■論 文■

특송소화물 배송완료시간 최소화를 위한 차량경로문제 연구

Study on Vehicle Routing Problem with Minimum Delivery Completion Time

이 상 헌
(국방대학교 운영분석학과 교수)

목 차

Key Words : 특송 소화물, 차량경로문제, 배송완료시간, 고객대기시간, ILOG Solver

요 약

특송 소화물 수송은 상품의 생산과 소비에 직결되어 있으며 소비자에 대한 원활한 소화물 수송이 경제에 미치는 영향이 지대하므로 그 중요성은 날로 증대하고 있다. 특히, 소비자 중심의 다 빈도 소량 운송시대로의 전환과 택배 등 특송 소화물 운송 산업의 활성화에 대한 화물수송 증가추세에 비해 적절한 계획 및 정책이 결여되어 있는 실정이다. 본 논문에서는 물류센터(단지)에서 모든 고객에게 수·배송을 가장 빠른 시간 내에 완료하여 고객이 서비스를 받기 위해 대기하는 시간을 최소화하는 차량경로를 결정하는 배송완료시간 최소화를 위한 차량경로모형을 제시한다. 본 연구에서는 마지막으로 방문을 받는 수요자의 대기시간을 최소화하는 개념으로서 생산문제와 비교하면 단위시간당 동일한 비용이 지출된다고 가정 할 때 모든 제품의 생산 및 판매까지의 총 비용을 최소화하는 것이 고전적인 차량경로문제라고 본다면 모든 제품의 생산완료 시점을 최소화 하여 납기일을 단축시키는 것이 특징으로 볼 수 있다.

본 수리모형이 고전적인 차량경로문제와 구별되는 개념 중 하나는 각 차량의 마지막 방문 수요지에서 물류센터로 복귀하는 시간은 고려하지 않으며 이에 따라 동일한 수요자를 방문하더라도 방문순서에 따라서 이동시간이 상이한 것과 또한 차량들이 방문하는 총 이동시간이 동일하더라도 경로 변경에 따라 모든 수요자 중 가장 마지막에 방문을 받는 수요자의 대기시간을 단축할 수 있다. 일반적으로 이러한 모형은 배송을 완료하는 시점이 중요시 되는 특송 소화물, 신문배송 문제, 신선함을 요하는 상품 또는 퀵 서비스 등 다양한 서비스 문제에 확대 적용할 수 있다. 제시된 모형은 ILOG Cplex 및 Solver를 활용하여 기존 차량경로문제와 비교하여 다양한 고객 및 차량 수에 대하여 최적해에 근접한 해를 쉽게 구할 수 있다.

Ⅰ. 서론

교통 혼잡에 따른 도시 물류의 계획과 정비는 교통계획의 매우 중요한 이슈이다. 특히, 소비자중심(customer oriented)의 다 빈도 소량운송 시대로의 전환과 택배 등 특송 소화물 운송 산업의 활성화는 화물차량의 통행수요 증가 및 효율적 물류관리가 기대되는 도시교통의 현안과제로 제기되고 있는 실정이다.

일반적으로 차량운행문제는 운행경로 또는 시간의 제약조건에 따라서 차량경로문제, 차량일정문제, 그리고 차량경로·일정문제 등으로 구분된다. 차량경로문제(vehicle routing problem : VRP)란 물류센터(depot, 단지)에서 출발한 차량들이 재화나 서비스를 요구하는 고객들을 방문하고 다시 물류센터로 복귀하는데 소요되는 총 운행시간(거리)을 최소화하는 경로(path)를 선정하는 문제로서 다양한 현실문제에 적용하기 위하여 여러 특성요인을 포함한 발전된 형태의 연구가 활발히 진행되어 왔다.

본 논문에서 제시하는 문제의 형태가 기존의 차량경로문제와 구별되는 개념의 차이는 기존 형태가 운행되는 차량에 제반 비용을 최소화하기 위한 경영자나 물류센터의 입장에서 고려한 모형인 반면, 본 연구에서 제시하는 형태는 고객이 서비스를 받기 위하여 대기하는 시간을 최소화하여 서비스 만족도를 높일 수 있도록 고객 입장에서 고려한 모형이라 할 수 있다. 예를 들어 어느 도시중심에 위치한 수산물센터에서 새벽에 도착한 어패류를 당일 아침에 여러 장소의 수산물시장으로 가용한 다수차량을 이용하여 배송한다고 가정하자. 배송은 1일 1회 아침에만 이루어지며 배송시간 경과에 따라서 어패류의 신선도는 감소하고 또한 수산물시장에서의 판매수익에도 영향을 초래하기 때문에 화주의 입장에서는 차량이 동시 출발하여 가장 빠른 시간 내에 전 수산물시장에 배송을 완료하는 것이 목적이라 할 수 있고 가장 마지막 도착하는 수산물시장까지는 물류센터를 출발한 시점부터 시간이 어느 정도 경과되는가에 관심을 가질 것이다. 또한 수산물시장의 입장에서는 늦어도 몇 시간 내에 어패류를 배달하는 차량이 도착할 수 있느냐에 대한 해답을 필요로 할 것이다.

유사한 상황으로서 택배 및 퀵 서비스 등과 같이 제한된 시간 내에 모든 고객에게 제품의 배송을 완료하여야 하는 상황처럼 어느 한 고객이라도 크게 방문의 지연 없이 모든 고객에 배송을 완료할 수 있는 시간을 얼마나 최소화할 수 있느냐에 대한 해를 찾는 모형은 각종 교통서비스 분야에 광범위하게 적용할 수 있다.

본 논문은 이러한 개념의 모형을 구축함에 있어서 차량경로문제의 표준모형(Danzig and Ramser, 1959)과 동일한 가정사항 하에서 목적함수와 제약식 구성에 있어서 인덱스를 추가하여 차량경로문제에서 제약식 수를 단축시킬 수 있는 방안을 제시하였다. 실험을 통하여 동일한 가정사항과 수치예제에서 산출된 두 모형간의 최적해를 비교하여 물류센터와 고객위주의 해의 관계를 고찰한다.

Ⅱ. 차량경로문제의 다양한 형태

차량경로문제의 표준형태로부터 현실문제 적용을 위하여 다양한 특성이 포함되어 연구된 대표적인 형태들을 살펴보면 다음과 같다.

먼저, VRPTW(vehicle routing problem with time window)는 고객의 방문요구 하한 및 상한시간에 대한 제약조건을 추가한 형태로서 방문요구시간에 서비스가 이루어지지 않으면 패널티나 고객 불만도를 부여한 문제를 다루었으며(Malandraki and Dial, 1996), VRPMT(multi-trip vehicle routing problem)는 차량의 운행시간 제약 범위 내에서 물류센터에 대한 다회방문이 허용되는 형태로서 고객의 주문량이 차량의 용량을 초과할 때 차량이 물류센터 복귀 후 재운행이 가능한 상황을 부여하였다(Fagerholt, 1999). PDP(pick up delivery problem)는 고객에 대한 배송과 수거가 발생하는 형태로서 고객이 소비하고 남은 재화의 폐품을 수거해야 하는 가정사항을 고려한 형태이며(Mosheiov, 1998; 김내헌, 1993), TDVRP(time dependent vehicle routing problem)는 시간경과에 따라 동일경로의 운행시간이 변화하는 형태로서 출·퇴근시간 같이 차량이 정체되는 시간대를 고려하였다(Malandraki and Daskin, 1992). 또한, MPVSP(multi period vehicle scheduling problem)는 차량운행에 필요한 수송비용과 일정 기간동안의 재고비용을 최소화하는 모형이며(Kim and Kim, 1999), 이외에도 차량용량이 서로 다른 문제인 HVRP(heterogeneous vehicle routing problem; Barbarosoglu and Ozgur, 1999), 물류센터가 복수인 MDVRP(multi depot vehicle routing problem; Sumichrast & Markham, 1995), 고객의 수요가 변화하는 형태인 VRPSD (vehicle routing problem with stochastic demand; Bertsimas, 1992) 등이 연구되었다.

차량경로문제의 해법으로는 본질적인 조합적 특성에 의거 Mangnanti(1981)에서와 같이 혼합정수계획법(MIP)으로 모형화할 수 있고 또한 분지한계법(branch and bound method) 등에 의해 최적해를 구할 수 있다. 그러나 계산의 복잡도에 있어서 Lenstra and Kan(1981)이 지적했듯이 NP-hard 부류에 속하므로 문제의 크기가 커짐에 따라 정확한 해를 얻으려면 상당한 계산시간과 기억용량을 필요로 하고 있다. 최근 들어 컴퓨터의 발달과 더불어 최적해법을 개발하려는 노력이 있긴 하지만 미미한 실정이며 더구나 여러 가지 유형의 변형된 차량경로문제는 더욱 복잡한 형태를 지니기 때문에 최적해 산출은 상당한 제한이 따른다. 따라서 최근의 해법연구는 최적해와 근사한 값을 빠른 시간 내에 산출할 수 있는 발견적 해법(heuristic)에 대한 활발한 연구가 일반적인 추세이다.

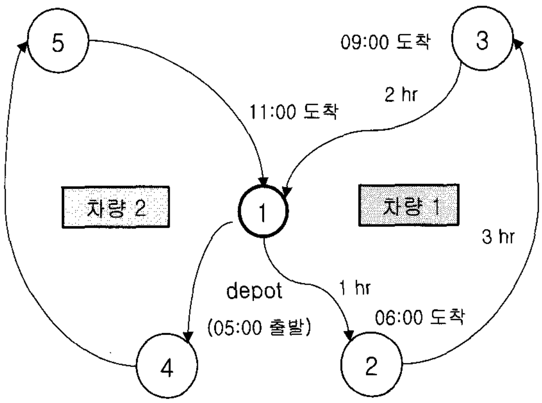
이와 같이 기존의 다양한 차량경로문제들은 고전적인 차량경로문제에서 파생되어 현실문제에 좀 더 적합한 형태의 모형을 찾고자 하는 노력으로 다양하게 발전되었고 그 모형에 대한 최적해법과 발견적해법이 동시에 연구 발전되어 왔다.

Ⅲ. 배송완료시간 최소화 차량경로모형

1. 대기시간 최소화 개념

본 논문에서 제시하는 배송완료시간 최소화를 위한 차량경로문제의 목적함수는 최종적으로 서비스를 받는 고객의 대기시간을 최소화하는 것이다. 여기서 대기시간이란 "차량이 물류센터를 출발한 시점으로부터 고객에게 배송까지의 소요시간"으로 정의한다.

배송완료시간 최소화를 위한 차량경로모형(vehicle routing problem with minimum delivery completion time : VRPMD)은 해를 찾는 과정에서 기존의 차량경로문제와 구별되는 두 가지 개념이 요구된다. 우선 본 모형에서는 각 차량이 마지막 방문한 고객에서 물류센터로 복귀하는 경로의 이동시간은 고려하지 않는다. 그 이유로서 고객에게 서비스를 종료하는 시점 즉, 최종적으로 방문하는 고객까지의 운행소요시간이 배송을 완료하는 시점으로서 1장에서 어패류를 수산물시장에 배달하는 예를 들었듯이 1일 1회 배달하여 추가적인 배송의 연속



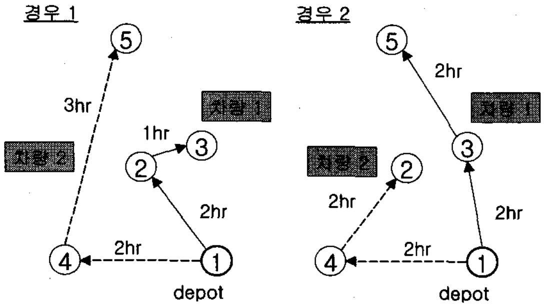
〈그림 1〉 방문순서에 따른 대기시간 차이

성은 일어나지 않으며, 택배·퀵 서비스 등의 업종 또한 근무 직수별로 작업에 참여하는 경우, 배송을 마치고 복귀해야 하는 시간여유는 충분하다고 볼 수 있기 때문에 복귀시간의 고려는 간과할 수 있다. 이와 같이 물류센터의 복귀시간을 고려하지 않는 경우에서는 운행순서에 따라 고객의 대기시간은 상이할 수 있다.

예를 들어 〈그림 1〉과 같이 물류센터에서 어패류를 적재한 1번 차량이 05:00시에 출발하였다고 가정하자.

만약 1번 차량이 2번과 3번 시장에 수송을 담당하고 두시장의 중요도가 동일하다고 가정했을 때, 고전적인 차량경로문제와 같이 물류센터 입장에서 고려한다면 1번 차량이 1-2-3-1의 경로 혹은, 1-3-2-1의 경로로 운행을 하건 소요되는 시간은 6시간으로 동일하지만, 본 연구에서의 개념과 같이 고객의 대기시간을 보면 만일 1번 차량이 1-3-2의 경로로 시장을 방문했을 경우에는 3번 시장에는 07:00시에 도착하고 2번 시장에는 10:00시에 도착하여 마지막에 방문을 받는 2번 시장의 대기시간은 10:00시로서 배송을 완료하는 시간은 10:00시이지만, 1-2-3으로 방문했을 경우 2번 시장에는 06:00시에 도착하고 3번 시장에는 09:00시에 도착하여 배송을 완료하는 시간을 09:00시로 단축시킬 수 있다. 따라서 차량이 방문하는 고객이 동일하더라도 운행순서(방향)에 따라 배송완료시간은 달라진다.

둘째, 각 차량들의 마지막 고객까지 운행시간의 합이 동일할지라도 운행경로에 따라서 모든 고객 중 최종 방문고객의 대기시간은 달라질 수 있다. 〈그림 2〉와 같이 경우 1 에서는 1번 차량이 1-2-3으로 운행하고 2번 차량이 1-4-5로 운행하여 운행차량의 마지막 고객까지 총 이동시간은 8시간이 소요되며, 경우 2 에서 또한 1번 차량이 1-3-5로 운행하고 2번 차량은 1-4-2



〈그림 2〉 최종고객의 대기시간 차이

로 운행하여 총 이동시간은 8시간으로서 동일하게 소요되지만 최종적으로 서비스를 받는 고객 입장에서의 대기시간은 경우 2 에서 4시간으로서, 경우 1 에서의 5시간 보다 짧게 소요된다.

이와 같은 이유로 본 모형에서는 각 차량들의 이동시간의 편차가 적을수록 최종 서비스를 받는 고객의 대기시간은 단축되며, 최종 고객의 대기시간은 배송완료시간과 동일한 의미를 지닌다.

차량경로문제의 표준모형은 물류센터 입장에서 차량 운행거리 또는 시간을 단축시켜 차량운행에 소요되는 비용을 최소화하기 위함이며, 표준모형에서 파생되어 여러 현실 제약사항들이 포함된 다양한 형태의 차량경로문제의 목적 또한 물류센터의 입장에서 비용을 최소화하는데 기반을 이루고 있다. 본 논문에서 제시하는 모형은 기존의 차량경로문제에서 기본적으로 추구하려는 포괄적인 목적과 상반된 개념인 고객 우선의 해를 찾는 모형을 제시하기 위함이며, 본 모형의 이론적 타당성 평가를 위해서 표준모형과의 관계를 고찰하고자 본 모형을 구성하는데 필요한 가정사항은 차량경로문제의 표준형태(standard vehicle routing problem)와 동일하게 구성하였다(Danzig and Ramser, 1959).

2. 수리모형

1) 변수 정의

배송완료시간 최소화를 위한 차량경로문제 모형은 0-1 정수 계획법(binary integer programming) 으로 모형화할 수 있으며 본 모형에서 사용되는 변수는 다음과 같다.

N : 고객 수
i, j : 고객($i, j=1, \cdots, N$, $i, j=1$: 물류센터)
D_i : 고객 i의 수요량
U : 차량의 용량
K : 차량 수
d_{ij} : 고객 i와 j의 거리
s : 고객 방문 순서의 역순
x_{ijks} : 차량 k에 의해 고객 i에서 j까지 s번째 서비스가 이루어지면 1, 그렇지 않으면 0

본 연구의 모형을 위하여 기존 차량경로문제에서는 고려되지 않은 고객을 방문하는 순서의 역순을 의미 하는 인덱스 s를 새롭게 생성하였으며 이에 따른 결정변수는 x_{ijks}로서 표준모형에서의 x_{ijk}와 차이를 보인다.

2) 수리모형

이러한 변수를 사용하여 배송완료시간 최소화모형을 구성하면 목적함수 식(1) 및 제약식의 식(2)~(12)와 같다.

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sum_{s=1}^{N} d_{ij}x_{ij1s} - \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} d_{ij}x_{ij11} \quad (1)$$

Subject to

$$\sum_{i=2}^{N} x_{i1k1} = 1 \qquad \forall k \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{K}\sum_{s=1}^{N} x_{ijks} = 1 \qquad j=2,\cdots,N \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{K}\sum_{s=1}^{N} x_{ijks} = 1 \qquad i=2,\cdots,N \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{ipks} - \sum_{j=1}^{N} x_{pjk(s-1)} = 0 \qquad \forall k,\ p,s=2,\cdots,N \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{N} D_i \sum_{j=1}^{N}\sum_{s=1}^{N} x_{ijks} \le U \qquad \forall k \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_{ijks} \le 1 \qquad \forall k, s \quad (7)$$

$$\sum_{j=2}^{N}\sum_{s=1}^{N} x_{1jks} \le 1 \qquad \forall k \quad (8)$$

$$\sum_{i=2}^{N}\sum_{s=1}^{N} x_{i1ks} \le 1 \qquad \forall k \quad (9)$$

$$\left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sum_{s=1}^{N} d_{ij}x_{ij1s} - \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} d_{ij}x_{ij11}\right) - \left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sum_{s=1}^{N} d_{ij}x_{ijks} - \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} d_{ij}x_{ijk1}\right) \ge 0 \qquad k=2,\cdots,K \quad (10)$$

$$x_{iiks}=0,\ \ x_{jjks}=0 \qquad \forall i,j,k,s \qquad (11)$$

$$x_{ijks}=0 \text{ or } 1 \qquad \forall i,j,k,s \qquad (12)$$

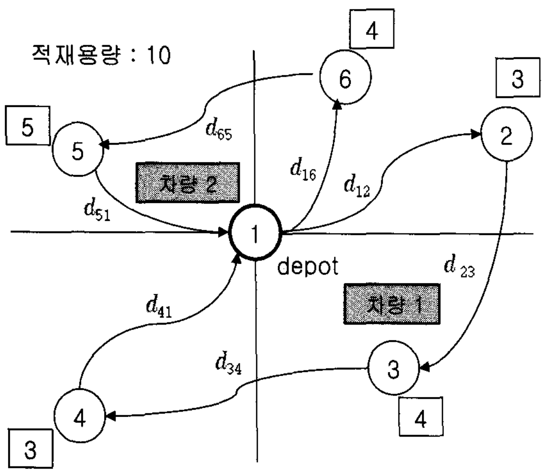
식(1), 식(2), 식(7), 식(10)은 본 연구에서 제시하는 개념의 모형 구성을 위해 새롭게 생성된 식이고 그 외의 식은 기존의 차량경로문제의 표준모형과 동일한 의미의 식으로서 인덱스 s 만을 포함한 식이다.

3) 목적함수

본 모형의 목적함수는 최종적으로 서비스를 받는 고객이 차량이 방문할 때까지 대기하는 시간을 최소화하는 것이다.

〈그림 3〉과 같은 경우에 있어서, 물류센터는 1번지점이고 2번부터 6번까지는 고객이 된다. 각 고객의 수요량은 그림에서와 같으며 가용한 차량의 수는 2대이고 차량의 적재용량은 2대 모두 10 으로 동일하다고 가정하자. 이 때 1번 차량은 2-3-4번 고객을 방문하고 물류센터로 복귀하고 2번 차량은 6-5번 고객을 방문한 후 물류센터로 복귀한다.

〈표 1〉은 각 고객에서의 대기시간을 나타내고 있으며 여기서 본 모형의 목적함수는 1번 차량이 방문하는 마지막 고객의 대기시간 $(d_{12}+d_{23}+d_{34})$과 2번 차량이 방문하는 마지막 고객의 대기시간 $(d_{16}+d_{65})$중 최대값을 최소화하는 것이다. 이를 수식으로 표현하면 모든 차량이 고객들을 방문하고 물류센터로 이동한 시간은 식(13)과 같다.



〈그림 3〉 배송완료시간 최소화 차량경로

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{K}\sum_{s=1}^{N} d_{ij}x_{ijks} \qquad (13)$$

인덱스 s는 고객 방문순서의 역순을 의미하므로 항상 물류센터로 복귀하는 경로는 $s=1$ 이 되기 때문에 모든 차량이 고객들을 방문하고 물류센터로 이동한 시간은 식(14)가 된다.

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{K} d_{ij}x_{ijk1} \qquad (14)$$

따라서 각 차량의 마지막 고객까지 이동시간은 모든 k 에 대해 식(15)와 같이 표현할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sum_{s=1}^{N} d_{ij}x_{ijks} - \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} d_{ijk1} \qquad (15)$$

이중 1번 차량의 이동시간은 식(1)과 같다. 이 식의 값을 최소화하는 것, 즉 1번 차량이 이동한 시간을 최소화하는 것이 본 모형의 목적함수인데, 1번 차량이 아닌 모든 차량은 각 마지막 고객 방문에 소요되는 시간이 1번 차량보다 오래 소요되지 않도록 하는 제약조건인 식(10)을 추가함으로서 가장 오랜 운행시간을 갖는 1번 차량의 운행시간을 최소화하는 것을 목적함수로 구성할 수 있다. 따라서 모든 고객이 예상하는 최대로 대기하는 시간을 최소화하는 목적함수는 식(1)과 같이 표현된다. 만일 〈그림 3〉과 같은 경로가 형성되었다고 가정하면 이 때의 결정변수 값은 x_{1214}, x_{2313}, x_{3412}, x_{4111}, x_{1623}, x_{6522}, $x_{5121}=1$, 그 외의 결정변수 값은 0 이며 목적함수 값은 $d_{12}+d_{23}+d_{34}$가 된다.

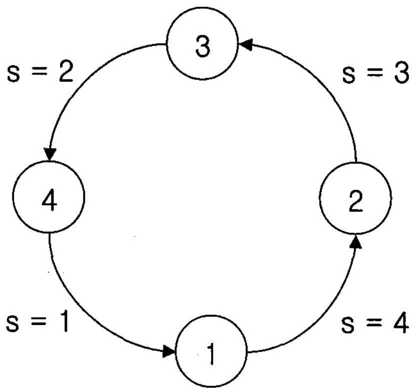
〈표 1〉 각 고객에서의 대기시간

차량	방문고객 (순서)	고객간 이동시간	각 고객의 대기시간	최종 고객 대기시간
1번	2	d_{12}	d_{12}	$d_{12}+d_{23}+d_{34}$
	3	d_{23}	$d_{12}+d_{23}$	
	4	d_{34}	$d_{12}+d_{23}+d_{34}$	
	1(물류센터)	d_{41}	$d_{12}+d_{23}+d_{34}+d_{41}$	
2번	6	d_{16}	d_{16}	$d_{16}+d_{65}$
	5	d_{65}	$d_{16}+d_{65}$	
	1(물류센터)	d_{51}	$d_{16}+d_{65}+d_{51}$	

4) 제약조건

(1) 인덱스 s 설정 제약식

고객 j 가 1 이라는 것은 물류센터를 의미하며 물류센터를 제외한 모든 i에서 물류센터로 통하는 경로가 반드시 하나가 존재할 때 항상 $s=1$이 존재한다는 것은 즉, 물류센터로 복귀하는 경로에서의 인덱스 s는 1 이 되어야 한다는 것으로서 식(2)와 같이 표현할 수 있으며 이 제약식은 식(5)와 조합하여 비로소 s가 차량이 고객을 방문하는 순서의 역순이라는 의미로 확장된다. 〈그림 4〉는 차량이 1번(물류센터)에서 출발하여 2-3-4-1의 경로를 운행했을 때 인덱스 s의 값을 나타내고 있다.



〈그림 4〉 인덱스 s 의 의미

(2) 1회 방문 제약식

식(3),(4)는 모든 고객 i, j에 대해서 차량이 한번씩만 방문하는 1회 방문 제약식으로서, 동일한 고객을 복수의 차량이 방문할 수 없다는 의미이다.

(3) 차량 흐름의 연속성 제약식

식(5)는 고객 방문의 연속성을 이루는 제약식으로서 i를 임의의 출발고객, p를 중간 경유고객, j를 임의의 도착고객으로 하였을 때, 차량 k 가 고객 i에서 p에 도착하여 서비스를 제공한 다음 반드시 p에서 출발하여 다음 고객 j 또는 물류센터로 이동해야 하며 이 때 방문순서 s의 인덱스는 1 이 감소됨으로서 다음 운행순서와 연결이 되어야 함을 의미한다.

(4) 차량의 화물적재용량 제약식

식(6)은 차량이 방문하는 경로에 포함된 고객들의 수요량의 합은 그 고객들을 방문하는 차량의 적재용량을 초과할 수 없음을 의미한다.

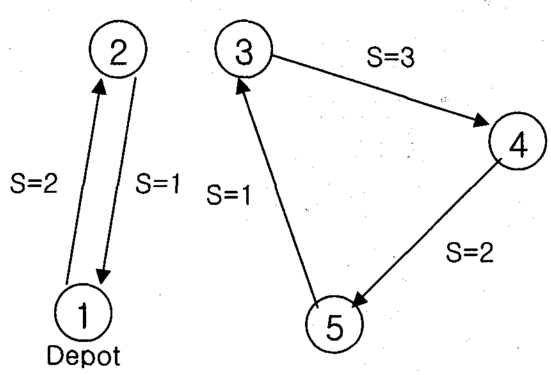
(5) 모든 차량과 서비스 순서에 대한 1회 방문제약식

식(3),(4)가 모든 고객 i, j에 대해서 1회 방문원칙이 적용된다면, 식(7)은 모든 차량 k와 모든 보급순서 s 에 대해서도 1회 방문원칙이 지켜져야 함을 의미한다. 즉 k개의 각 차량은 순서 s가 중복될 수 없음을 의미한다. 실제적으로 이 식은 식(2),(5)와 조합하여 부분경로(sub-tour)를 방지하는 제약식으로서 효과를 나타낸다.

예를 들어 〈그림 5〉와 같이 차량 1번이 1-2-1 과 동시에 3-4-5-3의 비정상경로를 운행한다고 할 때 동일한 1번 차량의 s가 2 인 x_{1212}와 x_{4512}의 합은 2 이므로 1 보다 크며, 같은 경우로서 동일한 1번 차량의 s가 1 인 x_{2111}과 x_{5311}의 합은 2 이므로 1 보다 크기 때문에 비정상경로가 형성됨을 알 수 있다. 즉 정상경로에서는 동일한 차량은 순서 s가 2개 이상 성립될 수 없다.

이와 같이 본 모형에서처럼 순서를 의미하는 인덱스 s를 포함함으로서 기존의 차량경로문제에서 고려하였던 물류센터를 포함하지 않는 경로의 형성을 방지하기 위한 부분경로방지 제약식이 본 모형에서는 모든 차량과 순서의 1회 방문 제약식으로서 대체된다.

외판원문제(TSP)나 차량경로문제에서 부분경로 형성을 방지하기 위한 제약식의 수는 고객 수 n에 따라 (2^n-1)로 구성된다. 따라서 고객 수가 증가함에 따라 기하급수적으로 증가하여 n이 20만 되더라도 차량 1대에 1,048,575개의 부분경로방지제약식이 구성되어 제약식 구성이 힘들어지며 계산시간에도 상당한 영향을 미치게 된다. 본 연구의 모형과 같이 인덱스 s를 포함



〈그림 5〉 부분경로(sub-tour) 형성

한 제약식의 구성과 기존의 모형에서와 같이 s를 포함하지 않는 제약식 구성은 고객 증가에 따라서 전체 제약식은 n의 곱과 $2n$의 곱으로 비례하여 제약식의 수가 증가하게 되며 4장에 구성되어 있는 실험에서 본 모형의 제약식의 크기와 비교할 수 있듯이 인덱스 s의 포함에 의하여 부분경로 형성방지 제약식의 생략은 좀 더 경제적으로 제약식을 구성할 수 있으며 이에 따라 계산시간도 단축시킬 수가 있다.

(6) 가용차량 반복운행 금지 제약식

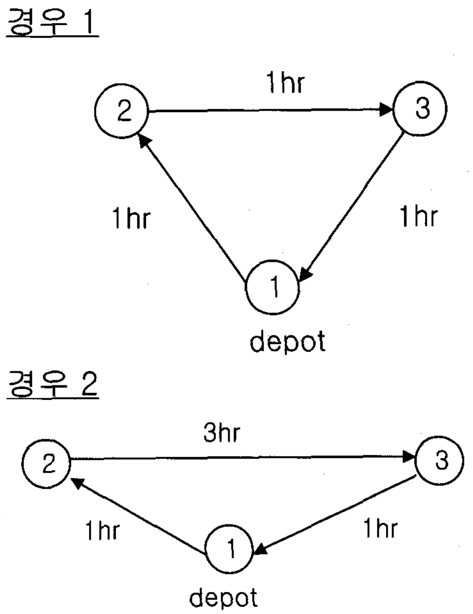
식(8),(9)는 물류센터를 출발하는 가용차량은 반복운행 할 수 없는 제약식이다. 여기서 주목할 점은 표준모형에서는 총 운행시간을 최소화하는데 운행하지 않는 차량도 발생 가능하지만, 본 배송완료시간 최소화 모형에서는 모든 가용차량을 운행한다.

예를 들어 총 운행시간을 최소화하는 개념에서는 〈그림 6〉의 경우 1 에서는 고객 2 와 3 을 2대의 차량으로 운행하면 차량 1 이 고객 2를 경유해서 물류센터로 복귀하기 때문에 2시간이 소요되고 차량 2 또한 고객 3 을 경유해서 물류센터로 복귀하기 때문에 2시간이 소요된다. 따라서 차량 2대를 운행했을 때의 총운행시간은 4시간이지만 차량 1대를 운행했을 경우에는 고객 2 와 3 을 1대의 차량이 경유해서 복귀하기 때문에 총 3시간이 소요되어 고객의 수요량을 차량 1대가 모두 충족할 수 있다면 차량 2대보다 차량 1대로 감소 운행하는 것이 운행시간을 최소화하는 경제적인 방안이다.

그러나 모든 경우에 이러한 상황은 성립이 된다고 볼 수 없다. 경우 2 에서처럼 각 고객간의 거리가 멀리 떨어져서 분포되어 있을 경우는 같은 방법으로 차량 2대를 운행했을 경우에는 총 4시간인 반면 차량 1대를 운행했을 경우에는 총 5시간이 소요되어 2대를 운행하는 것이 운행시간을 최소화하는 방안이다. 이와 같이 표준 모형에서는 총 운행시간을 최소화하기 위하여 고객을 방문하는 차량 수가 변동될 수 있다. 하지만 본 연구에서는 운행차량이 2대일 때는 경우 1 과 경우 2 에서 모두 고객의 대기시간은 1시간으로서, 차량 1대로 운행할 때의 경우 1 에서 2시간 및 경우 2 에서의 4시간 보다 적게 소요되어 배송완료시간 최소화 모형에서는 운행차량수가 변동되지 않는다.

(7) 최대운행시간 차량 지정 제약식

식(10)은 목적함수에서 1번 차량이 마지막 고객까지의 배송시간을 최소화하기 위하여 가장 긴 운행시간의 차량을 1번으로 지정하는 제약식으로서, 1번을 제외한 모든 차량의 마지막 고객까지의 운행시간은 1번 차량 보다 오래 소요될 수 없는 의미이다.



〈그림 6〉 고객위치에 따른 이동시간 차이

(8) 동일지점 이동 불가 제약식

식(11)은 동일 지점을 운행할 수는 없는 제약식으로서 즉 i와 j가 같은 경우에는 결정변수가 0 이 되어야 한다는 의미이다. 이 사항은 모든 지점과 모든 차량, 모든 운행순서에 대해 동일하게 적용된다.

(9) 정수 제약식

식(12)는 결정변수의 범위를 나타낸 것으로서 결정변수 x_{ijks}는 0 이나 1 값을 가져야 한다. 차량 k에 의해 고객 i에서 j까지 마지막에서 s번째 방문이 이루어지면 1, 그렇지 않으면 0 이다.

Ⅳ. 실험계획 및 결과

1. 실험계획

본 논문에서는 최적해를 구하기 위하여 ILOG OPL Studio 3.5.1로 구현하여 내부 구동엔진인 ILOG Cplex와 ILOG Solver 로 계산하였다. Cplex는 최종적인 최적해가 Solver보다 빨리 도출되지만 Solver는

〈표 2〉 수치 예제

수요량	⓪												
1,200	9	①											
1,700	14	5	②										
1,500	21	12	7	③									
1,400	23	22	17	10	④								
1,700	22	21	16	21	19	⑤							
1,400	25	24	23	30	28	9	⑥						
1,200	32	31	26	27	25	10	7	⑦					
1,900	36	35	30	37	35	16	11	10	⑧				
1,800	38	37	36	43	41	22	13	16	6	⑨			
1,600	42	41	36	31	29	20	17	10	6	12	⑩		
1,700	50	49	44	37	31	28	25	18	14	12	8	⑪	
1,100	52	51	46	39	29	30	27	20	16	20	10	10	⑫

최적해와 거의 근접한 중간 계산 값을 Cplex보다 훨씬 빠르게 제공해 주는 차이를 보인다. 실험은 두 모형간의 최적해 비교와 고객 수 증가에 따른 배송완료시간 최소화 모형의 계산시간을 측정하였다.

최적해 산출은 객관적인 수치예제를 적용하기 위하여 기존연구들에 적용되어 온 Christofides and Eilon(1969)이 제시한 본 연구의 모형과 같이 차량용량제약만 있는 문제에 적합한 수치예제를 선정하였다. 이 예제에서 고객은 12명, 운행 가능한 차량은 4대로서 차량용량은 6,000으로 동일하며 각 고객 수요량, 고객간 거리는 〈표 2〉와 같다.

본 연구에서 도출된 해의 적합성을 판단하기 위하여 동일한 수치예제를 적용한 표준모형의 최적해와 차량 경로형성 및 고객의 대기시간 차이를 비교 분석하였다.

ILOG OPL Studio 3.5.1 소프트웨어의 구동 엔진인 Cplex(mathematical programming engine)는 선형, 비선형, 혼합정수계획법 문제를 해결하는데 유연한 소프트웨어로서, 기본적인 단체법을 포함하여 발전된 여러 가지 계산 알고리듬을 사용하며 그 중 0-1 정수계획법 모형에서는 절단(cuts) 및 가지(branching)와 교점(node) 선택 알고리듬을 사용한다.

반면 Solver(constraint programming engine)는 광범위하게 적용될 수 있는 소프트웨어로서 동적계획, 네트워크, 일정계획, 공급체인 모형 등 다양한 모형까지도 해결할 수 있으며 계산되어지는 알고리듬은 먼저 제약식을 만족하도록 결정변수들의 범위를 축소하는 과정을 진행해가며 전체 제약식을 만족하도록 결정변수의 범위가 최종적으로 조정되면 이 조정된 결정변수의 범위 내에서 완전열거법을 실시하여 최종적인 해를 산출하는 알고리듬을 사용한다. 이 알고리듬의 특징은 전체 제약식을 만족하도록 이미 조정된 결정변수의 범위 내에서 열거법을 실시함으로서 계산 중간단계에서 이미 최적해이거나 최적해와 아주 근사한 값이 빠르게 산출된다는 특징이 있다. 그러나 역시 완전열거법을 사용하기 때문에 최종해까지 도달하여 계산을 종료하는 시간은 Cplex의 최종해 계산시간 보다 느리게 된다.

본 실험에서는 고객 및 차량수를 변화하면서 Cplex와 Solver의 계산시간을 비교하였다. 그러나 고객 및 차량수가 20 과 5를 넘어서면 계산시간이 장시간 소요되어 가장 큰 규모의 실험 셋을 20명의 고객과 5대 차량으로 제한하였다. 고객의 수는 5, 10, 15, 20개로 각각 구분하여 각 고객 수 별로 5개씩 총 20개의 데이터를 무작위로 생성하였으며 차량 수는 2, 3, 4, 5대에 대해서 실험을 하였다.

2. 실험결과

1) 최적해 결과분석

본 연구에서 제시한 배송완료시간 최소화 모형으로 산출된 최적해와 차량경로문제의 표준모형인 총 차량이동시간 최소화 모형에서 산출된 최적해의 결과는 각각 〈표 3〉, 〈표 4〉와 같다.

두 최적해를 비교하기에 앞서 〈표 4〉는 각 차량들이 물류센터로 복귀하는 경로가 포함되어 계산된 값이기 때문에 〈표 4〉에서 각 차량들이 물류센터로 복귀하는

〈표 3〉 배송완료시간 최소화 모형 최적해 결과

차량	운행 경로	운행 시간	합계
1	0-6-8-10-12	52	175
2	0-9-11	50	
3	0-4-5-7	52	
4	0-1-2-3	21	

〈표 4〉 표준모형 최적해 결과

차량	운행 경로	운행 시간	합계
1	0-4-3-2-1-0	54	290
2	0-10-12-11-7-0	112	
3	0-6-8-9-0	80	
4	0-5-0	44	

〈표 5〉 물류센터 복귀시간을 제외한 결과

차량	운행 경로	운행 시간	합계
1	0-4-3-2-1	45	189
2	0-10-12-11-7	80	
3	0-6-8-9	42	
4	0-5	22	

시간을 제외하면 〈표 5〉와 같이 산출될 수 있다.

위 〈표 3〉, 〈표 5〉에서 비교할 수 있듯이 대기시간 최소의 개념에서 본다면 배송완료시간 최소화 모형의 최적해는 모든 고객은 52시간 이내에 방문되어질 수 있고, 표준모형에서 산출된 최적해는 모든 고객은 80 시간 이내에 방문되어질 수 있다. 이 의미는 한 명의 고객이라도 방문이 지연됨이 없이 전체가 방문되어지는 시간을 얼마까지 최소화할 수 있느냐에 대한 해를 제공한다. 한 가지 주목할 점은 〈표 3〉에서의 총 운행시간의 합이 175로서 〈표 5〉의 189 보다 적은 결과인데 이는 총 운행시간 최소화의 모형에서는 물류센터로 복귀하는 이동시간의 크기를 고려하지 않고 최적해를 산출하였기 때문이다. 좀 더 정확한 비교분석을 위하여 물류센터 복귀시간을 제외한 총 차량의 이동시간을 최소화하는 최적해가 요구된다. 이러한 개념의 최적해를 구하기 위하여 모든 차량의 마지막 고객까지 이동시간의 최소화를 위한 모형을 재구성하였다.

변수의 정의는 배송완료시간 최소화 모형과 동일하며 목적함수 및 제약식은 다음과 같다.

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{K}\sum_{s=1}^{N} d_{ij}x_{ijks} - \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{K} d_{ij}x_{ijk1} \quad (16)$$

Subject to

$$\sum_{i=2}^{N}\sum_{s=2}^{N} x_{i1ks} = 0 \qquad \forall k \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{K}\sum_{s=1}^{N} x_{ijks} = 1 \qquad j=2,\ldots,N \quad (18)$$

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{K}\sum_{s=1}^{S} x_{ijks} = 1 \qquad i=2,\ldots,N \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{ipks} - \sum_{j=1}^{N} x_{pjk(s-1)} = 0 \quad p=2,\ldots,N,\ \forall k,\ s=2,\ldots,N \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^{N} D_i \sum_{j=1}^{N}\sum_{s=1}^{N} x_{ijks} \le U \qquad \forall k \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_{ijks} \le 1 \qquad \forall k,\ \forall s \quad (22)$$

$$\sum_{j=2}^{N}\sum_{s=1}^{N} x_{1jks} \le 1 \qquad \forall k \quad (23)$$

$$\sum_{i=2}^{N}\sum_{s=1}^{N} x_{i1ks} \le 1 \qquad \forall k \quad (24)$$

$$x_{iiks}=0,\ \ x_{jjks}=0 \qquad \forall i,j,k,s \quad (25)$$

$$x_{ijks}=0 \text{ or } 1 \qquad \forall i,j,k,s \quad (26)$$

〈표 6〉 물류센터 복귀시간을 제외한 총 차량이동시간 최소화 최적해 결과

차량	운행 경로	운행 시간	합계
1	0-7-10-11-12	60	155
2	0-5	22	
3	0-1-2-3-4	31	
4	0-6-8-9	42	

목적함수인 식(16)은 3장에서 설명한 총 차량운행시간의 식(13)과 물류센터 복귀시간의 식(14)로 구성하였으며, 식(17)은 배송완료시간 최소화 모형의 식(2)와 동일한 의미인 인덱스 s 설정 제약식이다. 단 식(2)를 사용하면 항상 가용차량을 전부 운행하는 결과를 초래하기 때문에 총 운행시간을 최소화하는 차량 대수만 운행하기 위하여 식(17)로 구성하였다. 또한 3장의 배송완료시간 최소화 모형에서 식(17)을 사용하지 않은 이유는 식(2)를 사용하는 것이 Solver의 계산시간이 단축되기 때문이다. 나머지 제약식과 의미는 배송완료시간 최소화 모형과 동일하나 식(10)은 위 모형과 연관 없기 때문에 제외하였다. 동일한 수치예제를 이용한 위 모형의 최적해는 〈표 6〉과 같이 산출되었다.

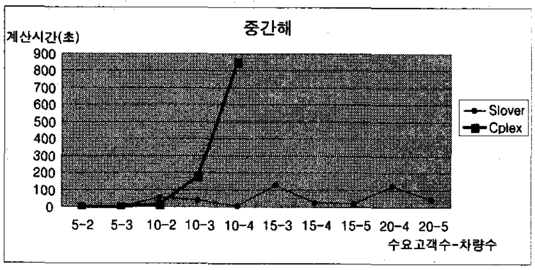
〈표 3〉과 〈표 6〉에서 비교할 수 있듯이 총 차량이동시간의 합은 〈표 6〉이 155 로서 〈표 3〉의 175 보다 적게 산출된다. 하지만 배송완료시간은 〈표 6〉에서 60 시간으로서 여전히 배송완료시간 최소화 모형에서 산출된 52시간보다는 8시간이나 지연됨을 알 수 있다.

2) 계산시간 분석

〈표 7〉은 5, 10, 15, 20개의 고객과 2~5대의 차량으로 조합하여 임의로 생성한 데이터 셋에 대한 Cplex 및 Solver의 중간해 및 최종해의 계산시간을 나타내고 있다. 여기서 중간해는 최적해(최종해)와 일치하는 해가 처음 산출되어지는 시간을 의미한다. 〈표 7〉에서 보는 바와 같이 Cplex는 중간해와 최종해가 고객 및 차량의 증가에 따라 계산시간이 지수적으로 증가하지만 Solver의 중간해는 굉장히 빠른 속도로 최적해를 제공해준다. 앞에서도 언급했듯이 Solver의 풀이과정은 조정된 결정변수의 범위 내에서 완전열거법을 실시하므로 최종해 산출시간은 고객 증가(결정변수의 증가)에 따라 Cplex 보다 더 급경사를 이루는 것을 알 수 있다. 이에 따라 고객 수가 15 이상이며 차량수가 5 이상일 때는 계산시간이 장시간 소요되어 최종해를 산출할 수가 없다.

〈표 7〉 계산시간 비교 (단위 : 초)

예제	고객 수	차량 수	Cplex		Solver	
			중간해	최종해	중간해	최종해
1	5	2	0.16	0.16	0.39	0.39
2	5	2	0.33	0.33	0.34	0.34
3	5	2	0.28	0.28	0.33	0.33
4	5	3	1.75	1.75	0.47	0.47
5	5	3	0.88	0.88	0.44	0.44
6	10	2	14.24	15.75	60.89	247.98
7	10	2	13.14	14.84	53.94	221.44
8	10	3	182.94	268.88	41.23	280.14
9	10	3	178.16	247.81	39.06	269.98
10	10	4	852.84	1,286.15	4.19	773.38
11	15	3	3,855.24	5,627.22	138.34	86,401.12
12	15	3	2,815.15	49,14.83	125.14	78,542.25
13	15	4	10,488.55	15,147.98	43.94	384,514.2
14	15	4	9,877.23	14,332.35	22.17	254,432.2
15	15	5	35,925.5	52,448.3	17.34	불가
16	20	4	101,189.9	220,514.8	154.31	불가
17	20	4	100,510.2	180,015.2	109.9	불가
18	20	4	84,788.2	20,6471.1	122.8	불가
19	20	5	212,648.7	364,125.2	108.2	불가
20	20	5	198,814.2	342,847.7	41.73	불가



〈그림 7〉 Solver 및 Cplex 중간해 계산시간

또한 실험결과 Solver는 고객 수가 일정할 때 1대의 차량이 방문하는 평균 고객 수가 감소할수록 제약식 제약조건에 대한 만족도가 감소하여(결정변수의 가용범위 축소) 중간해의 계산시간이 단축됨을 알 수 있다.

여기서 1대의 차량이 방문하는 평균 고객 수는 총 고객 수를 차량 수로 나눈 값으로서 동일한 고객의 수에서 차량 수가 증가할수록 차량 1대가 담당하는 평균 방문 고객 수는 감소된다. 즉 일정한 고객의 수에서 가용차량이 2대 보다 3대, 3대 보다 4대, 4대 보다 5대일 때 Solver의 중간해 계산시간이 단축됨을 알 수 있다. 그러나 동일한 고객 수에서 차량증가에 따라 결정변수의 범위는 축소되지만 결정변수의 수가 증가하여 최종해 계산시간은 중간 해와는 반대로 증가하게 된다.

〈그림 7〉은 고객과 차량 수 증가에 대한 Cplex와 Solver의 중간해 및 최종해의 계산시간을 도표로 표시하였다. 〈그림 7〉에서 확인할 수 있듯이 고객 수 20명과 차량 수 5대일 때에도 Solver의 중간해 계산시간은 150초를 초과하지 않지만, Cplex의 중간해 계산시간은 고객 수 10명과 차량 수 4대일 때부터 800초를 초과하고 있다.

이와 같이 중간해 계산시간이 빠르게 산출되는 Solver의 특징은 지금껏 차량경로문제에 많이 연구되어 온 발견적 기법 계산효과의 기능을 나타냄을 알 수 있다.

V. 결론 및 향후 연구과제

본 연구에서는 모든 고객에게 배송을 마칠 때까지의 소요시간을 최소화하는 새로운 형태의 차량경로모형(VRPMD)을 제시하였다. 이는 서비스를 받기 위한 고객 중 최종적으로 차량의 방문을 받는 고객이 대기하는 시간을 최소화하는 개념으로서, 생산문제와 비교하면 단위 시간당 동일한 비용이 지출된다고 가정 할 때 모든 제품의 생산 및 판매까지의 총 비용을 최소화하는 것이 고전적인 차량경로문제의 목적함수라고 본다면 모든 제품의 생산완료 시점을 최소화하여 납기일을 단축시키는 것이 본 논문의 목적함수라 볼 수 있다. 그러나 본 모형은 생산문제와는 달리 각 고객간 이동시간의 다양성 및 차량의 용량 제한과 물류센터 복귀 등 차량경로문제만이 가지는 여러 가지 제약조건들이 따르게 된다. 일반적으로 이러한 모형은 배송을 완료하는 시점이 중요시되는 소화물, 제품의 유효기간이 비교적 짧은 제품, 신선도를 요하는 상품, 택배 서비스 또는 퀵 서비스 등의 특송 소화물 운송, 빠른우편 등 다양한 교통서비스 문제에 확대 적용할 수 있다.

차량경로문제에서 고객의 수가 많아질수록 계산시간이 지수적으로 증가하여 최적해를 구하기가 어려워지는 문제점으로 인해 본 연구에서는 ILOG Solver로 최종적인 최적해와 동일해지는 값이 산출되어지기까지의 중간해 계산시간을 실험하여 비록 최종해는 아니지만 짧은 시간 안에 최적해와 동일하거나 아주 근접한 해를 제공할 수 있는 것을 확인할 수 있었고 이에 따라 좀 더 복잡하고 다양한 고객 및 차량 수에 대하여도 최적해에 가까운 해를 쉽게 구할 수 있음을 보여준다.

본 논문은 표준모형과 동일한 가정사항 하에서 배송완료시간을 최소화하는 모형을 연구하였다. 향후 연구과

제로서 교통 지체도, 도로형태, 통행료 등의 다양한 현실적인 교통망 제약사항들을 포함하거나 복합적인 서비스 만족도를 최대화하는 모형으로 발전시킨다면 보다 효과적으로 현실문제에 적용될 수 있을 것으로 판단된다.

참고문헌

1. 김내헌(1993), "배달과 회수를 고려한 차량경로 문제", 산업경영시스템학회지, 제16권, pp.195~202.
2. 신해웅 · 강맹규(1991), "다회방문을 허용하는 차량경로 문제의 발견적 해법", 산업경영시스템학회지, 제14권, pp.141~148.
3. 정영민 · 민계료(1999), "차량경로문제의 발견적 해법", 동의대학교 산업기술연구지, 제13권, pp.191 ~196.
4. Barbarosoglu, G. and D. Ozgur(1999), "A Tabu Search Algorithm for the Vehicle Routing Problem", Computer & Operations Research, Vol.26, pp.255~270.
5. Bertsimas, D.(1992), "A Vehicle Routing Problem with Stochastic Demand", Operations Research, Vol.40, pp.574~585.
6. Christofides, N. and S. Eilon(1969), "An Algorithm for the Vehicle Dispatching Problem", Operational Research Quarterly, Vol.20, pp.309~318.
7. Dantzig, G.B. and J.H. Ramser(1959), "The Truck Dispatching Problem", Management Science, Vol.6, pp.80~91.
8. Fagerholt, K.(1999), "Optimal Fleet Design in a Ship Routing Problem", International Transactions in Operational Research, Vol.6, pp.453~464.
9. ILOG OPL Studio User's Manual, ILOG, 2000.
10. ILOG Cplex User's Manual, ILOG, 2000.
11. ILOG Solver User's Manual, ILOG, 2000.
12. Kim, J.U. and Kim, Y.D(1999), "A Decomposition Approach to a Multi Period Vehicle Scheduling Problem", The International Journal of Management Science, Vol.27, pp.421~430.
13. Lenstra, J.K. and A.H.G. Rinnooy Kan (1981), "Complexity of Vehicle Routing and Scheduling Problems", Networks, Vol.11, pp.221~227.
14. Malandraki, C. and M.S. Daskin(1992), "Time Dependent Vehicle Routing Problem Formulations, Properties and Heuristic Algorithm", Transportations Science, Vol.25, pp.185~200.
15. Malandraki, C. and R.B. Dial(1996), "A Restricted Dynamic Programming Heuristic Algorithm for the Time Dependent Traveling Salesman Problem", European Journal of Research, Vol.90, pp.45~55.
16. Mananti, T.L.(1981), "Combinatorial Optimization and Vehicle Fleet Planning : Perspective and Prospects", Networks, Vol.11, pp.179~213.
17. Mosheiov, G.(1998), "Vehicle Routing with Pick up and Delivery : Tour-Partitioning Heuristics", Computers Industrial Engineering, Vol.34, pp.669~684.
18. Sumichrast, R.T. and Ina S. Markham (1995), "A Heuristic and Lower Bound for a Multi-Depot Routing Problem", Computer & Operations Research, Vol.22, pp.1047~1056.

♧ 주 작 성 자 : 이상헌

♧ 논문투고일 : 2004. 10. 13

논문심사일 : 2004. 10. 29 (1차)

심사판정일 : 2004. 10. 29

♧ 반론접수기한 : 2005. 4. 30