

서비스 고정비용을 고려한 복수제품 품질시스템의 설계*

김 성 철**

Design of A Quality System for Multi-Products with the Fixed Costs for Products Servicing*

Sung Chul Kim**

Abstract

In this paper, we design sampling inspections and service capacities simultaneously for multi-products. Particularly, we extend Kim(2003) by introducing the fixed cost of providing services. We show that, due to the fixed cost considered, the cost function of a product is no longer linear or convex in terms of the level of service provision, and the total inspection is preferred to the small level of service capacity which results in high burden of the fixed cost. And we develop a simple framework to deal with this joint design problem for a product. Also we consider the problem of allocating the given number of the total service capacities among products. A dynamic programming algorithm is developed to determine the optimal allocation which minimizes the overall total cost of the system and the optimal allocation can be obtained with the considerably smaller computations than the total number of possible allocations. The results can be used to support planning decisions and to aid the joint design of inspections and service capacities for products.

Keyword : Multi-Products, Fixed Cost, Joint Design, Sampling Inspection, Service Capacity

1. 서 론

본 논문은 서비스 능력(service capacity)을 확보

하는데 소요되는 고정비용(fixed cost)을 고려하여
복수 제품의 품질검사와 서비스시스템을 동시에 설
계하는 문제를 다룬다. 로트(lot)로 공급되는 품질수

논문접수일 : 2004년 5월 3일 논문개재확정일 : 2004년 10월 01일

* 본 연구는 2004학년도 덕성여자대학교 연구비지원으로 이루어졌음.

** 덕성여자대학교 경영학과

준이 서로 다른 복수의 제품은 품질확보를 위한 품질검사 후 공급되고 공급된 후 전수검사로 품질이 확인되어 제품실패에 따른 서비스가 수행된다. 김성철[1]에서는 서비스능력의 확보와 관련하여 고정비용이 없는 경우의 품질시스템을 다루었으며 본 논문에서는 이의 연장선상에서 서비스시스템의 고정비용을 직접 고려하여 품질시스템을 설계하고자 한다.

고정비용은 손익분기점 분석(break-even analysis), 선형의 조각난(linear piecewise) 볼록/오목(convex/concave) 함수 등 다양한 방법으로 경영관리문제와 시스템 설계에 적용되고 있다. 또한 특정 산업에서의 고정비용의 규모는 기업의 최적규모를 결정하는 변수로써 주어진 산업에서 경쟁하는 기업의 수와 규모에 의하여 주어진 산업의 경쟁강도를 결정하는데 중요한 요인이 된다. 또한 고정비용은 규모의 경제(economy of scale)의 원천이 될 뿐만 아니라 높은 고정비용은 불황시 격심한 가격경쟁의 원인이 된다. 고정비용은 나아가 험몰비용(sunk cost)으로 존재하여 잠재적 진입자에 대하여는 진입장벽(entry barrier)으로 기존 기업에게는 퇴거장벽(exit barrier)으로 기능하여 주어진 산업에서의 진입과 탈퇴를 어렵게 한다.

품질시스템의 설계에 있어서 서비스능력과 관련된 고정비용도 중요하다. 서비스능력은 고객만족과 직결되어 기업 이미지와 브랜드 명성을 확보하는데 필수 불가결의 요소이다. 이러한 서비스 능력을 확보하기 위해서는 시설, 설비, 그리고 기술과 지식확보를 위한 초기투자는 필수적이다. 우리나라의 경우에도 삼성, LG를 비롯한 모든 기업들은 빠르고 정확한 서비스능력의 확보를 위하여 심혈을 기울이고 있다. 뿐만 아니라 제품 자체의 결함을 수정하기 위한 리콜도 빈번하게 발생하고 있으며 이를 위한 많은 비용이 지출되고 있다. 예를 들어 Firestone Tire & Rubber Co.는 470만개의 레디얼 타이어를 리콜(recall)하는데 171,000,000달러가 소요되었다 [2]. 2003년 10월과 11월 두 달 동안에 있어서 미국

주요 자동차제조사의 승용차 리콜(recall) 현황을 보면 BMW 2회, DaimlerChrysler 3회, Ford 4회, GM 2회, Mitsubishi 1회, Nissan 2회, 그리고 Volvo 2회 등(미국 The National Highway Traffic Safety Administration, 2003년 12월 31일 발표)이다. 그러므로 품질시스템을 설계하는데 있어서 서비스시스템의 고정비용을 고려하는 것은 중요하다. 서비스시스템의 고정비용을 고려한 품질시스템의 설계에 관련된 문제는 Tapiero와 Lee[9] 등에서 찾아 볼 수 있으며 생산시스템에서 고정비용을 도입한 모형들은 Gallego[6], Johnson과 Montgomey[7] 등 다양하게 고려되고 있다.

품질검사에 의한 제품의 품질과 제품실패에 따른 서비스는 매우 밀접한 관계를 가지고 있다. 좋은 품질의 제품은 제품실패에 따른 클레임, 재작업, 등급저하, 제품회수, 애프터서비스 등에 요구되는 실패비용(failure cost)을 현저히 감소시킬 뿐만 아니라 고객의 신뢰성을 확보하고 기업의 이미지를 높여 제품차별화(product differentiation)의 원천이 된다. 그러나 좋은 품질을 확보하기 위해서는 검사비용(appraisal cost)과 이에 따른 불량분석, 재작업, 기계유류 등에 기인하는 고정비용(repair cost)이 요구된다. Crosby[4]는 제품의 품질과 실패비용, 그리고 고객의 신뢰성의 관계에 대하여 기술하였고 Shimp와 Bearden[8]는 품질보증(warranty) 등 서비스시스템이 기업의 이미지와 차별화에 주는 영향을 기술하였다.

그러나 과도한 품질검사나 서비스능력의 확보는 불필요한 추가비용을 지출하게 하며 서비스능력의 부족으로 서비스능력을 초과하는 저품실패는 시간 외 근무나 외주 등에 따라 제품 단위당 더 높은 실패비용이 요구된다. 그러므로 검사비용, 고정비용, 서비스시스템의 확보비용, 그리고 실패비용을 고려하여 품질검사의 절차를 확립하고 최적의 서비스 능력을 확보하는 것은 매우 중요하다고 하겠다. 본 논문에서는 검사비용, 고정비용, 서비스능력 확보에 따른 고정비용과 변동비용, 그리고 실

폐비용을 고려하여 복수제품을 위한 최적 품질검사와 서비스시스템을 동시에 설계하는 문제를 다룬다.

2. 총비용함수와 최적화모형

품질수준이 서로 다른 m 종류의 제품은 무검사(no inspection), 표본검사(sampling inspection), 또는 전수검사(total inspection) 등 적절한 품질검사가 실시된 후 확인된 불량품(defects)은 재작업을 통해 양품으로 교체되어 공급된다. 공급된 제품은 전수검사에 의하여 품질이 확인되며 제품실패로 인한 모든 불량품(defects)은 거부되거나 반송되고 제품실패에 대응하여 적절한 서비스의 절차가 수행된다.

이제 제품 i , $i=1, \dots, m$,의 로트크기를 N_i , 표본크기를 n_i , $0 \leq n_i \leq N_i$,라 하자. 그러므로 무검사인 경우에는 $n_i = 0$, 전수검사인 경우에는 $n_i = N_i$ 가 된다. 제품 i 의 불량률(defect rate)을 θ_i 라 하면 제품 i 는 확률 θ_i 로 불량품으로 확률 $1 - \theta_i$ 로 양품으로 판명됨을 의미한다. 제품의 불량률이 확률변수인 경우에는 $f(\theta_i)$ 를 확률변수 θ_i 의 확률밀도함수(probability density function), $\mu_i = E(\theta_i)$ 를 이의 기대치(expected value)로 정의한다. 불량률, $\theta_i \in [\theta_i^1, \theta_i^2]$, $0 \leq \theta_i^1 \leq \theta_i^2 \leq 1$, 는 일양분포(uniform distribution)를 갖는다고 가정 한다[3,9]. 만약 $\theta_i = \theta_i^1 = \theta_i^2$ 이면 불량률 θ_i 가 확정적(deterministic)인 경우이다.

제품 i 의 표본검사에 있어서 제품 단위의 검사비용을 A_i , 검사결과 불량품을 적합한 품질로 교정하기 위한 고정비용을 R_i 라 하자. 제품실패에 대응하여 제공되는 서비스능력을 s_i , 단위 서비스능력 확보에 소요되는 비용을 S_i , 그리고 서비스능력 $s_i > 0$ 인 경우에는 서비스능력 s_i 의 크기와 무관하게 고정비용 F_i 가 소요된다. 서비스능력 s_i 를 초과하지 않는 단위 제품실패는 클래임, 제품회수, 애프터

서비스 등 제품책임에 따른 실패비용가 f_i 가 서비스능력 s_i 를 초과하는 제품실패는 시간외 근무, 외주, 또는 소비자에 보상하는 비용 등 추가적인 비용 증가로 더 높은 실패비용 e_i 가 소요된다. 적절하게 적용되기 위하여 $A_i < R_i < f_i < f_i + S_i < e_i$ 를 가정한다.

그러므로 품질시스템을 설계한다는 것은 주어진 m 종류의 제품에 대하여 총 품질관련비용이 최소가 되도록 최적 표본수 n_i^* 와 최적 서비스능력 s_i^* 를 설계함을 의미한다. 이제 불량률이 확정적인 경우와 불량률이 확률적인 경우에 있어서 제품 i 에 주어진 표본 수 n_i 와 서비스능력 s_i 에 대한 총품질비용을 각각 $C_i(s_i, n_i)$ 와 $E(C_i(s_i, n_i))$ 로 정의하면 $C_i(s_i, n_i)$, 그리고 $E(C_i(s_i, n_i))$ 는 각각 다음과 같이 정식화 될 수 있다.

$$\begin{aligned} C_i(s_i, n_i) = & A_i n_i + R_i n_i \theta_i \\ & + F_i I_i + s_i S_i \\ & + f_i \min[s_i, (N_i - n_i) \theta_i] \\ & + e_i [(N_i - n_i) \theta_i - s_i]^+ \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} E(C_i(s_i, n_i)) = & A_i n_i + R_i n_i \mu_i \\ & + F_i I_i + s_i S_i \\ & + \int_{\theta_i^1}^{\theta_i^2} f_i (N_i - n_i) \theta_i f(\theta_i) d\theta_i \\ & + \int_{s_i/(N_i - n_i)}^{\theta_i^2} [f_i s_i + e_i [(N_i - n_i) \theta_i \\ & - s_i]] f(\theta_i) d\theta_i \end{aligned} \quad (2.2)$$

여기에서 I_i 는 지시확률변수(indicator random variable)로서 만약 $s_i > 0$ 이면 $I_i = 1$, $s_i = 0$ 이면 $I_i = 0$ 이며 $[x]^+$ 는 $\max(0, x)$ 를 의미한다. 일양분포인 경우 $f(\theta_i) = 1/(\theta_i^2 - \theta_i^1)$ 이 된다.

표본크기 n_i 개의 제품에 대하여 검사비용 A_i 가 불량률 θ_i 가 확정적일 경우에는 $n_i \theta_i$ 개의 제품에 대하여 불량률 θ_i 가 확률적인 경우에는 $n_i \mu_i$ 개의 제품에 대하여 고정비용 R_i 가 소요된다. 불

량률 θ_i 가 확정적인 경우에는 서비스능력 s_i 보다 적거나 같은 제품실패는 단위당 실패비용 f_i 가 서비스능력 s_i 를 초과하는 제품실패는 실패비용 e_i 가 소요됨을 의미한다. 불량률 θ_i 가 확률적인 경우에는 불량률 θ_i 가 $s_i/(N_i - n_i)$ 보다 적은 경우에는 실패비용 f_i 가 $(N_i - n_i)\theta_i$ 개의 제품에 소요되며 $s_i/(N_i - n_i)$ 보다 큰 경우에는 실패비용 e_i 가 $(N_i - n_i)\theta_i - s_i$ 개의 제품에 소요됨을 의미한다. 서비스능력 s_i 를 확보하기 위해 소요되는 비용은 불량률 θ_i 가 확정적이거나 확률적인 경우 모두에 있어서 $F_i + s_i S_i$ 이다. 식 (2.1)은 식 (2.2)에서 확정적 불량률 $\theta_i = \theta_i^1 = \theta_i^2$ 를 적용 쉽게 변형될 수 있음을 알 수 있다.

이제 m 종류의 모든 제품에 있어서 확보 가능한 총서비스능력이 S 라고 하면 품질시스템의 최적설계와 관련된 최적화 문제는 다음과 같이 정식화될 수 있다. 먼저 불량률 θ_i 가 확정적인 경우에 다음과 같이 모형화 된다.

$$\begin{aligned} \text{Min } & \sum_{i=1}^m C_i(s_i, n_i) \\ \text{s.t. } & \sum_{i=1}^m s_i \leq S, \\ & 0 \leq n_i \leq N_i, \quad i=1, \dots, m. \end{aligned} \quad (2.3)$$

불량률 θ_i 가 확률적인 경우에는 목적함수(objective function)만 다음과 같이 변경된다.

$$\text{Min } \sum_{i=1}^m E(C_i(s_i, n_i))$$

3. 단일제품의 설계

본 장에서는 복수의 제품과 이에 주어진 총서비스능력의 제약 S 를 고려하지 않고 독립적인 하나의 제품에 있어서 즉 임의의 제품 i 에 대한 최적 품질시스템을 설계하는 문제를 고려하기로 하자.

3.1 불량률이 확정적인 경우

불량률이 확정적인 경우에는 식 (2.1)의 총비용함수 $C_i(s_i, n_i)$ 로부터 도함수를 이용하거나 총비용함수를 서로 비교함으로써 최적 서비스능력 s_i^* 와 최적 표본수 n_i^* 를 다음과 같이 쉽게 도출할 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta_i \leq \frac{A_i}{f_i + S_i + F_i/N_i \theta_i - R_i} \text{ 인 경우에는} \\ s_i^* = N_i \theta_i, \quad n_i^* = 0, \\ \theta_i > \frac{A_i}{f_i + S_i + F_i/N_i \theta_i - R_i} \text{ 인 경우에는} \\ s_i^* = 0, \quad n_i^* = N_i. \end{aligned} \quad (3.1)$$

위의 결과는 제품 단위당 검사비용과 교정비용의 합이 제품 단위당 서비스능력 확보에 요구되는 변동비용과 고정비용, 그리고 실패비용의 합보다 큰 경우에는 무검사를 실시하고 최적 서비스능력은 제품실패 수와 동일하게 설계하고 그렇지 않은 경우에는 전수검사를 시행하여 로트에 존재하는 모든 불량품을 공급하기 전에 교정하는 것이 비용함수를 최소화시킴을 의미한다.

이제 불량률 $\theta_i \leq A_i / (f_i + S_i + F_i/N_i \theta_i - R_i)$ 인 경우에 최적 서비스능력 s_i^* 보다 적은 서비스능력 s_i 에 대하여 즉 $0 < s_i < s_i^*$ 에 있어서 최적 품질검사를 설계하는 문제를 보기로 하자. 주어진 서비스능력 s_i 에 대한 최적 표본수를 $n_i^*(s_i)$ 라고 정의하고 먼저 서비스능력 확보를 위한 고정비용 F_i 를 고려하지 않는 경우를 보기로 한다. 이 경우에는 서비스능력 s_i 에 대한 최적 표본수, $n_i^*(s_i)$ 는 다음과 같이 쉽게 유도될 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta_i \leq \frac{A_i}{e_i - R_i} \text{ 인 경우에는 } n_i^*(s_i) = 0, \\ \frac{A_i}{e_i - R_i} < \theta_i \leq \frac{A_i}{f_i + S_i + F_i/N_i \theta_i - R_i} \\ \text{이면 } n_i^*(s_i) = N_i - \frac{s_i}{\theta_i}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

만약 고정비용 F_i 가 존재하지 않는다면 불량률 θ_i 가 $\theta_i \leq A_i / (f_i + S_i + F_i / N_i \theta_i - R_i)$ 인 경우에는 총비용함수, $C_i(s_i, n_i^*(s_i))$ 는 서비스 능력 s_i ($0 \leq s_i \leq s_i^*$)에 대하여 선형(linear)으로 감소(decreasing)하는 함수임을 알 수 있다[1]. 또한 서비스능력 s_i 를 한 단위 증가시킬 때마다 감소하는 한계비용(marginal cost)은 $\theta_i \leq A_i / (e_i - R_i)$ 인 경우에는 $(f_i + S_i) - e_i$ 이며 $A_i / (e_i - R_i) < \theta_i \leq A_i / (f_i + S_i + F_i / N_i \theta_i - R_i)$ 인 경우에는 $f_i + S_i - (A_i / \theta_i + R_i)$ 이다.

그러나 고정비용 F_i 가 존재하는 경우에는 서비스능력 $s_i = 1$ 에서 총비용에 고정비용 F_i 가 추가되며 총비용이 F_i 만큼 증가한 후 서비스능력 s_i 가 더 증가하면서 고정비용 F_i 가 없는 경우와 같은 한계비용만큼 총비용이 점차 감소하게 된다. 그러므로 위의 결과는 불량률 $\theta_i \leq A_i / (e_i - R_i)$ 인 경우에는 총비용 $C_i(0, N_i)$ 과 $C_i(s_i, 0)$ 를 비교하고 $A_i / (e_i - R_i) < \theta_i \leq A_i / (f_i + S_i + F_i / N_i \theta_i - R_i)$ 인 경우에는 총비용 $C_i(0, N_i)$ 과 $C_i(s_i, n_i^*(s_i))$ 을 비교하여 최적 품질시스템을 설계 할 수 있다.

그러므로 고정비용 F_i 를 고려하는 경우에는 다음을 결론지어질 수 있다.

$$\theta_i \leq \frac{A_i}{e_i - R_i} \text{ 인 경우에는}$$

$$s_i \leq \frac{F_i + N_i [(e_i - R_i) \theta_i - A_i]}{e_i - (S_i + f_i)} \text{ 이면}$$

$$s_i = 0, \quad n_i^*(0) = N_i,$$

$$s_i > \frac{F_i + N_i [(e_i - R_i) \theta_i - A_i]}{e_i - (S_i + f_i)} \text{ 이면}$$

$$s_i, \quad n_i^*(s_i) = 0,$$

$$\frac{A_i}{e_i - R_i} < \theta_i \leq \frac{A_i}{f_i + S_i + F_i / N_i \theta_i - R_i}$$

인 경우에는

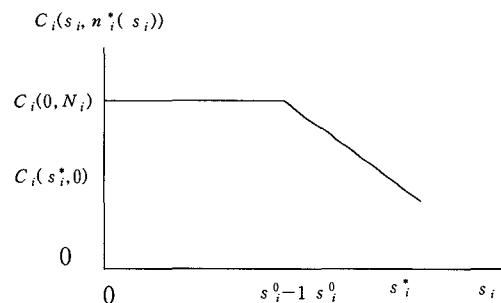
$$s_i \leq \frac{F_i}{R_i + A_i / \theta_i - (S_i + f_i)} \text{ 이면}$$

$$s_i = 0, \quad n_i^*(0) = N_i,$$

$$s_i > \frac{F_i}{R_i + A_i / \theta_i - (S_i + f_i)} \text{ 이면}$$

$$s_i, \quad n_i^*(s_i) = N_i - \frac{s_i}{\theta_i}. \quad (3.3)$$

식 (3.3)에서 확보 가능한 가장 적은규모의 서비스능력, 즉 첫 번째 s_i 를 s_i^0 라고 정의하자. 그러면 식 (3.3)은 [그림 1]과 같이 표시될 수 있다.



[그림 1] 서비스능력과 총비용(불량률이 확정적인 경우)

그러므로 만약 고정비용이 존재하는 경우에는 적은 규모의 서비스능력에서는 고정비용에 의한 부담이 높아 서비스시스템을 확보하지 않고 전수검사를 실시하여 제품을 교정하는 것이 더 효율적임을 결론지을 수 있다. 이는 또한 식 (3.1)에서 주어진 바와 같이 고정비용 F_i 가 상대적으로 크면 서비스시스템을 확보하지 않고 전수검사를 실시하여야 함을 의미한다.

3.2 불량률이 확률적인 경우

불량률 θ_i 가 확률적인 경우에는 [1]의 연장선상에서 총비용함수 $E(C_i(s_i, n_i))$ 에 대하여 서비스 능력 s_i^* 과 최적 표본수 n_i^* 를 다음과 같이 도출할

수 있다.

$$\mu_i \leq A_i / (e_i - R_i) \text{ 이면}$$

$$s_i^* = N_i [\theta_i^2 - \frac{S_i(\theta_i^2 - \theta_i^1)}{e_i - f_i}], n_i^* = 0,$$

$$A_i / (e_i - R_i) < \mu_i < \frac{A_i}{f_i + S_i + F_i / N_i \theta_i - R_i}$$

이면

$$s_i^* = N_i [\theta_i^2 - \frac{S_i(\theta_i^2 - \theta_i^1)}{e_i - f_i}], n_i^* = 0 \text{ 와}$$

$$s_i^* = 0, n_i^* = N_i$$

에서 비용함수를 서로 비교하여 결정한다.

$$\begin{aligned} \mu_i &\geq \frac{A_i}{f_i + S_i + F_i / N_i \theta_i - R_i} \text{ 이면} \\ s_i^* &= 0, n_i^* = N_i. \end{aligned} \quad (3.4)$$

이제 확률적 불량률의 기대치

$\mu_i < \frac{A_i}{f_i + S_i + F_i / N_i \theta_i - R_i}$ 인 범위 내에서 무검사가 최적인 경우 즉 $n_i^* = 0$ 인 경우에 불량률 θ_i 가 확정적인 경우와 확률적인 경우의 총비용을 비교하여 보자. 이제 불량률 θ_i 가 확정적인 경우 $s_i^* = N_i \theta_i$ 와 여기에서 $\theta_i = (\theta_i^1 + \theta_i^2)/2$ 로 하고 확률적인 경우 $s_i^* = N_i [\theta_i^2 - S_i(\theta_i^2 - \theta_i^1)] / (e_i - f_i)$ 를 적용하여 얼마의 수치적 전개로 이들의 총비용간의 관계를 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$E(C_i(s_i^*, 0)) = C_i(s_i^*, 0)$$

$$+ \frac{N_i S_i (\theta_i^2 - \theta_i^1) [(e_i - f_i) - S_i]}{2(e_i - f_i)}. \quad (3.5)$$

그러므로 불량률 θ_i 가 확률적인 경우에는 확정적인 경우보다 총비용이 증대되며 $\theta_i^2 - \theta_i^1$ 에 비례하여 증가하며 결과적으로 분산이 커질수록 총비용이 더 많이 소요됨을 알 수 있다. 전수검사의 경

우에는 불량률 θ_i 가 확정적인 경우나 확률적인 경우에 총비용의 변화가 없으므로 식 (3.4)의 결과가 성립된다.

이제 최적 서비스능력이 $s_i^* = N_i [\theta_i^2 - S_i(\theta_i^2 - \theta_i^1)] / (e_i - f_i)$ 인 경우 만약 서비스능력 s_i 가 범위 $0 < s_i < s_i^*$ 내에서의 최적 품질시스템을 설계하는 문제를 보기로 하자. 주어진 서비스능력 s_i 에 대한 최적 표본수를 확정적인 경우와 마찬가지로 $n_i^*(s_i)$ 라고 정의하면 표본수 n_i 에 대한 도함수에 의하여 다음을 유도할 수 있다.

$$n_i^*(s_i)^2 - 2N_i n_i^*(s_i) + N_i^2 - s_i^2 P_i = 0. \quad (3.6)$$

여기에서

$$P_i = \frac{e_i - f_i}{(e_i \theta_i^{22} - f_i \theta_i^{12}) - 2A_i(\theta_i^2 - \theta_i^1) - R_i(\theta_i^{22} - \theta_i^{12})}.$$

그러므로

$$n_i^*(s_i) = N_i - s_i \sqrt{P_i} \quad (3.7)$$

이며 $n_i^*(s_i) \leq 0$ 이면 $n_i^*(s_i) = 0$ 임을 의미 한다. 그러므로 서비스능력 s_i ($0 < s_i < s_i^*$)가 주어진 경우 최적 표본수 $n_i^*(s_i)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} s_i \leq \frac{N_i}{\sqrt{P_i}} \text{ 이면 } n_i^*(s_i) &= N_i - s_i \sqrt{P_i}, \\ s_i > \frac{N_i}{\sqrt{P_i}} \text{ 이면 } n_i^*(s_i) &= 0. \end{aligned} \quad (3.8)$$

이제 서비스능력 확보에 소요되는 고정비용 F_i 를 고려하면 확정적인 경우에서와 마찬가지로 서비스능력을 전혀 확보하지 않고 전수검사를 하는 경우 소요되는 총비용과 서비스능력을 확보하는 경우 소요되는 총비용을 비교함으로써 품질시스템을 설계할 수 있다. 먼저 고정비용 F_i 를 고려하지 않는 경우에는 총비용함수 $E(C_i(s_i, n_i^*(s_i)))$ 는 서

비스능력 s_i 의 0부터 s_i^* 의 범위내에서 감소하는 선형의 조각난(piecewise linear) 불록(convex)함수이다[1]. 설명을 추가하면 서비스능력 s_i 와 s_i+1 에 대한 최적 표본수 $n_i^*(s_i)$ 와 $n_i^*(s_i+1)$ 에 대하여 $n_i^*(s_i) > 0$, $n_i^*(s_i+1) > 0$ 인 경우, $n_i^*(s_i) > 0$, $n_i^*(s_i+1) = 0$ 인 경우, 그리고 $n_i^*(s_i) = 0$, $n_i^*(s_i+1) = 0$ 인 경우에 있어서 감소비용의 기대치인 한계비용, Δs_i^{s+1} ,은 각각

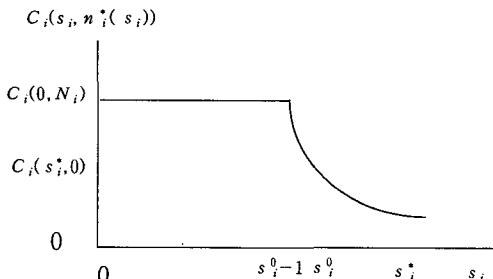
$$\begin{aligned} \Delta s_i^{s+1} = & -A_i\sqrt{P_i} - R_i\sqrt{P_i}\mu_i + S_i \\ & -(e_i - f_i)[\theta_i^2 - 1/(2\sqrt{P_i})]/(\theta_i^2 - \theta_i^1) \\ & + \sqrt{P_i}(e_i\theta_i^{22} - f_i\theta_i^{12})/[2(\theta_i^2 - \theta_i^1)], \quad (3.9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta s_i^{s+1} = & -A_i(N_i - s_i\sqrt{P_i}) \\ & -R_i(N_i - s_i\sqrt{P_i})\mu_i S_i - (e_i - f_i) \\ & \times [2\theta_i^2 + s_i/\sqrt{P_i} - (s_i+1)^2/N_i] \\ & + (N_i - s_i\sqrt{P_i})(e_i\theta_i^{22} - f_i\theta_i^{12}) \\ & \div [2(\theta_i^2 - \theta_i^1)], \quad (3.10) \end{aligned}$$

그리고

$$\begin{aligned} \Delta s_i^{s+1} = & S_i - (e_i - f_i) \\ & \times [\theta_i^2 - (2s_i+1)/(2N_i)]/(\theta_i^2 - \theta_i^1) \quad (3.11) \end{aligned}$$

가 되어 식 (3.11)의 값이 식 (3.10)에서의 값보다 크고 식 (3.10)의 값이 식 (3.9)의 값보다 큼을 의미한다.



[그림 2] 서비스능력과 총비용(불량률이 확률적인 경우)

고정비용 F_i 가 존재하는 경우에는 서비스능력 $s_i = 1$ 에서만 총비용이 F_i 증가하며 불량률이 확정적인 경우에서와 같이 전수검사인 경우와 비용함수를 비교 다음을 결론지을 수 있다.

$$s_i < \frac{N_i}{\sqrt{P_i}} \text{ 이면}$$

$$s_i \leq \frac{F_i}{A_i\sqrt{P_i} + R_i\mu_i\sqrt{P_i} - S_i - [1/(2(\theta_i^2 - \theta_i^1))] \Pi_i}$$

$$\text{이면 } s_i = 0, \quad n_i^*(0) = N_i,$$

$$s_i > \frac{F_i}{A_i\sqrt{P_i} + R_i\mu_i\sqrt{P_i} - S_i - [1/(2(\theta_i^2 - \theta_i^1))] \Pi_i}$$

$$\text{이면 } s_i, \quad n_i^*(s_i) = N_i - s_i\sqrt{P_i},$$

$$s_i \geq \frac{N_i}{\sqrt{P_i}} \text{ 이면}$$

$$s_i \leq \frac{[(e_i - f_i)/(\theta_i^2 - \theta_i^1)]\theta_i^2 - S_i - \sqrt{D}}{(e_i - f_i)/[N_i(\theta_i^2 - \theta_i^1)]}$$

$$\text{이면 } s_i = 0, \quad n_i^*(0) = N_i,$$

$$s_i > \frac{[(e_i - f_i)/(\theta_i^2 - \theta_i^1)]\theta_i^2 - S_i - \sqrt{D}}{(e_i - f_i)/[N_i(\theta_i^2 - \theta_i^1)]}$$

$$\text{이면 } s_i, \quad n_i^*(s_i) = 0,$$

여기에서

$$\begin{aligned} \Pi_i = & \sqrt{P_i}(e_i\theta_i^{22} - f_i\theta_i^{12}) \\ & + (e_i - f_i)/\sqrt{P_i} - 2\theta_i^2(e_i - f_i), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_i = & S_i^2 + \frac{2(A_i + R_i\mu_i - S_i\theta_i^2 - F_i/N_i)(e_i - f_i)}{\theta_i^2 - \theta_i^1} \\ & + \frac{(e_i - f_i)[\theta_i^{22}(e_i - f_i) - (e_i\theta_i^{22} - f_i\theta_i^{12})]}{(\theta_i^2 - \theta_i^1)^2}. \quad (3.12) \end{aligned}$$

그러므로 불량률 θ_i 가 확률적인 경우에도 적은 규모의 서비스능력에서는 과도한 고정비용을 부담할 필요가 없이 오히려 서비스능력을 전혀 확보하지 않고 전수검사를 실시하는 것이 효율적임을 알

수 있다.

4. 복수제품의 설계

만약 총서비스능력의 제약 S 가 없다면 단일제품의 식 (3.1)과 식 (3.4)에서 도출된 최적 서비스능력 s^* 과 최적 표본수 n^* 를 이용하여 복수제품의 최적 서비스능력 벡터(vector) s^* 와 최적 표본수 벡터 n^* 는 불량률 θ_i 가 확정적인 경우와 확률적인 경우 모두 다음과 같은 형태를 갖는다. 무검사를 실시하는 것이 최적인 제품들의 번호를 앞으로 적절히 조정함으로써

$$\begin{aligned} s^* &= (s_1^*, \dots, s_j^*, 0, \dots, 0), \\ n^* &= (0, \dots, 0, N_{j+1}, \dots, N_m). \end{aligned} \quad (4.1)$$

만약 제품 j 까지의 최적 서비스능력의 합 $\sum_{i=1}^j s_i^*$ 가 총서비스능력의 제약 S 보다 적거나 같으면 식 (4.1)은 최적해가 되어 주어진 바와 같이 최적 품질시스템을 설계할 수 있다. 그러나 그렇지 않은 경우에는 총서비스능력의 제약 S 가 직접 고려되어 최적해가 도출되어야 한다. 그러므로 본 절에서는 식 (2.3)에서 주어진 원문제에 대한 최적해를 구하는 문제를 다룬다.

주어진 문제는 일반적으로는 동적계획법(dynamic programming)을 적용하여 쉽게 최적화될 수 있다. 즉 불량률 θ_i 가 확정적인 경우에는 $k = 0, \dots, j$ 와 $S_k = 0, \dots, S$ 에 대하여 회귀방정식(recursive equation)은 다음과 같다. 여기에서 S_k 는 단계 k 까지 확보된 서비스능력을 의미한다. 주의할 점은 식

(3.3)과 식 (3.12)에 의하여 일반적인 경우에서와 같이 마지막 단계(stage) 즉 $k+1 = j$ 인 경우에 $S_{k+1} = S_j = S$ 만을 고려해서는 안된다는 것이다.

$$\begin{aligned} \Theta_{k+1}(S_{k+1}) &= \\ \min_{S_{k+1}=0, s_{k+1}^0 \leq S_{k+1} \leq s_{k+1}^*} & [C_{k+1}(s_{k+1}, n_{k+1}^*(s_{k+1})) \\ & + \Theta_k(S_{k+1} - s_{k+1})]. \end{aligned} \quad (4.2)$$

여기에서 $\Theta_k(S_k)$ 는 단계 k 까지의 서비스능력이 S_k 만큼 확보되었을 때 서비스능력의 배분이 최적인 최소 총비용을 말한다. 만약 불량률 θ_i 가 확률적인 경우에는 비용 $C_k(s_k, n_k^*(s_k))$ 가 $E(C_k(s_k, n_k^*(s_k)))$ 로 변경되어 정식화(formulation)된다. 경계조건(boundary condition)은 $\Theta_0(0) = 0$ 이다. 총비용 $C_i(s_i, n_i^*(s_i))$ 의 계산과 관련하여 주어진 알고리즘(algorithm)의 complexity는 $O(S^2j)$ 이나 식 (3.3)과 식 (3.12)에 의하여 설정되는 서비스능력의 제약, $s_k = 0$ 그리고 $s_k^0 \leq s_k \leq s_k^*$ 는 계산에 요구되는 상태공간(state space)을 현저히 감소시킨다.

5. 수치적 결과

본 절에서는 서로 다른 세 종류의 제품에 대하여 총 품질비용을 최소화하는 품질검사와 서비스시스템을 동시에 설계하는 최적화문제를 보기로 한다. 각 제품에 관한 자료는 <표 1>에 각 제품별 결과는 <표 2>, <표 3>, 그리고 <표 4>에 종합되어 있다.

<표 1> 로트크기 및 품질비용

| | N | A_i | R_i | f_i | e_i | S_i | F_i | $A_i/(e_i - R_i)$ | $A_i/(f_i + S_i - R_i)$ |
|-----|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------------|-------------------------|
| 제품1 | 100 | 1 | 8 | 12 | 16 | 1 | 30 | 0.25 | 0.2 |
| 제품2 | 200 | 1 | 10 | 18 | 25 | 3 | 50 | 0.125 | 0.0909 |
| 제품3 | 200 | 1 | 15 | 20 | 35 | 5 | 70 | 0.2 | 0.1 |

〈표 2〉 제품1의 최적 서비스능력 및 품질검사

1. 불량률(θ_1)이 확정적일 때

| | | | | | | | | | |
|------------|------|-----|------|------|------|-------|------|------|-----|
| θ_1 | 0.05 | 0.1 | 0.11 | 0.12 | 0.13 | 0.14 | 0.15 | 0.16 | 0.2 |
| s_1^* | 5 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14/0 | 0 | 0 | 0 |
| n_1^* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100/0 | 100 | 100 | 100 |
| 총비용 | 95 | 160 | 173 | 186 | 199 | 212 | 220 | 228 | 260 |
| 경계 | | | | | | 0.14 | | | |

2. 불량률(θ_1)이 확률적일 때 $[\theta_1 \in (\mu_1 - 0.02, \mu_1 + 0.02)]$

| | | | | | | | | | |
|---------|------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|-----|
| μ_1 | 0.05 | 0.1 | 0.11 | 0.12 | 0.13 | 0.14 | 0.15 | 0.16 | 0.2 |
| s_1^* | 6 | 11 | 12 | 13 | 14 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| n_1^* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | 100 | 100 | 100 |
| 총비용 | 96.5 | 161.5 | 174.5 | 187.5 | 200.5 | 212 | 220 | 228 | 260 |

3. 불량률(θ_1)이 확률적일 때 $[\theta_1 \in (\mu_1 - 0.03, \mu_1 + 0.03)]$

| | | | | | | | | | |
|---------|------|-----|------|------|------|------|------|------|-----|
| μ_1 | 0.05 | 0.1 | 0.11 | 0.12 | 0.13 | 0.14 | 0.15 | 0.16 | 0.2 |
| s_1^* | 7 | 12 | 13 | 14 | 15 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| n_1^* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | 100 | 100 | 100 |
| 총비용 | 98 | 163 | 176 | 189 | 202 | 212 | 220 | 228 | 260 |

〈표 3〉 제품 2의 최적 서비스능력 및 품질검사

1. 불량률(θ_2)이 확정적일 때

| | | | | | | | | |
|------------|------|------|------|---------|---------|------|------|-----|
| θ_2 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 | 0.1 |
| s_2^* | 6 | 8 | 10 | 12 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| n_2^* | 0 | 0 | 0 | 0 | 200 | 200 | 200 | 200 |
| 총비용 | 176 | 218 | 260 | 302 | 340 | 360 | 380 | 400 |
| 경계 | | | | 0.06593 | 0.06863 | | | |

2. 불량률(θ_2)이 확률적일 때 $[\theta_2 \in (\mu_2 - 0.02, \mu_2 + 0.02)]$

| | | | | | | | | |
|---------|--------|--------|--------|--------|------|------|------|-----|
| μ_2 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 | 0.1 |
| s_2^* | 7 | 9 | 11 | 13 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| n_2^* | 0 | 0 | 0 | 0 | 200 | 200 | 200 | 200 |
| 총비용 | 182.94 | 224.94 | 266.94 | 308.94 | 340 | 360 | 380 | 400 |

위의 결과로부터 불량률 θ_1 가 확정적인 경우보다 확률적인 경우에 총비용이 증가하면 $\theta_1^2 - \theta_1^1$ 의 크기가 증가할수록 즉 분산이 증대될수록 총비용이 증가함을 알 수 있다. 그 결과로 전수검사가 최적인 불량률의 범위가 증대됨을 알 수 있다. 더불어서 불량률 θ_1 가 증가할수록 총비용 또한 증가함도 알 수 있다.

이제 제품 1에 있어서 불량률 $\theta_1 \in [0.1, 0.14]$ 인 경우를 보자. 최적 $s_1^* = 13$ 이며 최적 표본수 $n_1^* = 0$ 이다. 이제 서비스능력 $s_1 < 13$ 인 경우를 보기로 하자. 서비스능력 s_1 이 주어졌을 때 이에 대한 최적 표본수 $n_1^*(s_1)$ 과 총비용 $E(C_1(s_1, n_1^*(s_1)))$ 은 <표 5>와 같다.

〈표 4〉 제품 3의 최적 서비스능력 및 품질검사

| 1. 불량률(θ_3)이 확정적일 때 | | | | | | | | |
|---|------|------|---------|---------|------|------|-----|------|
| θ_3 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 | 0.1 | 0.11 |
| s_3^* | 8 | 10 | 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| n_3^* | 0 | 0 | 0 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 |
| 총비용 | 270 | 320 | 370 | 410 | 440 | 470 | 500 | 530 |
| 경계 | | | 0.06316 | 0.06666 | | | | |
| 2. 불량률(θ_3)이 확률적일 때 | | | | | | | | |
| $[\theta_3 \in (\mu_3 - 0.03, \mu_3 + 0.03)]$ | | | | | | | | |
| μ_3 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 | 0.1 | 0.11 |
| s_3^* | 10 | 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| n_3^* | 0 | 0 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 |
| 총비용 | 290 | 340 | 380 | 410 | 440 | 470 | 500 | 530 |

〈표 5〉 서비스능력에 따른 최적 표본수와 총비용

| s_1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|--------------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $n_1^*(s_1)$ | 100 | 90 | 79 | 69 | 58 | 48 | 37 | 27 | 17 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 총비용 | 196 | 222.6 | 219.2 | 215.8 | 212.4 | 209.0 | 205.6 | 202.1 | 198.7 | 195.3 | 192.0 | 189.5 | 188.0 | 187.5 |

$\sqrt{P_i} = 10.4257$ 이며 식 (3.8)에 의하여 $s_1 \leq 9.59166$ 이면 $n_1^*(s_1) > 0$ 이며 $s_1 > 9.59166$ 이면 $n_1^*(s_1) = 0$ 이다. 이제 $s_1 \leq 9.59166$ 인 경우를 보면 식 (3.12)에 의하여 $s_1 = 9$ 경우에는 $s_1 > 8.801864$ 이므로 $s_1 = 9$, $n_1^*(9) = 6$ 에서 최적의 품질시스템을 갖고 $s_1 \leq 8.801864$ 인 경우에는 $s_1 = 0$, $n_1^*(0) = 100$ 에서 총비용 196으로 최적 품질시스템을 가져 고정비용의 부담이 높은 경우에는 오히려 전수검사를 시행함이 더 효율적임을 알 수 있다. 또한 $s_1 > 9.59166$ 인 경우에는 $s_1 > 8.877$ 으로 $s_1 = 10, 11, 12$ 에서 $n_1^*(s_1) = 0$ 이 된다. 식 (3.9)-식 (3.11)에 의하여 서비스능력 $s_1 = 9$ 까지는 서비스능력이 한 단위 증가하면 총비용이 3.41씩 감소하나 $s_1 = 9$ 에서 10으로 증가할때는 3.33, $s_1 = 10$ 에서 11로 증가할때에는 2.5, $s_1 = 11$ 에서 12로 증가한 경우에는 1.5, 그리고 $s_1 = 12$ 에서 13으로 증가할 경우에는 총비용이 0.5가 감소하여 총비용함수가 선형의 조각난 오목성을 만족시킴을 알 수 있다.

이제 복수제품의 최적화문제의 수치 예를 보자.

이해를 돋기 위하여 불량률 θ_i , $i=1, 2, 3$, 가 확정적인 경우에 있어서 제품 1, 2, 3을 고려한다. 각 제품에 있어서 불량률 θ_i , 처음으로 전수검사보다 총비용이 작아지는 서비스능력 s_i^0 , 주어진 서비스능력에 대한 최적 표본수 $n_i^*(s_i)$, 그리고 총비용 등 관련되는 자료는 다음과 같다.

만약 총서비스능력에 대한 제약 S 가 없거나 36보다 크거나 같으면 최적 서비스능력 벡터 $s^* = (12, 12, 12)$, 최적 표본수 벡터 $n^* = (0, 0, 0)$ 이 되고 총비용은 858이 된다. 이제 만약 총서비스능력의 제약 $S = 32$ 라고 하면 식 (4.2)의 회귀방정식에 의하여 최적 서비스능력 벡터 $s^* = (9, 11, 12)$, 최적 표본수 벡터 $n^* = (0, 0, 0)$ 이 되며 총비용은 871이 된다. 이를 위하여 요구되는 실제적인 회귀값들은 단계 1에서는 $\theta_1(9)$, $\theta_1(10)$, $\theta_1(11)$, $\theta_1(12)$, 단계 2에서는 $\theta_2(20)$, $\theta_2(21)$, 그리고 단계 3에서는 $\theta_3(32)$ 의 회귀적 관계만이 요구된다. 그러므로 실제로 요구되는 회귀값은 아주 적으며 용이하게 최적해를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

〈표 6〉 제품별 자료

| 제품 | θ_i | s_i^0 | | s _i | | | | | | | | | | | | |
|----|------------|---------|--------------|----------------|-------|-------|------|-------|-------|------|-------|-------|------|-------|-------|------|
| | | | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 1 | 0.12 | 9 | $n_1^*(s_1)$ | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | | | 총비용 | 196 | 219 | 216 | 213 | 210 | 207 | 204 | 201 | 198 | 195 | 192 | 189 | 186 |
| | | | 증분 | | +23 | -3 | -3 | -3 | -3 | -3 | -3 | -3 | -3 | -3 | -3 | -3 |
| 2 | 0.06 | 8 | $n_2^*(s_2)$ | 200 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | | | 총비용 | 320 | 346 | 342 | 338 | 334 | 330 | 326 | 322 | 318 | 314 | 310 | 306 | 302 |
| | | | 증분 | | +26 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 |
| 3 | 0.06 | 11 | $n_3^*(s_3)$ | 200 | 183 | 166 | 150 | 133 | 116 | 100 | 83 | 66 | 50 | 33 | 16 | 0 |
| | | | 총비용 | 380 | 443.4 | 436.8 | 430 | 423.4 | 416.8 | 410 | 403.4 | 396.8 | 390 | 383.4 | 376.8 | 370 |
| | | | 증분 | | +63.4 | -6.6 | -6.8 | -6.6 | -6.6 | -6.8 | -6.6 | -6.6 | -6.8 | -6.6 | -6.6 | -6.8 |

6. 결론

본 논문에서는 품질검사에 요구되는 검사비용과 교정비용, 서비스능력 확보에 요구되는 고정비용, 변동비용, 그리고 실패비용을 고려하여 복수제품의 품질검사와 서비스능력을 동시에 설계하는 문제를 다루었다. 특히 [1]을 연장하여 서비스능력을 확보하는데 소요되는 고정비용을 직접 고려하였다.

각 제품에 고정비용을 도입함으로써 총비용함수가 서비스능력에 대하여 선형이나 볼록성을 만족시키는 기준의 결과가 더 이상 성립되지 않는다. 그 결과로 적은 규모의 서비스능력에서는 고정비용에 대한 부담으로 오히려 전수검사를 시행하여 제품을 교정함이 더 효율적임을 결론지을 수 있었으며 이에 대한 이론적인 경계치를 제시하였다.

복수제품의 품질시스템 설계에 있어서는 주어진 총서비스능력의 제약을 고려하여 회귀방적식을 이용한 동적계획법을 적용하였다. 단일 제품의 품질비용의 특성은 계산이 요구되는 상태공간을 현저히 감소시켜 매우 효율적으로 적용될 수 있음을 보였다.

주어진 결과는 품질시스템의 분석 및 설계에 매우 유용한 결과를 제시하며 쉽게 적용될 수 있을 것으로 생각된다.

참고문헌

- [1] 김성철, “복수제품의 품질검사 및 서비스시스템의 설계”, 「한국경영과학회지」, 제28권, 제3호 (2003), pp.49-60.
- [2] Business Week, “Quality : The U.S. Drives to Catch up, Special Report,” *Business Week* 9(November 1982), pp.66-88.
- [3] Chen, J., D.D. Yao, and S. Zheng, “Quality Control for Products with Warranty,” *Operations Research*, Vol.46, No.1(1998), pp. 107-115.
- [4] Crosby, P.B., *Quality is Free*, New American Library, New York(1980).
- [5] Fortune, “Ford’s Drive for Quality,” *Fortune*(April 1983), pp.62-70.
- [6] Gallego, G., “Reduced Production Rates in the Economic Lot Scheduling Problem,” *International Journal of Production Research*, Vol.31, No.5(1993), pp.1035-1046.
- [7] Johnson, L.A. and D.C. Montgomery, *Operations Research in Production Planning, Scheduling, and Inventory Control*, John Wiley & Sons, Inc., 1974.

- [8] Shimp, T.A. and W.O. Bearden, "Warranty and Other Extrinsic Cue Effects on Consumer's Risk Perceptions," *Journal of Consumer Research*, Vol.9(1982), pp.38-46.
- [9] Tapiero, C.S. and H.L. Lee, "Quality Control and Product Servicing : A Decision Framework," *European Journal of Operational Research*, Vol.39(1989), pp.261-273.
- [10] Yao, D.D. and S. Zheng, "Sequential Inspection under Capacity Constraints," *Operations Research*, Vol.47, No.3(1999), pp. 410-421.