

3차원 강소성 유한요소법을 이용한 환상압연공정중 형상결함의 예측

문호근* · 전만수† · 정재현* · 박창남*

(2004년 2월 4일 접수, 2004년 8월 12일 심사완료)

Prediction of Defect Formation in Ring Rolling by the Three-Dimensional Rigid-Plastic Finite Element Method

Ho Keun Moon, Man Soo Joun, Jae Hun Chung and Chang Nam Park

Key Words : Ring Rolling(환상 압연), Rigid-Plastic FEM(강소성 유한요소법), Computer Simulation (컴퓨터 시뮬레이션), Central Cavity Formation Defect(중심부 공동형성 결함), Polygonal Shape Defect(다각형상 결함), Bearing Race(베어링 레이스)

Abstract

In this paper, defect formation in ring rolling is revealed by computer simulation of ring rolling processes. The rigid-plastic finite element method is employed for this study. An analysis model having relatively fine mesh system near the roll gap is used for reducing the computational time and a scheme of minimizing the volume change is applied. The formation of the central cavity formation defect in ring rolling of a taper roller bearing outer race and the polygonal shape defect in ring rolling of a ball bearing outer race has been simulated. It has been seen that the results are qualitatively good with actual phenomena.

기호설명

V	: 해석영역
S	: 경계영역
t_i	: 표면력
v_i	: 속도장
S_{v_i}	: 표면력이 주어진 경계
S_{v_i}	: 속도가 주어진 경계
S_c	: 소재와 금형의 접촉경계
σ_{ij}	: 편차응력
$\dot{\epsilon}_{ij}$: 변형률속도
ω_i	: 가중합수
K	: 벌칙상수

p	: 정수압
k	: 전단항복응력
m	: 마찰상수
v_i	: 소재의 접속속도 성분
\bar{v}_i	: 금형의 접선속도 성분
a	: 아주 작은 양의 상수

1. 서론

특수 압연공정의 한 종류인 환상압연공정은 기계부품의 생산목적으로 광범위하게 사용되고 있다.⁽¹⁾ 소형의 경우 베어링이 대표적이며, 대형의 경우 발전설비, 항공기 엔진, 대형 원통 용기 등이 주요 환상압연품이다. 최근에는 축대칭 중공형상의 기계부품의 대량생산 목적으로 환상압연이 주목을 끌고 있다.

환상압연공정의 경우, 공정설계가 매우 까다로운 문제를 안고 있다. 치수의 정밀도는 물론이고 잘못된 공정설계의 결과로 잦은 맨드렐(mandel)의

† 책임저자, 회원, 경상대학교 기계항공공학부
E-mail : msjoun@nongae.gsnu.ac.kr
TEL : (055)751-5316 FAX : (055)751-5316

* FAG 베어링코리아(유) 연구소

파괴가 발생하여 생산성에도 큰 영향을 미치고 있다. 따라서 환상압연은 컴퓨터 시뮬레이션 기술이 매우 중요하게 필요로 하는 분야 중에 하나이다. 환상압연에 관한 대부분의 기존 연구⁽²⁻⁵⁾는 실험에 바탕을 둔 것이며, 일부 연구자들에 의하여 환상압연공정에 관한 해석적 접근방법⁽⁶⁻⁸⁾이 시도되었으나, 대부분 근사적인 기법에 의존하고 있으며, 정확도와 계산시간 등의 문제점으로 부분적인 활용에 거치고 있다. 1980년대 말에 이르러 수치해법에 의한 공정의 해석이 다각도로 시도되었다. Kim 등⁽⁹⁾은 주요 소성변형 영역의 일부를 조밀하게 모델링하고 나머지 부분을 조대하게 함으로써 계산시간 문제의 해결을 시도하였고, Yang 등⁽¹⁰⁾은 링의 일부에 대한 3차원 강소성 유한요소해석을 실시하였다. Joun 등⁽¹¹⁾은 2차원 근사해법을 통하여 링의 단면이 반경의 증가와 함께 변형되어 가는 형태를 예측하였다. Hamzah 등⁽¹²⁾은 대형 환상압연연품의 가공에 필요한 초기 단조링의 최적형상을 제시하였다.

환상압연공정의 컴퓨터 시뮬레이션을 저해하는 요인 중 압연공정상의 문제는 맨드렐(mandel) 및 작업롤(work roll)에 대한 적절한 가정으로 해소할 수 있으나, 수심 바퀴를 회전한 이후에 공정이 종료되므로 해석에 소요되는 시간이 매우 길다는 것이 공정 전체의 3차원 시뮬레이션을 방해하는 요인이다. 최근 Joun 등⁽¹³⁾은 환상압연공정의 3차원 컴퓨터 시뮬레이션의 가능성을 제시하였으나, 산업현장에서 손쉽게 관련 기술을 활용하기 위하여 계산시간의 최소화를 위한 연구가 필요함을 지적하였다. 이러한 환상압연공정의 컴퓨터 시뮬레이션 저해요인을 해결하려는 기술이 여러 연구자⁽¹⁴⁻¹⁶⁾에 의해 개발되기 시작하였으며, 일부 공정의 해석에 적용되었다.⁽¹⁷⁻¹⁹⁾

최근의 환상압연공정 연구는 방대한 해석시간을 줄이고 체적을 일정하게 유지하여 해의 정밀도를 높였으나, 주로 폭퍼짐량(spread)이나 압력분포의 해석에 국한되어 있으며, 환상압연공정중 발생하는 형상결합의 예측에 적용된 예가 거의 없다. 따라서, 본 연구에서는 기존의 연구결과를 바탕으로 컴퓨터 계산시간을 줄이기 위한 환상압연공정 전용 해석모델을 제시하고, 개선된 프로그램을 이용하여 환상압연공정중 제품의 중심부 공동형성 결합과 다각형상 결합 등의 형상결합이 발생하는 과정을 해석하고자 한다. 해석된 결과를 바탕으로 결합의 원인을 분석하고 개선된 공정을 적용하여 해석을 수행하고자 한다.

2. 유한요소 수식화 및 해석모델

2.1 소성유동해석

소성가공은 금형을 이용하여 원하는 형태로 소재를 성형하는 생산기술이며, 공정의 역학해석이 중요하게 적용되는 분야이다. 역학해석의 관점에서 소성가공 문제를 서술하면, 소성가공 공정에서 금형과 소재는 해석영역 V 와 경계영역 S 로 나누어지며 경계영역 S 는 표면력이 $t_i = \bar{t}_i$ 로 주어 진 S_v , 속도가 $v_i = \bar{v}_i$ 로 주어 진 S_v , 금형과 소재의 접촉면을 표현하는 S_c 등으로 세분화될 수 있다. 소재는 비압축성, 강소성, 등방성 경화(isotropic hardening) 등의 성질을 가지고 있으며 von Mises 항복이론과 관련 유동법칙을 따르며, 접촉면에서 일정전단마찰법칙을 따른다고 가정한다. 그리고 자중 및 가속도의 영향은 무시할 정도로 작다고 가정한다.

소성가공 공정의 유동해석 문제는 소재의 속도장 v_i 를 구하자는 것이며, 벌칙기법을 이용하여 비압축성 조건을 처리하면, 다음의 약형으로 수식화된다.

$$\int_V \sigma_{ij} \omega_{ij} dV + \int_V K \dot{\epsilon}_{ij} \omega_{ij} dV - \sum_{S_v} \int_{S_v} \bar{t}_i \omega_i dS + \int_{S_c} mkg(v_i) \omega_i dS = 0 \quad (1)$$

여기서 가중함수 ω_i 는 경계 S_v 에서 영의 값을 갖는 임의의 함수이고,

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2} (\omega_{i,j} + \omega_{j,i}) \quad (2)$$

이다. 벌칙상수 K 는 매우 큰 값의 양수이며, 다음의 물리적 의미를 갖는다.

$$K \dot{\epsilon}_{ij} = \sigma_{ij} / 3 = -p \quad (3)$$

따라서 벌칙기법을 사용할 경우, 압력분포는 속도장 해석결과로부터 자동적으로 구해진다. 식 (1)에서 k 는 전단항복응력이며, m 은 마찰상수이다. 함수 $g(v_i)$ 는 접촉면에서 소재와 금형의 상대속도 영향을 반영하는 함수이며, 접촉면에서 미끄럼이 발생하면 그 절대값이 1이 되고, 미끄럼이 발생하지 않으면 1보다 작게 된다. 즉, 함수 $g(v_i)$ 는 상대속도가 마찰에 미치는 영향을 고려하는 역할, 수치적 문제점을 완화시키는 역할 등을 수행하는 함수로써, Chen 과 Kobayashi⁽²⁰⁾가 제안한 다음의

함수가 가장 널리 사용되고 있다.

$$g(v_i) = -\frac{2}{\pi} \tan^{-1} \frac{(v_i - \bar{v}_i)}{a} \quad (4)$$

여기서 v_i 와 \bar{v}_i 는 각각 소재와 금형의 접선속도성분을 나타내며, a 는 아주 작은 양의 상수이다.

한편, 식 (1)에서 텐서량의 상첨자 프라임(')은 편차성분(deviatoric component)을 나타내며, 하첨자 i 와 n 은 각각 접선성분과 법선성분을 의미한다. 그리고 하첨자가 두번 반복되는 것은 덧셈에 관한 규약을 따른 것이며, 콤마(,) 뒤의 첨자는 편미분을 의미한다.

따라서 전술한 경계치 문제를 푸는 것은 임의의 가중함수 ω_i 에 대하여 약형을 항상 만족시키는 속도장 v_i 를 구하는 문제로 수식화된다. 물론, 속도장은 S_i 와 S_e 의 필수경계조건을 만족해야 한다. 약형에는 속도장 v_i 와 가중함수 ω_i 가 바탕을 형성하고 있다. 그 이외의 것은 이들로부터 파생된 것이다. 따라서 이 두 개의 함수를 보간하여 속도가 미지수인 비선형 연립방정식을 얻을 수 있다. 유한요소방정식의 유도 및 해법에 관한 내용은 참고문헌⁽²¹⁾으로 대신한다.

2.2 환상압연공정의 해석모델

환상압연공정의 기본 개념을 Fig. 1에 나타내었다. 멘드렐은 압하력만을 전달하고 워크롤은 동력을 전달하는 구조이다. 베어링과 같이 소형의 환상압연품인 경우 사이드롤을 사용하지 않지만, 대형의 경우 사이드롤을 사용하는 경우가 대부분이다.

환상압연공정 해석은 역학적으로 매우 어려운 문제에 속한다. 멘드렐의 경우 역학적으로 정확하게 모델링하는 것이 용이하지 않다. 지지부에 마찰이 없다고 가정할 경우, 소재에 의하여 가해진 하중(압하력 및 마찰력)이 모멘트를 발생시키지 않도록 되어야 한다. 실제, 시뮬레이션 관점에서 보면 매우 작은 영역이 롤과 접촉하고 있으므로 이 조건을 안정적으로 만족시키는 것은 용이하지 않다. 따라서 본 연구에서는 멘드렐의 경우 회전방향으로는 마찰이 없는 것으로 가정하였다. 그리고 작업롤의 경우도 접촉영역이 매우 작은 관계로 중립점을 안정적으로 설정한다는 것이 용이하지 않다. 따라서 작업롤과 소재는 회전방향으로 접촉조건으로 가정하였으며, 롤 축방향으로는 일정전단마찰(constant shear friction)법칙을 따른다고 가정하였다.

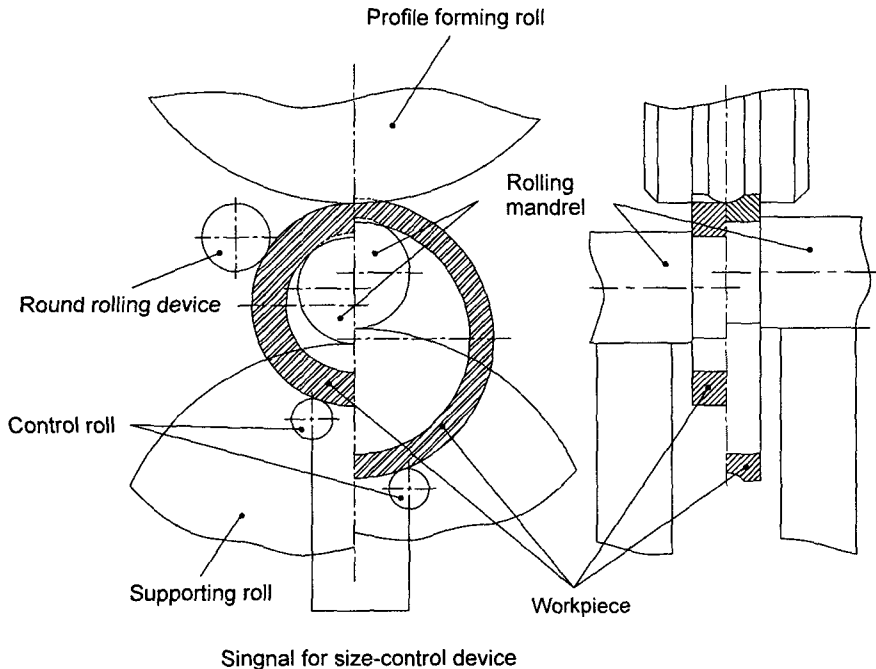
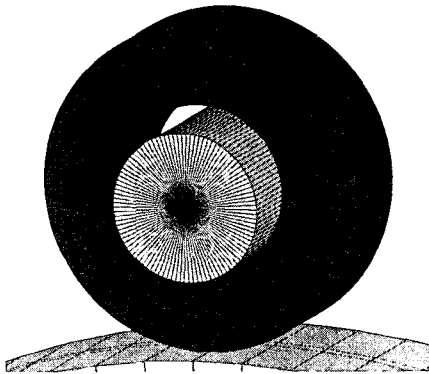


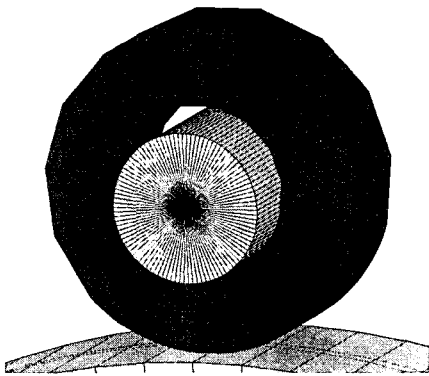
Fig. 1 Conceptual drawing of a ring rolling process

본 논문에서는 환상압연공정의 해석에 소요되는 계산시간을 최소화하기 위하여 Kim 등⁽⁹⁾이 제안한 환상압연 전용 해석모델(analysis model)을 사용하였다. Kim 등은 Fig. 2에서 보는 바와 같이 물간격에 위치한 재료를 조밀하게 분할하는 대신 나머지 부분을 조대하게 분할하는 방식을 채택하여 컴퓨터 계산시간 문제를 해소하였다. 기준단면으로 구분된 조대한 요소망이 물간격에 접근하면, 해석모델을 그 상황에 맞도록 변경시켜야 하며, 이 때 필요한 요소망 정보 및 변형이력 정보 등의 세부 정보는 링 전체를 조밀하게 분할한 기준모델(reference model)로부터 추출된다. 물론 물간격에서 기준모델과 해석모델의 모든 정보는 일치한다. 그리고 기준단면의 형상정보는 이에 대응하는 기준모델의 형상정보와 동일하다.

기준모델의 형상 및 변형이력 정보는 해석모델의 정보로부터 뽑아낸 속도 및 해석결과 정보를 보간하여 계산된다. Kim 등⁽⁹⁾은 기준모델의 속도장을 계산하기 위하여 기준단면의 해석 결과를 기하학적으로 보간하여 사용하였으나, 이에 근거하여 구한 링의 변형형상에는 오차가 수반되므로, 매 시간 증분마다 소재의 부피를 재계산하여 링의 회전 중심축의 위치를 보정하였다. 하지만, 해석스텝이 점점 커지게 되면, 부피의 변화가 심하여 결과의 정확도 및 적용성을 크게 훼손할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 매시간 증분마다 해석모델의 회전 중심축과 기준모델의 회전 중심축을 구하여, 기준모델의 회전 중심축에 대한 해석모델의 회전 중심축의 이동량과 해석모델 절점들의 회전 각속도를 구하여 기준모델에 적용함으로써, 기준모델의 속도정보를 구하였다. 그리고 방대한 해석스텝에 의한 부피의 변화를 최소화하기 위하여 매 증분 기준모델의 부피와 해석모델의 부피의 차를 비교하여 부피보상을 할 수 있도록 하였다.



(a) A reference model



(b) An analysis model

Fig. 2 A typical analysis model and its related reference model

3. 환상압연공정의 컴퓨터 시뮬레이션

3.1 중심부 공동형성 결함의 해석

복렬 테이퍼 로울러 베어링과 복렬 앵글러 컨택트 볼 베어링의 제작공정으로 환상압연공정이 적용된다. 이들 베어링의 환상압연공정에서 고질적인 문제⁽⁴⁾로 지적되고 있는 가공률 방향의 중심 부위에 발생하는 공동형성 결함을 제안된 환상압연 전용 해석모델을 사용하여 시뮬레이션 하고자 한다. 소재는 베어링강이며, 상온에서 환상압연이 실시되며, 가공률의 절입속도는 일정하다고 가정하였다. 사용된 소재치수, 맨드렐 및 가공률 치수, 적용된 공정조건은 Table 1과 같다.

Table 1 Material property and process conditions

Workpiece	Ø40.0xØ90.0x50.0 mm
mandrel diameter	Ø35.0 mm
workroll diameter	Ø300.0 mm
workroll revolution	$N = 30\text{rpm}$
workroll feed rate	$v_d = 0.5\text{mm/rev}$
friction factor	$m = 0.1$
flow stress(MPa)	$\bar{\sigma} = 324.0(1.0 + \frac{\bar{\epsilon}}{0.052})^{0.295}$

3.2 다각형상 결함의 해석

대형 볼 베어링의 제작에 적용되는 열간 환상압연 공정에서 가공률의 작업조건에 따라 다양한 종류의 다각형 링이 제조되는 경우가 발생하였다. Fig. 3에 전형적인 예를 나타내었다. 두번째 적용 예제로 열간 환상압연에서 발생하는 다각형 형상 결함의 예측을 제안된 환상압연 전용 해석모델을 사용하여 시도해 보고자 한다. 소재는 베어링강이며, 성형중 소재의 온도는 일정하다고 가정하였다. 사용된 소재치수, 맨드릴 및 가공률 치수, 적용된 공정조건은 Table 2와 같다. Fig. 4는 본 해석에 적용된 전형적인 열간 환상압연공정의 가공률 성형 속도선도를 나타낸 것으로 성형에 필요한 가공시간(cycle time)을 줄이기 위해 초기 절입속도(feeding speed)를 크게 두었으며, 이후 일정한 직경 변화율을 가지는 속도를 유지한 후 최종으로 소재의 진원형상을 향상시키기 위해 가공률의 속도를 일정하게 둔 것이다.

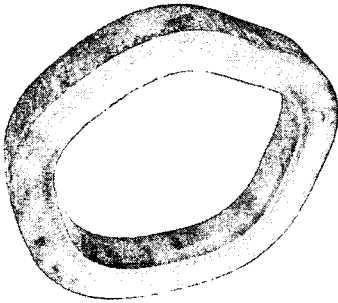


Fig. 3 A typical example of ring rolled polygonal shape

Table 2 Material property and process conditions

workpiece	Ø45.0xØ87.3x27.0 mm
mandrel diameter	Ø40.0 mm
workroll diameter	Ø434.0 mm
Initial temperature	1100 °C
workroll revolution	$N = 50\text{rpm}$
workroll feeding speed	Fig. 4
friction factor	$m = 0.3$
flow stress(MPa)	$\bar{\sigma} = 68.0\bar{\epsilon}^{0.18}$

3.3 해석결과 및 고찰

복렬 테이퍼 로울러 베어링의 해석결과를 Fig. 5에 나타내었다. 이 그림으로부터 복렬 테이퍼 롤러 베어링 외륜의 제조과정에서 발생하는 공동형성 과정을 확인할 수 있다. 이 결과는 기존의 연구에 기준모델을 해석모델로 하여 얻은 결과⁽¹³⁾와 육안으로 비교하여 차이를 확인할 수 없을 정도로 비슷하다. 이 결과를 얻는데 PC 펜티엄 IV 로 약5시간의 계산시간이 소요되었으며, 환상압연 전용 해석모델을 사용함으로써 계산시간을 5배 이상 향상시키는 효과를 얻었다. 해석결과로부터 중심부위의 공동형성이 해석이 진행됨에 따라 점점 커지고 있음을 알 수 있다. 이는 소재의 초기형상이나 가공률 및 공정조건을 최적화시킬 필요가 있음을 의미한다.

복렬 테이퍼 로울러 베어링 외륜의 공동형성 결함의 발생원인은 환상압연공정중 소재의 직경이 커지면서 중심부에 필요한 체적이 부족한 것으로 밝혀졌다. 이러한 문제점의 해결방안으로 실제공정에서는 최종 해석결과로부터 중심부위에 부족한 체적을 계산하여 초기 소재의 중심부에 적용하여 초기 소재의 형상을 결정하고, 가공률의 중심부위의 탄성변형을 고려하여 오목한 곡률을 적용하여 해결하고 있다.

Fig. 6에 대형 볼 베어링의 환상압연공정중 다각형상 결함의 시뮬레이션 결과를 도시하였다. 그림에서 보는 것처럼 초기에 생성된 결함은 계속하여 진전되어 큰 결함으로 변화하였으며, 일정회전 후 결함이 발생하는 경우도 있었다. 이 결과는 Fig. 3의 전형적인 다각형상 결함과 비교하여 매우 유사함을 알 수 있다. 이 결과를 얻는데 PC 펜티엄 IV 로 약 8시간의 계산시간이 소요되었다.

다각형상 결함의 발생원인은 Fig. 7에서 보는 바와 같이 가공중 링의 좌우 흔들림 운동과 가공

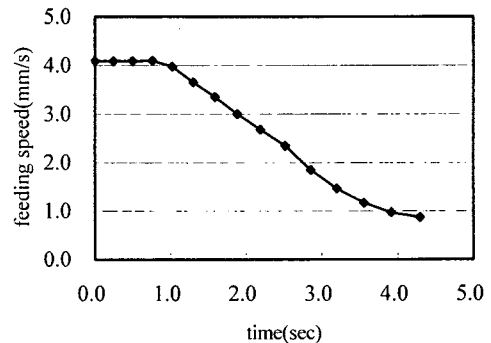


Fig. 4 Feeding speed curve of the workroll

롤의 절입속도가 주원인으로 밝혀졌다. 본 해석에 적용된 열간 환상압연공정은 초기 소재 접촉영역이 작기 때문에 절입속도가 크게 되면 불안정한 떨림현상이 발생하게 된다.

이러한 초기 떨림현상을 적절한 압력으로 환상압연기의 가이드 롤에서 지지해주지 못하면 다각형상의 결함이 발생하게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 가이드 롤 압력을 크게 할 경우는 오투기 모양의 형상결함을 유발할 수 있다.

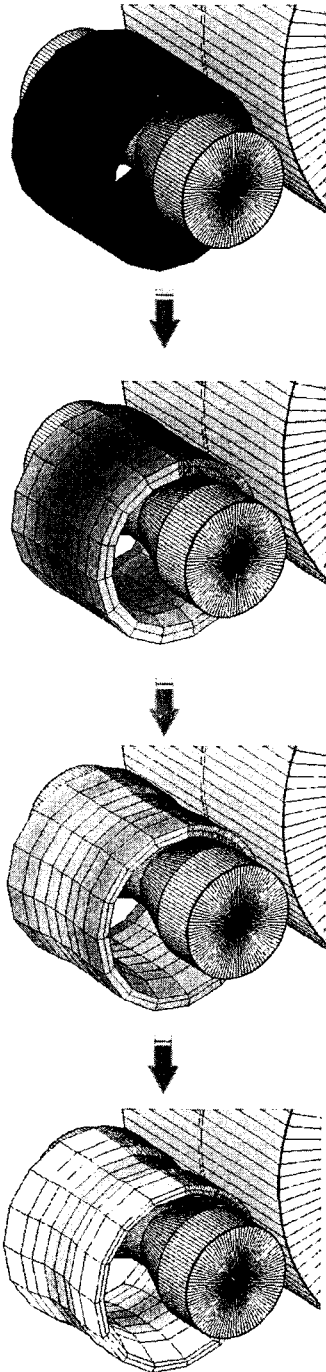


Fig. 5 Formation of central cavity in cold ring rolling

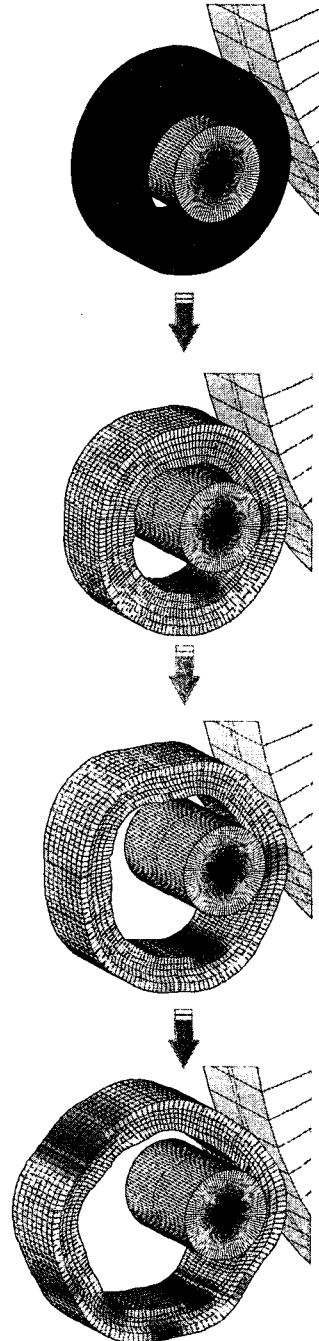


Fig. 6 Formation of polygonal shape in hot ring rolling

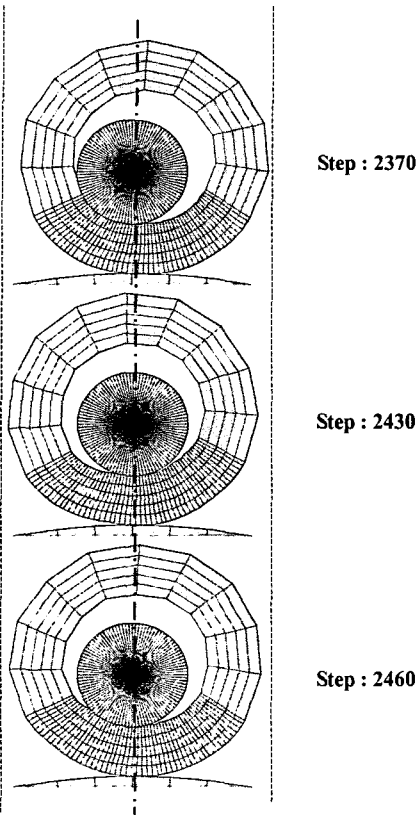


Fig. 7 Wobble motion inducing polygonal ring

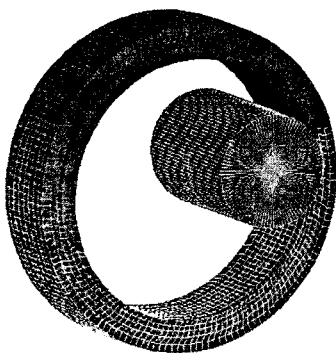


Fig. 8 Analysis result with improved process conditions

다각형상의 결함을 해결하기 위하여 Fig. 4에서 초기 절입속도가 4.1mm/s 에서 3.5mm/s 로 변경하였으며 이후 구간의 절입속도는 기존과 같게 두었다. 이외의 적용된 공정조건은 기존조건과 동일하다. Fig. 8과 Fig. 9에 개선된 공정조건으로 해석한 시뮬레이션 결과와 실험결과를 나타내었다.

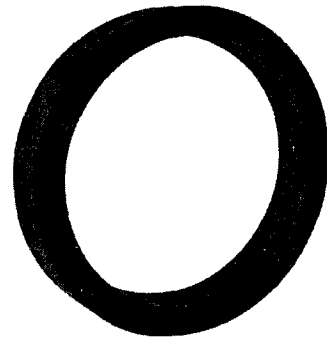


Fig. 9 Experiment result with improved process conditions

그림에서 해석결과와 실험결과가 매우 비슷하다는 것을 알 수 있으며, 다각형상의 결함은 나타나지 않았다. 그리고 진원에 가까운 링 형상을 보였다. 이러한 결과는 초기 가공률의 절입속도를 작게 함으로써 소재의 떨림현상을 줄일 수 있었기 때문으로 판단된다.

4. 결론

본 연구에서는 환상압연공정의 컴퓨터 시뮬레이션에 필요한 이론 및 기법을 제시하였고, 적용 연구를 통하여 환상압연공정중 링의 형상결함 발생과정과 원인을 조사하였다.

가공물과 접촉하는 링의 중심에 발생하는 공동형성 결함과 열간 환상압연에서 발생하는 다각형상 결함의 발생과정을 3차원 강소성 유한요소법을 이용하여 성공적으로 예측하였다. 해석결과를 바탕으로 결함의 원인을 분석하여 개선된 공정조건을 제시하였으며, 다각형상 결함의 경우, 개선된 공정조건으로 해석한 결과, 다각형상은 나타나지 않았으며 진원에 가까운 링 형상을 나타내었다. 해석결과와 실험결과를 비교한 결과 매우 잘 일치하였다. 제안된 환상압연 전용 해석모델을 통하여 정확도가 유지되면서 동시에 기존 해석모델에 비하여 5배 이상의 계산 효율을 얻을 수 있었으며, PC로 1일 이내에 결과를 얻을 수 있게 되었다.

그 결과, PC 를 이용한 환상압연공정 컴퓨터 시뮬레이션 기술의 현장 적용이 실질적으로 가능하게 되었다.

후기

이 논문은 산업자원부 지역특화기술개발사업(공통핵심/경남 기계산업) 및 두뇌한국 21사업에 의하여 지원되었음.

참고문헌

- (1) Eruc, E. and Shivpuri, R., 1992, "A Summary of Ring Rolling Technology-I. Recent Trends in Machines, Processes and Production Lines(pp. 379~398), II. Recent Trends in Process Modeling, Simulation, Planning and Control(pp. 399~413)," *Int. J. Mech. Tools and Manu.*, Vol. 32, pp. 379~413.
- (2) Johnson, W., MacLeod, I. and Needham, G., 1968, "An Experimental Investigation into the Process of Ring or Metal Type Rolling," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 10, pp. 455~468.
- (3) Hawyard, J. B., Johnson, W., Kirkland, J. and Appleton, E., 1973, "Analysis for Roll Force and Torque in Ring Rolling with Some Supporting Experiments," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 15, pp. 873~893.
- (4) Mamalis, A. G., Hawyard, J. B. and Johnson, W., 1975, "Cavity Formation in Rolling Profiled Rings," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 17, pp. 669~672.
- (5) Mamalis, A. G., Hawyard, J. B. and Johnson, W., 1976, "Spread and Flow Patterns in Ring Rolling," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 18, pp. 11~16.
- (6) Ryoo, J. S., Yang, D. Y. and Johnson, W., 1984, "The Influence of Process Parameters on Torque and Load in Ring Rolling," *J. Mech. Working Tech.*, Vol. 12, pp. 307~321.
- (7) Doege, E. and Aboutour, M., 1987, "Simulation of Ring Rolling Process," *Adv. Tech. Plast.*, Vol. II, pp. 817~827.
- (8) Toya, Y., Ozawa, T. and Nishiguchi, M., 1984, "Analysis of Simulation in Ring Rolling," *Proc. 3rd Int. Conf. On Rotary Metalworking Processes*, pp. 279~284.
- (9) Kim, N. S., Machida, S. and Kobayashi, S., 1990, "Ring Rolling Process Simulation by the Three-Dimensional Finite Element Method," *Int. J. Mech. Tools and Manu.*, Vol. 30, pp. 569~577.
- (10) Yang, D. Y., Kim, K. H. and Hawkyard, J. B., 1991, "Simulation of T-section Profile Ring Rolling by the 3-D Rigid-Plastic Finite Element Method," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 33, pp. 541~550.
- (11) Joun, M. S., Chung, J. H. and Shivpuri R., 1998, "An Axisymmetric Forging Approach to Preform Design in Ring Rolling Using a Rigid-Viscoplastic Finite Element Method," *Int. J. Mech. Tools and Manu.*, Vol. 38, pp. 1183~1191.
- (12) Hamzah, S. and Stahlberg, U., 1998, "A Study of Pore Closure in the Manufacturing of Heavy Rings," *J. Mater. Process. Tech.* 84, pp. 25~37.
- (13) Joun, M. S., Moon, H. K., Park, J. M., Chung, J. H. and Park, C. N., 2001, "Three Dimensional Rigid-Plastic Finite Element Analysis of a Ring Rolling Process," *Proc. KSME Autumn*, Vol. I, pp. 73-77.
- (14) Xie, C. L., Dong, X. H., Li, S. J. and Huang, S. H., 2000, "Rigid-Viscoplastic Dynamic Explicit FEA of the Ring Rolling Process," *Int. J. Mech. Tools and Manu.*, Vol. 40, pp. 81~93.
- (15) Davey, D. and Ward, M. J., 2002, "The Practicalities of Ring Rolling Simulation for Profiled Rings," *J. Mater. Process. Tech.* 5970, pp. 1~7.
- (16) Davey, K., and Ward, M. J., 2002, "A Practical Method for Finite Element Ring Rolling Simulation Using the ALE Flow Formulation," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 44, pp. 165~190.
- (17) Ko, Y. S., Yoon, H. J. and Kim, S. N., 2002, "Prediction of Spread and Contact Region in Ring Rolling Process Using Rigid Plastic Finite Element Method," *KSME (A)*, Vol. 26, No. 12, pp. 2670~2677.
- (18) Utsunomiya, H., Saito, Y., Shinoda, T. and Takasu, I., 2002, "Elastic-Plastic Finite Element Analysis of Cold Ring Rolling," *J. Mater. Process. Tech.* 5969, pp. 1~6.
- (19) Koo, S. W., Lee, J. C., Yoon, S. J. and Kim, S. N., 2003, "Analysis of Aluminum Ring Rolling Process Using Thermo-Rigid-Plastic Finite Element," *KSME (A)*, Vol. 27, No. 5, pp. 815~822.
- (20) Chen, C. C. and Kobayashi, S., 1978, "Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Ring Compression," *Appl. of Num. Methods to Forming Process, ASME, AMD 28*, pp. 163~174.
- (21) Joun, M. S. and Lee, Y. I., 2000, *From Continuum Mechanics to Finite Element Method*, Pearson Education Korea, Seoul, Korea.