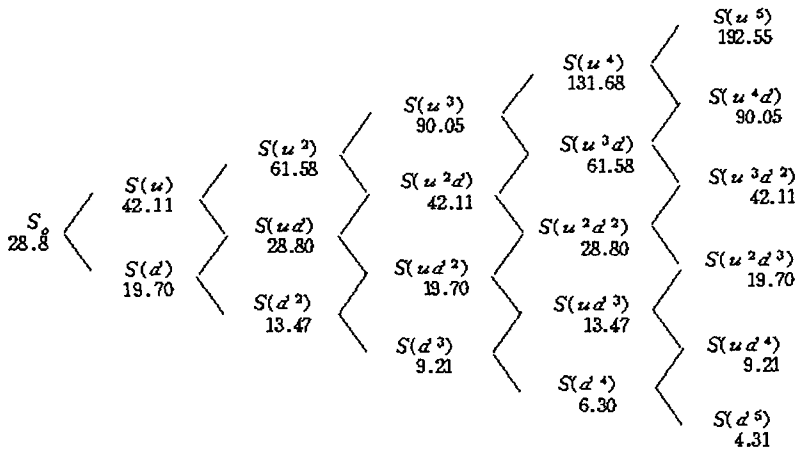
$$= [\,0.4720\,(70.05) + 0.5280\,(27.52)]\; e^{-0.05 \times 1} = 45.27$$

$$E_o = 2 \times S_o - K = 2 \times 28.80 - 18 = 39.60$$

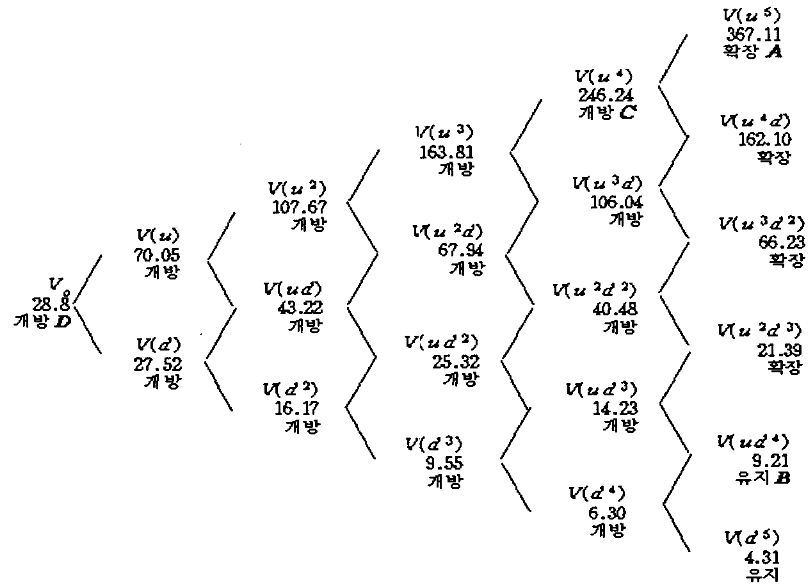
$$V_o = \max[\,O_o, E_o] = \max[45.27, 39.60] = 45.27$$

(3) 확장옵션가치 결정

현행사업에 대한 기술가치는 $S_o = 28.80$ 억원이었고, 확장옵션을 내재했을 경우의 평가가치는 $V_o = 45.27$ 억원으로 구해졌다. 이때 확장옵션을 설정되었을 때 기대되는 부가가치는 $V_o - (2 \times S_o - K) = 45.27 - (2 \times 28.80 - 18) = 5.67$ 억원이 되고, 이 값이 이항모형에서 구한 확장옵션가치로 $C_o = 5.67$ 억원이 된다. 결론적으로 현행사업에 확장옵션을 고려하지 않았을 경우 기술가치는 약 28.80억원이 되고, 확장옵션을 계획했을 때 기대될 수 있는 확장옵션가치는 약 5.67억원으로 추정되었다. 따라서 확장옵션이 내재된 현행 기술가치를 재평가하면 기존 기술가치에 확장옵션가치를 추가한 약 34.47억원이 될 것으로 추정되고, 이러한 가치를 확장된 기술가치평가(expanded technology valuation)라고 한다



[그림 3] 5기간 이항모형 기초자산가치 변동 구조



[그림 4] 단계 마디별 평가가치와 의사결정

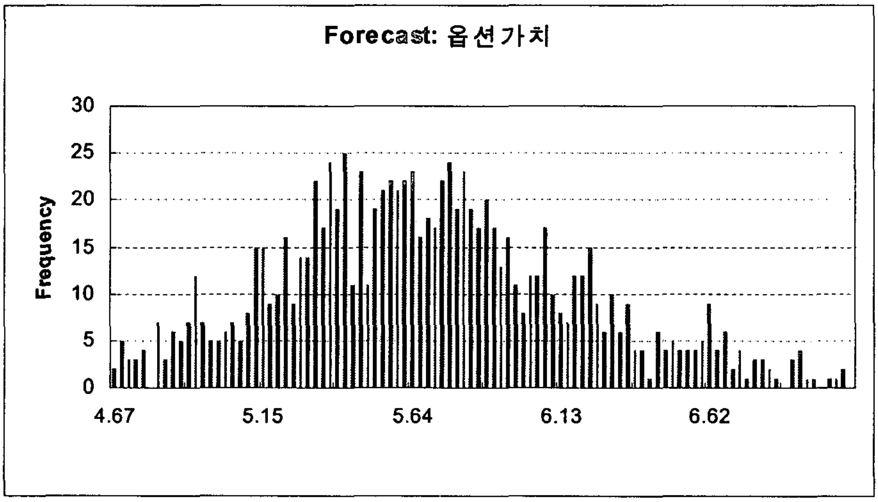
3. 확장옵션가치 구간추정

앞에서 이항모형에서 구한 확장옵션가치는 약 5.67억원으로 나타났다. 본 연구의 두 번째 목적은 개별 투자프로젝트에 대한 실물옵션가치를 평가할 때 단일 추정값보다는 가능한 구간 추정값을 몬테칼로 시뮬레이션으로 구하는 것이다. 따라서 확장옵션가치에 영향을 미치는 주요 변수인 기초자산가치, 변동성, 투자비용 등에 대하여 특정 확률분포를 설정하고 실물옵션가치의 분포를 추정하였다. 기초자산가치의 확률분포는 대수정규분포[3]에 따른다고 가정하기 때문에, 평균은 28.80 이고 표준편차는 평균의 10%인 약 2.88 로 설정하였다. 몬테칼로 변동성 분포는 [그림 2]에서 대칭적인 분포에 근사하는 것으로 구해졌기 때문에, 평균이 38% 이고 표준편차가 3% 인 정규분포로 설정하였다. 또

3) 확률변수 Y 가 평균이 μ 이고 분산이 σ^2 인 정규분포 $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ 에 따를 때, $X = e^Y$ 는 대수정규 확률변수라고 한다. 즉, 대수정규 확률변수 X 의 자연대수가 정규분포에 따를 때 X 는 대수정규분포에 따른다고 한다. 대수정규분포의 확률밀도함수 $f(x)$ 는 $0 < x < \infty$ 범위에서 다음과 같다.

$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-[\ln(x) - \mu]^2/2\sigma^2}$$

한 투자비용도 옵션 유효기간동안 고정되기 보다는 투자시점에 따라 변동할 수 있기 때문에 최대확률 가능값을 18, 하한값을 16.20, 상한값을 19.80 로 설정된 삼각분포[4]로 가정하였다. 이항모형에서 세가지 사전변수에 설정된 확률분포에서 난수를 1000번 발생시켜 반복적으로 구한 확장옵션가치의 자료분포는 [그림 5]와 같고 요약통계는 <표 2>와 같다. 몬테칼로 시뮬레이션으로 구한 확장옵션가치 자료분포는 오른쪽으로 긴 꼬리를 갖는 비대칭적인 분포로 나타났다. 확장옵션가치 자료분포가 비대칭이기 때문에 분포의 대표값은 평균보다는 중위값을 사용하는 것이 적절하다고 판단된다. 자료분포에서 하위 25%(Q1)는 5.37 이고 상위 25%(Q3)는 6.03 으로 구해졌다. 따라서 몬테칼로 시뮬레이션으로 구한 확장옵션가치 점추정값은 약 5.68억원이 되고, 구간추정값 하한은 약 5.37억원이고 상한은 약 6.03억원이 될 것으로 추정되었다.



[그림 5] 몬테칼로 확장옵션가치 자료분포

---

4) 삼각분포는 하한값 a, 상한값 b, 최대확률 가능값 c 등 세가지 모수에 의하여 정의된다. 최대가능값은 구간내 어느 값보다도 관측 가능성이 상대적으로 높은 값을 의미한다. 최대가능값의 위치를 변경하면 삼각분포의 형태는 대칭 혹은 어느 한쪽으로 치우친 분포를 갖게 된다.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)}, & a \le x \le c \\ \dfrac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)}, & c < x \le b \\ 0, & \text{그외범위} \end{cases}$$

<표 2> 몬테칼로 확장옵션가치 자료분포 요약통계

구분	평균	중위값	표준편차	왜도	Q1	Q3
통계값	5.73	5.68	0.54	0.77	5.37	6.03

VI. 결론

무형자산이 기업의 가치를 창출하는데 매우 중요한 요인으로 평가되는 신경제 속에서 기업가치를 높이기 위한 핵심 요인은 기술투자에 의한 성장동력과 신기술의 확보여부가 될 것으로 예상된다. 신기술은 새로운 거래, 새로운 시장, 새로운 기회를 창출할 수 있는 반면에, 미래 예상되는 높은 불확실성 때문에 새로운 위험도 함께 증가될 것으로 예상된다. 이러한 환경의 변화에서 전통적인 순현재가치는 불확실성이 높게 내재된 투자가치를 평가할 때 관리자의 전략적 의사가치를 고려하지 못하는 한계가 있기 때문에, 실물옵션평가는 시장에서 빠른 성장과 확산추세, 치열한 경쟁상황, 대체기술의 진입 등 변동성이 심한 산업분야에서 투자의 전략적 가치를 평가할 때 효과적으로 사용할 수 있다고 판단된다. 실물옵션분석에서 핵심적인 부분은 변동성에 대한 합리적인 추정과 실물옵션가치를 구간추정으로 표현하는 것이다. 본 연구에서는 개별 투자프로젝트의 변동성을 추정하기 위해서 유용하게 활용될 수 있는 몬테칼로 시뮬레이션 논리적 절차를 제안하였다. 또한 실물옵션가치를 단일값으로 추정하기 보다는 구간추정으로 평가하기 위해서 몬테칼로 시뮬레이션을 사용하였다. 그러나 본 연구에서 제안한 몬테칼로 변동성 추정은 개별 사업 혹은 투자프로젝트에 대한 변동성만을 고려하였기 때문에 변동성의 참값을 추정하는데 제한점을 내포하고 있다. 만약 개별 사업 혹은 투자프로젝트에 대한 변동성이 해당 업종의 변동성을 충분히 반영하지 못하는 경우에는 본 연구에서 구한 몬테칼로 변동성 추정값과 업종별 수익률 변동성을 결합할 수 있는 방법을 고려할 수 있을 것이고, 이러한 보완 연구는 추후 연구과제로 남기고자 한다. 결론적으로 본 연구에서 제안한 몬테칼로 시뮬레이션은 기술가치 혹은 투자가치를 실물옵션으로 평가할 때 유용하게 활용될 수 있는 하나의 방법으로 활용될 수 있을 것이다.

참고문헌

박호정·황의식, “실물옵션모형을 이용한 농지보전 프로그램의 농업투자 효과분석”, 농업경제연구, 제44권 제4호, 2003, pp. 121-139.

이유태·이창규, "Real Option Valuation in the Refinery Industry", 재무관리논총”, Vol. 7, No. 1, 2002, pp. 171-195.

설성수·유창석, “기술 및 투자 가치평가를 위한 실무형 실물옵션”, 기술혁신학회지, 제5권 제 1호, 2002, pp. 44-58.

성웅현, “이중실물옵션을 활용한 단계별 기술투자 가치평가”, 기술혁신학회, 제5권 제 2호, 2002, pp. 141-151.

성웅현·양동우, “산업업종별(전기, 전자, 정보통신, 생물산업) 할인율지표 구축 보고서”, 한국기술거래소, 2003.

윤원철·손양훈·김수덕, “실물옵션을 활용한 발전소 건설 타당성 분석”, 자원·환경경제연구, 제12권 제2호, 2003, pp. 217-244.

허은녕, “가치평가기법의 최근동향- CVM, MAUA 그리고 Real Option Pricing-", 기술혁신학회지, 제3권 제1호, 2000, pp.37-54.

Baldwin, C., and Clark, K., "Capabilities and capital investment: New perspectives on capital budgeting", *Journal of Applied Corporate Finance*, Summer, 1992, pp.67-87.

Benaroch, M. and Kauffman, R. J., "A Case for Using Real Option Pricing Analysis to Evaluate Information Technology Project Investment", *Information Systems Research*, Vol. 10, No. 1, 1999, pp.70-86.

______, "Justifying Electronic Banking Network Expansion Using Real Option Analysis", *MIS Quarterly*, Vol. 24, No.2, 2000, pp. 197-225.

Black, F. and Scholes, M., "The Pricing of Options and Corporate Liabilities". *Journal of Political Economy*, Vol. 81, 1973, pp. 637-654.

Boyle, P. P., "Options: a Monte Carlo Approach", *Journal of Financial Economics*, Vol 4, 1977, pp. 323-338.

Cortazar, G., Schwartz, E. S., and Salinas, M., "Evaluating Environmental Investments: Real

Option Approach", *Management Science,* Vol. 44, 1998, pp.1059-1070.

Cox, J. C., Ross, A. S. and Rubinstein, M., "Option Pricing: a Simplified Approach", *Journal of Financial Economies*, Vol. 7, 1979, pp. 229-263.

Longstaff, F. A., and Schwartz, E. S., "Valuing American Options by Simulation", *The Review of Financial Studies",* Vol. 14, Mo. 1, 2001., pp. 113-147.

Luehrman, T. A., "Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers", *Harvard Business Review*, July-August, 1998, pp. 51-67.

McGrath, R. G., "A Real Option Logic for Initiating Technology Positioning Investments", *Academy of Management Review*, Vol. 22, No. 4, 1997, pp. 974-996.

Mun, Johnathan, *Real Options Analysis-Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions-*, Wiley, 2002. pp.197-204.

Panayi, S. and Trigeorgis, L., "Multi-stage Real Option: The Cases of Information Technology Infrastructure and International Bank Expansion", *The Quarterly Review of Economics and Finance*, Vol. 38, 1998, pp. 675-692.

Triantis, A. J. and Hodder, J. E., "Valuing Flexibility as a Complex Option", *Journal of Finance*, Vol. 45, 1990, pp. 549-565.