

유전체의 전자기 과도산란 해석을 위한 시간영역 결합 적분방정식

論 文
53C-12-7

Time Domain Combined Field Integral Equation for Transient Electromagnetic Scattering from Dielectric Body

金 清 秀* · 安 賢 洙* · 朴 在 權* · 鄭 白 鎬†
(Chung-Soo Kim · Hyun-Su An · Jae-Kwon Park · Baek-Ho Jung)

Abstract - In this paper, we present a time domain combined field integral equation (TD-CFIE) formulation to analyze the transient electromagnetic response from three-dimensional dielectric objects. The solution method in this paper is based on the method of moments (MoM) that involves separate spatial and temporal testing procedures. A set of the RWG (Rao, Wilton, Glisson) functions is used for spatial expansion of the equivalent electric and magnetic current densities and a combination of RWG and its orthogonal component is used as spatial testing. We also investigate spatial testing procedures for the TD-CFIE to select the proper testing functions that are derived from the Laguerre polynomials. These basis functions are also used for temporal testing. Use of this temporal expansion function characterizing the time variable enables one to handle the time derivative terms in the integral equation and decouples the space-time continuum in an analytic fashion. Numerical results computed by the proposed formulation are presented and compared with the solutions of the frequency domain combined field integral equation (FD-CFIE).

Key Words : Transient, Electromagnetic Scattering, Dielectric, CFIE, Laguerre Polynomial

1. 서 론

시간영역 적분방정식을 이용하여 도체 또는 유전체로부터 전자기 과도 산란 문제를 풀기 위한 방법으로는 MOT (marching-on in time) 기법이 널리 사용되었다 [1]. 이 방법의 단점은 시간 단계의 회수가 증가할수록 해가 진동하는 불안정성이다. 3차원 임의 구조의 유전체에 대하여 그 표면을 삼각형으로 모델링하여 MOT를 적용한 몇가지 해법이 제안된 바가 있다 [2-4]. 참고문헌 [2]에서는 적분방정식을 미분한 다음 2차 유한차분으로 근사하여 MOT 기법을 적용하여 과도해를 구하였다. 그러나 그 해는 후기진동으로 불안정하였으며, 계산된 전류의 평균을 취하여 진동을 제거하였다. 이 외에도 시간영역 전장 적분방정식으로부터 자기 벡터 전위를 후방 유한차분으로 근사하여 후기 진동을 최소화하였다 [3], [4]. 유전체를 해석하기 위하여 CFIE에 참고문헌 [2-4]에서 제안된 MOT 기법을 적용하더라도 크기가 작고 미지수의 개수가 적은 단순 구조를 제외하고는 해가 계산 초기에 발산하였다.

본 논문에서는 PMCHW (Poggio, Miller, Chang, Harrington, Wu) 적분방정식을 이용한 참고문헌 [5]의 방법에 근거하여 임의 형태 3차원 유전체로부터 안정된 전자기 과

도 응답을 해석하는 TD-CFIE의 해법을 처음으로 제안한다. 이를 위하여 유전체 표면을 삼각형 패치로 모델링한 다음, 공간 및 시간 영역의 시험과정으로 분리한 모멘트법을 사용한다. 등가 전기 및 자기 전류밀도는 RWG 함수를 이용하여 근사하며, 공간영역의 전개함수로서 RWG 함수와 $\hat{n} \times RWG$ 함수를 조합하여 사용한다 [6], [7]. 여기서 \hat{n} 은 유전체 표면의 외향 법선 단위 벡터이다. 그리고 TD-CFIE에 공간 내적을 취할 때 타당한 시험 함수를 선택하기 위하여 시험 계수를 도입하여 다양한 시험 방법을 고찰한다. 시간영역의 미지계수는 라게르 함수와 지수함수를 곱하여 정의된 기저 함수로 근사된다 [8]. 라게르 함수의 변수는 0부터 무한대의 구간에서 정의되며, 시간이 0 이후부터 관측되는 과도 응답의 표현에 적합하다. 따라서 시간영역 기저함수의 감쇄 특성으로 인하여 해는 시간이 진행함에 따라 무조건 영으로 수렴하게 된다. 갤러킨 방법의 적용을 위하여 이 시간영역의 기저함수를 시간영역의 시험함수로 사용하여 공간영역의 내적과 유사한 방법으로 시간영역의 시험내적을 수행하여 행렬식을 얻게 된다. 기존의 MOT 방법 대신에 시간영역 시험함수의 차수를 증가시키면서 반복적으로 행렬식을 계산하여 미지계수를 얻을 수 있다. 다음 장에서는 적분방정식을 논하고, 제 3장에서는 MoM을 적용하여 행렬식을 얻는 과정을 보인다. 제 4장에서는 제안된 방법으로 계산된 수치결과를 보이며, 마지막 장에서는 결론을 맺는다.

2. 적분방정식

본 장에서는 유전체에 외부로부터 전자파 펄스가 입사할

† 교신저자, 正會員 : 湖西大 電氣情報通信工學部 副教授 · 工博
E-mail : bhjung@office.hoseo.ac.kr

** 學生會員 : 湖西大 情報通信應用技術學科 碩士課程
接受日字 : 2004年 7月 21日
最終完了 : 2004年 11月 8日

때 유전체 표면에 유기되는 등가 전류밀도를 얻기 위한 TD-CFIE를 논하고자 한다. 그림 1에서 보는 바와 같이 유전율과 투자율이 각각 ϵ_1 및 μ_1 인 무한공간 (매질 1)에 유전율과 투자율이 각각 ϵ_2 및 μ_2 인 3차원 유전체 (매질 2)가 놓여 있다고 가정한다.

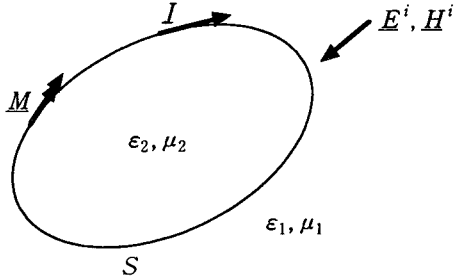


그림 1 균일 유전체 모델과 전자기 펄스의 입사.
Fig. 1 Homogeneous dielectric body illuminated by an electromagnetic pulse.

등가원리를 적용하면 유전체 표면 S에서 유기된 등가 전기 전류밀도 \mathbf{J} 및 자기 전류밀도 \mathbf{M} 으로부터 적분방정식을 표현할 수 있다. 유전체 표면 S에서 전장 및 자장의 접선성분이 연속인 경계조건을 적용하면 적분방정식은 다음과 같다.

$$[-\mathbf{E}_\nu^s(\mathbf{x}, t)]_{\tan} = \begin{cases} [\mathbf{E}^i(\mathbf{x}, t)]_{\tan}, & \nu=1 \\ 0, & \nu=2 \end{cases} \quad \mathbf{x} \in S \quad (1)$$

$$[-\mathbf{H}_\nu^s(\mathbf{x}, t)]_{\tan} = \begin{cases} [\mathbf{H}^i(\mathbf{x}, t)]_{\tan}, & \nu=1 \\ 0, & \nu=2 \end{cases} \quad \mathbf{x} \in S \quad (2)$$

여기서 \mathbf{E}^i 와 \mathbf{H}^i 는 입사파의 전장 및 자장이며, 첨자 'tan'은 접선 성분을 의미한다. 등가전류에 의하여 산란되는 전장 및 자장은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_\nu^s(\mathbf{x}, t) = & -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A}_\nu(\mathbf{x}, t) - \nabla \Phi_\nu(\mathbf{x}, t) \\ & - \frac{1}{\epsilon_\nu} \nabla \times \mathbf{F}_\nu(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_\nu^s(\mathbf{x}, t) = & -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{F}_\nu(\mathbf{x}, t) - \nabla \Psi_\nu(\mathbf{x}, t) \\ & + \frac{1}{\mu_\nu} \nabla \times \mathbf{A}_\nu(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (4)$$

식 (3)과 (4)에서 \mathbf{A}_ν 및 \mathbf{F}_ν 는 각각 자기 및 전기 벡터 전위이며, Φ_ν 및 Ψ_ν 는 전기 및 자기 스칼라 전위로서 등가 전류밀도를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{A}_\nu(\mathbf{x}, t) = \frac{\mu_\nu}{4\pi} \int_S \frac{\mathbf{J}(\mathbf{x}', \tau_\nu)}{R} dS' \quad (5)$$

$$\mathbf{F}_\nu(\mathbf{x}, t) = \frac{\epsilon_\nu}{4\pi} \int_S \frac{\mathbf{M}(\mathbf{x}', \tau_\nu)}{R} dS' \quad (6)$$

$$\Phi_\nu(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_\nu} \int_S \frac{q_e(\mathbf{x}', \tau_\nu)}{R} dS' \quad (7)$$

$$\Psi_\nu(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\mu_\nu} \int_S \frac{q_m(\mathbf{x}', \tau_\nu)}{R} dS' \quad (8)$$

여기서 $R=|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|$ 은 장점 \mathbf{x} 과 전원점 \mathbf{x}' 사이의 거리, $\tau_\nu=t-R/c_\nu$ 는 지연시간, 그리고 $c_\nu=1/\sqrt{\epsilon_\nu\mu_\nu}$ 는 매질 상수가 ϵ_ν 및 μ_ν 인 공간의 전자파 전파속도이다.

연속방정식에 의하여 전기 및 자기 전하밀도 q_e 와 q_m 은 전류밀도 \mathbf{J} 및 \mathbf{M} 과 각각 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{x}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} q_e(\mathbf{x}, t) \quad (9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{M}(\mathbf{x}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} q_m(\mathbf{x}, t) \quad (10)$$

식 (1)과 (2)로부터 TD-CFIE를 다음과 같이 쓸 수 있다 [7].

$$\begin{aligned} & (1-x)[-\mathbf{E}_\nu^s(\mathbf{x}, t)]_{\tan} + x\eta_\nu[-\mathbf{H}_\nu^s(\mathbf{x}, t)]_{\tan} \\ & = \begin{cases} (1-x)[\mathbf{E}_0^i(\mathbf{x}, t)]_{\tan} + x\eta_\nu[\mathbf{H}^i(\mathbf{x}, t)]_{\tan}, & \nu=1 \\ 0, & \nu=2 \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 x 는 선형 결합계수로서 0부터 1 사이의 임의의 실수이다. 그리고 η_ν 는 영역 ν 의 파동 임피던스이다.

3. 모멘트법의 적용

본 논문에서 해석의 대상이 되는 유전체는 임의 형태의 3차원 구조이므로, 이 해석 구조의 표면을 평면 삼각형 패치로 근사하고자 한다. 삼각형 패치에 적합한 전류밀도의 기저함수는 참고 문헌 [9]에서 제안된 RWG 벡터 함수이며, 인접하는 두 삼각형이 이루는 공유변 n 에 대하여 다음과 같이 정의된다.

$$f_n(\mathbf{x}) = f_n^+(\mathbf{x}) + f_n^-(\mathbf{x}) \quad (12-1)$$

$$f_n^{\pm}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{l_n}{2A_n^{\pm}} \boldsymbol{\rho}_n^{\pm}, & \mathbf{x} \in T_n^{\pm} \\ 0, & \mathbf{x} \notin T_n^{\pm} \end{cases} \quad (12-2)$$

여기서 l_n 은 공유변의 길이이며, A_n^{\pm} 은 삼각형 T_n^{\pm} 의 면적이다. $\boldsymbol{\rho}_n^{\pm}$ 는 공유변에 접하지 않는 꼭지점으로부터 정의되는 위치 벡터이다. 일반적으로 유전체 표면의 전기 전류밀도 \mathbf{J} 및 자기 전류밀도 \mathbf{M} 은 RWG 함수를 사용하여 다음과 같이 근사된다.

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^N J_n(t) f_n(\mathbf{x}) \quad (13)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^N M_n(t) f_n(\mathbf{x}) \quad (14)$$

여기서 J_n 과 M_n 은 미정계수이며, N 은 유전체 표면을 구성하는 삼각형이 이루는 공유변의 전체 개수이다. 식 (7)과 (8)을 식 (3) 및 (4)에 사용하면 식 (9)와 (10)의 관계에 의하여 시간에 대한 적분이 발생한다. 이 적분을 피하고 식 (3)과 (4)에서 벡터 전위의 미분항을 해석적으로 처리할 수 있도록, 전류밀도 벡터와 다음과 같은 관계를 가지는 전위 벡터 \mathbf{e} 및 \mathbf{h} 를 도입하고자 한다.

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{e}(\mathbf{x}, t) \quad (15)$$

$$M(x, t) = \frac{\partial}{\partial t} h(x, t) \quad (16)$$

따라서 전하밀도와 전위 벡터의 관계는 다음과 같다.

$$q_e(x, t) = -\nabla \cdot \underline{e}(x, t) \quad (17)$$

$$q_m(x, t) = -\nabla \cdot \underline{h}(x, t) \quad (18)$$

식 (12)를 사용하면 두 전위 벡터를 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\underline{e}(x, t) = \sum_{n=1}^N e_n(t) f_n(x) \quad (19)$$

$$\underline{h}(x, t) = \sum_{n=1}^N h_n(t) f_n(x) \quad (20)$$

여기서 e_n 과 h_n 은 시간영역의 미정계수이다.

모멘트법을 적용하여 식 (11)을 행렬식으로 변환하기 위하여 시험함수로 내적을 취하여야 한다. CFIE의 경우 시험함수로서 RWG 함수 및 $\hat{n} \times \text{RWG}$ 의 조합을 사용할 수 있다. $\hat{n} \times \text{RWG}$ 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$g_n(x) = g_n^+(x) + g_n^-(x) \quad (21-1)$$

$$g_n^{\pm}(x) = \hat{n} \times f_n^{\pm}(x) \quad (21-2)$$

벡터 함수 f_n 과 g_n 은 공간적으로 서로 직교한다. 주파수 영역에서 CFIE에 내적을 취할 때 4개의 시험계수를 도입하여 일반적인 내적의 표현식을 기술한 바가 있다 [7]. 이와 같은 시험 계수를 이용하여 식 (11)의 내적을

$$\begin{aligned} & (1-x) \langle f_E f_m + g_E g_m, -E^s(x, t) \rangle \\ & + x \eta_\nu \langle f_H f_m + g_H g_m, -H^s(x, t) \rangle \\ = & \begin{cases} (1-x) \langle f_E f_m + g_E g_m, E^i(x, t) \rangle \\ \quad + x \eta_\nu \langle f_H f_m + g_H g_m, H^i(x, t) \rangle, \nu=1 \\ 0, \nu=2 \end{cases} \quad (22) \end{aligned}$$

와 같이 쓸 수 있다. 여기서 $m=1, 2, \dots, N$ 이고, 시험계수 f_E, g_E, f_H, g_H 는 +1 또는 -1이다. 이와 같은 내적의 표현식을 참고문헌 [6]에서 TENE-THNH라고 부른 바가 있다. 식 (22)를 행렬식으로 변환하기 위하여 전장 및 자장에 관한 부분으로 분리하고자 한다. 먼저 전장에 관련한 식 (1)을 $f_E f_m + g_E g_m$ 를 시험함수로 선택하여 내적을 취하면 그 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^N \sum_{p,q} \left[\mu_\nu A_{mn}^{pq} \frac{d^2}{dt^2} e_n(\tau_{mn,\nu}^{pq}) + \frac{F_{mn}^{pq}}{\epsilon_\nu} e_n(\tau_{mn,\nu}^{pq}) \right. \\ & + \frac{G_{mn}^{pq}}{c_\nu \epsilon_\nu} \frac{d}{dt} e_n(\tau_{mn,\nu}^{pq}) \left. + \sum_{n=1}^N \left[C_{mn,\nu} \frac{d}{dt} h_n(t) + \sum_{p,q} \left\{ \frac{D_{mn}^{pq}}{c_\nu} \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \times \frac{d^2}{dt^2} h_n(\tau_{mn,\nu}^{pq}) + E_{mn}^{pq} \frac{d}{dt} h_n(\tau_{mn,\nu}^{pq}) \right\} \right] = V_m^{E(\nu)}(t) \quad (23) \end{aligned}$$

식 (23)에서 사용된 각 요소는 부록에 주어져 있다. 이와 같은 시험 내적의 이름을 참고문헌 [6]에서 TENE라고 하였다. 식 (23)을 얻는 과정에서 전위 계수의 변화가 주어진 삼각형 안에서 크지 않다고 가정하여 지연시간을 다음과 같이 근사하였다.

$$\tau_\nu = t - \frac{R}{c_\nu} \rightarrow \tau_{mn,\nu}^{pq} = t - \frac{R_{mn}^{pq}}{c_\nu}, \quad R_{mn}^{pq} = |x_m^{cp} - x_n^{cq}|$$

여기서 p 와 q 는 + 또는 -이며, $x_n^{c\pm}$ 는 삼각형 T_n^{\pm} 의 중심

을 나타내는 위치 벡터이다.

지금부터는 시간영역의 전개함수와 시험함수를 이용한 내적을 고려하고자 한다. 시간영역의 전개함수는 감쇄하는 지수함수를 라게르 함수에 곱하여 다음과 같이 정의된다.

$$\phi_j(t) = e^{-t/2} L_j(t) \quad (24)$$

여기서 $L_j(t)$ 는 라게르 함수이며, j 는 그 차수이다 [10]. 식 (24)를 이용하여 식 (19)와 (20)에서 도입된 전위 계수 $e_n(t)$ 와 $h_n(t)$ 를 나타내면 다음과 같다.

$$e_n(t) = \sum_{j=0}^{\infty} e_{n,j} \phi_j(st) \quad (25)$$

$$h_n(t) = \sum_{j=0}^{\infty} h_{n,j} \phi_j(st) \quad (26)$$

여기서 $e_{n,j}$ 와 $h_{n,j}$ 는 미정 계수이며, s 는 시간 확장 파라미터이다. 라게르 함수로 표현된 시간영역 전개함수의 직교성을 이용하여 참고문헌 [8]에서 유도된 바와 같이 식 (25)와 (26)의 미분형을 해석적으로 얻을 수 있다. 그러므로 식 (25)와 (26), 그리고 각각의 미분 표현식을 식 (23)에 대입하고, 그 결과에 시험함수 $\phi_i(st)$ 를 곱하여 내적을 수행하면, 즉 0부터 무한대까지 시간에 관한 적분을 하면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} a_{mn}^{E(1)} & \beta_{mn}^{E(1)} \\ a_{mn}^{E(2)} & \beta_{mn}^{E(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{n,i} \\ h_{n,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{m,i}^{E(1)} \\ \gamma_{m,i}^{E(2)} \end{bmatrix} \quad (27)$$

여기서 각 행렬 요소는 다음과 같다.

$$a_{mn}^{E(\nu)} = \sum_{p,q} \left(\frac{s^2 \mu_\nu A_{mn}^{pq}}{4} + \frac{F_{mn}^{pq}}{\epsilon_\nu} + \frac{s G_{mn}^{pq}}{2 c_\nu \epsilon_\nu} \right) \exp \left(-\frac{s R_{mn}^{pq}}{2 c_\nu} \right) \quad (28)$$

$$\beta_{mn}^{E(\nu)} = \frac{s C_{mn,\nu}}{2} + \sum_{p,q} \left(\frac{s^2 D_{mn}^{pq}}{4 c_\nu} + \frac{s E_{mn}^{pq}}{2} \right) \exp \left(-\frac{s R_{mn}^{pq}}{2 c_\nu} \right) \quad (29)$$

$$\gamma_{m,i}^{E(\nu)} = V_{m,i}^{E(\nu)} + P_{m,i}^{E(\nu)} + Q_{m,i}^{E(\nu)} \quad (30)$$

$$V_{m,i}^{E(\nu)} = \int_0^\infty \phi_i(st) V_m^{E(\nu)}(t) d(st) \quad (31)$$

$$\begin{aligned} P_{m,i}^{E(\nu)} = & - \sum_{n=1}^N \sum_{p,q} \left[\left(\frac{s^2 \mu_\nu A_{mn}^{pq}}{4} + \frac{F_{mn}^{pq}}{\epsilon_\nu} + \frac{s G_{mn}^{pq}}{2 c_\nu \epsilon_\nu} \right) \right. \\ & \times \sum_{j=0}^{i-1} e_{n,j} I_{ij} \left(\frac{s R_{mn}^{pq}}{c_\nu} \right) + s^2 \mu_\nu A_{mn}^{pq} \sum_{j=0}^{i-1} \sum_{k=0}^{i-1} (j-k) e_{n,k} \\ & \left. \times I_{ij} \left(\frac{s R_{mn}^{pq}}{c_\nu} \right) + \frac{s G_{mn}^{pq}}{c_\nu \epsilon_\nu} \sum_{j=0}^{i-1} \sum_{k=0}^{i-1} e_{n,k} I_{ij} \left(\frac{s R_{mn}^{pq}}{c_\nu} \right) \right] \quad (32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{m,i}^{E(\nu)} = & - \sum_{n=1}^N \left[s C_{mn,\nu} \sum_{k=0}^{i-1} h_{n,k} + \sum_{p,q} \left[\left(\frac{s^2 D_{mn}^{pq}}{4 c_\nu} + \frac{s E_{mn}^{pq}}{2} \right) \right. \right. \\ & \times \sum_{j=0}^{i-1} h_{n,j} I_{ij} \left(\frac{s R_{mn}^{pq}}{c_\nu} \right) + \frac{s^2 D_{mn}^{pq}}{c_\nu} \sum_{j=0}^{i-1} \sum_{k=0}^{i-1} (j-k) h_{n,k} \\ & \left. \left. \times I_{ij} \left(\frac{s R_{mn}^{pq}}{c_\nu} \right) + s E_{mn}^{pq} \sum_{j=0}^{i-1} \sum_{k=0}^{i-1} h_{n,k} I_{ij} \left(\frac{s R_{mn}^{pq}}{c_\nu} \right) \right] \right] \quad (33) \end{aligned}$$

$$I_{ij} \left(\frac{s R_{mn}^{pq}}{c_\nu} \right) = \phi_{i-j} \left(\frac{s R_{mn}^{pq}}{c_\nu} \right) - \phi_{i-j-1} \left(\frac{s R_{mn}^{pq}}{c_\nu} \right), j \leq i \quad (34)$$

식 (27)을 얻는 유사한 과정은 참고 문헌 [8]에서 볼 수 있다.

다음은 자장에 관한 적분방정식인 식 (2)로부터 시험함수로서 $f_H f_m + g_H g_m$ 를 사용하여 행렬식을 얻고자 한다. 이

와 같은 시험 내적의 이름을 참고문헌 [6]에서 THNH라고 하였다. 식 (1)로부터 행렬식 (27)을 얻는 유사한 과정을 사용하거나, 쌍대성 원리를 적용하면 자장에 관한 행렬식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \beta_{mn}^{H(1)} \\ \beta_{mn}^{H(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{mn}^{H(1)} \\ \alpha_{mn}^{H(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{n,i} \\ h_{n,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{m,i}^{H(1)} \\ \gamma_{m,i}^{H(2)} \end{bmatrix} \quad (35)$$

여기서 각 행렬 요소는 다음과 같다.

$$\alpha_{mn}^{H(\nu)} = \sum_{p,q} \left(\frac{s^2 \epsilon_{\nu} A_{mn}^{pq}}{4} + \frac{F_{mn}^{pq}}{\mu_{\nu}} + \frac{sG_{mn}^{pq}}{2c_{\nu}\mu_{\nu}} \right) \exp\left(-\frac{sR_{mn}^{pq}}{2c_{\nu}}\right) \quad (36)$$

$$\beta_{mn}^{H(\nu)} = -\left[\frac{sC_{mn,\nu}}{2} + \sum_{p,q} \left(\frac{s^2 D_{mn}^{pq}}{4c_{\nu}} + \frac{sE_{mn}^{pq}}{2} \right) \exp\left(-\frac{sR_{mn}^{pq}}{2c_{\nu}}\right) \right] \quad (37)$$

$$\gamma_{m,i}^{H(\nu)} = V_{m,i}^{H(\nu)} + P_{m,i}^{H(\nu)} + Q_{m,i}^{H(\nu)} \quad (38)$$

$$V_{m,i}^{H(\nu)} = \int_0^{\infty} \phi_i(st) V_m^{H(\nu)}(t) d(st) \quad (39)$$

$$P_{m,i}^{H(\nu)} = -\sum_{n=1}^N \sum_{p,q} \left[\left(\frac{s^2 \epsilon_{\nu} A_{mn}^{pq}}{4} + \frac{F_{mn}^{pq}}{\mu_{\nu}} + \frac{sG_{mn}^{pq}}{2c_{\nu}\mu_{\nu}} \right) \times \sum_{j=0}^{i-1} h_{n,j} I_{ij} \left(\frac{sR_{mn}^{pq}}{c_{\nu}} \right) + s^2 \epsilon_{\nu} A_{mn}^{pq} \sum_{j=0}^{i-1} \sum_{k=0}^{j-1} (j-k) h_{n,k} \times I_{ij} \left(\frac{sR_{mn}^{pq}}{c_{\nu}} \right) + \frac{sG_{mn}^{pq}}{c_{\nu}\mu_{\nu}} \sum_{j=0}^{i-1} \sum_{k=0}^{j-1} h_{n,k} I_{ij} \left(\frac{sR_{mn}^{pq}}{c_{\nu}} \right) \right] \quad (40)$$

$$Q_{m,i}^{H(\nu)} = \sum_{n=1}^N \left[sC_{mn,\nu} \sum_{k=0}^{i-1} e_{n,k} + \sum_{p,q} \left(\frac{s^2 D_{mn}^{pq}}{4c_{\nu}} + \frac{sE_{mn}^{pq}}{2} \right) \times \sum_{j=0}^{i-1} e_{n,j} I_{ij} \left(\frac{sR_{mn}^{pq}}{c_{\nu}} \right) + \frac{s^2 D_{mn}^{pq}}{c_{\nu}} \sum_{j=0}^{i-1} \sum_{k=0}^{j-1} (j-k) e_{n,k} \times I_{ij} \left(\frac{sR_{mn}^{pq}}{c_{\nu}} \right) + sE_{mn}^{pq} \sum_{j=0}^{i-1} \sum_{k=0}^{j-1} e_{n,k} I_{ij} \left(\frac{sR_{mn}^{pq}}{c_{\nu}} \right) \right] \quad (41)$$

식 (36)-(41)에서 사용된 요소는 부록 (A.1)-(A.7)에서 f_E 와 g_E 대신에 f_H 와 g_H 를 사용하여 얻을 수 있다. 식 (39)의 $V_m^{H(\nu)}$ 는 부록 (A.20)에 주어져 있다.

행렬식 (27)과 (35)를 각각 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[a_{mn}^E][c_{n,i}] = [\gamma_{m,i}^E] \quad (42)$$

$$[a_{mn}^H][c_{n,i}] = [\gamma_{m,i}^H] \quad (43)$$

여기서 $c_{n,i} = e_{n,i}$, $n = 1, 2, \dots, N$ 이고, $c_{n,i} = h_{n,i}$, $n = N+1, 2, \dots, 2N$ 이다. 최종적으로 식 (42)와 (43)으로 주어진 TENE와 THNH의 행렬식을 결합하면 식 (22)로부터 얻게 되는 TD-CFIE의 행렬식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[a_{mn}][c_{n,i}] = [\gamma_{m,i}], \quad i = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (44)$$

여기서 $\alpha_{mn} = (1-\chi)\alpha_{mn}^E + \chi\eta\alpha_{mn}^H$ 과 $\gamma_{m,i} = (1-\chi)\gamma_{m,i}^E + \chi\eta\gamma_{m,i}^H$ 이다. 따라서 라게르 함수의 차수를 증가 시키면서 식 (44)를 반복적으로 계산하면 과도 유기전류를 얻을 수 있다 [8]. 유전 산란체 표면의 등가 전류밀도가 결정되면 산란장 및 레이다 단면적을 계산할 수 있다. 시간영역에서 T_f 까지 지속되는 입사신호를 고려한다면, 식 (31)과 (39)에서 적분의 상한인 무한대 대신에 sT_f 를 사용할 수 있다.

4. 수치 결과

수치 계산을 위하여 상대유전율이 2이고 자유공간에 있는 유전체를 가정하였다. 본 장에서 c 와 η 는 각각 자유공간의 전파속도와 파동 임피던스를 나타낸다. 유전 산란체에는 평면파가 입사하며, 전장과 자장이 각각 다음과 같이 표현되는 가우시안 펄스를 인가하였다.

$$\underline{E}^i(x, t) = E_0 \frac{4}{\sqrt{\pi T}} e^{-r^2}, \quad H^i(x, t) = \frac{1}{\eta} \hat{k} \times \underline{E}^i(x, t) \quad (45)$$

여기서 $\gamma = (4/T)(ct - ct_0 - x \cdot \hat{k})$ 이며, \hat{k} 는 전파 방향을 나타내는 단위 파수 벡터, T 는 펄스의 폭, t_0 는 시간 $t=0$ 으로부터 펄스 침투치의 위치를 나타내는 지연시간이다. 계산시 평면파의 입사 방향은 $-z$ 축, 즉 $\hat{k} = -\hat{z}$ 으로 하였으며, 전장의 방향은 $\underline{E}_0 = \hat{x}$ 으로 두었다. 그리고 가우시안 펄스의 폭과 지연시간은 $T=4$ lm (light meter) 및 $ct_0=6$ lm으로 하였다. 단위 'lm'은 자유공간에서 전자파가 1 m 전파하는데 걸리는 시간이다. 과도해의 계산시 최종 관측시간을 $cT_f=30$ lm로 두고, 가중 라게르 함수의 개수는 $M=40$ 으로 두었다. 그리고 시간 확장 파라미터는 $s=0.9 \times 10^9$ 으로 계산하였다. 모든 수치 결과는 500 MHz까지 주파수 영역 결합 적분방정식 (FD-CFIE)으로부터 얻어진 결과의 푸리에 역변환 (IDFT)과 비교하였다. 수치 결과를 보이는 그림에서 전류가 관찰되는 공유변과 관련된 삼각형을 도색하여 표시하였다. 계산되는 원거리 산란장은 입사방향과 반대로 ($+z$ 방향) 산란되는 θ (또는 x) 성분의 정규화 전장이다. 공간 시험함수와 관련하여 각 시험계수의 선택은 참고 문헌 [7]에 근거하여 다음과 같이 두 경우만을 고려한다.

$$\langle f_m + g_m, \text{EFIE} \rangle + \langle -f_m + g_m, \text{MFIE} \rangle$$

$$\langle f_m - g_m, \text{EFIE} \rangle + \langle f_m + g_m, \text{MFIE} \rangle$$

이 두 시험 방법에 의한 수치 결과는 동일하였다. 또한 주파수 영역에서 결합 적분방정식에 공간영역의 내적을 수행할 때 네 개의 시험항 중에서 그 하나를 생략하기 위한 표현은 다음과 같다 [6].

$$f_E \langle f_m, \text{EFIE} \rangle + g_E \langle g_m, \text{EFIE} \rangle$$

$$+ f_H \langle f_m, \text{MFIE} \rangle + g_H \langle g_m, \text{MFIE} \rangle$$

이 내적의 표현식으로부터 무시되는 항에 따라 TENE-TH ($g_H=0$), TENE-NH ($f_H=0$), TE-THNH ($g_E=0$), NE-THNH ($f_E=0$)을 구성할 수 있다. TD-CFIE에도 이 방법을 적용하면 FD-CFIE와 마찬가지로 서로 다른 시험계수의 조합으로 16개의 시험 방법을 얻을 수 있다. 그러나 TD-CFIE의 경우 이 16 개의 시험 방법으로부터는 타당한 해를 얻을 수가 없었다. 수치 계산시 결합 파라미터 $\chi=0.5$ 로 두었다. 그리고 시험계수는 $f_E=1$, $g_E=1$, $f_H=-1$, $g_H=1$ 를 사용하였다.

첫 예로서 반경이 0.5 m인 유전체구를 고려한다. 유전체구의 중심은 좌표계의 원점에 있으며, 그림 2에서 보듯이 구의 표면을 864 개의 삼각형으로 모델링을 한 결과 $N=1,296$ 개의 공유변을 얻었다. 그림 2는 유전체구 표면에서 θ

방향의 전기 전류밀도에 대한 과도해이며, 그림 3은 유전체 구 표면에서 θ 방향의 자기 전류밀도에 대한 과도해이다.

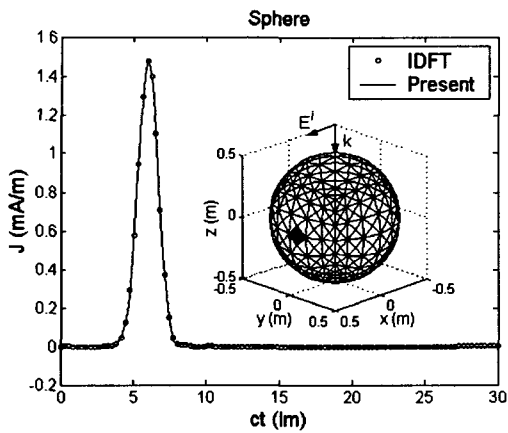


그림 2 구형 유전체 표면의 과도 전기 전류밀도.
Fig. 2 Transient electric current density on the dielectric sphere.

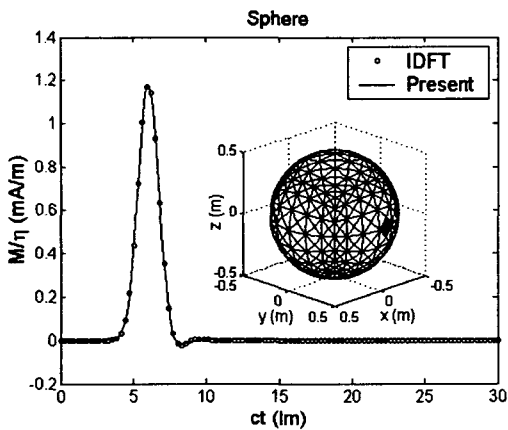


그림 3 구형 유전체 표면의 과도 자기 전류밀도.
Fig. 3 Transient magnetic current density on the dielectric sphere.

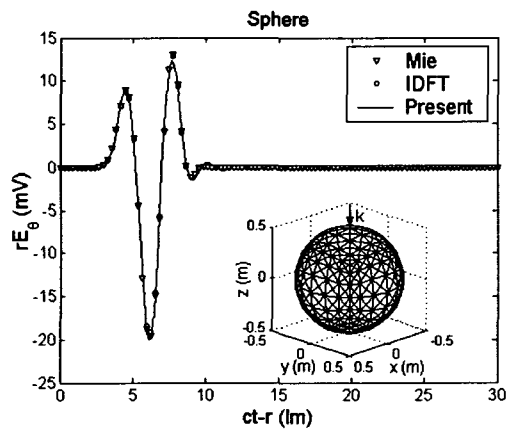


그림 4 구형 유전체로부터 $+z$ 방향의 산란장.
Fig. 4 Backward scattered field from the dielectric sphere along the $+z$ direction.

그림 2와 3에서 보듯이 제안된 방법으로 계산된 전기 및 자기 전류밀도의 과도해는 주파수 영역에서 계산된 해의 IDFT와 매우 잘 일치하며, 진동없이 안정되어 있음을 볼 수 있다. 그림 4는 입사방향과 반대 방향으로 산란되는 전장의 과도 응답이며, 엄밀해 (Mie) 뿐만 아니라 주파수영역 결합 적분방정식으로부터 계산된 해의 IDFT와도 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

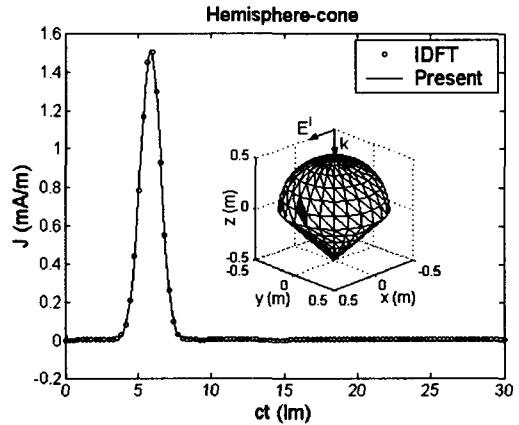


그림 5 반구-원뿔 유전체 표면의 과도 전기 전류밀도.
Fig. 5 Transient electric current density on the dielectric hemisphere-cone.

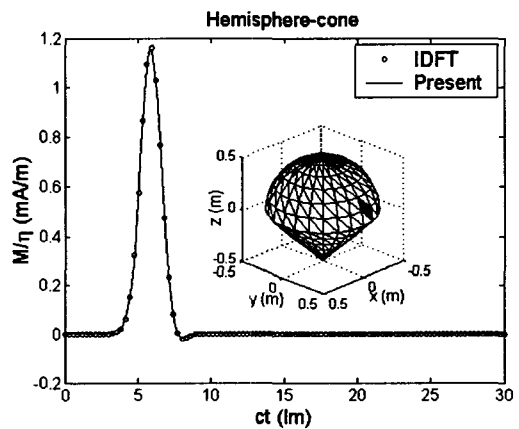


그림 6 반구-원뿔 유전체 표면의 과도 자기 전류밀도.
Fig. 6 Transient magnetic current density on the dielectric hemisphere-cone.

다음 예로서 반구와 원뿔이 접한 형태의 유전체이다. 반구의 반경은 0.5 m이며, 원뿔의 높이는 z 방향을 따라 0.5 m이다. 이 구조를 480개의 삼각형으로 모델링하였으며, 그 결과 $N=720$ 개의 공유변을 얻었다. 그림 5는 반구 표면에서 θ 방향 전기 전류밀도의 과도해이며, 관찰되는 위치는 $\theta=75^\circ$ 및 $\phi=7.5^\circ$ 이다. 그림 6은 반구 표면에서 θ 방향 자기 전류밀도의 과도해이며 관찰되는 위치는 $\theta=75^\circ$ 및 $\phi=97.5^\circ$ 이다. 제안된 방법으로 계산된 결과는 주파수영역 적분방정식으로부터 계산된 해의 IDFT와 잘 일치하고 있으며, 진동없이 안정되어 있다.

부 록

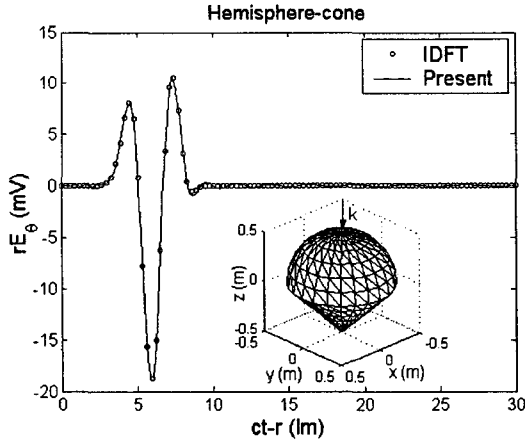


그림 7 반구-원뿔 유전체로부터 +z 방향의 산란장.
 Fig. 7 Backward scattered field from the dielectric hemisphere-cone along the +z direction.

그림 7은 반구-원뿔 구조로부터 입사방향과 반대 방향으로 산란되는 전장의 과도 응답이며, 주파수영역 결합 적분방정식으로부터 계산된 해의 IDFT와도 잘 일치하고 있으며 안정되어 있음을 볼 수 있다.

4. 결 론

입의 형태를 가지는 3차원 유전체의 과도 산란해를 얻기 위하여 TD-CFIE의 새로운 해법을 제안하였다. 모멘트법을 적용하는 과정에서 삼각형 패치로 유전체 표면을 근사하여 공간 및 시간 영역으로 분리하여 내적을 수행하였다. 공간 전개함수로서 RWG 벡터 함수를, 공간 시험함수로는 RWG 함수 및 그 직교 함수의 조합을 사용하였다. 시험함수를 선택하는 방법을 고찰한 결과 두가지 방법만이 타당하였다. 또한 라게르 함수와 지수함수의 곱으로 정의되는 시간영역의 전개함수를 도입하여 시간영역의 미지수를 표현하였으며, 이 함수를 시간영역의 시험함수로도 사용하였다. 무조건적으로 수렴하는 시간영역 전개함수의 감쇄 특성으로 가우시안 펄스의 평면파 인가시 등가 전류밀도 및 산란 전장의 과도해는 진동 현상이 안정되어 있었으며, 주파수영역에서 계산된 해의 푸리에 역변환과 잘 일치하였다.

감사의 글

본 연구는 2003년도 호서대학교 벤처산학컨소시엄연구 지원과제로 수행된 연구결과입니다.

식 (23)의 TENE 내적에 사용된 각 요소는 다음과 같다.

$$A_{mn}^{pq} = f_E a_{mn,f}^{pq} + g_E a_{mn,g}^{pq} \quad (A.1)$$

$$F_{mn}^{pq} = f_E b_{mn,f}^{pq} + g_E b_{mn,g}^{pq} \quad (A.2)$$

$$C_{mn}^{pq} = g_E f_{mn,g}^{pq} \quad (A.3)$$

$$C_{mn,\nu} = \begin{cases} +C_{mn}, & \nu=1 \\ -C_{mn}, & \nu=2 \end{cases} \quad (A.4)$$

$$C_{mn} = \sum_{p,q} (f_E C_{mn,f}^{pq} + g_E C_{mn,g}^{pq}) \quad (A.5)$$

$$D_{mn}^{pq} = f_E d_{mn,f}^{pq} + g_E d_{mn,g}^{pq} \quad (A.6)$$

$$E_{mn}^{pq} = f_E e_{mn,f}^{pq} + g_E e_{mn,g}^{pq} \quad (A.7)$$

THNH에서 사용되는 요소는 f_E 와 g_E 대신에 f_H 와 g_H 를 사용하여 얻을 수 있다. 식 (A.1)-(A.7)의 적분은 다음과 같다.

$$a_{mn,f}^{pq} = \frac{1}{4\pi} \int_S f_m^p(\mathbf{r}) \cdot \int_S \frac{f_n^q(\mathbf{r}')}{R} dS' dS \quad (A.8)$$

$$a_{mn,g}^{pq} = \frac{1}{4\pi} \int_S g_m^p(\mathbf{r}) \cdot \int_S \frac{f_n^q(\mathbf{r}')}{R} dS' dS \quad (A.9)$$

$$b_{mn,f}^{pq} = \frac{1}{4\pi} \int_S \nabla \cdot f_m^p(\mathbf{r}) \int_S \frac{\nabla' \cdot f_n^q(\mathbf{r}')}{R} dS' dS \quad (A.10)$$

$$f_{mn,g}^{pq} = \frac{1}{4\pi} \int_S g_m^p(\mathbf{r}) \int_S \nabla' \cdot f_n^q(\mathbf{r}') \frac{\hat{R}}{R} dS' dS \quad (A.11)$$

$$g_{mn,g}^{pq} = \frac{1}{4\pi} \int_S g_m^p(\mathbf{r}) \int_S \nabla' \cdot f_n^q(\mathbf{r}') \frac{\hat{R}}{R^2} dS' dS \quad (A.12)$$

$$c_{mn,f}^{pq} = \frac{1}{2} \int_S f_m^p(\mathbf{r}) \cdot \hat{n} \times f_n^q(\mathbf{r}) dS \quad (A.13)$$

$$c_{mn,g}^{pq} = \frac{1}{2} \int_S g_m^p(\mathbf{r}) \cdot \hat{n} \times f_n^q(\mathbf{r}) dS \quad (A.14)$$

$$d_{mn,f}^{pq} = \frac{1}{4\pi} \int_S f_m^p(\mathbf{r}) \cdot \int_S f_n^q(\mathbf{r}') \times \frac{\hat{R}}{R} dS' dS \quad (A.15)$$

$$d_{mn,g}^{pq} = \frac{1}{4\pi} \int_S g_m^p(\mathbf{r}) \cdot \int_S f_n^q(\mathbf{r}') \times \frac{\hat{R}}{R} dS' dS \quad (A.16)$$

$$e_{mn,f}^{pq} = \frac{1}{4\pi} \int_S f_m^p(\mathbf{r}) \cdot \int_S f_n^q(\mathbf{r}') \times \frac{\hat{R}}{R^2} dS' dS \quad (A.17)$$

$$e_{mn,g}^{pq} = \frac{1}{4\pi} \int_S g_m^p(\mathbf{r}) \cdot \int_S f_n^q(\mathbf{r}') \times \frac{\hat{R}}{R^2} dS' dS \quad (A.18)$$

여기서 \hat{R} 은 $\mathbf{r}-\mathbf{r}'$ 방향의 단위 벡터이다. 식 (A.8)-(A.18)의 적분 과정은 참고문헌 [11]-[17]에서 볼 수 있다. 입사장과 관련한 내적은

$$V_m^{E(\nu)}(t) = \begin{cases} \int_S (f_E f_m(\mathbf{r}) + g_E g_m(\mathbf{r})) \cdot \mathbf{E}^i(\mathbf{r}, t) dS, & \nu=1 \\ 0, & \nu=2 \end{cases} \quad (A.19)$$

$$V_m^{H(\nu)}(t) = \begin{cases} \int_S (f_H f_m(\mathbf{r}) + g_H g_m(\mathbf{r})) \cdot \mathbf{H}^i(\mathbf{r}, t) dS, & \nu=1 \\ 0, & \nu=2 \end{cases} \quad (A.20)$$

와 같이 표현된다.

참 고 문 헌

- [1] S. M. Rao, *Time Domain Electromagnetics*. Academic Press, 1999.
- [2] D. A. Vechinski, S. M. Rao, and T. K. Sarkar, "Transient scattering from three-dimensional arbitrary shaped dielectric bodies," *J. Opt. Soc. Amer.*, vol. 11, no. 4, pp. 1458-1470, April 1994.
- [3] S. M. Rao and T. K. Sarkar, "Implicit solution of time-domain integral equations for arbitrarily shaped dielectric bodies," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 21, no. 3, pp. 201-205, May 1999.
- [4] T. K. Sarkar, W. Lee, and S. M. Rao, "Analysis of transient scattering from composite arbitrarily shaped complex structures," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 48, no. 10, pp. 1625-1634, Oct. 2000.
- [5] B. H. Jung, T. K. Sarkar, Y.-S. Chung, Z. Ji, and M. Salazar-Palma, "Analysis of transient electromagnetic scattering from dielectric objects using a combined field integral equation," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 40, no. 6, pp. 476-481, March 2004.
- [6] X. Q. Sheng, J. M. Jin, J. M. Song, W. C. Chew, and C. C. Lu, "Solution of combined-field integral equation using multilevel fast multipole algorithm for scattering by homogeneous bodies," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 46, no. 11, pp. 1718-1726, Nov. 1998.
- [7] B. H. Jung, T. K. Sarkar, and Y.-S. Chung, "A survey of various frequency domain integral equations for the analysis of scattering from three-dimensional dielectric objects," *J. of Electromagn. Waves and Applicat.*, vol. 16, no. 10, pp. 1419-1421, Oct. 2002.
- [8] B. H. Jung, Y. S. Chung, and T. K. Sarkar, "Time-domain EFIE, MFIE, and CFIE formulations using Laguerre polynomials as temporal basis functions for the analysis of transient scattering from arbitrary shaped conducting structures," *J. of Electromagn. Waves and Applicat.*, vol. 17, no. 5, pp. 737-739, May 2003.
- [9] S. M. Rao, D. R. Wilton, and A. W. Glisson, "Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 30, no. 3, pp. 409-418, May 1982.
- [10] A. D. Poularikas, *The Transforms and Applications Handbook*. IEEE Press, 1996.
- [11] S. M. Rao, *Electromagnetic Scattering and Radiation of Arbitrarily-Shaped Surfaces by Triangular Patch Modeling*. PhD Dissertation, Univ. Mississippi, Aug. 1980.
- [12] D. R. Wilton, S. M. Rao, A. W. Glisson, D. H. Schaubert, O. M. Al-Bundak, and C. M. Butler, "Potential integrals for uniform and linear source distributions on polygonal and polyhedral domains," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 32, no. 3, pp. 276-281, March 1984.
- [13] R. D. Graglia, "Static and dynamic potential integrals for linearly varying source distributions in two- and three-dimensional problems," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 35, no. 6, pp. 662-669, June 1987.
- [14] S. Caorsi, D. Moreno, and F. Sidoti, "Theoretical and numerical treatment of surface integrals involving the free-space Green's function," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 41, no. 9, pp. 1296-1301, Sept. 1993.
- [15] R. D. Graglia, "On the numerical integration of the linear shape functions times the 3-D Green's function or its gradient on a plane triangle," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 41, no. 10, pp. 1448-1455, Oct. 1993.
- [16] T. F. Eibert and V. Hansen, "On the calculation of potential integrals for linear source distributions on triangular domains," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 43, no. 12, pp. 1499-1502, Dec. 1995.
- [17] R. E. Hodges and Y. Rahmat-Samii, "The evaluation of MFIE integrals with the use of vector triangle basis functions," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 14, no. 1, pp. 9-14, Jan. 1997.

저 자 소 개



김 청 수(金 淸 秀)

2003년 2월: 호서대학교 전파공학과 (공학사). 2003년 3월~현재: 호서대학교 벤처전문대학원 정보통신융용기술학과 (석사과정)
Tel : 010-4483-0408, Fax : (041)-540-5693
E-mail : 0629blue@hanmail.net



박 재 권(朴 在 權)

2003년 2월: 호서대학교 전파공학과(공학사). 2003년 3월~현재: 호서대학교 벤처전문대학원 정보통신융용기술학과
Tel : 016-316-3029, Fax : (041)-540-5693
E-mail : jaekwonpark@empal.com



안 현 수(安 賢 洙)

2003년 2월: 호서대학교 전파공학과 (공학사). 2003년 3월~현재: 호서대학교 벤처전문대학원 정보통신융용기술학과 (석사과정)
Tel : 018-571-1201, Fax : (041)-540-5693
E-mail : hyunsuan@empal.com



정 백 호(鄭 白 鎬)

1985년 2월: 경북대학교 전자공학과 (공학사). 1989년 2월: 경북대학교 대학원 전자공학과 (공학석사). 1997년 8월: 경북대학교 대학원 전자공학과 (공학박사). 1989년 2월~1994년 3월: 국방과학연구소 연구원. 2001년 1월~2002년 2월: 미국 Syracuse 대학교 연구교수. 1997년 9월~현재: 호서대학교 전기정보통신공학부 부교수. 주 관심분야: 전자파 수치해석(CEM), 전파 전파 모델.
Tel : (041)-540-5690, Fax : (041)-540-5693
E-mail : bhjung@office.hoseo.ac.kr