

# 적응 FWLS 알고리즘을 응용한 시변 비선형 시스템 식별

論 文

53D-12-1

## Utilization of the Filtered Weighted Least Squares Algorithm For the Adaptive Identification of Time-Varying Nonlinear Systems

安奎英\* · 李寅煥\*\* · 南尚沅†

(Kyu-Young Ahn · In-Hwan Lee · Sang-Won Nam)

**Abstract** - In this paper, the problem of adaptively identifying time-varying nonlinear systems is considered. For that purpose, the discrete time-varying Volterra series is employed as a system model, and the filtered weighted least squares (FWLS) algorithm, developed for adaptive identification of linear time-varying systems, is utilized for the adaptive identification of time-varying quadratic Volterra systems. To demonstrate the performance of the proposed approach, some simulation results are provided. Note that the FWLS algorithm, decomposing the conventional weighted basis function (WBF) algorithm into a cascade of two (i.e., estimation and filtering) procedures, leads to fast parameter tracking with low computational burden, and the proposed approach can be easily extended to the adaptive identification of time-varying higher-order Volterra systems.

**Key Words** : Adaptive System Identification, Time-Varying Volterra System, FWLS(Filterd Weighted Least Squares) Algorithm

### 1. 서 론

관측된 시스템의 입출력 데이터로부터 동적 시스템의 수학적 모델을 구하는 시스템 식별 문제는 digital signal processing, process control, communications 등 여러 분야에서 연구되어 왔다[1-3]. 특히, 많은 경우에 대상 시스템을 시불변 선형 시스템으로 가정하고 있다. 그러나 실제 시스템이 시변이며 비선형인 경우[1,2], 시변 선형 시스템 식별, 시변 비선형 시스템 식별, 그리고 비선형 시스템의 선형화 문제에 대한 연구 또한 필요하다. 예를 들어, 시스템의 시변 특성은 무선 통신 시스템 등에서 나타난다. 즉, 이동전화 시스템에서 다경로 전파 특성과 사용자의 이동은 채널의 분산 및 채널의 시변 특성을 야기한다. 그리고 위성 통신에서는 TWT 증폭기의 비선형 특성 영향 분석 및 선형화 문제가 많이 연구[1,4,5,6,7]되고 있다. 또, 비선형 회로의 왜곡 해석 [5,6,7]과 비선형 nonstationary dynamic 시스템의 모델링에 시변 Volterra series model이 적용된 연구[8]도 보고 되고 있다.

최근, 시변 선형 시스템의 식별을 위해 least mean squares (LMS), exponentially weighted least squares (EWLS), exponentially weighted basis function (EWBF), filtered weighted least squares (FWLS) 알고리즘을 이용한 적응

식별 기법들이 제안되었다[1,3,4]. 구체적으로, 시스템 파라미터가 시간에 따라 천천히 변화할 때는 LMS나 EWLS 알고리즘을 이용하여 시스템 파라미터를 적응적으로 잘 추정할 수 있으나, 시스템 특성 변화가 빠른 경우 LMS나 EWLS 알고리즘에 기초한 기법들은 그 시변 선형 시스템의 시변 특성을 적절히 추정하지 못할 수도 있게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위해, 시스템 파라미터를 basis function의 선형 결합으로 나타내는 EWBF 알고리즘[1,4]이 제안되었는데, 추정해야 할 계수의 수가 늘어날수록 전개항의 수도 과도하게 늘어나므로 계산량이 증가하게 되는 단점이 있다 이를 보완하기 위하여 최근 FWLS 알고리즘[4]이 제안되었는데, 빠르게 변화하는 시변 시스템의 식별 경우 FWLS 알고리즘은 EWBF 만큼의 빠른 추정 특성을 보이는 동시에 상대적으로 적은 계산량을 요구한다[4].

본 논문에서는 시변 선형 시스템 식별을 위해 개발된 FWLS 알고리즘[4]을 시변 2차 비선형 볼테라 시스템 식별에 확장 적용하여, 빠른 파라미터 추정 능력과 적은 연산량 특성을 갖는 시변 비선형 시스템 식별 기법을 제안한다. 또한, 모의실험을 통해 기존의 적응 식별 알고리즘과 제안된 적응 비선형 시스템 식별 기법의 성능을 비교 분석한다.

다음 2 절에서는 시변 비선형 시스템에 대한 시변 볼테라 급수 모델을 서술하고, 3 절에서는 시변 2차 비선형 시스템을 식별하기 위한 적응 알고리즘들을 기술한다. 또한 4 절에서는 모의실험을 통해 제안된 시변 비선형 시스템 식별 알고리즘의 성능 및 실제 적용 가능성을 고찰한다.

### 2. 시변 볼테라 급수 모델링

본 논문에서는 이산 시변 2차 볼테라(discrete time-

† 교신저자, 正會員: 漢陽大 電子電氣컴퓨터 工學部 教授 · 工博  
Email: swnam@hanyang.ac.kr

\* 學生委員: 漢陽大 電子通信電波 工學科 碩士課程

\*\* 正會員: 漢陽大 電子電氣컴퓨터 工學部 副教授 · 工博  
接受日字: 2004年 10月 8日

最終完了: 2004年 11月 16日

varying second-order Volterra) 시스템을 고려한다[5,7,9, 10]. 볼테라 급수는 메모리를 갖는 Taylor 급수의 확장된 형태이다. 특히, 볼테라 시스템의 출력은 시스템 커널들 관점에서 선형이므로, 기존의 선형 필터 이론을 비선형 시스템 분석에 적용할 수 있으며, 이러한 볼테라 모델은 다양한 분야의 비선형 시스템을 표현하는데 적절히 적용될 수 있다 [5,9,10].

본 논문에서의 시스템 모델인 이산 시변 2차 볼테라 모델은 다음과 같이 표현된다[5,7,9,10].

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} h_1(n,i)x(n-i) + \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=i}^{N-1-i} h_2(n,i,j)x(n-i)x(n-j) + s(n) \quad (1)$$

여기서,  $x(n)$ 은 입력 신호이고,  $y(n)$ 은 출력 신호이며,  $s(n)$ 은 백색 측정 잡음이다. 그리고  $h_1(n,i)$ 과  $h_2(n,i,j)$ 은 1차, 2차 시변 볼테라 커널(kernel)이고  $N$ 은 시스템 메모리 크기이다. 또한, 비선형 커널(즉,  $h_2(n,i,j)$ )은 대칭이라고 가정한다. 특히, (1)의 입·출력 관계식은 다음의 벡터 형식으로 간단히 표현할 수 있다.

$$y(n) = \mathbf{x}_v^T(n) \mathbf{h}_v(n) + s(n) \quad (2)$$

$$\mathbf{x}_v(n) = [x(n), \dots, x(n-N+1), x^2(n), x(n)x(n-1), \dots, x(n)x(n-N+1), x^2(n-1), \dots, x(n-1)x(n-N+1), x^2(n-2), \dots, x^2(n-N+1)]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{h}_v(n) = [h_1(n,0), \dots, h_1(n,N-1), h_2(n,0,0), h_2(n,0,1), \dots, h_2(n,0,N-1), h_2(n,1,1), \dots, h_2(n,1,N-1), h_2(n,2,2), \dots, h_2(n,N-1,N-1)]^T \\ = [\alpha_1(n), \alpha_2(n), \dots, \alpha_{\frac{(N+1)N}{2}}(n)]^T \quad (4)$$

위 식에서  $\mathbf{h}_v(n)$ 은 1차, 2차 커널들로 구성된 볼테라 커널 벡터이고,  $\mathbf{x}_v(n)$ 은 입력의 비선형 조합으로 구성된 볼테라 입력 벡터이다.

### 3. 시변 볼테라 시스템 식별

본 논문에서는 시변 비선형 시스템을 시변 2차 볼테라 시스템으로 모델링하여 시변 선형 및 비선형 볼테라 커널들(즉,  $\mathbf{h}_v(n)$ )을 추정하고자 한다. 그림 1은 시변 비선형 시스템의 적응적 식별 과정을 보여준다. 구체적으로  $x(n)$ 은 입력 신호이고,  $y(n)$ 은 출력 신호이다.  $\mathbf{h}_v(n)$ 은 1차, 2차 커널들로 구성된 볼테라 커널 벡터이고,  $s(n)$ 은 백색 측정 잡음이다. 본 절에서는 시변 선형 시스템 식별을 위해 개발된 기존의 WLS (weighted least squares) 알고리즘[1,3,4], WBF (weighted basis function) 추정 알고리즘[1,4], 그리고 FWLS 알고리즘[4]들을 확장 적용한 시변 2차 볼테라 시스템 식별 알고리즘을 유도하려 한다.

### 3.1 Weighted Least Squares (WLS) Estimation

시변 선형 시스템 식별을 위해 개발된 WLS (weighted least squares) 알고리즘[1,3,4]은 weighting sequence ( $w(i)$ )를 이용하고, cost function  $J(n)$ 을 다음과 같이 정의하여 그 cost function을 최소화 하는  $\hat{\mathbf{h}}_v(n)$ 을 추정하는데 적용된다.

$$J(n) = \sum_{i=0}^{n-1} w(i) [y(n-i) - \mathbf{x}_v^T(n-i) \mathbf{h}_v]^2 \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{h}}_v(n) = \underset{\mathbf{h}_v}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=0}^{n-1} w(i) [y(n-i) - \mathbf{x}_v^T(n-i) \mathbf{h}_v]^2 = \mathbf{\Omega}^{-1}(n) \mathbf{q}(n) \quad (6)$$

$$\mathbf{\Omega}(n) = \sum_{i=0}^{n-1} w(i) \mathbf{x}_v(n-i) \mathbf{x}_v^T(n-i)$$

$$\mathbf{q}(n) = \sum_{i=0}^{n-1} w(i) y(n-i) \mathbf{x}_v(n-i) \text{이다.}$$

특히, 실제로 많이 사용되는 다음의 exponential window을 적용하면,

$$w(i) = \lambda^i, \quad 0 < \lambda < 1 \quad (7)$$

(5)의 cost function을 최소화 하는 볼테라 커널 벡터는 다음과 같이 적응적으로 추정할 수 있다[3].

$$\hat{\mathbf{h}}_v(n) = \hat{\mathbf{h}}_v(n-1) + \mathbf{L}(n) \varepsilon(n)$$

$$\varepsilon(n) = y(n) - \mathbf{x}_v^T(n) \hat{\mathbf{h}}_v(n-1)$$

$$\mathbf{L}(n) = \frac{\mathbf{P}(n-1) \mathbf{x}_v(n)}{\lambda + \mathbf{x}_v^T(n) \mathbf{P}(n-1) \mathbf{x}_v(n)}$$

$$\mathbf{P}(n) = \frac{1}{\lambda} [\mathbf{P}(n-1) - \mathbf{L}(n) \mathbf{x}_v^T(n) \mathbf{P}(n-1)]$$

$$\mathbf{P}(n-1) = \mathbf{\Omega}^{-1}(n-1) \quad (8)$$

### 3.2 Weighted Basis Function (WBF) Estimation

시스템 식별에서 일반적으로 사용되는 적응 알고리즘들(예를 들어, LMS (least mean squares), WLS (weighted least squares) 등)은 파라미터를 표현하는 명확한 수학적 모델을 고려하지 않는다. 이와는 반대로 BF(basis function) 알고리즘[1]은 파라미터를 명확한 수학적 모델로 표현하는 것에 기초하고 있다. 즉, 각 파라미터가 특정 시간 함수(즉, basis function)들의 선형 결합으로 나타낼 수 있다고 가정한다. 그 시간 함수인  $\{f_1(t), \dots, f_k(t)\}$ 을 이용하여 파라미터 즉, (4)의 볼테라 커널 벡터  $\mathbf{h}_v(n)$ 의  $i$ 번째 성분  $\alpha_i(n)$ 을 basis function의 선형 결합으로 표현하면 다음과 같다.

$$\alpha_i(n) = \sum_{j=1}^k c_{ij} f_j(n), \quad i=1, \dots, m \quad (m = N + \frac{(N+1)N}{2}) \quad (9)$$

가장 널리 사용되는 basis function에는 시간의 지수 승으로 표현되는 다음의 Legendre basis와

$$f_j(n) = n^{j-1}, \quad j=1, \dots, k$$

sine과 cosine 함수가 혼합된 다음의 modified Fourier basis 등이 있다.

$$f_1(n)=1, f_{2i}(n)=\sin w_i n, f_{2i+1}(n)=\cos w_i n, \quad i=1, 2, \dots$$

(9)에서의 basis function 전개 표현을 위해 사용된 모든 계수(coefficients)들과 basis function  $\{f_1(t), \dots, f_k(t)\}$ 을 종합하여 보다 간결하게 식 (2)를 표현하기 위해 다음의 4 종류 벡터를 정의하자. 즉, (i)  $(k \times 1)$  파라미터 벡터  $\gamma_i = [c_{i1}, \dots, c_{ik}]$ , (ii)  $(mk \times 1)$  벡터  $\gamma_v = [\gamma_1^T, \dots, \gamma_m^T]^T$ , (iii)  $(k \times 1)$  basis function 벡터  $\mathbf{f}(n) = [f_1(n), \dots, f_k(n)]^T$ , 그리고 (iv)  $(mk \times 1)$  generalized input 벡터인  $\Psi_v(n) = \mathbf{x}_v(n) \otimes \mathbf{f}(n)$  (여기서,  $\otimes$ 은 Kronecker product operation). 새로이 정의된 4 종류 벡터를 이용하여 (2)에 적용하면, 시스템 출력  $y(n)$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y(n) = \Psi_v^T(n) \gamma_v + s(n) \quad (10)$$

또한, weighted least squares 방법[1,3,4]을 (10)에 적용하면  $\gamma_v$ 의 추정값을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\hat{\gamma}_v(n) = \underset{\gamma_v}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=0}^{n-1} w(i) [y(n-i) - \Psi_v^T(n-i) \gamma_v]^2 = \Omega^{-1}(n) \mathbf{q}_v(n) \quad (11)$$

$$\Omega_v(n) = \sum_{i=0}^{n-1} w(i) \Psi_v(n-i) \Psi_v^T(n-i)$$

$$\mathbf{q}_v(n) = \sum_{i=0}^{n-1} w(i) y(n-i) \Psi_v(n-i)$$

또한, (7)에서 언급한 exponential window를 적용하고 (11)을 만족하는  $\gamma_v$ 의 추정 값을 유도하면 WBF (weighted basis function) 알고리즘[1,4]이 되며  $\gamma_v$ 의 추정 값은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \hat{\gamma}_v(n) &= \hat{\gamma}_v(n-1) + \mathbf{L}_*(n) \varepsilon(n) \\ \varepsilon(n) &= y(n) - \Psi_v^T(n) \hat{\gamma}_v(n-1) \\ \mathbf{f}(n) &= \mathbf{A} \mathbf{f}(n-1) \\ \Psi_v(n) &= \mathbf{x}_v(n) \otimes \mathbf{f}(n) \\ \mathbf{L}_*(n) &= \frac{\mathbf{P}_*(n-1) \Psi_v(n)}{\lambda + \Psi_v^T(n) \mathbf{P}_*(n-1) \Psi_v(n)} \\ \mathbf{P}_*(n) &= \frac{1}{\lambda} [\mathbf{P}_*(n-1) - \mathbf{L}_*(n) \Psi_v^T(n) \mathbf{P}_*(n-1)] \\ \mathbf{P}_*(n-1) &= \Omega_v^{-1}(n-1) \end{aligned} \quad (12)$$

마지막으로, 결과식 (12)에 기반을 둔 볼테라 커널 벡터 추정값  $\hat{\mathbf{h}}_v(n)$ 의 벡터 표현식은 다음과 같다.

$$\hat{\mathbf{h}}_v(n) = \mathbf{H}(n) \hat{\gamma}_v(n) = (\mathbf{I}_m \otimes \mathbf{f}^T(n)) \hat{\gamma}_v(n) \quad (13)$$

### 3.3 Filtered Weighted Least Squares Estimation (FWLS-Non-asymptotic)

3.2 절에서 언급한 BF (basis function) 적용 알고리즘은 추정 파라미터 수가 늘어날수록 선형 결합의 전개 항 수도 늘어나 계산량이 많아지는 단점이 있다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 최근 시변 선형 시스템 식별 기법으로 FWLS (filtered weighted least squares) 알고리즘이 제안되었다[4]. 이 기법의 기본 아이디어는 BF (basis function) 알고리즘을 추정과 필터링의 두 단계로 나누어서 파라미터를 추정하는 것이다. 첫 번째 단계에서는 WLS (weighted least squares) 알고리즘이 적용되고, 두 번째 단계에서는 첫 번째 단계의 결과로부터 추정된 파라미터에 WLS의 inverse filtering, 그리고 BF (basis function) 추정 방법이 적용된다. 두 번째 단계인 filtering은 첫 번째와 두 번째 단계 전체의 impulse response를 BF (basis function) estimation과 같게 만든다. 이렇게 제안된 FWLS (filtered weighted least squares) 알고리즘은 BF (basis function) 알고리즘만큼의 파라미터 추정 능력을 갖는 동시에 WLS (weighted least squares) 알고리즘만큼의 적은 계산량을 보인다.

본 논문에서는 시변 선형 시스템 식별을 위해 개발된 FWLS 알고리즘[4]을 시변 2차 비선형 볼테라 시스템 식별에 확장 적용하고자 한다. Table 1에 FWLS 알고리즘을 적용한 시변 2차 볼테라 시스템 식별 알고리즘을 요약하고 있다. 즉, FWLS 알고리즘의 첫 번째 단계인 추정 과정에서의 파라미터 추정값을  $\hat{\mathbf{h}}_v(n)$ , 그리고 두 번째 단계인 필터링 과정에서 우선 WLS의 inverse filtering를 통해  $\tilde{\mathbf{h}}_v(n)$ 를 구하고, 이 추정값에 basis function 방법을 적용하여 나온 최종 시변 볼테라 커널 벡터  $\mathbf{h}^*(n)$ 을 추정한다. 각 단계별 구체적인 식 유도 과정은 다음과 같다.

1. FWLS 알고리즘의 첫 번째 단계인 추정 과정에서는 WLS (weighted least squares) 알고리즘을 적용한다. 즉, forgetting constant가  $\lambda_1$ 인 WLS 알고리즘 (8)을 이용하여  $\hat{\mathbf{h}}_v(n)$ 를 추정한다.

2. FWLS 알고리즘의 두 번째 단계인 필터링 과정 유도는 다음과 같다.

- [11]에 의하면 입력 신호가 stationary인 경우, WLS를 이용하여 추정된 파라미터의 평균값과 실제 파라미터 값 사이에는 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$\bar{\mathbf{h}}_v(n) \cong \frac{1}{k_n} \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_1^i \mathbf{h}_v(n-i) \quad (14)$$

$$k_n = \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_1^i = \lambda_1 k_{n-1} + 1 \quad (15)$$

여기서  $\bar{\mathbf{h}}_v(n) = E[\hat{\mathbf{h}}_v(n)]$ 이고,  $k_n$ 은 exponential window의 유효 길이이다. (14)를 이용하면 다음과 같은 inverse filtering 식을 얻는다[4].

$$\tilde{\mathbf{h}}_v(n) = k_n \hat{\mathbf{h}}_v(n) - \lambda_1 k_{n-1} \hat{\mathbf{h}}_v(n-1) \quad (16)$$

- 또한, inverse filter를 통과한 출력  $\tilde{\mathbf{h}}_v(n)$ 는 실제 파라미터에 잡음이 있는 sequence로 간주될 수 있다. 즉,

$$\tilde{\mathbf{h}}_v(n) = \mathbf{h}_v(n) + \mathbf{e}(n) \quad (17)$$

(17)에서 잡음을 최소한으로 줄이기 위하여 basis function 방법을 적용시킬 수 있다. basis function 추정 방법을 적용하기 위하여 파라미터 벡터 즉, Volterra 커널 벡터의 j번째 성분을 다음과 같이 basis function의 선형결합으로 표현하자.

$$\alpha_j(n) = \mathbf{f}^T(n) \boldsymbol{\gamma}_j \quad (\mathbf{h}_v(n) = [\alpha_1(n), \alpha_2(n), \dots, \alpha_{N+\frac{(N+1)N}{2}}(n)]^T) \quad (18)$$

$\tilde{\alpha}_j(n)$ 을  $\alpha_j(n)$ 에 잡음이 첨가된 파라미터라고 간주하고,  $\boldsymbol{\gamma}_j$  값 추정을 위해 WLS (weighted least squares)를 적용하면 다음과 같다.

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}_j(n) = \underset{\boldsymbol{\gamma}_j}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_2^i [\tilde{\alpha}_j(n-i) - \mathbf{f}^T(n-i) \boldsymbol{\gamma}_j]^2 = \mathbf{F}^{-1}(n) \mathbf{g}_j(n) \quad (19)$$

$$\mathbf{F}(n) = \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_2^i \mathbf{f}(n-i) \mathbf{f}^T(n-i), \quad \mathbf{g}_j(n) = \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_2^i \tilde{\alpha}_j(n-i) \mathbf{f}(n-i)$$

이다. 여기서,  $\boldsymbol{\gamma}_j$ 의 추정 값으로부터 계산된 최종 파라미터  $\hat{\alpha}_j(n)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_j(n) &= \mathbf{f}^T(n) \hat{\boldsymbol{\gamma}}_j(n) \\ (\hat{\mathbf{h}}_v(n) &= [\hat{\alpha}_1(n), \hat{\alpha}_2(n), \dots, \hat{\alpha}_{N+\frac{(N+1)N}{2}}(n)]^T) \end{aligned} \quad (20)$$

(19)에 기반을 둔 (20)의 파라미터는 다음과 같이 적용적으로 계산될 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_j(n) &= \mathbf{f}^T(n) \hat{\boldsymbol{\gamma}}_j(n) & j=1, 2, \dots, m \\ \hat{\boldsymbol{\gamma}}_j(n) &= \hat{\boldsymbol{\gamma}}_j(n-1) + \mathbf{K}(n) \boldsymbol{\varepsilon}_j(n) \\ \boldsymbol{\varepsilon}_j(n) &= \tilde{\alpha}_j(n) - \mathbf{f}^T(n) \hat{\boldsymbol{\gamma}}_j(n-1) \\ \mathbf{f}(n) &= \mathbf{A} \mathbf{f}(n-1) \\ \mathbf{K}(n) &= \frac{\mathbf{G}(n-1) \mathbf{f}(n)}{\lambda_2 + \mathbf{f}^T(n) \mathbf{G}(n-1) \mathbf{f}(n)} \\ \mathbf{G}(n) &= \frac{1}{\lambda_2} [\mathbf{G}(n-1) - \mathbf{K}(n) \mathbf{f}^T(n) \mathbf{G}(n-1)] \\ \mathbf{G}(n-1) &= \mathbf{F}^{-1}(n-1) \end{aligned} \quad (21)$$

위에서 설명한 FWLS 알고리즘을 적용한 시변 볼테라 커널 추정 과정을 요약하면 다음과 같다.

- 1) 첫 번째 단계인 추정 과정에서는 식 (8)을 이용하여 시스템 파라미터 추정값인  $\hat{\mathbf{h}}_v(n)$ 을 구한다.
- 2) 두 번째 단계인 필터링 과정은 다음과 같다.
  - 첫 번째 단계에서 얻어진  $\hat{\mathbf{h}}_v(n)$ 에 inverse filtering 과정인 (15)-(16)을 적용하여  $\tilde{\mathbf{h}}_v(n)$ 을 구한다.

- inverse filtering으로 추정된  $\tilde{\mathbf{h}}_v(n)$ 에 (17)-(21)을 적용하여 최종 시변 볼테라 커널  $\mathbf{h}_v^*(n)$ 을 구한다.

#### 4. 모의실험

모의실험에서는 제안된 기법의 타당성을 보이기 위해 시변 볼테라 커널들(N=3)이 다음과 같은 시변 2차 볼테라 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} h_1(n,0) &= 0.2 \cos(0.01n) \exp(-0.001n), \\ h_1(n,1) &= 0.15 \sin(0.02n), \quad h_1(n,2) = 0.1, \\ h_2(n,0,0) &= 0.8 \cos(0.01n) \exp(-0.001n), \quad h_2(n,0,1) = 0.0, \\ h_2(n,0,2) &= 0.0, \quad h_2(n,1,1) = 0.01 \sin(0.005n), \\ h_2(n,1,2) &= 0.0, \quad h_2(n,2,2) = 0.4 \cos(0.01n) \exp(-0.0005n) \end{aligned}$$

특히, 본 모의 실험에서는 입력으로 autoregressive 신호 (즉,  $x(n) = 0.8x(n-1) + e(n)$ ,  $\sigma_e^2 = 1$ ), 추정 잡음  $s(n)$ 의 분산은  $\sigma_s^2 = 0.01$ 인 경우이다. 또한, EWBF (exponentially weighted basis function), FWLS (filtered weighted least squares) 알고리즘에는 3차 modified Fourier basis[1]를 사용하였다. 그림 2는 기존의 EWLS (exponentially weighted least squares), EWBF, FWLS 알고리즘(여기서,  $\lambda_1 = 0.8$ ,  $\lambda_2 = 0.9903$ )을 적용한 경우의 MSE (mean square error) 값들을 비교한 것이다. 그림 2의 MSE 값들은 각 알고리즘을 500번 실행하여 평균하여 얻은 것이다. 그리고 그림 2에서 알 수 있듯이 빠르게 변화하는 시변 비선형 시스템의 식별에 각 알고리즘이 적용될 때, 본 논문에서 제안한 두 단계 과정을 갖는 FWLS 알고리즘이 기존의 추정 능력이 우수한 EWBF 알고리즘과 비슷한 성능을 보이며, 그 차이는 0~2 dB 정도로 근소하다. 또한, FWLS 알고리즘이 EWLS 알고리즘보다는 우수한 성능을 나타내며 MSE는 최고 15dB 정도까지 차이가 난다. 그림 3은 FWLS 알고리즘을 적용하여 얻어진 2차 커널의 한 계수 값인  $h_2(n,2,2)$ 의 시변 추정 값을 나타낸 것인데, 빠르게 변화하는 비선형 시스템에서도 FWLS 알고리즘이 실제 커널 값을 잘 추정하고 있음을 보여주고 있다.

#### 5. 결 론

본 논문에서는 기존의 FWLS 알고리즘을 확장 적용한 시변 2차 비선형 볼테라 시스템의 식별 기법을 제안하였다. 기존의 LMS 나 WLS 알고리즘은 시변 시스템에서 변화가 빠른 파라미터를 잘 추정하지 못한다. 따라서 빠르게 변화하는 시변 시스템의 식별에는 정교한 WBF 알고리즘이 사용되어야 한다. 그러나, WBF 알고리즘은 많은 계산량을 요구하는 단점이 있다. 본 논문에서는 빠른 파라미터 추정 능력과 적은 계산량을 요구하는 FWLS 알고리즘을 적용하여 시변 2차 비선형 볼테라 시스템을 식별하였다. 또한, 모의실험에서는 제안된 비선형 시스템 식별 기법이 빠르게 변화하는

2차 볼테라 시스템 식별에서 좋은 성능을 나타냄을 보였다. 끝으로, 본 논문에서 제안된 기법은 시변 고차 볼테라 시스템의 식별에 쉽게 확장 적용될 수 있다.

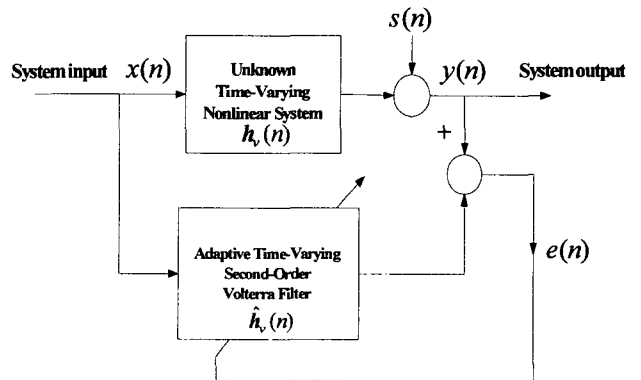
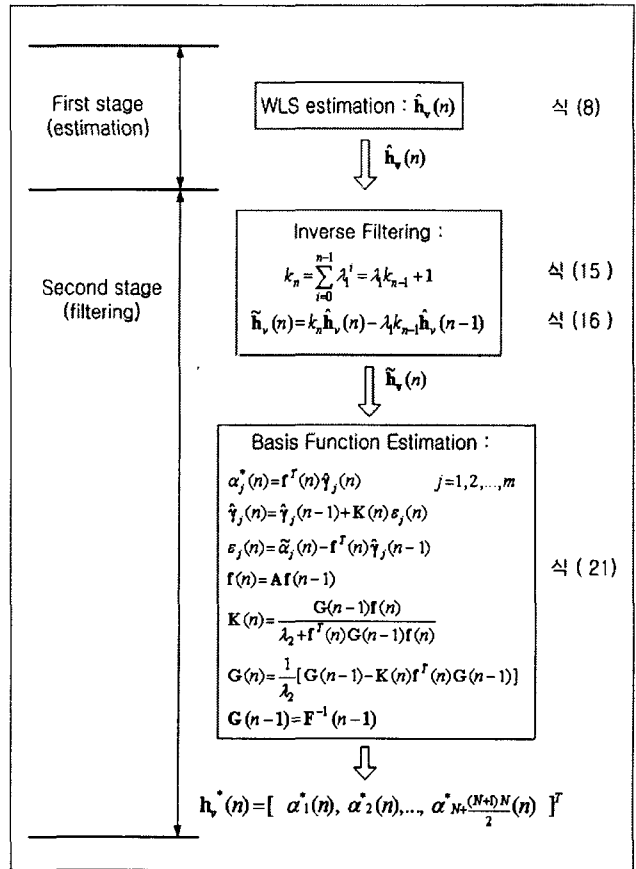
**Acknowledgement**

This study was supported by a grant of the Korea Health 21 R & D Project, Ministry of Health & Welfare, Republic of Korea (02-PJ3-PG6-EV08-0001).

**참고 문헌**

- [1] M. Niedzwieckim, Identification of Time-varying Processes, Wiley, New York, 2000.
- [2] R. Haber and L. Keviczky, Nonlinear System Identification-Input-Output Modeling Approach, Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [3] S. Haykin, Adaptive Filter Theory, 4th Ed., Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 2002.
- [4] M. Niedzwiecki and T. Klaput, "Fast recursive basis function estimators for identification of time-varying processes," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 50, pp. 1925-1934, Aug. 2002.
- [5] M. Schetzen, The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1980.
- [6] F. Yuan and A. Opal, "Distortion analysis of periodically switched nonlinear circuits using time-varying Volterra series," IEEE Trans. Circuits Syst, vol. 48, pp. 726-738, Jun. 2001.
- [7] W. Yu, S. Sen, and B.S. Leung, "Distortion analysis of MOS track-and-Hold sampling mixers using time-varying Volterra series," IEEE Trans. Circuits Syst.-II: Analog and Digital Signal Proc., vol. 46, no. 2, pp. 101-113, Feb. 1999.
- [8] M. Iatrou, T.W. Berger, and V.Z. Marmarelis, "Modeling of nonlinear nonstationary dynamic systems with a novel class of artificial neural networks," IEEE Trans. Neural Networks, vol. 10, no. 2, pp. 327-339, Mar. 1999.
- [9] V.J. Mathews and G.L Sicuranza, Polynomial Signal Processing, John Wiley & Sons, Inc., 2000.
- [10] V.J. Mathews, "Adaptive polynomial filters," IEEE Signal Proc. Mag., vol. 8, no. 3, pp. 10-26, Jul. 1991.
- [11] M. Niedzwiecki, "First-order tracking properties of weighted least squares estimators," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 33, pp. 94-96, Jan. 1988.

**표 1.** FWLS 알고리즘을 적용한 시변 볼테라 커널 추정  
**Table 1.** Estimation of time-varying Volterra kernels using the proposed nonlinear FWLS algorithm.



**그림 1.** 시변 2차 볼테라 모델을 이용한 시변 비선형 시스템 식별

**Fig. 1.** Adaptive identification of time-varying nonlinear system using a time-varying quadratic Volterra series.

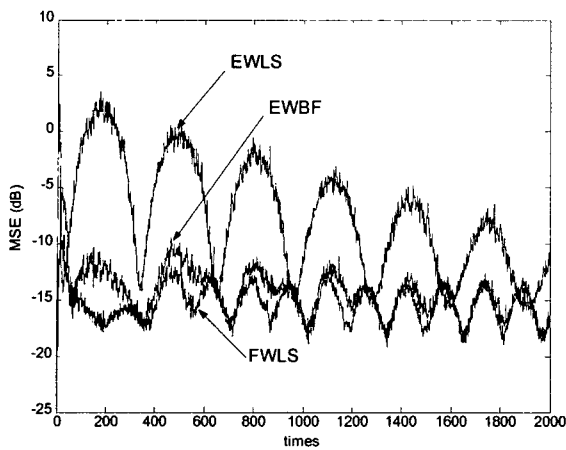


그림 2. EWLS, EWBF, FWLS 알고리즘에 대한 mean square errors 비교

Fig. 2. Mean Square Errors (MSE) in case of three adaptive algorithms (i.e., EWLS, EWBF, and FWLS)

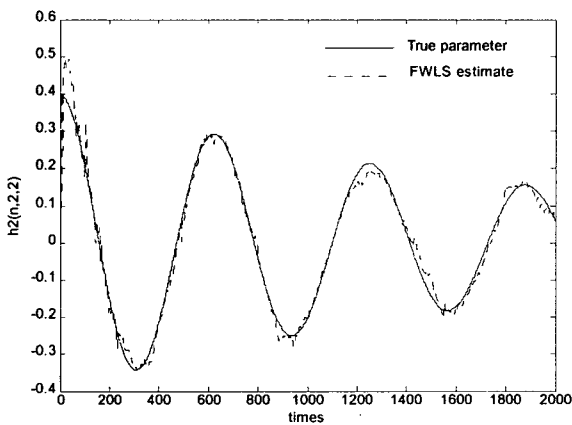


그림 3.  $h_2(n,2,2)$ 에 대한 FWLS 추정값

Fig. 3. FWLS estimates for  $h_2(n,2,2)$

## 저 자 소 개



### 안 규 영(安奎英)

1980년 7월 23일생. 2003년 단국대 전자 컴퓨터공학부 졸업. 2003년~현재 한양대 전자통신전파공학과 석사과정 .

Tel : 02-2281-0588, Fax : 02-2298-1957

E-mail : mymiyao@hotmail.com



### 이 인 환(李寅煥)

1957년 1월 27일생. 1979년 서울대 전기공학과 졸업. 1994년 Univ. of Illinois at Urbana-Champaign 졸업(공학). 1997년~현재 한양대 전자전기컴퓨터공학부 부교수

Tel : (02) 2290-0378, Fax : (02) 2281-9912

E-mail : ihlee@hanyang.ac.kr



### 남 상 원(南尙沅)

1957년 2월 24일생. 1981년 서울대학교 전기공학과 졸업. 1990년 Univ. of Texas at Austin 졸업(공학). 1991년~현재 한양대학교 전자전기컴퓨터공학부 교수

Tel : (02) 2281-0588, Fax : (02) 2298-1957

E-mail : swnam@hanyang.ac.kr