

순차적 근사최적화 기법을 이용한 방열판 최적설계

박 경 우[†], 최 동 훈
한양대학교 최적설계신기술연구센터

Optimal Design of a Heat Sink using the Sequential Approximate Optimization Algorithm

Kyoungwoo Park[†], Dong-Hoon Choi

The Center of Innovative Design Optimization Technology, Hanyang University, Seoul 133-791, Korea

(Received September 21, 2004; revision received October 20, 2004)

ABSTRACT: The shape of plate-fin type heat sink is numerically optimized to acquire the minimum pressure drop under the required temperature rise. In constrained nonlinear optimization problems of thermal/fluid systems, three fundamental difficulties such as high computational cost for function evaluations (i.e., pressure drop and thermal resistance), the absence of design sensitivity information, and the occurrence of numerical noise are commonly confronted. Thus, a sequential approximate optimization (SAO) algorithm has been introduced because it is very hard to obtain the optimal solutions of fluid/thermal systems by means of gradient-based optimization techniques. In this study, the progressive quadratic response surface method (PQRSM) based on the trust region algorithm, which is one of sequential approximate optimization algorithms, is used for optimization and the heat sink is optimized by combining it with the computational fluid dynamics (CFD).

Key words: Optimal design(최적설계), Heat sink(방열판), Thermal stability(열적안정성), CFD(전산유체역학), PQRSM(순차적 2차 반응표면법)

기 호 설 명

B : 근사 Hessian 행렬
 B_1, B_2 : 흰의 상/하부 두께 [m]
 $C_1, C_2, C_3, C_\lambda, C_\mu$: k - ϵ 모델의 실험상수
 f_R, f_λ : k - ϵ 모델의 실험함수
 $f(\mathbf{x})$: 목적함수
 $\tilde{f}(\mathbf{x})$: 근사화된 $f(\mathbf{x})$
 G_b, G_k : k - ϵ 모델의 생성항

$g_j(\mathbf{x})$: 부등호 제약조건
 $\tilde{g}_j(\mathbf{x})$: 근사화된 $g_j(\mathbf{x})$
 \tilde{G}_k : 정규화된 근사 Hessian 행렬
 h : 흰 높이 [m]
 H : 방열판 높이(= $h + t$) [m]
 k : 난류 운동에너지 [m^2/s^2]
 L : 방열판 길이 [m]
 n : 설계변수의 수
 P : 압력 [Pa]
 ΔP : 압력강하 [Pa]
 Q : 발열량 [W]
 R : Reynolds 수

[†] Corresponding author

Tel.: +82-2-2290-1639; fax: +82-2-2291-4070

E-mail address: kwoopark@hanyang.ac.kr

- r^k : 신뢰영역 반경비
- S : 흰 간격 [m]
- t : 방열판 기저부 두께 [m]
- T, T' : 평균 및 요동성분 온도 [K]
- ΔT : 온도상승 [K]
- u_j, u'_j : 평균 및 요동성분 속도 [m/s]
- W : 방열판 폭 [m]
- x, y, z : 직교좌표계 [m]
- x : 설계변수 벡터

그리스 문자

- α_t : 와확산계수 [m^2/s]
- Γ^k : 신뢰영역 반경
- ϵ : k 의 소산율 [m^2/s^3]
- μ, μ_t : 점성계수 및 와점성계수 [$N \cdot s/m^2$]
- ρ : 밀도 [kg/m^3]
- $\sigma_k, \sigma_\epsilon$: 난류 Prandtl 및 Schmidt 수

하첨자

- i, n : 입구
- j : 집축 및 최대
- k : 반복횟수
- ∞ : 주위

1. 서 론

전자장비의 냉각장치로 널리 사용되는 방열판(heat sink)은 방열성능 최대화와 압력강하 최소화라는 서로 상반된 성능함수를 동시에 만족시켜야 하며, 보통 열/유체시스템 내의 제한된 공간에 설치된다. 따라서 방열판의 공학적인 설계는 최적설계를 통해 이루어져야 할 것이다.

열/유체시스템의 최적설계 문제는 매우 중요한 과제이며, 활발하게 수행하여야 할 연구 분야이다. 이에 따라 전산유체역학(CFD)과 최적화 기법을 이용한 열/유체시스템의 최적설계가 최근에 이르러 활발히 이루어지고 있다.⁽¹⁻⁴⁾ 그러나 열/유체시스템의 해석은 과도한 계산시간을 요구하며, 종종 수치적 노이즈를 수반하기 때문에 최적설계를 위해 근사최적화(approximate optimization) 기법

을 이용하게 된다.

근사최적화 기법은 근사화를 위해 요구되는 정보에 따라 구배기반(gradient-based, GBA) 및 함수기반(function-based, FBA) 근사화 방법으로 나뉘어진다. 구배-기반 최적화는 근사화를 위해 설계변수에 대한 성능함수의 도함수 정보를 필요로 하므로 설계민감도(design sensitivity)에 대한 해석이 수행되어야 한다. 그러나 열/유동장에서 유한차분법에 의해 구해진 미분값은 그 정보는 유용하지 않거나 유한차분화에 의한 근사화에 많은 해석시간이 필요하다. 이에 반하여 함수기반 근사최적화 기법은 근사화를 위해 함수값만을 요구하여 상대적으로 간단하므로 근사최적설계에 많이 이용되고 있다. 대표적인 FBA는 반응표면법(response surface method, RSM)을 이용한 근사화이다.^(5,6) 반응표면법은 비교적 넓은 범위의 설계영역에 적용되는 전역 근사화 기법으로, 모델링 및 해석오차의 누적으로 인한 불안정한 해석결과를 매끄럽게 함으로써 전체적인 해석결과의 형태를 잘 표현할 수 있다. 그러나 반응표면법은 설계변수의 개수(n)가 증가하면 실험계획법(DOE)에 의한 함수계산 횟수가 급격히 증가하는 단점이 있다. 따라서, *i*DOT(최적설계신기술연구센터)에서는 설계변수의 개수가 많더라도 효율적으로 2차 근사모델을 생성할 수 있는 순차적 2차 반응표면법(progressive quadratic response surface method, PQRSM)^(7,8)을 개발하여 최적화 문제에 적용하였다.

따라서, 이 연구에서는 CFD와 PQRSM을 이용하여 방열판 내의 온도상승을 조절하면서 압력강하량이 최소가 되는 최적의 설계변수를 구한다. 이때, 열/유동장 해석과 근사최적화 과정은 일괄작업으로 수행되며, 얻어진 최적설계값들을 구배-기반 국소최적화 기법인 SQP(sequential quadratic programming)법에 의한 결과와 비교한다.

2. 최적설계문제의 정의

2.1 해석모델

이 연구에서 고려한 열/유체시스템은 최적화할 평판-흰(plate-fin)형 방열판, 초기 작동유체의 유로 역할을 하는 덕트, 그리고 반응부로 구성되며, 이를 Fig. 1에 개략적으로 나타내었다. 축류 팬(30

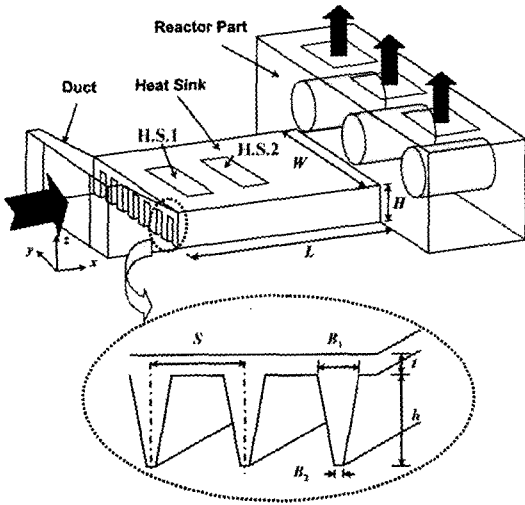


Fig. 1 Overall view of thermal system and coordinate system.

×80×80 mm, 2EA)에 의해 유입되는 저온의 공기(318 K)는 방열판(알루미늄, 400×190×60 mm, L×W×H)을 지나면서 열을 흡수한 후 반응부(160×340×150 mm)의 상부면에 설치된 3개의 출구(88×55 mm)를 통해 대기로 빠져나간다. 방열판 상부면에는 동일 크기(62×122 mm)의 2개의 열원에서 전기적인 저항에 의해 각각 다른 양의 열($Q_1=348$ W, $Q_2=321$ W)이 발생된다. 또한 Fig. 1의 확대된 그림을 보면, 원의 피치(S, 여기서는 7.52 mm), 원의 상부 폭(B_1), 하부 폭(B_2), 그리고 원의 높이(t)에 의해 방열판 형상이 결정됨을 알 수 있다.

2.2 최적설계 정식화

최적설계문제는 최소화 또는 최대화하고자 하는 목적함수, 목적함수에 영향을 미치는 설계변수, 구속함수 및 설계 상/하한값 등으로 이루어진다. 제약조건을 갖는 비선형 최적설계문제의 수치적 해석을 위한 수학적 표현은 다음과 같다.

Find $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}^T$ (1)

minimize $f(\mathbf{x})$ (2)

subject to $g_j(\mathbf{x}) \leq 0$ for $j=1, m$ (3)

$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U$ for $i=1, n$ (4)

여기서 \mathbf{x} 은 벡터형의 설계변수, $f(\mathbf{x})$ 는 목적함수, 그리고 $g_j(\mathbf{x})$ 는 부등호 제약조건이다. 또한 x_i^L 및 x_i^U 는 설계변수에 대한 하한/상한치로서, 설계변수의 범위를 제한하는 역할을 한다. m, n 은 각각 제약조건 및 설계변수의 수이다.

목적함수 및 설계변수 : 방열판 설계시 가장 중요하게 고려되어야 할 사항은 방열판내 온도 상승이 허용된 범위 내에 존재하여야 한다는 것이다. 따라서 이 연구에서는 온도상승($\Delta T = T_{max} - T_{\infty}$)을 구속조건의 하나로 선정하여, 방열판 입/출구의 압력차이(ΔP)를 최소화하는 설계변수 값을 얻고자 한다. 따라서 ΔP 를 최소화할 성능함수인 목적함수로 선정하였다. 또한 최적화할 설계변수로는 방열판 성능에 많은 영향을 미치는 원의 상부 폭(B_1)과 하부 폭(B_2), 그리고 원의 기저부 두께(t)를 선택하였다.

3. 수치적 최적화

많은 해석시간을 요구하며, 시스템 해석에 대한 반응이 불연속적이거나 수치적 노이즈를 수반할 때, 또는 설계 민감도에 대한 정보가 제공되지 않은 공학 시스템의 최적설계에 근사최적화 기법이 주로 사용된다. 이 연구에서는 근사함수의 평활성(smoothness)을 얻을 수 있는 수정된 반응표면근사법(RSA)을 이용하며 근사모델을 생성하며, 근사모델의 효율적인 관리를 위해 신뢰영역(trust region)에 기반한 순차적 근사최적화(SAO)를 적용함으로써 최적해를 구한다.

3.1 순차적 근사최적화(SAO)

순차적 근사최적화(sequential approximate optimization, SAO) 기법은 실제 모델에 대한 근사모델을 구축하여 매 반복계산시 수정된 설계영역에 대해 근사최적화 기법을 적용하고 수렴조건을 만족할 때까지 반복적으로 최적해를 구하는 방법이다. 식(1)~(3)에서 정의된 최적설계문제를 근사화하면 다음과 같이 수식으로 표현할 수 있다.

minimize $\tilde{f}(\mathbf{x})$ (5)

subject to $\tilde{g}_j(\mathbf{x}) \leq 0$ (6)

$\max[x_L, x_L^k] \leq \mathbf{x} \leq \min[x_U^k, x_U]$ (7)

여기서 $\tilde{f}(\mathbf{x})$ 과 $\tilde{g}_j(\mathbf{x})$ 는 각각 근사화된 목적함수와 제약조건이다. 식(7)의 k -번째 반복시 설계값, \mathbf{x}^k 에 대한 추가적인 이동한계($\mathbf{x}_L^k, \mathbf{x}_U^k$)는 근사화에 대한 정확도를 확보하기 위해 최적화과정중 수정되는데, 이 연구에서는 신뢰영역 알고리즘(trust region algorithm)을 이용하여 각 변수에 대한 국소경계값을 얻는다.

3.2 순차적 2차 반응표면법(PQRSM)

이 연구에서 사용된 PQRSM은 최적화 과정의 초기에는 전역근사화 형태의 모델이지만, 최적화 과정이 진행되면서 국부 근사모델로 정확하게 수렴한다. PQRSM은 $(2n+1)$ 개의 표본점(sampling points)을 선택함으로써 단지 $(2n+1)$ 번의 함수 계산을 이용하여 순수 2차항까지로 구성된 근사함수를 생성하고, 상호작용을 나타내는 나머지 2차항 들은 정규화된 준-뉴턴 개선공식을 적용하여 순차적으로 계산함으로써 추가적인 함수계산이 필요치 않는 방법이다.

3.2.1 설계점 선택

정확한 근사모델을 구축하기 위해서는 실험계획법에 의한 적절한 설계점(sampling points)의 선택이 매우 중요하다. 첫번째 반복단계(\mathbf{x}_1^0)에서 각 설계변수 축에서 2개씩, 중심점에서 한 개씩 모두 $(2n+1)$ 개의 표본점을 Fig. 2(a)와 같이 선택한다. 각 설계점에 대한 해석을 통해 실제 함수값을 계산한 후, 3점에 대한 2차 근사모델을 생성한다.⁽⁷⁻⁸⁾ 즉, 중심점(\mathbf{x}_0, f_0)와 i -번째 설계

변수의 (x_{i1}, f_{i1}) 과 (x_{i2}, f_{i2}) 이 계산되면, 이에 대한 2차 근사함수, \tilde{f}_i 는 다음의 식으로 구한다.

$$\tilde{f}_i = a_{i0} + a_{i1}x_i + a_{i2}x_i^2 \quad (8)$$

여기서,

$$a_{i0} = f_0 - a_{i1}x_0 - a_{i2}x_0^2$$

$$a_{i1} = \frac{f_{i1} - f_0}{x_{i1} - x_0} - a_{i2}(x_0 + x_{i1})$$

$$a_{i2} = \frac{(f_{i2} - f_0)/(x_{i2} - x_0) - (f_{i1} - f_0)/(x_{i1} - x_0)}{x_{i2} - x_{i1}}$$

이다. 이렇게 생성된 근사모델을 초기 신뢰영역 Γ^1 내에서 최적화를 수행하여 새로운 설계점 \mathbf{x}_1^* 을 계산한다. 다시 \mathbf{x}_1^* 에 대해 근사모델의 정확도를 평가한 다음, 이에 따라 2번째 반복 단계를 위한 새로운 신뢰영역 Γ^2 를 Fig. 2(b)와 같이 근사 최적점 $\mathbf{x}_1^* = \mathbf{x}_2^0$ 근방에서 생성한다. 신뢰영역 모델에 의하면, k -반복단계에서 식(5)~(6)에 대한 국소 최적화 문제는 현재의 설계점 \mathbf{x}^k 주위에서 계산된다. 이때 이동한계(식(7))는 Γ^k 라는 신뢰영역 반경으로 다음과 같이 정의된다.

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^k\|_p \leq \Gamma^k \quad (9)$$

여기서 p 놈(norm)은 영역의 형상을 정의하는데, 이 연구에서는 기존의 설계점을 포함하면서 나머지 $(2n)$ 개를 축방향으로 일직선상에 놓아 새로운 설계점을 추출하는 초-정방형(hyper-cubic type) 신뢰영역법을 사용한다.

순차적 근사최적화 기법인 PQRSM에서는 근사 목적함수의 변화에 대한 실제 목적함수의 변화비로 정의하는 신뢰영역 반경비(r^k)를 이용하여 신뢰영역을 수정한다.

$$r^k = \frac{f(\mathbf{x}_k) - f(\mathbf{x}_{k+1}^*)}{\tilde{f}(\mathbf{x}_k) - \tilde{f}(\mathbf{x}_{k+1}^*)} \quad (10)$$

여기서, \mathbf{x}_{k+1}^* 는 새로운 설계점이다. 만일 r^k 가

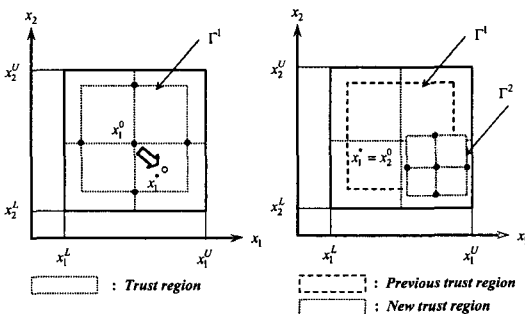


Fig. 2 Design sampling points and trust region for first two iterations.

0보다 크면 새로운 설계점 $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_{k+1}^*$ 으로 간주하며, 이때 신뢰영역 반경(Γ^k)는 다음과 같이 수정된다.

$$\Gamma^k = \begin{cases} \gamma_0 \Gamma^{k-1} & \text{if } 0 < r^k < \varepsilon_1 \\ \gamma_1 \Gamma^{k-1} & \text{if } \varepsilon_1 < r^k < \varepsilon_2 \\ \gamma_2 \Gamma^{k-1} & \text{if } r^k > \varepsilon_2 \end{cases} \quad (11)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= 0.25, \quad \gamma_1 = 1.0 \\ \gamma_2 &= \begin{cases} 2 & \text{if } |x^* - x^0| = \Gamma^k \\ 1 & \text{if } |x^* - x^0| < \Gamma^k \end{cases} \quad (12) \\ \varepsilon_1 &= 0.25, \quad \varepsilon_2 = 0.75 \end{aligned}$$

이다. 특히, PQRSM은 2번째 반복 단계부터는 생성된 2차 근사모델이 최적화를 위해 직접 사용되지 않고 다음 절에서 설명할 정규화된 준-뉴턴(normalized quasi-Newton)법을 적용하기 시작한다.

3.2.2 정규화된 준-Newton 공식

($2n+1$)개의 설계점을 이용해 근사화된 k -번째 반복 단계에서의 근사적인 식(7)의 1차 및 2차 회기계수항을 각각 \mathbf{g}_k 와 \mathbf{D}_k 라 한다. 이때 k -번째 근사 헤시언(approximate Hessian, \mathbf{B}_k)은 BFGS식으로 잘 알려진 아래의 준-뉴턴공식⁽⁹⁾에 의해 생성된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_k &= \mathbf{B}_{k-1} - \frac{(\mathbf{B}_{k-1} \boldsymbol{\delta}_k)(\mathbf{B}_{k-1} \boldsymbol{\delta}_k)^T}{(\boldsymbol{\delta}_k^T \mathbf{B}_{k-1} \boldsymbol{\delta}_k)} \\ &\quad + \frac{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^T}{\mathbf{y}_k^T \boldsymbol{\delta}_k} \end{aligned} \quad (13)$$

여기서, $\boldsymbol{\delta}_k = \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}$, $\mathbf{y}_k = \mathbf{g}_k - \mathbf{g}_{k-1}$ 이며 $\mathbf{B}_1 = \mathbf{D}_1$ 이다. 설계점, \mathbf{x}_k 에서 원래 헤시언 \mathbf{D}_k 는 비대각(off-diagonal) 요소를 가지지 않지만, 식(13)에 의해 생성된 \mathbf{B}_k 는 비-대각요소를 가지게 된다. 그러나 비교적 작은 설계영역인 Γ^k 에서 \mathbf{D}_k 는 \mathbf{B}_k 보다 더 정확한 대각선 요소를 가지고

있으며, 이러한 특성은 최적화과정이 진행될수록 더욱 현저하게 나타나게 된다. 따라서 \mathbf{B}_k 의 대각선 요소를 \mathbf{D}_k 로 취환하기 위해 다음과 같이 정규화된 근사 헤시언($\tilde{\mathbf{G}}_k$)을 생성한다.

$$\tilde{\mathbf{G}}_k = \mathbf{S}_k^T \mathbf{B}_k \mathbf{S}_k \quad (14)$$

여기서, \mathbf{S}_k 는 대각선 행렬이고, \mathbf{S}_k 의 i -번째 요소인 \mathbf{S}_k^{ii} 는

$$\mathbf{S}_k^{ii} = \frac{\sqrt{\mathbf{D}_k^{ii}}}{\sqrt{\mathbf{B}_k^{ii}}} \quad (15)$$

이다. 또한 $\tilde{\mathbf{G}}_k$ 에서 대각선 요소들의 부호는 \mathbf{D}_k 의 부호로 치환된다. 신뢰영역이 충분히 작거나 또는 잘 선정된 경우, 신뢰영역 내에서 일차 및 2차 회기계수는 중앙차분법으로 근사화된 일/이차 도함수와 거의 동일하게 되며, 따라서 $\tilde{\mathbf{G}}_k$ 는 \mathbf{x}_k 에서의 실제모델의 Hessian과 거의 일치하게 된다. 따라서 식(13)는 다음의 식으로 수정된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_k &= \tilde{\mathbf{G}}_{k-1} - \frac{(\tilde{\mathbf{G}}_{k-1} \boldsymbol{\delta}_k)(\tilde{\mathbf{G}}_{k-1} \boldsymbol{\delta}_k)^T}{(\boldsymbol{\delta}_k^T \tilde{\mathbf{G}}_{k-1} \boldsymbol{\delta}_k)} \\ &\quad + \frac{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^T}{\mathbf{y}_k^T \boldsymbol{\delta}_k} \end{aligned} \quad (16)$$

식(16)이 정규화된 준-뉴턴(normalized quasi-Newton) 공식이다. 이들을 이용한 PQRSM에서의 근사모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{f}(\mathbf{x}_k) &= f(\mathbf{x}_{k-1}^*) + \mathbf{g}_k^T (\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}^*) \\ &\quad + \frac{1}{2} (\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}^*)^T \tilde{\mathbf{G}}_k (\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}^*) \end{aligned} \quad (17)$$

위의 식에서 \mathbf{g}_k^T 는 반응표면법을, $\tilde{\mathbf{G}}_k$ 는 반응표면법과 BFGS법을 이용하여 구하게 된다. k -번째 반복 단계의 신뢰영역에서 근사모델, $\hat{f}(\mathbf{x}_k)$ 를 최소화하는 최적해는 국소최적화 기법인 SQP법⁽⁹⁾을 이용하여 구한다.

4. 수치적 절차

평판-휨 방열판의 최적설계값을 얻기 위해서 (1) 목적함수를 계산하는 해석기(analyzer), 즉 열/유동해석용 프로그램, (2) 비선형 최적화 문제를 해석하는 최적화기(optimizer), 그리고 (3) 여러 가지 배열과 변수 정의 및 두 프로그램을 제어하는 주-프로그램 등을 사용한다. 일단, 열 및 유동장 해석의 결과로 목적함수가 계산되면, 주-프로그램은 최적화를 수행하기 위해 최적화기를 이용한다. 이때, 최적화기는 설계변수를 수정할 수 있으며, 수정된 설계변수로 인해 새로운 목적함수들을 필요로 하게 될 때, 주-프로그램으로 돌아가서 해석기를 이용하여 이들을 계산하게 된다. 이때, 최적화기가 새로운 설계변수를 제안하기 때문에 해석기는 새로운 격자를 생성하여야 한다. 이러한 과정은 최적화가 완전히 종료될 때까지 반복적으로 수행되며, 이상의 모든 과정은 자동화된다.

4.1 열/유동장

작동유체는 일정한 물성치를 갖는 비압축성 공기이고, 유동은 3차원 난류, 정상상태이며, 해석 영역의 대칭성으로 인해 전 영역의 1/2만을 해석한다. Navier-Stokes 식을 시간 평균하면, 운동량 및 에너지방정식에 Reynolds 응력항($\overline{\rho u_i' u_j'}$)과 난류 열유속항($\overline{\rho u_i' T'}$)이 나타나는데, 와점성근사에 의하면 다음과 같이 정의된다.

$$\overline{\rho u_i' u_j'} = -\mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (18)$$

$$\overline{\rho u_i' T'} = \alpha_t \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (19)$$

여기서 μ_t 와 α_t 는 난류 와점성계수 및 와확산계수로서

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (20a)$$

$$\alpha_t = C_\lambda f_\lambda k \left(\frac{k}{\epsilon} \right)^n \left(\frac{f^2}{\epsilon_t} \right)^m, \quad m+n=1 \quad (20b)$$

이다. 여기서 C_λ 와 f_λ 는 온도장에서 벽면효과를 고려한 모델상수와 함수이다. 이 연구에서는 표준 $k-\epsilon$ 난류모델⁽¹⁰⁾을 이용하며, 이때 난류운동에너지와 이의 소산율 보존방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_k + G_b - \rho \epsilon \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j \epsilon) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) \\ &+ C_1 \frac{k}{\epsilon} (G_k + G_b) (1 + C_3 R_f) - C_2 \rho \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (22)$$

식(21)과 (22)에 나타난 G_k 와 G_b 는 각각 난류응력 및 부력에 의한 생성에너지로서 다음과 같다.

$$G_k = \mu_t \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (23a)$$

$$G_b = -\beta g_i \frac{\mu_t}{\sigma_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (23b)$$

여기서 β 는 열팽창계수로서, 이상기체인 경우에 $-1/g$ 이다. 이 연구에서 적용한 표준 $k-\epsilon$ 난류모델에 사용된 계수 및 함수는 다음과 같다.^(10,11)

$$\begin{aligned} C_\mu &= 0.09, \quad C_1 = 1.44, \\ C_2 &= 1.92, \quad C_3 = \tanh |v/u|, \\ \sigma_k &= 1.0, \quad \sigma_\epsilon = 1.31, \quad C_\lambda = 0.1, \\ f_\lambda &= \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{R_\epsilon}{16} \right) \right\}^2 \left(1 + \frac{3}{R_t^{3/4}} \right), \\ R_\epsilon &= \frac{\nu (\nu \epsilon)^{1/4}}{\nu}, \quad R_t = \frac{k^2}{\nu \epsilon} \end{aligned} \quad (24)$$

방열판내의 열/유동장 해석은 빠르고 신뢰할 수 있는 상업용 프로그램인 FLUENT⁽¹²⁾를 이용한다. 최적화 과정 중에 최적화기에 의해 새롭게 제안된 설계변수로 인해 방열판 내부의 기하학적인 형상이 변하며, 변화된 형상에 대한 열/유동해석이 반복적으로 수행되기 때문이다. 그러나 대부분의 상업용 프로그램은 GUI(graphical user interface) 상에서 열/유동장을 해석하므로 최적설계의 전 과정을 자동으로 수행하기 위해서, 이 연구에서는 CFD 코드와 최적설계 알고리즘을 통합하

는 스크립트 파일을 형성한다. 해석영역을 비균일 격자계(총 격자수는 약 130만 개)로 나누며, 운동량방정식에 나타난 압력수정식은 SIMPLE 알고리즘⁽¹³⁾을 적용하였으며, 대류와 확산항은 맥급수법을 이용하여 이산화한다. 방열판 입구에 일정한 유속(1.27 m/s)이 선회하면서 유입된다(2,500 RPM). 또한 방열판 상부면의 2개의 열원에는 서로 다른 열유속조건 ($Q_1=46,007 \text{ W/m}^2$, $Q_2=42,437 \text{ W/m}^2$)을, 그 외의 영역은 대류경계조건 ($h=3 \text{ W/m}^2\text{K}$)을 부여하였다. 또한 입구에서의 k 와 ϵ 은 각각 다음의 식으로 주었다 : $k_{in} = 1.5 I_0^2 u_{in}^2$, $\epsilon_{in} = k_{in}^{3/2} / l$. 여기서 I_0 는 국소난류강도(=0.1)이며, l 은 소산율에 대한 길이척도로서, 이 연구에서는 팬의 크기인 80 mm이다. 열/유동장에 대한 수렴된 해는 유수의 합과 연속된 종속변수들의 상대오차가 10^{-5} 이하를 동시에 만족하였을 때로 하였다.

4.2 최적화

신뢰영역 알고리즘에 기초한 PQRSM 모델을

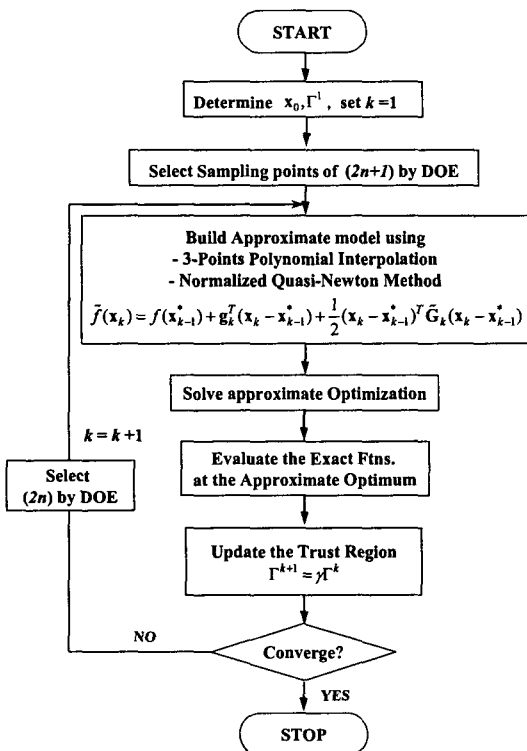


Fig. 3 Optimization procedure of PQRSM.

이용한 최적설계의 수치적인 절차를 Fig. 3에 나타내었다. 수렴조건은 (1) 연속적인 반복 사이에 목적함수의 절대편차가 10^{-3} 보다 작고, (2) 구조조건들의 최대 위배량이 10^{-4} 보다 작을 경우이다.

5. 결과 및 고찰

CFD와 PQRSM을 이용한 방열판의 최적설계 문제는 다음의 수식으로 표현할 수 있다.

Find $\mathbf{x} = [B_1, B_2, t]^T$
 to minimize $f(\mathbf{x}) = \Delta P$
 s.t $g_1(\mathbf{x}) = \frac{\Delta T}{33 - 36K} - 1 \geq 0$
 $g_2(\mathbf{x}) = \frac{B_2}{B_1} - 1 \geq 0$
 $1.25 \leq B_1 \leq 6.0 \text{ mm},$
 $1.25 \leq B_2 \leq 6.0 \text{ mm},$
 $7.0 \leq t \leq 25.0 \text{ mm}$

또한, 최적설계를 위한 기준모델의 형상은 $B_1 = 2.0 \text{ mm}$, $B_2 = 1.5 \text{ mm}$, 그리고 $t = 7.0 \text{ mm}$ 이다.

5.1 매개변수 연구

매개변수 연구는 설계변수들이 방열판 성능에 미치는 영향을 평가하고, 가장 적합한 최적화 기법을 선택하기 위해 최적화에 앞서 수행된다.

여러 가지 현의 상부 및 하부 폭(B_1, B_2)에 대한 압력강하 및 최대온도를 Fig. 4와 Fig. 5에 각각 나타내었으며, 다른 설계변수들은 기준모델

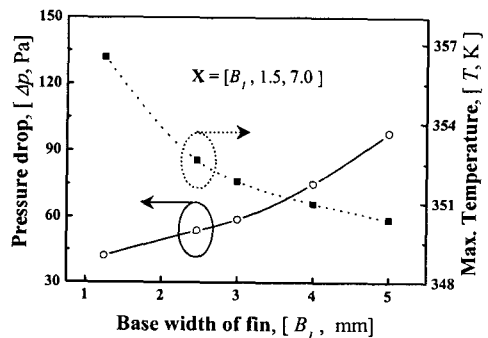


Fig. 4 Effect of base width of fin (B_1).

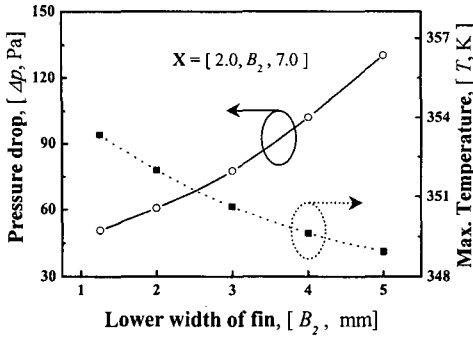


Fig. 5 Effect of lower width of fin (B_2).

에 대한 것이다. 이때 방열판내 최대온도는 두번째 열원과 방열판과의 접촉면에서 발생한다. B_1 와 B_2 가 증가할수록 압력강하량은 거의 선형적으로 증가하지만 최대온도는 지수적으로 감소하고 있음을 알 수 있다. 이는 핀의 폭이 증가함에 따라 유동저항이 커져 압력강하량은 증가하고, 반면에 핀과 핀 사이의 유속의 증가로 열경계층 두께가 감소하여 열전달이 증가하기 때문에 최대온도는 감소하게 되는 것이다. 그리고 최대온도와 압력강하량을 동시에 고려하면, B_1 이 대략 2~3 mm 사이에서, B_2 는 3 mm 이하에서 최적값이 존재할 것이다.

핀 두께(t)의 영향을 나타낸 Fig. 6을 보면, 핀 두께가 증가함에 따라 최대온도는 초기에 감소하지만, $t > 15$ mm가 되면 오히려 증가하고 있음을 알 수 있다. 이는 매우 흥미로운 결과로서 두 가지 열전달 메커니즘인 전도와 대류 열전달이 방열판의 열성능에 미치는 영향의 임계값($t=15$ mm)

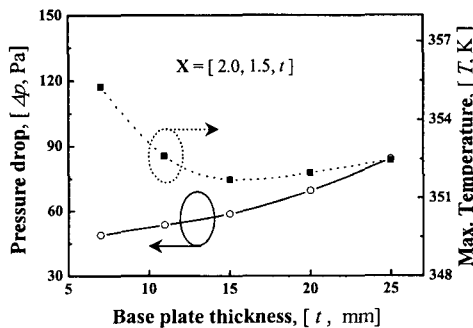


Fig. 6 Effect of base thickness (t).

이 존재한다는 것을 의미한다. 즉, 방열판의 총 높이(H)가 일정한 이 연구의 경우에, 핀 두께(t)가 15 mm 이상이 되면, 감소된 핀 높이(h)로 인해 핀과 냉각유체와의 접촉면적이 줄어들어 전도에 의한 전달열량이 급격히 감소하게 된다. 이때, 유동 단면적 감소로 인한 유속의 증가와 접촉면적의 감소가 각각 대류열전달량에 미치는 영향을 상쇄시킴으로써 핀 두께의 증가가 대류열전달량에 미치는 영향이 거의 나타나지 않는다. 따라서 총 열전달량은 감소하게 되고 동시에 최대온도는 증가하게 되는 것이다. 따라서 핀 두께에 대한 최적설계값은 기본적으로 15 mm 이하에서 결정될 것으로 예측된다.

이상의 매개변수 연구에서 알 수 있듯이, 최대온도(또는 열전달)와 압력강하량의 변화가 각 변수에 대해 서로 상반된 경향을 보임으로써 최적설계가 필요함을 알 수 있다. 또한 방열판의 성능에 핀의 폭이 미치는 영향은 매우 크다. 특히, 핀의 두께의 영향으로부터, 최대온도의 설계변수에 대한 변화는 감소 후 다시 증가하는 등 영역 내에 최대와 최소값이 동시에 존재하기 때문에 국소최적화 기법으로 최적의 설계값을 찾기는 어려운 것으로 여겨진다.

5.2 최적설계

기준모델에 대한 압력강하량 및 최대온도는 각각 53.23 Pa과 356.34 K로 계산되었다. 이때 주위온도에 대한 온도상승(ΔT)이 38.34 K가 되어, 이 연구의 방열판 온도상승 한계치인 36 K를 초과함으로써 열적인 안정성을 확보할 수가 없다.

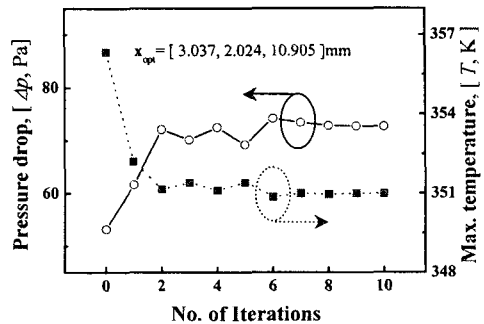


Fig. 7 Convergence histories for pressure drop and maximum temperature for $\Delta T < 33$ K.

Fig. 7은 온도상승을 33K로 제한한 경우에 압력강하와 최대온도의 최적화 과정에서의 수렴이력을 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 목적함수인 압력강하량은 처음 2회 반복까지는 급격히 상승한 후 약 10번의 반복에서 수렴된 최적해를 얻었다. 이때 최대온도의 변화는 압력강하의 변화와 서로 상반된 현상을 보여주고 있다. $\Delta T < 33$ K인 경우에 최적설계 변수값은 $B_1=3.04$ mm, $B_2=2.02$ mm, $t=10.91$ mm이다.

대표적인 최적해를 초기모델에 비교하여 Table 1에 나타내었다. 먼저, 온도상승을 35 K로 제한한 경우($T_{max} < 353$ K)에 최적설계변수에 상응하는 목적함수, ΔP 는 51.67 Pa로 기준모델의 53.23 Pa에 비해 약 1.56 Pa 감소하였다. 또한 최대온도 역시 약 3.36 K 감소하였다. 이는 압력강하의 감소와 열전달의 증가를 동시에 만족하는 최적해를 얻었다는 의미로서, 식(25)로 정의되는 방열판의 열성능요소(thermal performance factor, TPF)가 1 이상이 된다. TPF가 1 이상이라 함은 기준모델에 비해 열성능이 향상되었다는 뜻이다.

$$\eta = \frac{(Nu/Nu_{ref})}{(\Delta P/\Delta P_{ref})^{1/3}} \quad (25)$$

여기서 하첨자 ref 는 기준모델이다.

이 연구는 방열판의 열성능 판단에 중요한 척도인 열전달률 대신 온도상승을 제어하면서 압력강하량을 최소화하는 최적해를 PQRSM을 이용하여 구하므로, 여러 가지 온도상승(ΔT)에 대한 최적해를 비교하기 위해 Table 2에 이의 결과를 나타내었다. 주지하는 바와 같이 온도상승폭이 크다는 것은 열원에서의 온도가 증가하였다는 뜻으로, Nusselt 수가 감소하였다는 것을 의미이다. 또한 Table 3은 구매-기반 국소 최적화 기법인

Table 1 Results of before and after optimization for $\Delta T < 33$ K

	Initial	Optimized
B_1	2.0 mm	2.611 mm
B_2	1.5 mm	1.267 mm
t	7.0 mm	10.541 mm
ΔP	53.23 Pa	51.67 Pa
T_{max}	356.34 K	352.98 K

SQP(sequential quadratic programming)법을 이용하여 구한 최적해⁽¹⁴⁾를 이 연구의 결과와 비교하기 위하여 나타낸 표이다. Table 1에 설명되어 있듯이, 제약조건인 온도상승을 감소시키면($\Delta T=36$ K에서 33 K) 흰의 폭(B_1 과 B_2)은 증가하지만, 흰 두께(t)는 증가 후 다시 감소하는 등 Fig. 6의 결과와 비슷한 양상을 띠고 있음을 알 수 있다. 즉, 온도상승을 줄여 열전달률을 향상시키기 위해서 핀의 두께가 커져 유속을 증가시키고, 이로 인해 압력강하량이 상승하는 것이다. 또한 온도상승과 압력강하량을 기준모델과 각각 비교하였을 때, 이 두 가지 조건이 모두 감소한 $\Delta T=35$ K인 경우의 최적설계값을 이 연구에서 고려한 방열판의 최적해로 추천할 수 있을 것이다.

또한 Table 2와 Table 3을 보면, 동일한 온도상승에 대해 서로 다른 최적설계값을 얻었음을 알 수 있다. 이는 PQRSM에 의한 결과는 전역 최적설계값인 반면, SQP에 의한 것은 국소 최적값이기 때문이다. 두 Table을 비교하여 보면 모든 온도상승에 대해 최소화할 목적함수인 압력강하량이 이 연구에서 제안한 PQRSM에 의한 경우가 SQP법에 의한 결과보다 모두 낮게 예측되

Table 2 Optimal results for PQRSM

ΔT [K]	Design variables [mm]			ΔP [Pa]	
	B_1	B_2	t		
33.0	3.307	2.204	10.905	69.59	
34.0	2.961	1.691	11.374	57.68	
35.0	2.611	1.267	10.541	51.67	
36.0	2.256	1.250	9.355	46.22	
Baseline	38.34	2.0	1.5	7.0	53.23

Table 3 Optimal results for SQP method⁽¹⁴⁾

ΔT [K]	Design variables [mm]			ΔP [Pa]	
	B_1	B_2	t		
33.0	2.903	2.348	10.491	72.95	
34.0	2.637	1.897	10.581	58.21	
35.0	2.468	1.365	10.962	53.54	
36.0	2.179	1.250	11.042	47.68	
Baseline	38.34	2.0	1.5	7.0	53.23

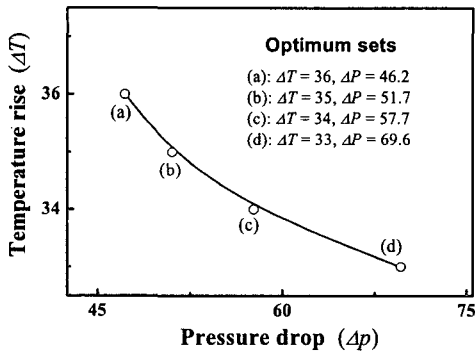


Fig. 8 Relationship between pressure drop and temperature rise in heat sink.

었다. 이는 이 연구에서 사용된 PQRSM이 구배-기반 국소최적화 기법인 SQP법에 비해 보다 우수한 최적설계 결과를 제공하고 있음을 잘 설명하는 것이다.

열교환기의 열적 성능 향상은 근본적으로 열전달률의 최대화이다. 그러나 열전달 향상은 유동속도의 증가는 필연적으로 압력강하량의 증가를 초래하게 되는데, 이는 팬의 용량을 결정하는 요소로 비용적인 문제가 수반된다. 이러한 현상은 압력강하와 온도상승의 관계를 나타낸 그림인 Fig. 8이 잘 보여주고 있다. Fig. 8은 설계자의 설계관점에 따라 최적값을 선택할 수 있도록 압력강하량과 온도상승 간의 관계를 나타낸 것으로, 곡선상의 네 점 (a)~(d)는 모두 최적해이다. 만일, 설계관점이 온도상승의 최소화라면, 설계자는 Fig. 8의 (d)를 선택하게 되고, 이에 대한 최적설계 변수값은 Table 2에서 찾으면 되는 것이다. 그러므로 위 두 가지 성능함수 중 어느 것에 가중을 두어 설계하느냐는 결국 설계자의 몫이라 할 수 있다.

6. 결 론

CFD와 순차적 근사최적화 기법인 PQRSM을 이용하여 평판-원형 방열판의 최적설계를 수행하였다. 연구결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

원의 두께가 열전달률과 압력강하에서 가장 많은 영향을 미치며, PQRSM을 이용하여 훌륭하게 최적설계값을 얻을 수 있었다. 이 연구에서 고려한 방열판과 사용된 열유속 조건인 경우에 추천할 수 있는 최적설계값은 원하는 온도상승이 35 K인

경우로서, 이때 $B_1=2.611$ mm, $B_2=1.267$ mm, 그리고 $t=10.541$ mm이다. 또한, 최적 모델은 기준 모델에 비하여 온도상승은 약 4 K, 압력강하량 역시 1.56 Pa 감소시킴으로써 방열판의 성능을 향상시켰다. 이 연구의 결과는 설계자들이 중요시하는 목적함수 또는 제약조건에 상응하는 최적설계값을 선택하는 데 많은 도움을 줄 수 있을 것이다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 최적설계신기술연구센터(iDOT)의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

1. Ryu, J. H., Choi, D. H. and Kim, S. J., 2003, Three-dimensional numerical optimization of a manifold microchannel heat sink, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 46, pp. 1553-1562.
2. Park, K., Choi, D. H. and Lee, K. S., 2004, Optimum design of plate heat exchanger with staggered pinarrays, *Numerical Heat Transfer Part A*, Vol. 45, pp. 347-361.
3. Park, K., Choi, D. H. and Lee, K. S., 2004, Numerical shape optimization for high performance of a heat sink with pin-fins, *Numerical Heat Transfer Part A*, Vol. 47, No. 9, pp. 909-927.
4. Park, K. and Choi, D. H., 2004, Shape optimization of a plate-fin type heat sink with triangular-shaped vortex generator, *KSME International Journal*, Vol. 18, No. 9, pp. 1590-1603.
5. Madsen, J. I. and Langyhjem, M., 2001, Multifidelity response surface approximations for the optimum design of diffuser flows, *Optimization and Engineering*, Vol. 2, pp. 453-468.
6. Rodriguez, J. F., Renaud, J. E., Wujek, B. A. and Tappeta, R. V., 2000, Trust region model management in multidisciplinary design optimization, *J. of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 124, pp. 139-154.
7. Hong, K. J., Kim, M. S. and Choi, D. H., 2001,

- Efficient approximation method for constructing quadratic response surface model, *KSME Int. Journal*, Vol. 15, No. 7, pp. 876-888.
8. Hong, K. J., Kim, M. S. and Choi, D. H., 2000, Progressive quadratic approximation method for effective constructing the second-order response surface model in the large scaled system design, *J. of KSME, Part A*, Vol. 24, No. 12, pp. 3040-3052.
 9. Vanderplaats, G. N., 1984, Numerical optimization techniques for engineering design with application, Chap. 2, McGraw-Hill, New York.
 10. Rodi, W., 1984, Turbulence models and their applications in hydraulics a state-art-of review, Book Publication of International Association for Hydraulic Research, Delft, Netherlands, 1984.
 11. Abe, K., Kondoh, T. and Nagano, Y., 1996, A two-equation heat transfer model reflecting second-moment closures for wall and free turbulent flows, *Int. J. Heat and Flow*, Vol. 17, pp. 228-237.
 12. FLUENT 6 User's Guide, FLUENT Inc., 1998.
 13. Patankar, S. V., 1980, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, Washington.
 14. Park, K., Choi, D. H. and Lee, K. S., 2003, Design optimization of plate-fin type heat sink for thermal stability, *Proc. KSME 2003 Fall Annual Meeting (B)*, pp. 43-48.