

충격하중을 받는 점탄성 균열의 응력확대계수 계산

심 우 진[†] · 이 성 희*

(2004년 4월 21일 접수, 2004년 8월 12일 심사완료)

Numerical Computation of the Stress Intensity Factor of A Cracked Viscoelastic Body Under the Impact Load

Woo-Jin Sim and Sung-Hee Lee

Key Words: Finite Element(유한요소), Singular Element(특이요소), Stress Intensity Factor(응력 확대계수), Viscoelastodynamic(동점탄성)

Abstract

In this paper, A new finite element method for the time domain analysis of the dynamic stress intensity factor of two-dimensional viscoelastic body with a stationary central crack under the transient dynamic load is presented, which is based on the integrodifferential equations of motion in the isotropic linear viscoelasticity and the Galerkin's method. The viscoelastic material is assumed to be elastic in dilatation and behaves like a standard linear solid in shear. As a numerical example, the Chen's problem in viscoelastodynamic version is solved for the parametric study about the effect of viscosity and relaxation time on the dynamic stress intensity factor.

1. 서 론

일반적으로 균열을 지닌 탄성 재료가 충격하중을 받을 때는 정적하중의 경우와는 달리 그 응력 확대계수가 시간에 따라 변하며 극값을 갖는 곡선 형태로 그려진다.⁽¹⁾ 그리고 점탄성 재료가 충격하중을 받을 때의 거동은 탄성의 경우와 유사하나 응력확대계수 곡선에 점성이 추가로 영향을 끼치게 되어, 동탄성에서 예측할 수 없는 거동이 나타나게 되므로 정확한 해석이 필요하다.

현재까지 등방성 점탄성 재료의 파괴역학 분야에서는 국내외의 많은 연구자들에 의해서 정·동하중에 의한 정지균열 및 이동균열 문제가 해석

되어 왔으며, 그 중에서도 과도 동하중에 의한 점탄성 균열해석의 경우에는 Atkinson and Craster,⁽²⁾ Atkinson and Popelar,⁽³⁾ Georgiadis 등,⁽⁴⁾ Georgiadis and Rigatos,⁽⁵⁾ 그리고 Wei and Zhang⁽⁶⁾ 등에 의해 라플라스 변환해를 구하고 이를 수치적으로 역변환시키는 이론적인 방법을 통하여 많은 연구 결과들이 발표되었다. 그러나 시간영역에서의 유한요소해석은 흔하지 않으며 Domani and Lee⁽⁷⁾에 의해서 모달해법을 이용하여 에너지방출률을 구한 예가 있다.

본 논문에서는 균열을 지닌 선형 등방성 점탄성 재료가 충격하중을 받을 때 균열의 동적 응력 확대계수를 유한요소법을 이용해 라플라스나 푸리에 영역에서 구하지 않고 시간영역에서 직접 구한다. 그리고 이 방법은 저자들이 최근에 발표한 시간적분형 운동방정식을 바탕으로 한 동탄성, 동점탄성 유한요소해법^(8,9)의 동점탄성 균열 문제로의 응용이다.

† 책임저자, 회원, 금오공과대학교

E-mail : wjsim@knuet.kumoh.ac.kr

TEL : (054)467-4224/4221 FAX : (054)467-4221

* 회원, 금오공과대학교 기계공학부 BK21 계약교수

점탄성 문제를 수치해석 하기 위해서는 점탄성 재료의 거동 특성을 모델링해야 하며, 본 해석에서는 정수압 변형시 탄성의 성질을 갖고, 전단 변형시에는 표준선형고체처럼 거동하는 점탄성 모델을 가정한다. 논문⁽³⁻⁶⁾에서는 정수압 변형과 전단 변형시에 표준선형고체처럼 거동하는 점탄성 모델로 가정하였다. 후자의 가정에서는 프와 송비가 일정하게 되어 수식적 유도에서 많은 이점이 있다. 그러나 실제적 점탄성 거동에는 전자가 더 가깝다.

본 논문에서는 균열면이나 경계면에서 수직하게 충격하중을 받는 모드 I 및 평면변형 조건하에 있는 중앙균열 문제를 예로써 해석하며, 주어진 물성에 대한 점탄성 이론해가 존재하지 않으므로 계산된 수치결과를 동탄성 수치결과나 이론해, 그리고 Georgiadis et al.⁽⁴⁾의 이론해를 참고로 비교 검토한다. 그리고 점성과 이완시간이 동점탄성 응력확대계수(SIF)에 끼치는 영향에 대해 상세히 조사한다.

2. 동점탄성 유한요소방정식

점탄성 구조물의 동적 거동을 해석하기 위한 지배방정식은 운동방정식, 응력-변형률 관계식, 그리고 변형률-변위 관계식으로 구성된다.^(9,10)

$$\sigma_{ij,j} + \rho f_i = \rho \ddot{u}_i \quad (1)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} * d\varepsilon_{kl} \quad (3)$$

여기서, $D_{ijkl} = D_{ijkl}(t)$ 은 점탄성 물성함수 행렬이고, $*$ 는 합성적분(Stieltjes convolution) 기호이다.

등방성 선형 점탄성 재료의 경우에 식 (1)은 식 (3)을 이용하여 변위로 표현할 수도 있다.

$$G(t)*du_{i,jj} + \{\lambda(t) + G(t)\}*du_{k,kj} + \rho f_i = \rho \ddot{u}_i \quad (4)$$

여기서, $\lambda(t)$ 과 $G(t)$ 는 탄성론에서 Lamé 계수에 해당되는 이완함수들이다.

(시간에 관한) 미분형 운동방정식 식 (1)에 라플라스 변환을 취하고 s^2 으로 나눈 후에, 역변환 시키면 다음처럼 합성적분으로 표현된 (시간에 관한) 적분형 운동방정식이 유도된다.

$$g^* \sigma_{ij,j} + g^* \rho f_i - \rho \{-t u_{0i}^+ - u_{0i}^- + u_i\} = 0 \quad (5)$$

여기서 $g = g(t) = t$ 이며, 하첨자 0는 초기치를 의미한다.

유한요소해석은 시간영역과 변환영역(라플라스나 푸리에 영역)에서 수행될 수 있으며, 본 논문에서는 시간영역에서의 해석을 시간에 관한 미분식 식 (1)을 사용하는 대신에 적분식 식 (5)를 사용한다. 이렇게 하면 변위에 관한 미분항이 사라지므로 관성력항을 계산하는데 필요한 유한차분적인 시간적분법(예를 들어, Newmark method 등)이 불필요하게 된다. 결과적으로 과도 동적 문제들의 유한요소 해법 절차가 훨씬 단순해지며, 시간변화에 따른 안정성과 정확성이 향상된 수치결과를 기대할 수 있다.

본 논문에서 유한요소해석을 위한 변분식은 식 (5)에 변분을 곱하고 영역적분하여 구한다.

$$\int_{\Omega} \{g^* \sigma_{ij,j} + g^* \rho f_i - \rho \{-t u_{0i}^+ - u_{0i}^- + u_i\}\} \delta u_i d\Omega = 0 \quad (6)$$

식 (6)에서 체적력과 초기치를 영으로 가정하고, 반분리근사법⁽¹¹⁾을 적용해서 전개할 수 있다. 즉, 시간축을 등간격으로 나누고 각 시간구간에서 종속함수들이 일정하다고 가정한 후에 내삽함수를 이용하여 표현하고 전개하면 다음과 같은 행렬식 형태의 유한요소방정식이 얻어진다.⁽⁹⁾

$$\begin{aligned} & \int [B]^T [E(\Delta t)] [B] d\Omega \{u_i\}^N + \\ & \int_{\Omega} \rho [N]^T [N] d\Omega \{u_i\}^N = \\ & \frac{\rho^2}{2} \int_{\Gamma} [N]^T \{\hat{t}_i\} d\Gamma + \\ & \sum_{n=1}^{N-1} \int_{\Omega} [B]^T [C(n\Delta t)] [B] d\Omega \{u_i\}^n \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, t 는 시간, ρ 는 밀도, Δt 는 시간증분, Ω 는 영역, Γ 는 경계, $\hat{t}_i = \hat{t}_i(\mathbf{x})$ 는 표면력, $\{u_i\}^N$ 은 $t = t_N$ 에서 변위이며, $[N]$ 은 형상함수 행렬, $[B]$ 는 변형률-변위행렬, $[C(n\Delta t)]$ 와 $[E(\Delta t)]$ 는 이완함수와 관련된 물성행렬들로서, 지수함수와 t 함수들로 구성되어 있다. 식 (7)에서 등식 우측의 둘째항은 과거의 결과가 현재 변수에 영향을 끼치는 점탄성 고유의 유전적 영향의 계산이다.

식 (7)에서 변위를 구한 후에 응력을 식 (3)을 이용해서 구하며, 균열선단 주위에서는 특이요소를 설치하여 특이응력장을 생성시킨다.

3. 동점탄성 응력확대계수

동점탄성 SIF는 이론적으로는 라플라스 변환된 동탄성 응력확대계수에 탄성-점탄성 상응원리⁽¹⁰⁾를 적용하여 구할 수 있으며, 다음과 같이 균열선단에서의 특이응력장과 특이변위장 속에 포함된다.⁽²⁾

$$\frac{\bar{\sigma}_{11}}{\bar{\sigma}_{22}} = \frac{\bar{K}_1(s)}{(2\pi r)^{1/2} \cos(\theta/2)} \begin{cases} 1 - \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2) \\ \sin(\theta/2) \cos(3\theta/2) \\ 1 + \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2) \end{cases} \quad (8)$$

그리고,

$$\begin{aligned} \frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2} &= \frac{\bar{K}_1(s)}{2s \bar{G}(s)} \left(\frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} \\ &\times \begin{cases} \cos(\theta/2)[\bar{k}(s) - 1 + 2\sin^2(\theta/2)] \\ [\sin(\theta/2)[\bar{k}(s) + 1 - 2\cos^2(\theta/2)]] \end{cases} \quad (9) \end{aligned}$$

여기서, $\bar{\cdot}$ (bar)는 라플라스 변환된 함수를 뜻하고, s 는 라플라스 변수이며, $\bar{k}(s) = 3 - 4s\bar{v}(s)$ 이다.

유한요소해석에 의해 응력확대계수를 구하는 방법에는 여러 가지가 있으며, 본 해석에서는 특이요소와 특이응력장 식(8)을 사용하여 동점탄성 SIF를 구한다. 만약 프와송비가 일정하다면 식(9)을 이용해서 구할 수 있다.

동점탄성 균열문제의 수치계산에 있어서, 본 논문에서는 전단 변형시에는 표준선형고체처럼 거동하고, 정수압 변형시에는 탄성의 성질을 갖는 일반적 선형 점탄성 재료를 대상으로 하였다. 즉,

$$G(t) = G_0 \{a + (1-a)\exp^{-t/\tau}\} \quad (10)$$

$$K(t) = K_0$$

여기서, $G(t)$, $K(t)$ 는 전단과 정수압에 관한 이완함수이며, G_0 , K_0 는 각각 전단과 체적 이완함수들의 초기치이고, a 는 후기탄성계수와 초기탄성계수의 비이며, τ 는 이완시간이다. 참고로, 본 논문과 비교 대상인 Georgiadis et al.⁽⁴⁾에서는 점탄성 모델을 다음과 같이 가정하였다.

$$G_1(t) = \frac{\mu_\infty}{1+f} \left[1 + f \exp \left(-\frac{1+f}{\tau_0} t \right) \right] \quad (11)$$

$$G_2(t) = \frac{(1+v)}{1-2v} G_1(t)$$

여기서, $G_1(t)$, $G_2(t)$ 는 전단과 정수압에 관한 이완함수이며, 식(10)과 비교하면,

$$G_1(t) = G(t), \quad G_2(t) = K(t)$$

$$G(0) = G_0 = G_1(0) = \mu_\infty$$

$$G(\infty) = G_\infty = \alpha G_0 = G_1(\infty) = \mu_0 = \alpha \mu_\infty \quad (12)$$

$$a = 1/1+f = \mu_0/\mu_\infty = G_\infty/G_0, \quad f = \mu_\infty/\mu_0 - 1$$

이 됨을 알 수 있으며, 식(11)처럼 가정한 경우에는 식(13)에서 보듯이 v 가 일정하게 되어 이론적인 전개가 수월하게 된다.

$$\bar{v}(s) = \frac{1}{s} \left(\frac{\bar{G}_2(s) - \bar{G}_1(s)}{\bar{G}_1(s) + \bar{G}_2(s)} \right) \quad (13)$$

한편, 다음 절에서 사용되는 무차원 시간변수 t_d 와 무차원화된 동점탄성 SIF $K_I^*(t)$ 는 다음처럼 정의된다.

$$t_d = c_2 t / a, \quad K_I^*(t) = K_I(t) / \sigma_0 (\pi a)^{1/2} \quad (14)$$

여기서, c_2 는 초기전단계수를 기준으로 한 횡파 속도로서 $c_2 = \sqrt{G_0/\rho}$ 이며, t 는 진행시간, $2a$ 는 균열길이, 그리고 $K_I(t)$ 는 동점탄성 SIF이다.

균열 주변의 특이응력장의 크기를 나타내는 동점탄성 SIF를 본 논문에서는 균열선단 바로 앞에 있는 삼각형 특이요소의 $1/4$ ($\theta = 0^\circ$) 절점에서의 y 방향 응력 σ_y 를 이용하여 동점탄성 SIF를 구하였다. 이론적으로 동적 응력확대계수는 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$K_I(t) = \lim_{x \rightarrow +a} [2\pi(x-a)]^{1/2} \sigma_y(x, 0, t) \quad (15)$$

4. 수치해석 예제

먼저, 중앙 균열면상에 수직하게 충격하중 $\sigma = \sigma_0 H(t)$ 를 받는 유한균열을 지닌 무한 점탄성 체를 해석한다. 이와 유사한 동탄성 균열문제는 Chen and Sih,⁽¹¹⁾ Kim,⁽¹²⁾ Dauksher and Emery,⁽¹³⁾ Sim and Lee⁽⁸⁾ 등에 의해 해석되었으며, 동점탄성 균열문제는 Georgiadis 등⁽⁴⁾에 의해 라플라스 변환해를 구하고 이를 수치적으로 역변환시키는 이론적인 방법으로 해석되었다.

이 문제를 유한요소해석하기 위하여 Fig. 1에서처럼 대칭성을 이용하여 무한체의 $1/4$ 에 대하여 메쉬분할을 하였으며, 균열선단에서는 2차 사변형 요소를 변형시킨 $1/4$ 절점을 지닌 삼각형 특이요소^(14,15)를 사용하였다. 이때 사용된 총요소수는 170개, 총절점수는 553개, 특이요소의 크기는 $a/125$ 이다. 그리고, 수치계산에 사용된 물성치는 Table 1과 같으며, 이것은 점탄성 재료인

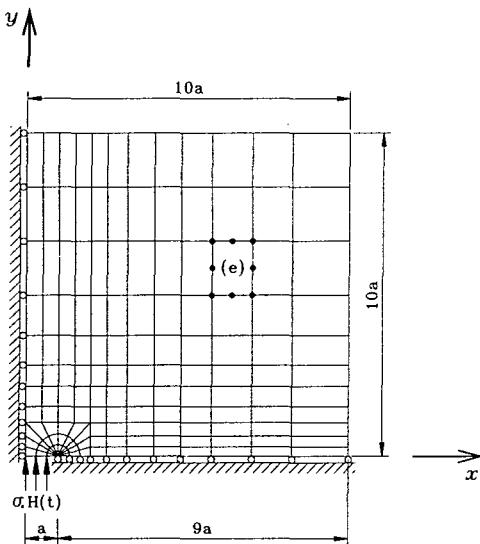


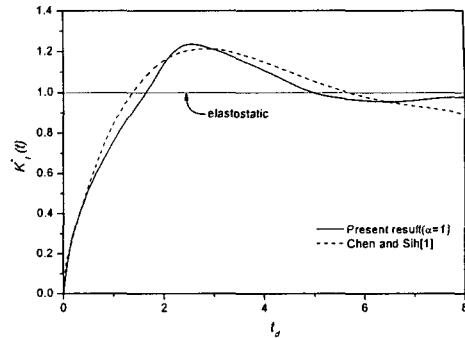
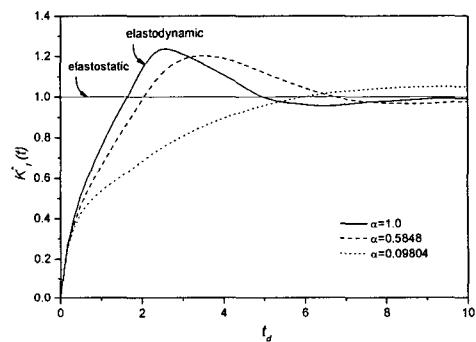
Fig. 1 Finite element mesh

Table 1 Coefficients of the relaxation function

G_0	1275 MN/m ²
K_0	2350 MN/m ²
α	0.09804
τ	10^{-6} sec
ρ	1800 kg/m ³

PMMA(polymethyl methacrylate)의 실제적인 데이터⁽¹⁶⁾로서 Georgiadis 등⁽⁴⁾의 데이터와 조금 다르다. 그 외에 계산에 사용된 데이터는 $c_2 = 841.625$ m/sec, $\Delta t = 2.2813 \times 10^{-7}$ sec ($\Delta t_d = 0.08$ sec), $\alpha = 2.4 \times 10^{-3}$ m로 하였다.

작성된 프로그램을 검증하기 위하여 Fig. 2에는 $\alpha=1(f=0)$ 로 하고 나머지 데이터는 Table 1에 주어진 물성값을 이용하여 구한 수치결과를 도시하였다. $\alpha=1$ 로 하면 동점탄성해가 동탄성해와 같아지므로, 수치결과를 Chen and Sih⁽¹⁾의 동탄성이론해와 비교할 수 있다. 그림에서 Chen and Sih의 결과는 $t_d=2.8132$ 부근에서 1.2150이고, 본 해석 결과는 $t_d=2.5599$ 부근에서 1.2369로써 최고치가 조금 높게 나타났으며, 시간이 지남에 따라 수치결과가 점차 탄성해로 잘 수렴함을 알 수 있다. 본 논문과 Chen and Sih⁽¹⁾의 해석에서 사용된 물성치들이 서로 다른데도 무차원 동탄성 응력확

Fig. 2 The elastodynamic SIFs for $\alpha=1$ Fig. 3 Comparison of the elastodynamic and visco-elastodynamic SIFs for $\alpha=0.5848$

대계수 값들은 전반적으로 거의 유사하게 나타났다. 참고로, Fig. 2의 수치결과는 동일 메쉬에 대하여 동탄성 프로그램⁽⁸⁾으로 수행한 수치결과와도 정확히 일치함을 확인하였다.

Fig. 3에는 $\alpha=0.5848(f=0.71)$, $\alpha=0.09804(f=9.1999)$ 로 하고, 나머지 데이터는 Table 1에 주어진 물성값을 이용하여 구한 동점탄성 수치결과를 동탄성 수치결과(Fig. 2)와 비교했는데, $\alpha=1$ 의 경우보다 점성의 영향으로 인하여 감쇠(damping)가 발생함을 알 수 있다. 그리고, α 가 작아지면 점성의 영향이 더 커지고, 동점탄성파의 속도가 떨어짐으로 인하여 극값이 우측으로 이동됨을 알 수 있다. $\alpha=0.5848$ 은 Georgiadis 등⁽⁴⁾의 물성 데이터이며, $\alpha=0.09804$ 는 본 해석의 물성 데이터인데, 후자의 경우에 점성이 장시간에 걸쳐서 더 영향을 끼침을 알 수 있다. Fig. 3에서 극값의 수치결과

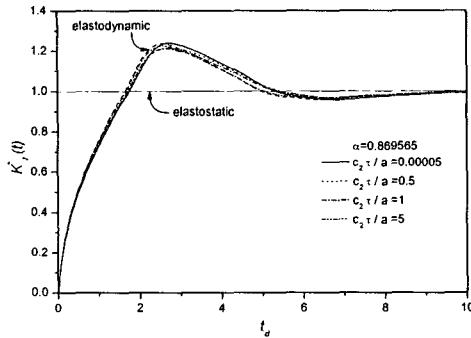


Fig. 4 Effect of the relaxation time on the visco-elastodynamic SIFs for $\alpha=0.86957$

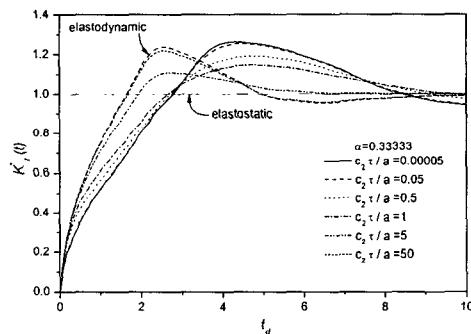


Fig. 5 Effect of the relaxation time on the visco-elastodynamic SIFs for $\alpha=0.33333$

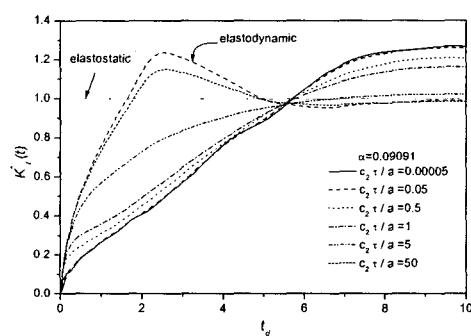


Fig. 6 Effect of the relaxation time on the visco-elastodynamic SIFs for $\alpha=0.09091$

는 동탄성일 경우에는 $t_d=2.5599$ 에서 1.2369이며, 동점탄성($\alpha=0.5848$)의 경우에는 $t_d=3.5199$ 에서 1.2028이다.

다음의 Fig. 4, 5, 6에서는 α 와 τ 의 변화가 동점탄성 SIF에 끼치는 영향을 조사하였다. Fig. 4에는 Table 1에서 $\alpha=0.86957(f=0.15)$ 로 증가시키고, 이완시간의 변화에 따른 동점탄성 SIF 결과를 비교 도시하였다. 그림에서 알 수 있듯이 α 값이 1에 가까울 경우에는 동점탄성해가 동탄성 해와 큰 차이를 보이지 않는다, 즉, 이완시간의 영향을 크게 받지 않음을 알 수 있다. 참고로, 그림에 그려진 동점탄성 곡선들의 극값은 1.2127~1.2403의 범위를 갖는다.

Fig. 5에는 Table 1에서 $\alpha=0.33333(f=2.0)$ 로 감소시키고, 이완시간의 변화에 따른 동점탄성 SIF 결과를 도시하였다. Fig. 5에서 점탄성 이완시간이 커지면 점탄성 곡선이 동탄성해에 접근하고, 반대로 이완시간이 작아지면 점성의 영향으로 인해 점탄성 곡선이 동탄성해로부터 우측으로 이동됨을 알 수 있다. 이것은 Fig. 4와 Fig. 6에서도 공통적으로 나타나는 현상이며 α 가 작아지면 곡선의 거동이 더 커질 수 있다는 점이 다르다. Table 2에는 무차원 이완시간에 대한 동점탄성 곡선들(Fig. 5)의 극값을 기록하였다. 특이한 사항은 동점탄성 SIF 극값들이 감소하다가 다시 증가하고 있다는 점인데 이 현상은 Georgiadis et al.⁽⁴⁾의 결과에서도 확인되었다.

Fig. 6은 Table 1에서 $\alpha=0.09091(f=10.0)$ 로 감소시키고 이완시간의 변화에 따른 해석결과로써, 후기탄성계수와 초기탄성계수의 차이가 클 경우에 점성의 영향이 더 크게 나타날 수 있음을 알 수 있다. 그리고 $c_2\tau/a=1$ 의 경우에는 곡선이

Table 2 Maximum viscoelastodynamic SIFs due to the relaxation times for $\alpha=0.33333$

$c_2\tau/a$	τ	t_d	SIFs
0.00005	1.42581×10^{-10}	4.23983	1.26080
0.05	1.42581×10^{-7}	4.47980	1.25210
0.5	1.42581×10^{-6}	4.79979	1.19170
1	2.85162×10^{-6}	4.79979	1.14569
5	1.42581×10^{-5}	2.71989	1.10885
50	1.42581×10^{-4}	2.55987	1.21890

극값을 갖지 아니하고 단조증가함을 알 수 있다. 그리고 이 현상은 Fig. 3에서도 관찰할 수 있다.

Fig. 4, 5, 6에서 공통적으로 발견된 사항은 $c_2\tau/a=50$ 일 경우에는 동일한 시각($t_d=2.5599$)에서 동점탄성 극값이 형성되며, 동탄성 극값(1.2369)에 비해 그 값들이 각각 1.2355, 1.2189, 1.1522로 떨어진다는 사실이다.

둘째 예제로써, 이번에는 중앙균열을 지닌 길이가 유한한 점탄성 평판이 양단에서 경계면에 수직하게 충격하중 $\sigma = \sigma_0 H(t)$ 를 받을 경우에 동점탄성 SIF를 해석한다. 이와 같은 문제에 대한 동탄성 해석은 여러 문헌에서 취급⁽⁸⁾되고 있으나, 동점탄성 해석은 찾아보기가 힘들며 본 논문에서 그 거동을 새롭게 제시하고자 한다. 본 해석에 사용된 물성값은 Table 1과 같으며, 기하학적 차원은 유한평판으로 길이 40mm, 폭 20mm이며 중앙균열의 길이 $2a$ 는 앞 예제와 동일하다. 유한요소해석을 위한 모델은 평판의 1/4만을 분할하였으며, 수치해석에 사용된 총요소수는 134개 총절점수는 439개이며, 균열선단의 특이요소의 형상은 앞 예제와 동일하게 하였다.

Fig. 7에는 $c_2\tau/a=0.35068$ ($\tau=10^{-6}$ sec)일 때 a 의 변화에 따른 동점탄성 SIF 결과를 비교 도시하였다. Fig. 7에서 점탄성 곡선들의 극값은 $a=1$ 일 때 $t_d=10.9595$ 에서 2.5441, $a=0.869565$ 일 때 $t_d=11.5995$ 에서 2.5757, $a=0.33333$ 일 때 $t_d=16.3193$ 에서 2.5346이며, $a=0.09091$ 일 때는 $t_d=33.0386$ 에서 2.3417이다. a 의 감소에 따라 동점탄성 SIF 극값들이 점진적으로 감소하면서 우측으로 이동됨을 알 수 있다.

Fig. 8에는 $c_2\tau/a=0.00005$ ($\tau=1.42581 \times 10^{-10}$ sec) 일 때 a 의 변화에 따른 동점탄성 SIF 결과를 비교 도시하였다. Fig. 8에서 동점탄성 곡선들의 극값은 $a=1$ 일 때 $t_d=10.8626$ 에서 2.5646, $a=0.869565$ 일 때 $t_d=11.4910$ 에서 2.6532, $a=0.33333$ 일 때 $t_d=16.4285$ 에서 2.7970이며, $a=0.09091$ 인 경우에는 곡선이 계속 증가하고 있다. Fig. 7과는 달리, 이번에는 a 의 감소에 따라 동점탄성 SIF 극값들이 점진적으로 증가하면서 우측으로 이동됨을 알 수 있다.

Fig. 7과 8에서 a 의 감소에 따라 나타나는 상반된 현상은 이완시간이 극한적으로 작아질 경우에 나타나는 예외적인 결과로써, 앞 예제의 결과

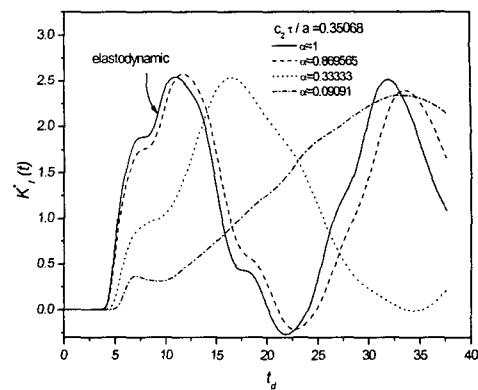


Fig. 7 Effect of a on the viscoelastodynamic SIFs for $c_2\tau/a = 0.35068$

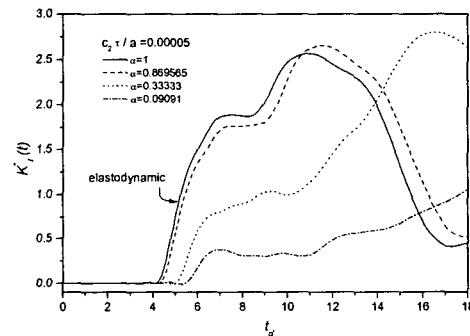


Fig. 8 Effect of a on the viscoelastodynamic SIFs for $c_2\tau/a = 0.00005$

들에서도 부분적으로 그 사실을 확인할 수 있다.

5. 결 론

중앙균열을 지닌 유한, 무한의 점탄성체가 균열면이나 경계면에 수직하게 충격하중을 받을 때를 예로써 동점탄성 응력확대계수의 거동을 시간적분형 운동방정식을 바탕으로 시간영역에서 유한요소해석을 하였다. 그리고 점탄성 이완함수의 계수인 a (후기탄성계수와 초기탄성계수의 비)와 τ (이완시간)가 동점탄성 SIF에 미치는 영향을 조사하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

- (1) a 가 1에 접근하면, 동점탄성 SIF는 동탄성

SIF에 접근하며, α 가 0에 가까워지면 점성의 영향이 매우 커져서 동탄성 SIF보다 더 큰 값을 가질 수 있다.

(2) 주어진 α 에 대해서, τ 가 커지면 동점탄성 SIF는 동탄성 SIF에 접근하나, τ 가 감소하면 동점탄성 SIF는 감소하다가 다시 증가한다.

(3) (2)의 경우에서 만약 α 가 0에 가까우면, τ 가 커지더라도 동탄성 SIF와 같아지지 않는다.

(4) 푸아송비가 일정하다고 가정하고, 무한영역의 점탄성 평판에 대해 라플라스 영역에서 이론적으로 해석한 Georgiadis 등⁽⁴⁾의 결과의 경향은 체적계수가 일정하다고 가정한 본 논문의 해석 결과와 전반적으로 일치하나, 이완시간($\tau = 11.6959$ sec)이 본 해석($\tau = 10^{-6}$ sec)과 달리 상대적으로 매우 커서 점성의 영향이 본 해석 결과보다 더 빨리 그리고 단시간에 걸쳐서 나타났다.

후기

위 논문은 2003년도 금오공과대학교 학술연구비 지원을 받아 연구하였음.

참고문헌

- (1) Chen, E.P. and Sih, G.C., 1977, "Transient Response of Cracks to Impact Loads," *Mechanics of Fracture* 4, Elastodynamic Crack Problems, Sih, G.C. (ed.), Noordhoff Int. Publishing, Leyden.
- (2) Atkinson, C. and Craster, R. V., 1995, "Theoretical Aspects of Fracture Mechanics," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 31, No. 1, pp. 1~83.
- (3) Atkinson, C. and Popelar, C.H., 1979, "Antiplane Dynamic Crack Propagation in a Viscoelastic Strip," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 27, pp. 431~439.
- (4) Georgiadis, H.G., Theocaris, P.S. and Mouskos, S.C., 1991, "Plane Impact of a Cracked Viscoelastic Body," *Int. J. Engng. Sci.*, Vol. 29, No. 2, pp. 171~177
- (5) Georgiadis, H. G. and Rigatos, A. P., 1996, "Transient SIF Results for a Cracked Viscoelastic Strip Under Concentrated Impact Loading: An Integral-Transform/Function-Theoretic Approach," *Wave Motion*, Vol. 24, No. 1, pp. 41~57.
- (6) Wei, P. and Zhang, Z., 2000, "Dynamic Response of Planar Interface Crack Between Viscoelastic Bodies," *Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation*, Vol. 5, No. 1, pp. 12~16.
- (7) Domani, G.L. and Lee, J.D., 1993, "An Investigation of a Dynamic Crack Propagation in a Two-Dimensional Viscoelastic Solid," *Eng. Frac. Mech.*, Vol. 46, No. 5, pp. 807~813
- (8) Woo-Jin Sim and Sung-Hee Lee, 2002, "Numerical Computation of Dynamic Stress Intensity Factors Based on the Equations of Motion in Convolution Integral," *Transactions of the KSME A*, Vol. 26, No. 5, pp. 904~913.
- (9) Woo-Jin Sim and Sung-Hee Lee, 2003, "Transient Linear Viscoelastic Stress Analysis Based on the Equations of Motion in Time Integral," *Transactions of the KSME A*, Vol. 27, No. 9, pp. 1579~1588.
- (10) Christensen, R.M., 1982, *Theory of Viscoelasticity*, Academic Press, New York.
- (11) Reddy, J.N., 1993, *An Introduction to the Finite Element Method* (2nd edn.), McGraw-Hill, London.
- (12) Kim, K.S., 1979, "Dynamic propagation of a finite crack," *Int. J. Solids Structures*, Vol. 15, pp. 685~699.
- (13) Dauksher, W. and Emery, A.F., 2000, "The Solution of Elastostatic and Elastodynamic Problems with Chebyshev Spectral Finite Elements," *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, Vol. 188, pp. 217~233.
- (14) Barsum, R.S., 1976, "On The Use of Isoparametric Finite Elements in Linear Fracture Mechanics," *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 10, pp. 25~37.
- (15) Parker, A.P., 1981, *The Mechanics of Fracture and Fatigue*, E. & F.N. Spon Ltd., London.
- (16) Goudreau, G.L., 1970, *Evaluation of Discrete Methods for the Linear Dynamic Response of Elastic and Viscoelastic Solids*, Structures and Material Research, Report No. 69-15, Structural Engineering Laboratory, University of California, Berkeley, California.